

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI
OUM EI BOUAGHI



جامعة العربي بن مهدي
أم البواقي

Faculté des Sciences et Sciences appliquées

Année: 2019

Département de Génie Electrique

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat en Sciences

Intitulé

**Contribution à la modélisation et à l'identification des systèmes
chaotiques par les méta-heuristiques**

Méthodes méta-heuristiques - Stabilité par la méthode de Lyapunov

Option

Génie Electrique

Par

MAAMRI Fouzia

Devant le jury

Président	M. LASHAB Mohamed	Prof	Université d'Oum el Bouaghi
Rapporteur	M. BOUOUDEN Sofiane	Prof	Université de Khenchela
Examineur	M. BENSLAMA Malek	Prof	Université de Constantine 1
Examineur	M. LAMAMRA Kheireddine	MCA	Université d'Oum el Bouaghi
Examineur	M. MEGRI Fayçal	MCA	Université d'Oum el Bouaghi
Examineur	M. ALLOUANI Fouad	MCA	Université de Khenchela

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

A mes très chers parents ;

A Ma famille et ma belle famille ;

A Toute personne que j'ai aimée ;

Enfin, à mon mari pour toute l'affection dont il m'entoure, ses encouragements tout au long de ma thèse, et pour tout le bonheur qu'il m'apporte au quotidien, sans oublier mes petits enfants Mohamed Yanis, Nadine et Ariem.

Remerciements

*Nous remercions **ALLAH** le tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce travail.*

*Je tiens à remercier mon directeur de thèse : Monsieur **Bououden Sofiane** étant Professeur à l'université de Khenchela. Je le remercie infiniment pour avoir accepté de diriger mes travaux de recherches, pour sa patience, sa gentillesse, pour ses conseils précieuse et pour la confiance dont il a fait preuve à mon égard et surtout pour le sujet qu'il m'a proposé.*

*Je voudrais également remercier Mr. **Lashab Mohamed** Professeur à l'université d'Oum el Bouaghi pour avoir accepté de présider mon jury, Je suis également honoré par l'acceptation de Mr. **Benslama Malek** professeur à l'université de Constantine 1 de juger mon travail et qui je le remercie beaucoup.*

*Je remercie aussi Mr. **Lamamra Kheireddine** MCA à l'université d'Oum el Bouaghi , Mr. **Megri Fayçal** MCA à l'université d'Oum EL Bouaghi et Mr. **Allouani Fouad** MCA à l'université de Khenchela pour avoir accepter d'examiner ce travail.. J'adresse un grand merci à tous les membres de mon jury, pour avoir ainsi marqué leur intérêt pour mon travail.*

Un grand remerciement à mes deux amies Docteur Hanene Djellab enseignante à l'université de Tebessa et Bouncer samira enseignante à l'université de Bejaïa pour leurs aides et leurs encouragements.

Un merci particulier aux deux personnes de l'université d'Oum el Bouaghi qui m'ont soutenu et encouragé Thabet Affef et Berrahal Lilia.

Résumé

Le chaos, phénomène typique des systèmes non linéaires, est aujourd'hui très largement étudié. Les problèmes de stabilité du régime permanent n'apparaissent que dans les systèmes régis par des équations non linéaires. La résolution de celles-ci par les méthodes classiques reste difficile à évaluer et peut être même impossible. Dans cette thèse l'optimisation par les algorithmes métaheuristiques est proposée pour l'identification des paramètres de contrôle des systèmes électriques chaotiques tels que le résonateur piézoélectrique ou le circuit de Chua, afin de pouvoir stabiliser, contrôler et conduire la trajectoire des systèmes chaotiques vers des trajectoires bien spécifiques. Dans ce travail deux variantes de métaheuristiques sont utilisées ; l'algorithme de colonies de fourmis de l'espèce *Pachycondyla apicalis* (API pour APICALIS) et l'algorithme de colonies de fourmis (Ant Colony Optimization ACO) respectivement. La première méthode, relative aux algorithmes API inspirés du comportement de l'espèce de fourmi pachycondyla. Ce dernier revient au bon équilibre entre l'exploitation des solutions et l'exploration de l'espace de recherche, et aussi au petit nombre des paramètres de l'algorithme. La seconde méthode utilisée, est l'algorithme de colonies de fourmis ACO qui constitue une classe de métaheuristiques proposée pour l'optimisation difficile. Les résultats de simulations, obtenus montrent l'intérêt d'utiliser ces algorithmes sur ce type de problèmes.

Mots-clés : Systèmes électriques non linéaires, systèmes chaotiques, méta-heristiques, Optimisation par colonies de fourmis *Pachycondyla Apicalis* (API), Optimisation, Stabilité.

ملخص

تعتبر الفوضى ظاهرة نموذجية من الانظمة الغير الخطية ، و هي اليوم تدرس على نطاق واسع للغاية مشاكل الاستقرار للحل الدائم لا تظهر إلا في الانظمة الغير الخطية أين يكون حلها معقدا أو حتى مستحيلا في بعض الحالات. في هذه الاطروحة استعملنا طرق مستوحات من الطبيعة من اجل تحسين وإيجاد عناصر التحكم بالنسبة للمرنان الكهروضغطي اللاخطي وعلى التركيبة الكهربائية Chua. ان نتائج المحاكاة استعملت لإيجاد القيم المثلى للعناصر الغير معلومة من اجل الوصول لاهتزازات مستقرة للمرنان الكهروضغطي اللاخطي و الانظامي. في هذا العمل ، قمنا باستعمال بديلين من خوارزميات مستعمرات النمل من نوع Pachycondyla apicalis API و الآخر Ant colony optimization ACO الطريقة الأولى المستخدمة والتي تخص خوارزميات مستعمرات النمل من نوع Pachycondyla apicalis API ، يعود هذا الأخير إلى التوازن الصحيح بين استغلال الحلول واستكشاف مساحة البحث ، وكذلك إلى العدد الصغير من عناصر الخوارزمية. الطريقة الثانية المقترحة هي خوارزمية ACO Ant Colony Algorithm، وهي عبارة عن طريقة تستعمل لحل مشاكل التحسين الصعبة. تظهر نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها أهمية استخدام هذه الخوارزميات في حل هذا النوع من المشكلات.

كلمات مفتاحه: الأنظمة الكهربائية غير الخطية، الأنظمة الفوضوية، الفهرسة التجميعية، خوارزميات مستعمرات النمل ACO ، مستعمرة النمل (Pachycondyla Apicalis API)، التحسين، الاستقرار

Abstract

Chaos, typical phenomenon of nonlinear systems, is now widely studied. Stability problems of the permanent state only occur in systems governed by nonlinear equations. The resolution of these by conventional methods remains difficult to evaluate and may even be impossible. In this thesis, optimization by metaheuristic algorithms is proposed for the identification of the control parameters of chaotic electrical systems such as the piezoelectric resonator or the Chua circuit, in order to be able to stabilize, control and drive the trajectory of chaotic systems towards very specific trajectories. In this work, two variants of metaheuristics are used the API algorithms and the Ant Colony Optimization ACO algorithms respectively. The first method relating to API algorithms is inspired by the behavior of a population of primitive ants (*Pachycondyla apicalis*). The latter returns to the right balance between the exploitation of the solutions and the exploration of the search space, and also to the small number of parameters of the algorithm. The second method, so called Ant Colony Optimization ACO algorithms which constitute a class of metaheuristics proposed for difficult optimization. The obtained simulation results show the interest of using these algorithms on this type of problem.

Keywords: Non-linear electrical systems, chaotic systems, metaheuristic, Ant Colony Optimization algorithms (ACO), *Apicalis Pachycondyla* (API), Optimization, stability.

Glossaire

ACO	Ant Colony Optimization
API	Apicalis Pachycondyla Identification
AS	Ant System
BAW	Bulk Acoustic Wave
MSE	Mean Square Error
PeSOA	Penguin Search Optimisation Algorithm
PSO	Particle Swarm Optimization
SAW	Surface Acoustic Wave
TSP	Traveling Salesman Problem

Paramètres utilisés

F	Excitation extérieur
F_{obj}	Fonction objective
Ω	Fréquence normalisée de l'excitation
γ	Terme de non linéarité du résonateur
s	Coefficients de la matrice de souplesse
S	Matrice des déformations
T	Tenseur des contraintes
X_{ij}	Tenseur d'ordre 2 et sa notation indicielle
X_{ijkl}	Tenseur d'ordre 4 et sa notation indicielle

Table des Matières

Dédicaces.....	ii
Remerciements	iii
Résumé.....	iv
ملخص	v
Abstract.....	vi
Glossaire	vii
Table des Matières	viii
Liste des tableaux.....	xiii
Liste des figures.....	xiv
Introduction générale	1
Chapitre 1 Systèmes dynamiques et chaos.....	6
1.1 Introduction et Etat de l'art.....	6
1.2 Définition des systèmes dynamiques	6
1.2.2 Dynamique linéaire en dimension 2.....	10
1.2.3 Systèmes dynamiques non linéaires.....	13
1.3 Attracteurs des systèmes dynamiques.....	14
1.4 Chaos.....	14
1.4.1 L'attracteur étrange	15
1.4.2 Section de Poincaré.....	15
1.4.3 Bifurcations	16
1.5 Exemples de systèmes chaotiques	17
1.5.1 La fonction logistique	17
1.5.2 Modèle de Henon	20

1.5.3	Attracteurs de Lorenz.....	21
1.5.4	Attracteurs de Rössler.....	22
1.6	La sensibilité aux conditions initiales.....	23
1.7	Stabilité des systèmes dynamiques.....	23
1.8	Les fractales.....	25
1.8.1	Exemple : la courbe de Helge von Koch.....	26
1.9	Application du comportement chaotique.....	26
1.10	Conclusion.....	28
Chapitre 2 Les résonateurs piézoélectriques.....		29
2.1	Introduction.....	29
2.2	La piézoélectricité.....	29
2.2.1	Historique.....	29
2.2.2	Définition.....	31
2.3	La structure cristalline.....	32
2.4	Résonateurs piézoélectriques.....	33
2.4.1	Couplage électromécanique.....	34
2.4.2	Facteur de qualité.....	35
2.4.3	Température de Curie.....	35
2.4.4	Modes de vibrations.....	35
2.5	Grandeurs physiques de la piézoélectricité.....	36
2.5.1	Propagation d'une onde acoustique en milieu piézoélectrique.....	38
2.5.2	Matrices piézoélectriques.....	39
2.5.3	Les classes principales de matériaux piézoélectriques.....	41
2.6	Le quartz.....	42
2.6.1	Sensibilité aux paramètres extérieurs.....	43

2.6.2	Effet amplitude-fréquence.....	44
2.6.3	Schéma équivalent du résonateur.....	46
2.6.4	Le quartz dans les oscillateurs.....	48
2.6.5	Applications	49
2.7	Conclusion	51
Chapitre 3	Optimisation par les algorithmes méta-heuristiques.....	52
3.1	Introduction.....	52
3.2	Terminologies	53
3.3	Définition des problèmes d'optimisation	53
3.3.1	Les éléments d'optimisation	53
3.3.2	L'optimisation combinatoire	55
3.3.3	Heuristiques et méta-heuristiques	56
3.4	Principe de méta-heuristiques.....	56
3.4.1	Organisation générale.....	58
3.4.2	L'approche constructive	58
3.4.3	L'approche de recherche locale	59
3.4.4	Les méthodes évolutives	60
3.5	Optimisation par colonies de fourmis	63
3.5.1	Principe de l'algorithme	64
3.6	L'algorithme API (Pachycondyla Apicalis).....	66
3.6.1	Modélisation algorithmique	71
3.6.2	Comportement local des fourmis	72
3.6.3	Exploration globale	74
3.7	Conclusion	75
Chapitre 4	Résonateurs à quartz non linéaire et transition vers le chaos	76

4.1	Introduction.....	76
4.2	Propagation d'une onde acoustique en milieu piézoélectrique.....	76
4.3	Equation paramétrique du résonateur.....	77
4.4	Etude théorique.....	79
4.4.1	Etude de la stabilité du résonateur à quartz.....	79
4.4.2	Route vers le chaos.....	82
4.5	Conclusion.....	84
Chapitre 5 Identification des paramètres de contrôle par des algorithmes méta-heuristiques.....		85
5.1	Introduction.....	85
5.2	Problématique.....	85
5.3	Utilisation de l'algorithme ACO.....	86
5.3.1	Résultats et discussion.....	86
5.3.2	Sensibilité aux conditions initiales.....	90
5.4	Utilisation de l'algorithme API.....	93
5.4.1	Automate de l'algorithme API.....	93
5.4.2	Résultats de simulation.....	96
5.5	Le circuit de Chua.....	103
5.5.1	Résultats de simulation.....	104
5.5.2	Application de l'ACO.....	105
5.5.3	Application de l'API sur le circuit de Chua.....	106
5.6	Efficacité de l'algorithme API.....	109
Une analyse comparative entre les deux algorithmes permet de bien évaluer nos résultats, et par conséquent l'approche que nous avons proposée.....		109
5.7	Conclusion.....	111

Conclusion générale.....	113
Références bibliographiques.....	116
Liste de Publications.....	126
Annexe A Algorithme API	127

Liste des tableaux

Tableau 1-1 Classification des régimes permanent en fonction des exposants de Lyapunov	25
Tableau 2-1: Différents coefficients de couplage électromécanique suivant la géométrie, ..	36
Tableau 2-2: Différentes grandeurs physiques	37
Tableau 4-1 : Différents attracteurs en fonction de l'excitation F	84
Tableau 5-1: Résultats d'une orbite stable par les deux algorithmes ACO et API et ainsi par la méthode de la modulation de l'excitation.....	102
Tableau 5-2: Fréquence Ω identifié pour différentes valeurs de F.	102
Tableau 5-3: Résultats d'une orbite stable par les deux algorithmes ACO et API et ainsi par la méthode de la modulation de l'excitation.....	109

Liste des figures

Figure 1.1: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions.....	11
Figure 1.2: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions.....	11
Figure 1.3: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions.....	12
Figure 1.4 : Foyer stable ou instable selon le signe de la partie réelle des valeurs propres. .	12
Figure 1.5 : Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases	12
Figure 1.6: Portrait des phases du système avec deux foyers stables,	13
Figure 1.7: Section de Poincaré	16
Figure 1.8 : Diagramme de bifurcation pour la fonction logistique	17
Figure 1.9: Comportement dynamique de la fonction logistique pour a) $r=2$, b) $r=3$,	18
Figure 1.10 : Comportement dynamique de la fonction logistique pour c) $r=3.45$, d) $r=3.8$	18
Figure 1.11 : Evolution de (x_{n+1}) pour a) $r=2$; b) $r=3$	19
Figure 1.12 : Evolution de (x_{n+1}) pour a) $r=3.45$; b) agrandissement	19
Figure 1.13 : Evolution de (x_{n+1}) , $r=3.9$	20
Figure 1.14 : Section de Poincaré de l'attracteur de Henon et son agrandissement.....	20
Figure 1.15 : Attracteur de Lorenz.....	21
Figure 1.16 : Attracteur de Rössler.....	22
Figure 1.17 : Evolution de la trajectoire en Move pour les conditions initiales	23
Figure 1.18: La courbe de Koch	26
Figure 2.1 : Principe de la piézoélectricité	31
Figure 2.2: Effets piézoélectrique direct.....	31

Figure 2.3: Effets piézoélectrique inverse	32
Figure 2.4: Répartition des classes cristallines selon certaines propriétés des matériaux [63]	33
Figure 2.5: Résonateurs piézoélectriques à quartz : SAW (à gauche) et BAW (à droite)....	34
Figure 2.6 : Relations entre les différentes grandeurs physiques [67].....	38
Figure 2.7: Axes de référence [67]	40
Figure 2.8: Structure et barreau de quartz synthétique [70]	42
Figure 2.9: Propriété fréquence- température d'un résonateur à cristal [75].....	44
Figure 2.10: Effet de la tension d'alimentation sur le courant et la phase.....	45
Figure 2.11: Symbole et schéma électrique d'un résonateur à quartz	46
Figure 2.12: Diagramme de l'amplitude et de la phase des charges en sortie du résonateur piézoélectrique [59]	47
Figure 2.13: Diagramme de l'amplitude et de la phase des charges en sortie du résonateur piézoélectrique avec compensation de la capacité C_0	47
Figure 2.14: Structure d'un oscillateur	48
Figure 2.15: Méthodologie de synthèse de filtre BAW	49
Figure 3.1: Eléments indispensable d'optimisation [95].....	54
Figure 3.2 : Recherche de l'optimum globale.....	57
Figure 3.3 : La tournée du voyageur de commerce [100].....	58
Figure 3.4 : Exploration de X par approche constructive	59
Figure 3.5: Exploration de X une approche de recherche locale	60
Figure 3.6: Exploration de X par une approche évolutive.....	61
Figure 3.7: Différentes classifications des méta-heuristiques [105].....	62
Figure 3.8: Recherche de la nourriture en suivant le chemin le plus court [117].....	63
Figure 3.9: Exemple (fictif) de carte des trajets et aires de récolte des fourrageuses [127]..	68

Figure 3.10: Choix du meilleur site [125].....	70
Figure 3.11: Exploration des sites de chasse [125].....	72
Figure 3.12: Le comportement de fourragement d'une fourmi [125].....	73
Figure 3.13: Exploration globale : Déplacement du nid [125]	74
Figure 4.1 : Cas non forcé.....	81
Figure 4.2: Cas forcé : $F=5$, $\gamma=0.4$, $\Omega=0$, $\gamma=-2$, $\gamma=2$	81
Figure 4.3 : Cas forcé.....	82
Figure 4.4: Symétrie et asymétrie de la trajectoire	82
Figure 4.5 : Apparition du chaos	83
Figure 5.1: Trajectoire chaotique $\gamma= 0.1273$, $\Omega= 2.6212$	86
Figure 5.2: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.1818$, $\Omega=2.0404$	87
Figure 5.3: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.4909$, $\Omega=0.8283$	88
Figure 5.4: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.7364$, $\Omega=1.6869$	88
Figure 5.5: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.7455$, $\Omega=1.6869$	89
Figure 5.6: Orbite stable $\gamma=0.8182$, $\Omega=2.1667$	89
Figure 5.7: Orbite stable $\gamma= 0.96206$, $\Omega= 1.9141$	90
Figure 5.8: Trajectoire chaotique.....	91
Figure 5.9: Identification des conditions initiales.....	91
Figure 5.10: Trajectoire Chaotique.....	91
Figure 5.11: Trajectoire chaotique.....	92
Figure 5.12: Identification des conditions initiales – état stable	92
Figure 5.13 : Modélisation du système chaotique par l'algorithme meta-heuristique API. .	94
Figure 5.14: Le principe de l'estimation d'un paramètre de contrôle pour le système	95
Figure 5.15: La trajectoire chaotique du résonateur piézoélectrique.....	96

Figure 5.16: Identification de l'excitation externe optimale F pour différents	97
Figure 5.17: Identification de la fréquence optimale Ω ($F = 26,5$).....	98
Figure 5.18: Une trajectoire stable du résonateur piézoélectrique.....	99
Figure 5.19: Identification de Ω ($F= 26.5, \gamma = 0.25$)	99
Figure 5.20: Une trajectoire stable du résonateur piézoélectrique.....	100
Figure 5.21: Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge). $F=26.5, \gamma=0.25$	100
Figure 5.22: Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge). $F=30, \gamma=0.25$	101
Figure 5.23 : Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge). $F=50, \gamma=0.25$	101
Figure 5.24: Le Circuit de Chua	103
Figure 5.25: Une trajectoire chaotique du circuit de	104
Figure 5.26: Chaotic trajectory of the Chua's circuit	104
Figure 5.27: Identification de α, β et γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$	105
Figure 5.28: Identification de α, β et γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$	106
Figure 5.29: Identification de α ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$	107
Figure 5.30: Identification de β ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$	107
Figure 5.31: Identification de γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$	107
Figure 5.32 : Trajectoire stable du circuit de Chua.....	108
Figure 5.33: Convergence de l'algorithme API pour différentes	109
Figure 5.34: (a) Evolution de $y(t)$ et (dy/dt) pour différentes conditions initiales.....	110
Figure 5.35: Evolution de $y(t)$ et (dy/dt) pour différentes conditions initiales	110

Introduction générale

Les systèmes non linéaires, jouent un rôle très important dans l'étude des phénomènes naturels. La plus part des systèmes physiques peuvent être représentés par des équations différentielle non linéaires dont les problèmes de stabilité du régime permanent n'apparaissent que dans ces systèmes et la résolution de celles ci par les méthodes classiques restent difficile à évaluer et peut être même impossible.

Lorsqu'un système est non linéaire et sa sortie se comporte d'une manière imprévisible, ce dernier peut être le siège d'un comportement entre la régularité et l'aspect aléatoire. Ce comportement s'appelle : chaos. Les systèmes dynamiques chaotiques sont depuis longtemps connus dans le domaine des mathématiques mais c'est seulement au cours de ces dernières décennies que les applications concrètes se sont multipliées [1].

Le chaos apparue au début des années soixante en météorologie, elle s'est rapidement étendue à peu près dans toutes les sciences. C'est en 1963, que le météorologiste Edward Lorenz, découvrit un exemple concret d'un système dynamique simple présentant un comportement complexe [2]. Les chercheurs essayent d'apporter de nouvelles idées et techniques qui utilisent la nature elle même du chaos afin de le contrôler [3]. Les phénomènes chaotiques que l'on observe sont souvent dus aux non linéarités que présentent les systèmes, dans des domaines très variés : mécanique, circuits électroniques, réactions chimiques, dynamique des fluides, processus biologiques et systèmes de sécurité de l'information.

En électronique, on rencontre ce phénomène chaotique dans les oscillateurs forcés, non linéaires de différents types [4]. Ils ont été décrits par Kennedy et Chua en 1986 et avant eux par Van Der Pol et Van Der Mark en 1927 [5]. Le chaos a été observé également dans les résonateurs à quartz [6]. Il est la source d'inconvénient majeur sur la stabilité de ces résonateurs.

Le quartz est réalisé à partir d'un matériau piézoélectrique. Ces matériaux présentent une structure anisotrope et ont pour particularité d'être le siège de couplages électromécaniques importants. L'application d'une tension variable aux bornes du composant va provoquer une vibration mécanique.

Les effets de propagation non linéaire dans les résonateurs à quartz ont été étudiés plusieurs fois [7-8]. L'étude de ce phénomène ne peut se faire de manière analytique, seules

les méthodes numériques permettent d'approcher les solutions avec l'optimisation et l'identification afin d'arriver à la précision souhaitée à partir de laborieuses simulations sur ordinateurs [9].

Comme son nom l'indique, l'optimisation cherche à trouver une solution optimale à un problème donné pour la stabilisation des systèmes chaotiques.

La résolution des systèmes chaotiques caractérisés par des équations non linéaires est très difficile et peut être même impossible, dans ce cas le système doit être modélisé pour activer le contrôle, cela nécessite le recours à des approches non classiques.

Durant ces dernières décennies, la théorie des systèmes non linéaires a été appliquée à l'optimisation afin d'augmenter le degré de convergence [10-11]. Les applications du chaos ont attiré beaucoup d'attention grâce aux propriétés naturelles des systèmes chaotiques [12], telles que leur sensibilité aux conditions initiales et leur évolution dans une large bande de fréquence [13].

Dans ce travail, nous avons utilisé des algorithmes méta-heuristiques inspirés de la nature. Le principal intérêt de ces algorithmes provient de leur capacité de trouver une solution au cours de leur progression. Les méta-heuristiques sont des algorithmes génériques d'optimisation : leur but est de permettre la résolution d'une large gamme de problèmes différents, sans nécessiter de changements profonds dans l'algorithme. Elles forment une famille d'algorithmes visant à résoudre des problèmes d'optimisation difficile, pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace.

Plusieurs chercheurs ont contribué à ce domaine en proposant des travaux qui portent sur l'utilisation des algorithmes méta heuristiques et le comportement chaotique [14]. Les algorithmes méta-heuristiques ont prouvé leur efficacité pour la résolution de différents problèmes aussi bien dans le monde scientifique que dans le monde industriel [15].

L'ambition de ce travail de thèse est d'apporter une contribution à l'application des algorithmes méta-heuristiques inspirées de la nature pour identifier et optimiser les paramètres de stabilité et de contrôle des systèmes électriques chaotiques. Notre contribution va s'attacher à utiliser une méta-heuristique, entièrement pensée pour l'optimisation des

systèmes chaotiques. Afin de proposer des stratégies innovantes et bien adaptées aux problèmes de stabilité et d'identification connus pour les systèmes chaotiques, il est toutefois possible de s'inspirer des techniques de base. L'objectif est d'élaborer un algorithme original basé sur des algorithmes méta-heuristiques, dans lequel chaque composante doit constituer un atout important pour la résolution de problèmes des systèmes chaotiques. Ainsi, l'algorithme proposé doit non seulement se démarquer des algorithmes concurrents par sa simplicité, mais également être plus performant. A l'issue de ce travail, deux algorithmes ont été mis au point, l'algorithme de colonies de fourmis (Ant Colony Optimization ACO) et l'algorithme de colonies de fourmis de l'espèce *Pachycondyla apicalis* (API) respectivement. Le second constituant un nouvel algorithme plus performant dans l'optimisation des systèmes non linéaires chaotiques. L'intérêt de cet algorithme vient du fait qu'elles utilisent des principes relativement simples à la fois d'un point de vue global et local pour rechercher leurs solutions (optimum).

Premièrement, nous avons appliqué l'algorithme méta-heuristique de colonies de fourmis ACO pour identifier les paramètres de contrôle d'un résonateur piézo-électrique chaotique. Suite à ce travail nous avons participé à la conférence internationale STA en Tunisie par un article intitulé :

- **F. Maamri, S. Bououden, I. Boulkaibet.** An Ant Colony Optimization Approach for Parameter Identification of Piezoelectric Resonator Chaotic System. IEEE international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering December 21-23, 2015, Monastir, Tunisia.

Nous avons appliqué un deuxième algorithme méta-heuristique API modélisant le comportement de fourragement d'une espèce de fourmis (*Pachycondyla apicalis*), sur un système électrique chaotique. Les résultats ont montré la simplicité et l'efficacité de cet algorithme et nous avons publié un article intitulé:

- **F. Maamri, S. Bououden, M. Chadli, I. Boulkaibet.** The Pachycondyla Apicalis metaheuristic algorithm for parameters identification of chaotic electrical systems » a été publié dans la revue internationale ; International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems. Taylor & Francis, Vol. 33 no.5, pp. 490-502, 2018.

Les résultats obtenus sur ce système montrent l'efficacité de ces algorithmes, en particulier :

- L'identification des paramètres de stabilité et de contrôle du résonateur piézoélectrique
- L'optimisation des trajectoires obtenues sous de fortes excitations.

Organisation de la thèse

Cette thèse est divisée en cinq chapitres :

Le premier chapitre donne, après quelques généralités sur les systèmes dynamiques linéaires et non linéaires, une introduction au chaos en explicitant des notions primordiales pour l'étude des systèmes dynamiques non linéaires, tels que les conditions initiales, les attracteurs étranges, les exposants de Lyapunov et la dimension fractale. Ainsi que l'étude de la stabilité au sens de Lyapunov avec une simulation des exemples chaotiques célèbres tels que la fonction logistique, le modèle de Lorenz et le modèle de Hénon.

Le deuxième chapitre présente la piézoélectricité en décrivant dans un premier temps son principe de fonctionnement et en deuxième temps, nous présenterons le formalisme permettant de mettre le phénomène en équation, afin de définir les différents coefficients non linéaires du résonateur piézoélectrique.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des algorithmes méta heuristiques, qui est le point central de ce travail. Nous allons exposer deux méta-heuristiques, l'algorithme de colonies de fourmis et l'algorithme d'une espèce de fourmis qui s'appelle *Pachycondyla Apicalis* (API). Et nous décrivons l'inspiration biologique, et plus précisément l'auto-organisation et l'intelligence collective observées dans la nature, et leurs mécanismes qui donnent des idées pour la conception algorithmique.

Dans le quatrième chapitre : Nous rappellerons tout d'abord l'aspect théorique d'un résonateur à quartz en tenant compte des propriétés physiques non linéaires. Ensuite une illustration concrète de toutes les notions précédentes qui nous servent à caractériser son comportement Chaotique. Nous avons utilisé l'algorithme de Runge-kutta, pour étudier son comportement lors de son évolution, nous avons observé les différentes trajectoires au fur et à

mesure que la force d'excitation augmente allant d'un état stable pour un régime linéaire jusqu'à l'apparition du chaos pour le régime non linéaire passant par des successives bifurcations.

Le cinquième chapitre regroupe les différentes simulations de l'application des algorithmes méta-heuristiques ACO et API pour le contrôle du comportement chaotique des systèmes électriques non linéaires notamment le résonateur Piézoélectrique et le circuit électrique de Chua. Nous montrons comment nos approches sont capables de fournir les paramètres appropriés pour diriger la trajectoire chaotique vers des trajectoires plus stables. Les résultats des simulations présentent la simplicité, la performance et l'efficacité de l'algorithme méta-heuristique API pour l'identification et l'optimisation des systèmes chaotiques, ainsi qu'une comparaison de ses performances avec celles obtenus avec l'algorithme d'optimisation ACO.

Enfin, **Une conclusion générale** incluant le bilan des résultats des travaux de cette thèse ainsi que les différentes perspectives qui en découlent sont présentées afin d'ouvrir la voie à des études plus approfondies.

Chapitre 1

Systemes dynamiques et chaos

1.1 Introduction et Etat de l'art

Ce chapitre a pour objectif de présenter quelques généralités et définitions des systèmes dynamiques, nous allons introduire les propriétés de base d'un système chaotique telles que le concept de la bifurcation, les attracteurs étranges et nous terminerons par la définition de exposants de Lyapunov qui peuvent servir à étudier la stabilité (l'instabilité) des systèmes chaotiques ainsi que la sensibilité aux conditions initiales.

L'emploi du chaos pour la sécurité des systèmes de communications a été considéré dans les dernières années comme une solution très attirante pour augmenter les performances des systèmes de transmission actuels [16].

Dans la littérature on trouve une multitude d'applications et d'études réalisés concernant plusieurs aspects de la transmission. Puisque le chaos a des caractéristiques quasi-stochastiques permettant d'offrir une solution possible pour les systèmes à probabilités réduites de détection et d'interception ainsi que des applications dans l'accès multiple [13].

En contradiction avec ces aspects positifs qui font du chaos une solution très attirante, il faut préciser que l'optimisation d'un système utilisant un système non linéaire chaotique nécessaire à la récupération de l'information transmise, est difficile à réaliser [17]. Beaucoup de travaux utilisent des algorithmes d'optimisation des systèmes non linéaire [18-23] et identifier les paramètres de contrôle tant pour la cryptographie que pour la stabilité d'un oscillateur utilisé en micro processeur, dans un RADAR, à bord des satellites GPS. La stabilité de tels systèmes est cruciale pour leurs fonctionnements.

1.2 Définition des systèmes dynamiques

Un système dynamique consiste en un ensemble d'états possibles, avec une loi qui *détermine de façon unique* l'état présent du système en fonction de ses états passés [24]. Les systèmes dynamiques (chaotiques) non-linéaires remontent aux travaux sur la mécanique

céleste et la mécanique statistique par Henri Poincaré, vers 1900, ils sont très connus dans le domaine des mathématiques mais c'est seulement au cours de ces deux dernières décennies que les applications concrètes se sont multipliées [25].

En 1963, le météorologue Edward Lorenz prouve le caractère chaotique des conditions météorologiques, un infime changement de l'état initial pouvant entraîner une trajectoire complètement différente « attracteurs étranges ». Avec cette découverte les travaux d'Henri Poincaré connurent un élargissement d'intérêt et en 1975 le mathématicien James Yorke emploie pour la première fois le terme de « chaos ». Plusieurs domaines d'applications variés utilisent les principes de la théorie du chaos pour étendre et mieux comprendre les phénomènes liés à ses applications, ainsi les études se sont ensuite enchaînées [26].

Du point de vue mathématique la notion générale de système dynamique est défini à son tour à partir d'un ensemble de variables qui forment le vecteur d'état : $x = \{x_i \in \mathbb{R}\}, i = 1..n$, où n représente la dimension du système. En associant en plus un système de coordonnées on obtient l'espace d'état qui est appelé également *l'espace des phases*. Parallèlement avec l'espace d'état un système dynamique est défini aussi par une loi d'évolution, qui caractérise l'évolution de l'état du système en temps. La notion de déterminisme provient du fait que le système considéré est complètement caractérisé par son état initial et sa dynamique [25].

L'évolution d'un système dynamique peut être [27] :

- **causale** : c'est-à-dire que son avenir ne dépend que de phénomènes du passé ou du présent
- **déterministe** : c'est-à-dire qu'à une condition initiale donnée à l'instant présent va correspondre à chaque instant ultérieur un seul état futur possible.

L'évolution déterministe du système dynamique peut alors se modéliser de deux façons distinctes :

- une évolution continue dans le temps, représentée par une équation différentielle ordinaire. C'est à priori la plus naturelle physiquement, puisque le paramètre temps nous semble continu.

Un système dynamique continu peut être vu comme un système multi variables caractérisé par un vecteur d'état réel de dimension finie [28].

- une évolution discrète dans le temps. Ce second cas est souvent le plus simple à décrire mathématiquement, même s'il peut sembler à priori moins réaliste physiquement. Cependant, l'étude théorique de ces modèles discrets est fondamentale, car elle permet de mettre en évidence des résultats importants, qui se généralisent souvent aux évolutions dynamiques continues.

1.2.1.1 Temps continu

Un système dynamique en temps continu est décrit par un système d'équations différentielles [1] :

$$\dot{x} = F(x(t), t) \tag{1.1}$$

Où $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ désigne la dynamique du système.

Si on associe à cette dynamique un état initial $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$, pour chaque couple choisi (\mathbf{x}_0, t_0) on peut identifier une solution unique $\Phi(\cdot; \mathbf{x}_0, t_0) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ telle que :

$$\Phi_F(t_0; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0 \text{ et } \dot{\Phi}_F(t; \mathbf{x}_0, t_0) = F(\Phi_F(t; \mathbf{x}_0, t_0), t) \tag{1.2}$$

Cette solution unique déterminée avec l'aide des équations (1.2), et qui fournit l'ensemble d'états successifs occupés par le système à chaque instant t , s'appelle généralement trajectoire.

Pour calculer l'évolution future d'un tel système, il faut connaître les grandeurs $t \mapsto u(t)$ ainsi que la condition initiale de l'état. On dit que l'état x du système représente sa mémoire.

On dira qu'un tel système est stationnaire (par opposition au cas (1.2) instationnaire lorsque F ne dépend pas explicitement du temps [29-30]). Dans ce cas l'équation s'écrit :

$$\dot{x} = F(x) \tag{1.3}$$

1.2.1.2 Temps discret

Une évolution discrète dans le temps, l'étude théorique de ces modèles discrets est fondamentale, car elle permet de mettre en évidence des résultats importants, qui se généralisent souvent aux évolutions dynamiques continues. Le système dynamique est dans ce cas représenté par des équations aux différences finies, avec le modèle général suivant :

$$x(k + 1) = G(x(k), k) \tag{1.4}$$

Où $G : \mathbb{R}^n \times \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ désigne la dynamique du système discret.

Si on associe à cette dynamique un état initial $x_0 = x(k_0)$, pour chaque couple choisi (x_0, k_0) on peut identifier une solution unique $\Phi_G(\cdot; x_0, k_0) : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ telle que :

$$\Phi_G(k_0; x_0, t_0) = x_0 \text{ et } \dot{\Phi}_G(t; x_0, t_0) = G(\Phi_G(k; x_0, k_0), k) \tag{1.5}$$

En temps discret le système autonome est défini comme une dynamique qui ne dépend pas de l'instant k :

$$x(k + 1) = G(x(k)) \tag{1.6}$$

La trajectoire d'un système dynamique atteint une région limitée de l'espace des phases à partir d'un état initial x_0 et après un régime transitoire. Ce comportement asymptotique obtenu pour $t, k \rightarrow \infty$ est une des caractéristiques les plus intéressantes à étudier pour les systèmes dynamiques. Lorsque l'indice k ou le temps t n'apparaît pas dans les relations (1.1) ou (1.4), on parle alors de système autonome.

1.2.2 Dynamique linéaire de dimension 2

Paul Manneville à donné les différents cas possibles pour le système différentiel $\dot{X} = LX$ qui s'écrivent de la forme suivante [31] :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = l_{11}X_1 + l_{12}X_2 \\ \dot{X}_2 = l_{21}X_1 + l_{22}X_2 \end{cases} \quad 1.7$$

Si on cherche les solutions de la forme $X = \hat{X} \exp(\lambda t)$, on obtient :

$$\begin{cases} \lambda \hat{X}_1 = l_{11}\hat{X}_1 + l_{12}\hat{X}_2 \\ \lambda \hat{X}_2 = l_{21}\hat{X}_1 + l_{22}\hat{X}_2 \end{cases} \quad 1.8$$

Où \hat{X}_1 et \hat{X}_2 sont les deux composantes du mode propre \hat{X} . Ce système de deux équations à deux inconnues n'a de solution non triviale que si λ est valeur propre de l'opérateur linéaire L représenté par la matrice $[l]$ dans la base canonique, soit :

Cette équation du second degré admet deux racines λ_1 et λ_2 soit réelles distinctes ou confondues, soit complexes conjuguées.

Les composantes du vecteur X représentant l'état du système dans la base propre étant appelées \tilde{X}_i :

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \lambda_1 \tilde{X}_1 \\ \tilde{X}_2 = \lambda_2 \tilde{X}_2 \end{cases} \quad 1.9$$

- valeurs propres λ_1 et λ_2 réelles distinctes

Lorsque les valeurs propres λ_1 et λ_2 de même signes, on a affaire à un *point fixe* de type nœud. Si les deux valeurs propres sont négatives le nœud est stable, sinon, il est instable. Les trajectoires ont une allure parabolique, la parabole s'ouvrant dans la direction de la valeur propre la plus grande en module. Cette situation est illustrée par la Figure (1.1).

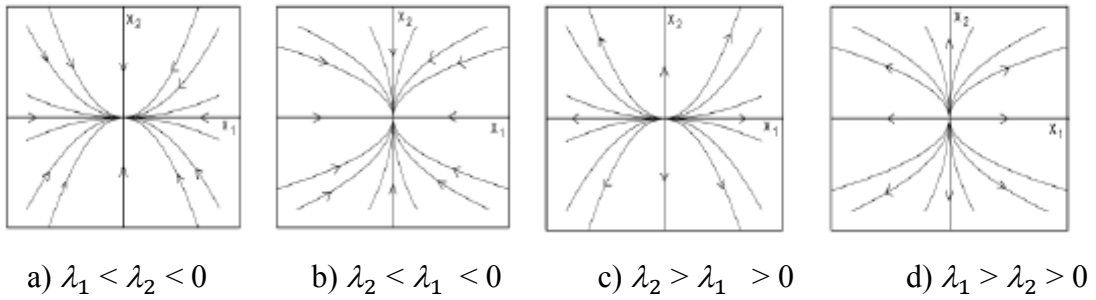


Figure 1.1: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions.

a) et b) valeurs propres négatives, nœud stable
 c) et d) valeurs propres positives, nœud instable

- valeurs propres λ_1 et λ_2 réelles doubles

La figure (1.2) illustre le cas où $\lambda_1 = \lambda_2$. Les trajectoires s'approchent ou s'éloignent de l'origine suivant le signe des valeurs propres formant une *étoile* [31]

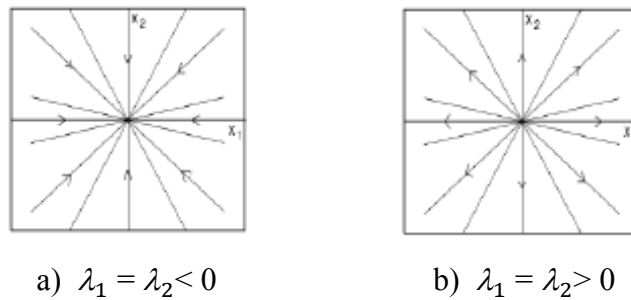


Figure 1.2: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions.

a) et b) valeurs propres doubles négatives, étoile stable
 c) et d) valeurs propres doubles positives, étoile instable

- valeurs propres λ_1 et λ_2 réelles de signes opposées

Dans la figure (1.3), nous pouvons constater que lorsque les valeurs propres λ_1 et λ_2 sont de signe opposées, le point fixe est un col. Les trajectoires, d'allure hyperbolique, s'approchent du point fixe dans la direction du vecteur propre associé à la valeur propre négative (direction stable) puis s'en écartant le long de l'autre direction propre.

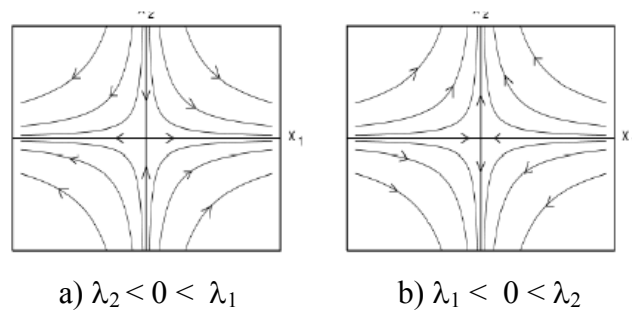


Figure 1.3: Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions. a) et b) valeurs propres de signe opposés, col.

- La figure (1.4) montre que lorsque les valeurs propres λ_1 et λ_2 sont complexes conjuguées, on trouve un foyer stable ou instable selon les valeurs de $(\sigma$ et $\omega)$.

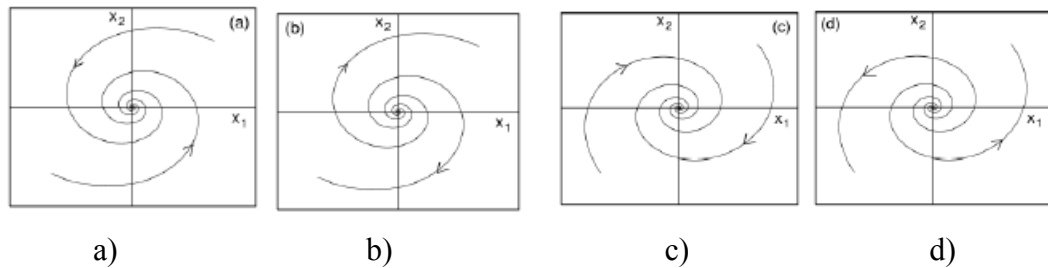


Figure 1.4 : Foyer stable ou instable selon le signe de la partie réelle des valeurs propres.
a) Foyer stable $\sigma < 0$ et $\omega > 0$, b) Foyer stable $\sigma < 0$ et $\omega < 0$
c) Foyer instable $\sigma > 0$ et $\omega < 0$, d) Foyer instable $\sigma > 0$ et $\omega > 0$

- Cas particulier $\sigma = 0$: un cas marginal de valeurs propres imaginaires pures (Centre). La partie imaginaire des valeurs propres est responsable de la rotation des trajectoires autour de l'origine [32]. La figure (1.5) illustre cette situation.

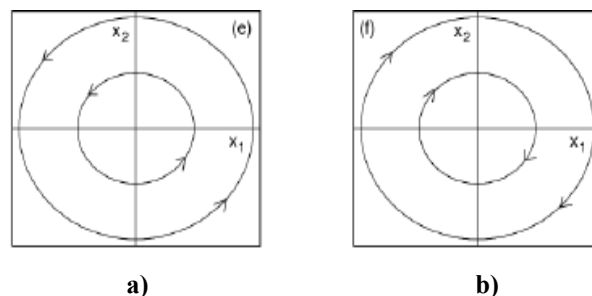


Figure 1.5 : Trajectoire dans le voisinage des singularités dans un espace des phases à 2 dimensions. Deux valeurs propres complexes conjuguées. ($\lambda = \sigma + j\omega$)
a) $\sigma = 0$, avec $\omega > 0$, b) $\sigma = 0$, avec $\omega < 0$

L'utilisation des modèle linéaires est pertinente dans le domaine de linéarité ; en dehors de cette zone, les capacités de prédiction d'une solution peuvent devenir réduites ou nulles [32].

1.2.3 Systèmes dynamiques non linéaires

Un système dynamique non linéaire peut avoir plusieurs points d'équilibre isolés. Une caractéristique importante d'un système non linéaire réside dans le fait qu'il peut également posséder un ou plusieurs cycles limites [33]. L'exemple suivant illustre ce concept :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_1 x_1 - x_2 x_1 + a_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + x_1^2 \end{cases} \quad 1.10$$

Ce système possède, suivant les valeurs des paramètres a_1 et a_2 , un portrait des phases très intéressant, autour de chacun de ces équilibres, les équations peuvent admettre des systèmes linéarisés tangents très différents et donc localement des propriétés différentes [34].

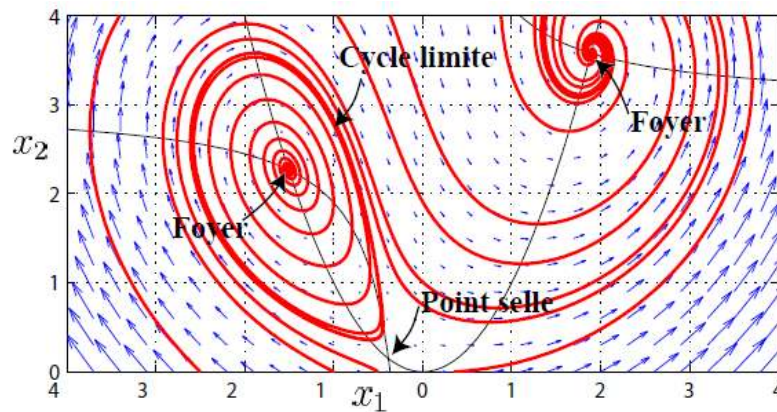


Figure 1.6: Portrait des phases du système avec deux foyers stables, un cycle limite et un point selle.

L'intérêt du portrait de phase est qu'il permet d'identifier des classes de trajectoires et par conséquent de caractériser des comportements spécifiques du système dynamique. Le portrait de phase d'un système subit des changements qualitatifs lorsqu'il est structurellement instable [35].

1.3 Attracteurs des systèmes dynamiques

Un attracteur du système dynamique est une région de l'espace de phase vers laquelle converge toute trajectoire de phase passant à son voisinage. Le voisinage en question est appelé bassin d'attraction de l'attracteur [36].

Dans le cas d'un système linéaire la solution asymptotique est indépendante de la condition initiale et unique, pour les systèmes non linéaires il existe une plusieurs variété de régimes permanents, parmi lesquelles on trouve, par ordre de complexité

On classe les attracteurs en fonction de leur complexité:

- point fixe : les points fixes sont des points singuliers du système dynamique.
- cycle limite : attracteur formant une courbe fermée.
- régime quasi-périodique : correspond à une somme de solutions périodiques dont le rapport des périodes est un nombre irrationnel ce régime peut être représenté dans l'espace d'état par un tore.
- Un attracteur étrange ou chaotique, cette fois le comportement développé par un système dynamique particulier est fortement dépendant de la condition initiale choisie [36].

1.4 Chaos

Lorenz donna en 1972 une conférence devant le grand public du congrès de l'Association américaine pour l'avancement des sciences. Cette conférence « grand public » était intitulée : « *Prédictibilité : le battement des ailes d'un papillon au Brésil peut-il déclencher une tornade au Texas ?* » En terme de marketing, ce titre était plus alléchant que « Deterministic non periodic flow ». Et la suite l'a prouvé. Quant au terme « chaos », il a été proposé par le mathématicien Yorke, deux ans plus tard, en 1975 [37].

Le chaos est défini généralement comme un comportement particulier d'un système dynamique non-linéaire [1]. Le chaos se produit quand le comportement du système, n'est pas un point d'équilibre, n'est pas périodique, n'est pas quasi-périodique [38-39].

Les systèmes chaotiques contrairement aux comportements purement aléatoires obéissent à des lois déterministes, parfois assez simples dans leur représentation mathématique,

caractérisés par la sensibilité aux conditions initiales et aux paramètres du système et possèdent une certaine régularité qui se traduit par le fait que les points périodiques sont denses. La densité des points périodiques exprime l'infinité des comportements dynamiques que prodigue le chaos.

1.4.1 L'attracteur étrange

Les systèmes aléatoires évoluent au hasard dans tout l'espace. Les systèmes chaotiques ont un comportement infiniment complexe. Ils sont attirés par une figure géométrique de structure également infiniment complexe sur laquelle ils errent au hasard, mais sans jamais la quitter, ni repasser deux fois par le même point. Les attracteurs étranges semblent inclure à la fois des lois déterministes et des lois aléatoires [23].

Le terme *attracteur étrange* est introduit pour la première fois par Ruelle et Takens en 1971, pour appeler un ensemble limite d'un système dynamique qui n'est pas une variété et par suite il n'est pas un point fixe, un cycle limite, un tore invariant ou autre. La notion de l'attracteur étrange indique la nature du modèle qui est un « *objet* » mathématique bien défini. Il n'existe pas une définition rigoureuse d'un attracteur étrange ou chaotique mais il existe quelques essais pour définir cet attracteur, mais toutes ces définitions sont restrictives [23].

Par cette définition un attracteur est la limite asymptotique des solutions de l'équation différentielle avec un ensemble des conditions initiales B tel que : $AC B$, c'est-à-dire B est le bassin d'attraction de A .

1.4.2 Section de Poincaré

La section de Poincaré est un hyperplan S qui transforme la trajectoire continue (c) en une succession de points (A, B, \dots) de passages discontinus à travers la section. Un autre aspect de la section de Poincaré est le passage d'une loi dynamique continue à une loi discrète.

La section de Poincaré est un outil très fréquemment utilisé pour étudier les systèmes dynamiques (notamment les trajectoires périodiques). Le principe de construction de cette technique est illustré par la figure suivante [37] :

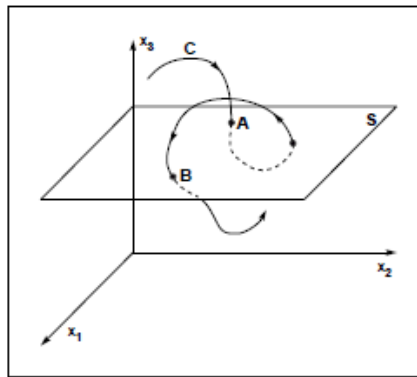


Figure 1.7: Section de Poincaré

1.4.3 Bifurcations

Les systèmes que nous considérons sont en général fonction de paramètres de contrôle. Un point de bifurcation est un point de l'espace de contrôle où le portrait de phase du système change de façon qualitative [22].

- Un système est *structurellement stable* si le portrait de phase ne change pas dans une perturbation de ses paramètres. Par conséquent une bifurcation correspond à une perte de stabilité structurelle. Un petit changement quantitatif des paramètres peut induire un changement qualitatif du comportement. Celui-ci peut être local ou global selon qu'il affecte le portrait de phase dans une région localisée autour d'ensembles limites particuliers ou, au contraire, dans son ensemble.
- Une bifurcation locale se produit lorsqu'un ensemble limite change de stabilité. Par exemple, en dimension 2, on dit qu'il y a une bifurcation lorsque l'une de ses valeurs propre passe par zéro et change de signe, transformant le nœud en un col, et réciproquement.
- Un foyer bifurque quand la partie réelle de ses valeurs propres s'annule et change de signe.
- Un centre est caractérisé par une paire de valeurs propres imaginaires pures conjuguées est à cet égard structurellement instable car la moindre perturbation apportée au système le transforme en un foyer, stable ou instable.

1.5 Exemples de systèmes chaotiques

Dans la section suivante, nous allons donner quelques exemples de systèmes dynamiques non linéaires.

1.5.1 La fonction logistique

La fonction logistique très connue dans la théorie des systèmes dynamiques sert de modèle universellement utilisé pour l'étude des systèmes discrets. Ce système à une dimension définie par la suite suivante [25] :

$$x_{k+1} = f(x_k) = rx_k(1-x_k) \quad 1.11$$

La fonction logistique correspond à un comportement intéressant selon la valeur du paramètre r . on trouve un *cascade de doublements de période* pour décrire la transition entre un comportement périodique et un attracteur chaotique. Une plus grande variété de régimes permanents se présente, parmi lesquelles on trouve :

Pour $r < 3$, le système possède un point fixe attractif, qui devient instable lorsque $r = 3$.

Pour $r > 3$, le système évolue périodiquement de période $2n$, (n entier qui tend vers l'infini lorsque r tend vers 4). On obtient donc une succession de bifurcations lorsque r augmente.

Cette courbe présente un diagramme de bifurcation parce que le comportement asymptotique subit, pour des valeurs du paramètre r bien déterminées, une bifurcation de l'ensemble des états limites.

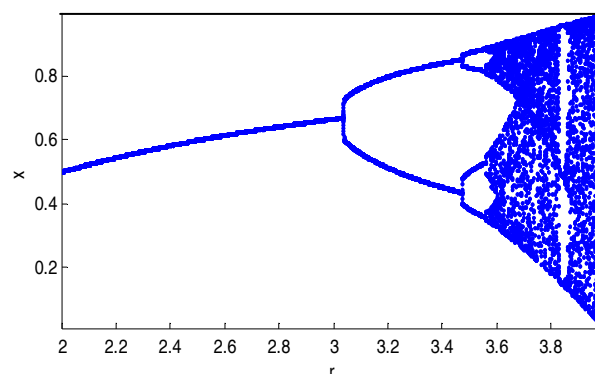


Figure 1.8 : Diagramme de bifurcation pour la fonction logistique

Nous pouvons constater que pour $(1 < r < 3)$, toutes les conditions initiales $(0 < x_0 < 1)$ convergent à la position $p=a$, (a est un point attracteur correspond à l'intersection de la parabole de la fonction logistique avec la droite $y = x$).

Si $r = 2$, la trajectoire converge au point $p=0.5$, à partir de $r = 3$, après la disparition du comportement transitoire, un changement important est constaté, x prend maintenant deux positions d'équilibre qui se commutent alternativement, $p_1 = 0.6503$ et $p_2 = 0.6823$ ($x_0=0.3$ et $x_0=0.4$).

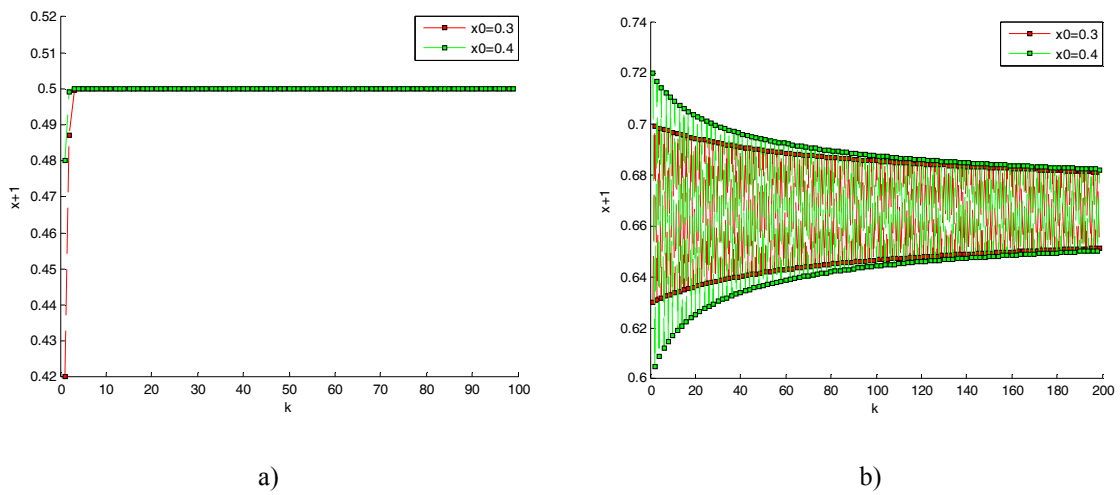


Figure 1.9: Comportement dynamique de la fonction logistique pour a) $r=2$, b) $r=3$,

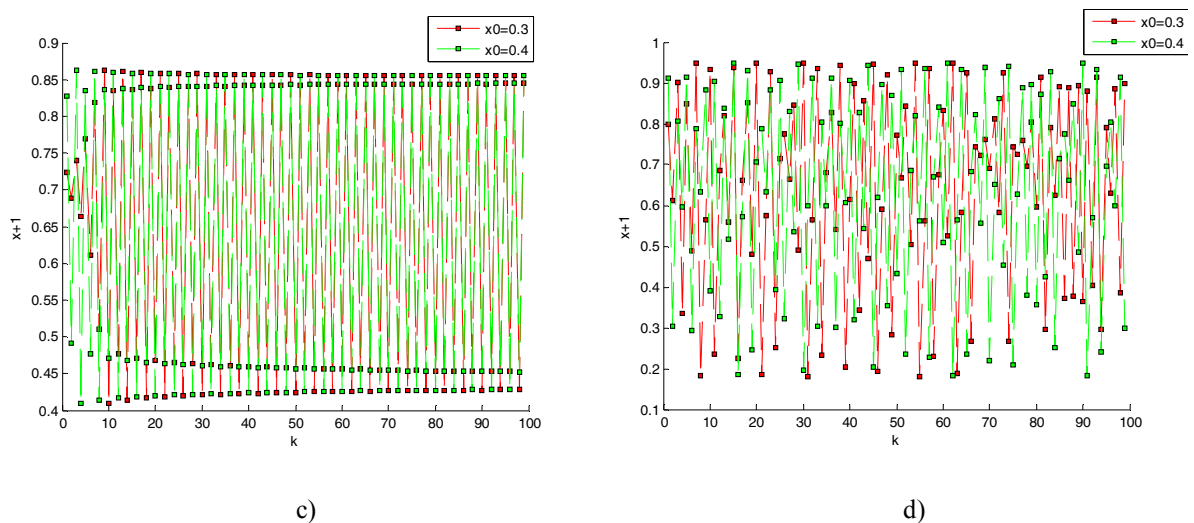


Figure 1.10 : Comportement dynamique de la fonction logistique pour c) $r=3.45$, d) $r=3.8$

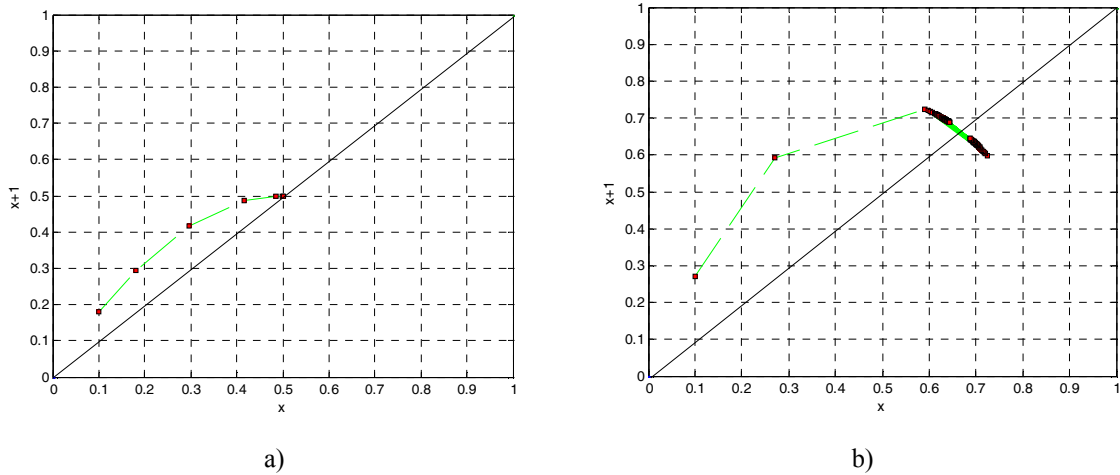


Figure 1.11 : Evolution de (x_{n+1}) pour a) $r=2$; b) $r=3$

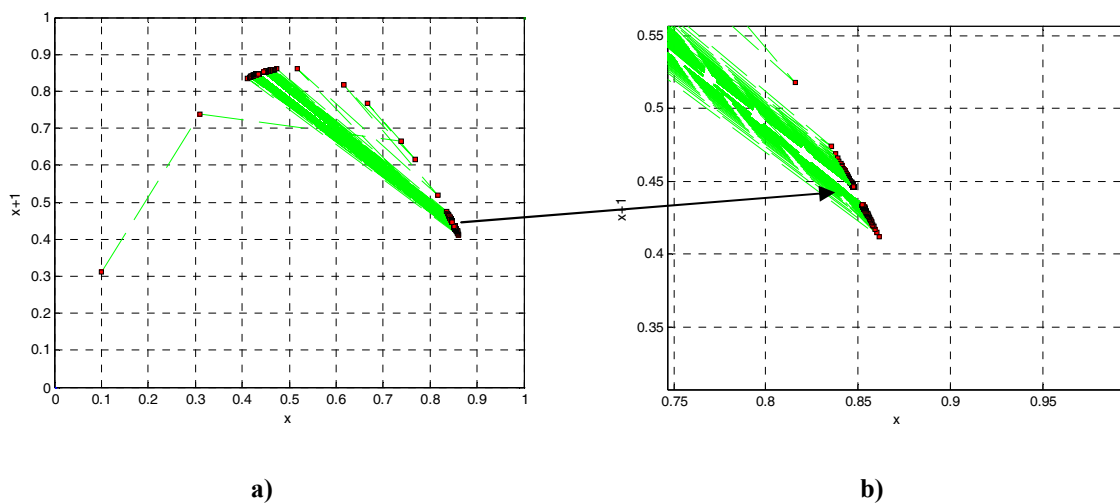


Figure 1.12 : Evolution de (x_{n+1}) pour a) $r=3.45$; b) agrandissement

Cette variation du régime linéaire (un seul état d'équilibre) en régime non linéaire, passant par une valeur parfaitement définie du paramètre r où il y en a deux états d'équilibre (c-à-d : doublement de période), s'appelle "bifurcation".

Si nous augmentons progressivement r , nous allons arriver à une nouvelle valeur de $r = 3,45$ environ, pour laquelle le régime change encore. Cette fois, ce sont quatre états d'équilibre qui se succèdent périodiquement [1].

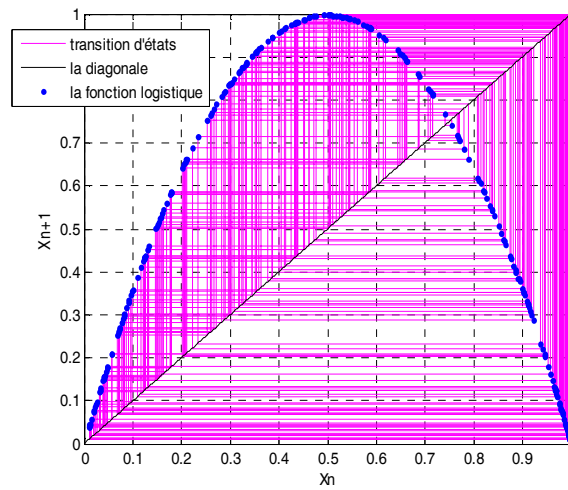


Figure 1.13 : Evolution de (x_{n+1}) , $r=3.9$

Lorsque r tend vers 4, on voit clairement que l'évolution de x_{n+1} donne un comportement totalement chaotique du fait de la succession de bifurcation.

1.5.2 Modèle de Henon

Un autre modèle discret très connu, mais à 2 dimensions, est celui de l'astrophysicien M. Hénon.

$$\begin{cases} x_{n+1} = -1.4x_n^2 + y_n + 1 \\ y_{n+1} = 0.3x_n \end{cases} \tag{1.12}$$

La figure suivante illustre la géométrie discrète de Hénon dans un plan.

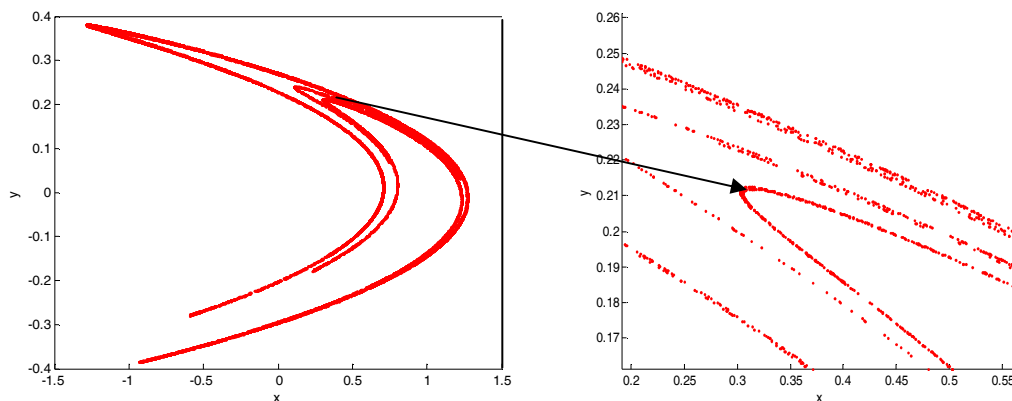


Figure 1.14 : Section de Poincaré de l'attracteur de Hénon et son agrandissement.

1.5.3 Attracteurs de Lorenz

Un célèbre système chaotique est celui de Lorenz, qui a prouvé que la difficulté de la prédiction de la météorologie réside dans l'existence du chaos dans les équations climatiques :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(-x + y) \\ \dot{y} = rx - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad 1.13$$

Lorenz a étudié ces équations dans son article en 1963 [40] et il a observé l'existence d'un attracteur étrange pour les paramètres $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$ [38]. L'illustration de l'espace de phase est donnée par la figure suivante :

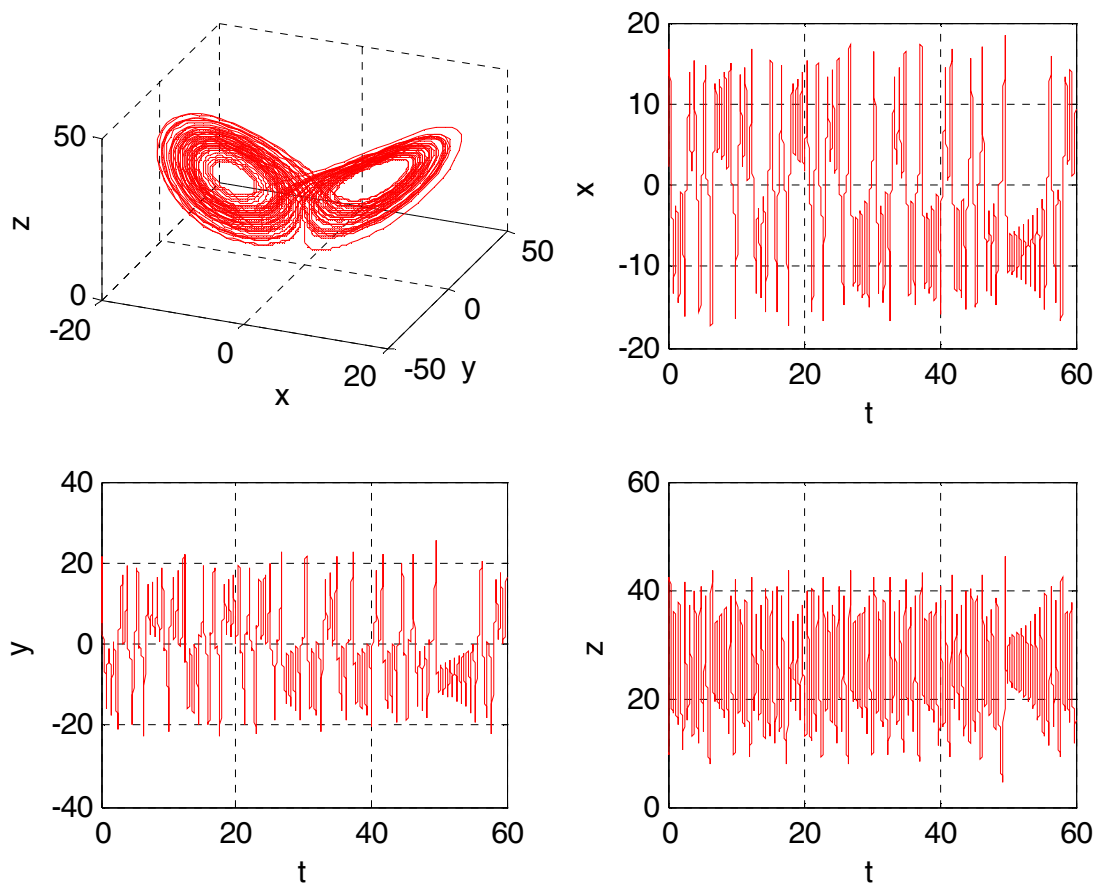


Figure 1.15 : Attracteur de Lorenz

1.5.4 Attracteurs de Rössler

Un autre exemple d'un système dynamique continu est celui de Rössler. Ce système, qui a été proposé par l'Allemand Otto Rössler, est lié à l'étude de l'écoulement des fluides ; il découle des équations de *Navier-Stokes*. Les équations de ce système ont été découvertes à la suite de travaux en cinétique chimique [41].

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + z \\ \dot{y} = x + Ay \\ \dot{z} = Bx + xz - Cz \end{cases} \quad 1.14$$

Les paramètres de trajectoire illustrée dans la figure (figure 1.16) ont été choisis de la manière suivante : $A = 0.3, B=0.3, C = 5$ avec la condition initiale $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 0.3)$. La solution de ce système est un attracteur étrange.

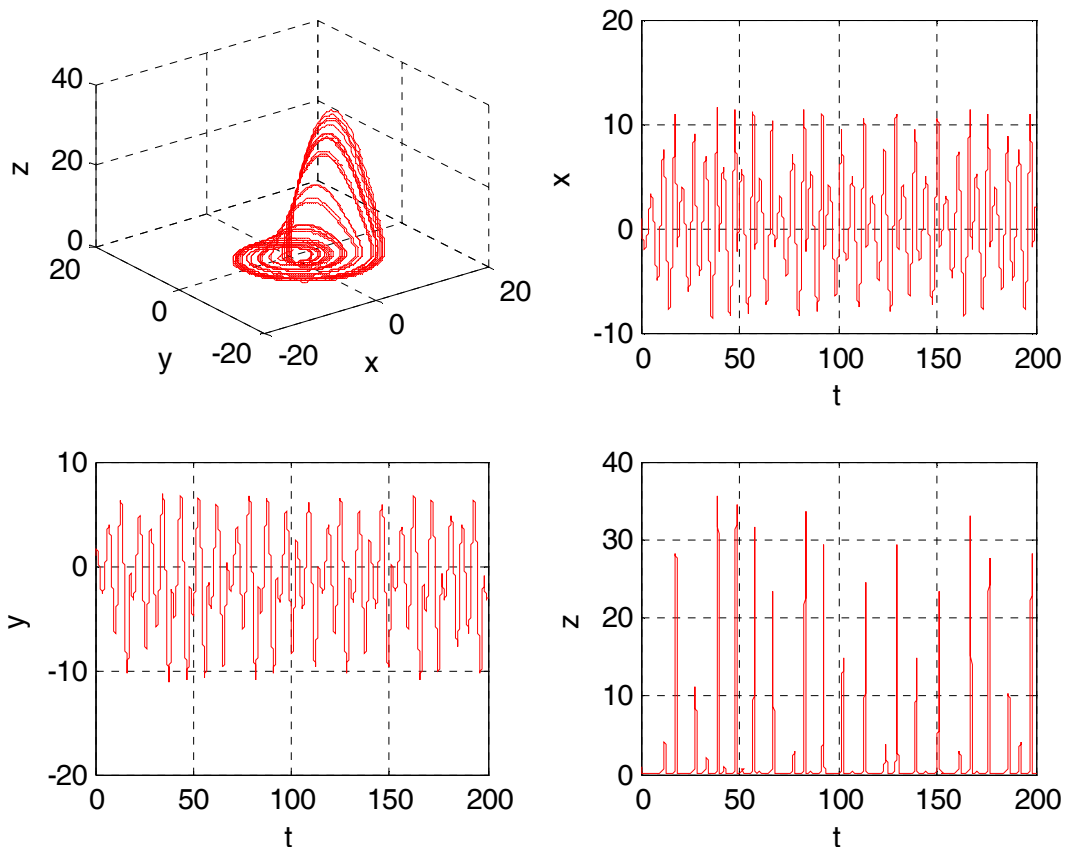


Figure 1.16 : Attracteur de Rössler

1.6 La sensibilité aux conditions initiales

Poincaré a prouvé qu'une petite erreur sur les conditions initiales produirait une erreur énorme sur le résultat final. Cependant, la sensibilité aux conditions initiales constitue la caractéristique essentielle du comportement chaotique d'un système, et la solution devient imprévisible.

Quantitativement, une petite erreur à l'entrée va être amplifiée exponentiellement, ainsi toute prédiction devient pratiquement impossible.

Dans la figure suivante, nous pouvons constater que la variation du système de Lorenz à une petite erreur aux paramètres d'entrée s'amplifie d'une manière imprévisible dans l'état final.

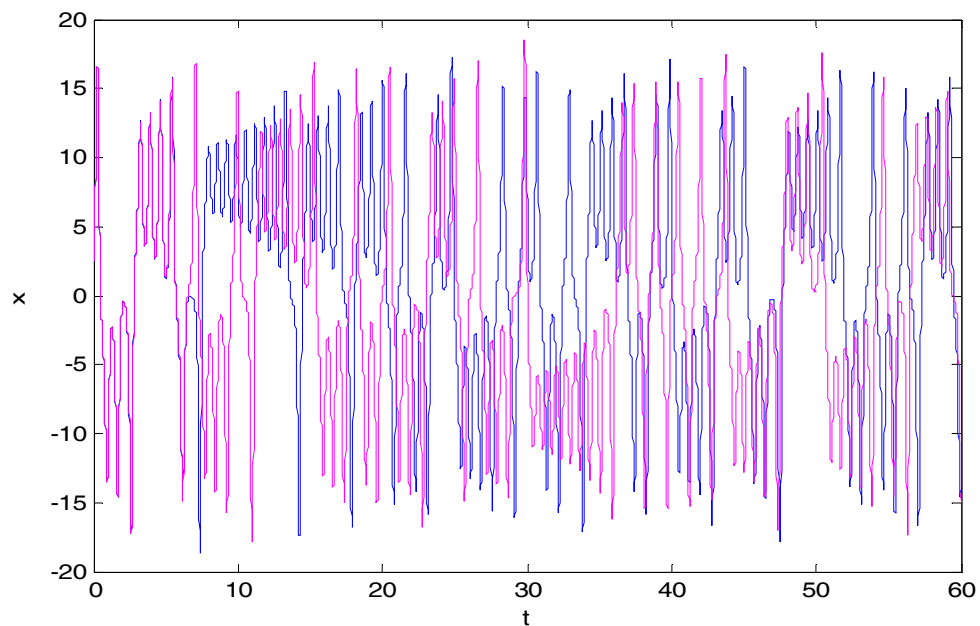


Figure 1.17 : Evolution de la trajectoire en Move pour les conditions initiales $(x_0=2.18; x_1=5.15; x_2=10.20)$ et la trajectoire en Bleu pour les conditions initiales $(x_0=2.17; x_1=5.14; x_3=10.21)$

1.7 Stabilité des systèmes dynamiques

L'étude de la stabilité d'un système se réfère souvent à la théorie directe de Lyapunov qui ne nécessite pas la résolution du système [39]. L'exposant de Lyapunov permet de quantifier la

stabilité ou l'instabilité des mouvements d'un système dynamique. La fonction de Lyapunov est généralement l'approche la plus utilisée pour garantir la convergence du système.

Le système chaotique est caractérisé par l'existence d'un attracteur étrange, et par suite pour cet attracteur deux points de départ initialement très proches divergent de façon exponentielle, donc au moins un exposant de Lyapunov est positif strictement, ceci élabore la notion appelé sensibilité aux conditions initiales.

Géométriquement, cela se traduit par le fait que si on choisit un ensemble de conditions initiales situées dans une sphère infiniment petite de diamètre $\delta(0)$ dans le bassin d'attraction d'un système dynamique de dimension n ; sous l'effet de la dynamique cette sphère va se déformer pour se transformer en ellipsoïde. Le i -ème exposant de Lyapunov se définit alors en fonction de la déformation subie sur la i -ème direction comme [42] :

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\delta_i(t)}{\delta_i(0)}, \quad i = 1..n \quad 1.15$$

L'ensemble $(\lambda_i)_{i=1..n}$ constitue le spectre de Lyapunov.

Un exposant de Lyapunov positif indique que selon la direction qu'il représente la divergence entre deux trajectoires voisines augmente exponentiellement avec le temps. Il s'agit donc bien là d'une caractérisation d'un attracteur étrange.

On peut caractériser le mouvement d'un système dynamique selon les signes des exposants de Lyapunov comme suit :

- Un mouvement instable a un exposant de Lyapunov positif
- Un mouvement stable, un exposant de Lyapunov négatif. Alors le système est asymptotiquement stable ; les trajectoires convergent vers le point d'équilibre.
- Les mouvements bornés ont un exposant de Lyapunov négatif ou nul.
- Un mouvement chaotique si l'un des exposants de Lyapunov d'un système non linéaire est positif.

On peut résumer la correspondance entre le type de l'attracteur et le signe des exposants de Lyapunov dans le Tableau suivant [39] :

Régimes permanentes	Attracteur	Exposants de Lyapunov
Point d'équilibre	point	$0 > \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$
Périodique	courbe fermée	$\lambda_1 = 0$ $0 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$
Quasi-périodique	tore	$\lambda_1 = \dots = \lambda_i = 0$ $0 > \lambda_{i+1} \geq \dots \geq \lambda_n$
Chaotique	fractale	$\lambda_1 > 0$ $0 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$

Tableau 1-1 Classification des régimes permanent en fonction des exposants de Lyapunov

1.8 Les fractales

La notion de fractale a été introduite par le mathématicien Benoît Mandelbrot dans les années 1970 pour désigner des ensembles possédant des propriétés géométriques particulières que l'on peut rapidement résumer par les concepts de similitude interne et d'invariance par changement d'échelle : une structure fractale est la même « de près comme de loin » [43].

Il est possible grâce aux fractales d'aborder l'étude de phénomènes complexes et chaotiques de façon rationnelle permettant de reconnaître pour ces phénomènes une homothétie interne, un mécanisme répétitif souvent très simple et une dimension fractale. Ce qui justifie le développement que connaît cette branche des sciences [44].

1.8.1 Exemple : la courbe de Helge von Koch

Cette courbe de Koch se crée ainsi : au début, c'est-à-dire à l'itération zéro, on dispose d'un état initial qui est un segment de droite L (figure 1.18). À la première itération, ce segment est remplacé par une ligne brisée, formée de 4 segments de longueur $L/3$, que l'on nomme le « générateur » (*starting shape* ou *seed shape*). À la seconde itération, on remplace chacun des 4 segments par le générateur, si bien que chaque nouveau segment mesure $L/9$. À la fin de chaque étape, la forme résultante est reportée en début d'une nouvelle étape, ce procédé se nomme « récursivité ». À la troisième itération, on poursuit le remplacement de chaque segment par une version encore réduite du générateur. En poursuivant de la sorte, on obtient une forme de plus en plus complexe, jusqu'à l'infini [43].

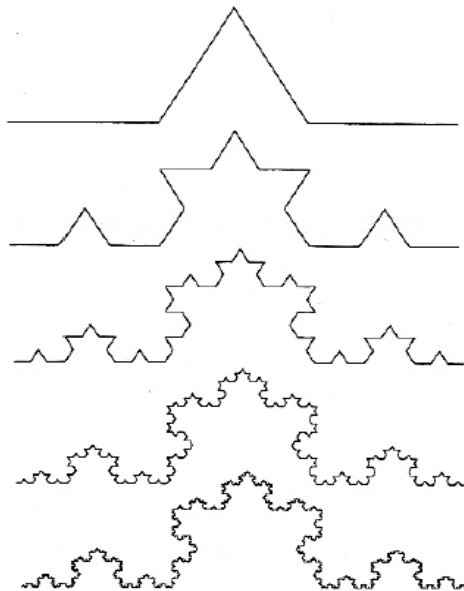


Figure 1.18: La courbe de Koch

1.9 Application du comportement chaotique

L'impact majeur de la théorie du chaos est encore à venir; il ne se limitera pas aux mathématiques, mais se fera sentir sur l'ensemble de la science [45-50]. Dans la littérature on peut trouver plusieurs applications du chaos pour des différents domaines de sciences, telles que [36] :

- **En télécommunication :** L'originalité de l'utilisation du chaos repose sur la prise en compte des propriétés de signaux chaotiques issus soit d'équations différentielles soit de récurrences discrètes non linéaires pour masquer ou mélanger les informations dans une transmission sécurisée.

- **En informatique :** Des procédés de *compression d'images* ont été mis au point à partir des fractales. Des *images de synthèse*, au cinéma ou dans le domaine des jeux vidéo, sont rendues de plus en plus réalistes, toujours grâce aux fractales.

- **En biologie :** La théorie du chaos permet d'expliquer les variations des populations animales, les oscillations du cerveau. (c'est-à-dire un enregistrement graphique de l'activité électrique du cerveau au moyen d'électrodes placées sur le cuir chevelu, est un attracteur étrange). Ce pourrait donc être en vertu de la théorie du chaos que l'homme est libre et unique.
 - Les *arythmies cardiaques* typiques de nombreuses maladies du cœur se trouvent aussi expliquées par la théorie du chaos. Dans un cœur normal, des impulsions électriques se répandent de manière régulière dans les fibres musculaires, qui forcent le ventricule du cœur à se contracter et à pomper le sang. Une fois contractées, les fibres sont insensibles aux signaux électriques ; on parle de période réfractaire. Ce sont ainsi les variations de la durée de la période réfractaire d'une zone du ventricule à un autre qui seraient la cause de la contraction spasmodique à l'origine d'une crise cardiaque.

- **En économie :** Les *marchés financiers*, les *mouvements commerciaux* et, ainsi que les *cycles économiques*, peuvent être expliqués en partie par la théorie du chaos, où les fractales ont un lien très étroit avec le hasard, et permettent donc de modéliser des expériences aléatoires complexes, d'où l'utilisation en finance, pour modéliser les *variations des cours de la Bourse*.

- **En art :** Dans le domaine de l'*art*, depuis les années 1980, la beauté des fractales est exploitée et appréciée, et on voit des expositions se multiplier. Les images fractales ont un intérêt esthétique certain, mais on peut se demander si elles ont une autre utilité.

On peut remarquer certaines fonctions remarquables des fractales dans différents domaines.

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini les différents termes des systèmes dynamiques non linéaires, le chaos, les attracteurs ainsi que la stabilité...etc. nous avons aussi présenté quelques exemples célèbres continus et discrets illustrent la route vers le chaos après un cascade de bifurcation allant d'un état stable à un état chaotique.

Nous avons montré également que les systèmes dynamiques non linéaires pouvaient adopter des comportements dynamiques complexes, sensibles aux conditions initiales et à la valeur des paramètres. Et nous avons cité quelques domaines d'application du chaos. Les notions introduites dans ce chapitre vont être utilisées par la suite. Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser aux non linéarité dans le résonateur piézoélectrique présentant un comportement chaotique sous de fortes excitations.

Chapitre 2

Les résonateurs piézoélectriques

2.1 Introduction

Ce chapitre est une introduction aux matériaux et résonateurs piézoélectriques dont l'intérêt majeur de ce phénomène réside dans le couplage entre les grandeurs électriques et les grandeurs mécaniques. On commence par décrire l'effet piézoélectrique, nous présenterons ensuite le formalisme permettant de mettre le phénomène en équation, puis on va s'intéresser au non linéarité des résonateurs piézoélectriques [51]. On finira par décrire les différents défis actuels au niveau de ce type de résonateurs, ce qui nous permettra de définir les axes de recherche de cette thèse.

2.2 La piézoélectricité

2.2.1 Historique

Le phénomène de piézoélectricité a été observé pour la première fois par l'Abbé R. Haüy en 1817, cependant la découverte de l'effet piézoélectrique revient à Pierre et Jacques Curie qui l'on caractérisé en 1880. La première application a vu le jour pendant la première guerre mondiale avec l'invention du sonar par Paul Langevin [52]. On retrouve ces effets dans de nombreux corps tels que le quartz à l'état naturel et dans les céramiques synthétiques. La découverte expérimentale des premières théories de l'effet direct de la piézoélectricité est due aux travaux de Pierre et Jacques Curie présentés en 1880 sur les cristaux présentant une structure asymétrique [53] où la relation de linéarité entre la contrainte exercée et les charges électriques mesurées a été développée ainsi que les règles de symétrie auxquelles doit satisfaire un matériau pour présenter un effet piézoélectrique.

L'effet piézoélectrique inverse a été mis en évidence par Gabriel Lippmann en 1881 sur la base de calcul thermodynamique et immédiatement vérifié expérimentalement en 1882 par les frères Curie.

Mais c'est lors de la première guerre mondiale que le premier composant électronique intégrant un cristal de quartz voit le jour. Paul Langevin et ses collaborateurs construisent en 1917 le premier générateur ultrasonore à quartz pour les mesures et la détection sous-marine appelé Sonar pour Sound Navigation And Ranging. Le premier oscillateur électronique stabilisé par un cristal de quartz sera réalisé par Walter G. Cady en 1920 [54].

La première réalisation utilisant le phénomène piézoélectrique fut une balance à quartz. La masse à mesurer, déposée sur la surface du cristal, perturbe la fréquence de résonance du Quartz de manière proportionnelle à son poids. Mais, il faudra attendre 1915 et la première guerre mondiale pour voir apparaître des composants électroniques intégrant un cristal de Quartz. Le premier SONAR (Sound Navigation And Ranging) constitué d'un générateur d'ondes élastiques et d'un capteur piézoélectrique fut mis au point par Paul Langevin pour détecter la présence de sous-marins allemands. L'onde acoustique (40 kHz) se propage dans l'eau et se réfléchit sur les obstacles se trouvant sur sa course. L'écho renvoyé est détecté par le capteur piézoélectrique et le temps écoulé entre l'émission et la réception permet de connaître la distance séparant l'émetteur de l'obstacle. Ce principe fondamental est toujours utilisé, mais les techniques, les matériaux utilisés et l'électronique de commande ont été améliorés. Au cours de la seconde guerre mondiale, la transposition de ce principe aux ondes électromagnétiques a donné naissance au RADAR (Radio Detection And Ranging) [55].

Actuellement, la piézoélectricité est présente partout, dans l'usage courant : allume-gaz, briquet, tourne-disque, imprimante à jet d'encre, etc., comme dans les hautes technologies pour contrôler, analyser et caractériser la matière, en échographie industrielle, en imagerie médicale et dans la radiocommunication. Elle est aussi utilisée dans un but esthétique pour le nettoyage d'édifices ou le détartrage dentaire.

Le secteur des communications est le plus gros consommateur de circuits piézoélectriques hautes fréquences : filtres, duplexeurs, VCO (Voltage Controlled Oscillator), les communications sans fils sont devenues aujourd'hui un enjeu économique et industriel incontournable comme le téléphone portable. Les applications nécessitant ce type de composants ne cessent de se développer [56].

2.2.2 Définition

La piézoélectricité des mots grec *piezein* (pression) et *elektron*, est la propriété que possèdent certains matériaux cristallins de pouvoir transformer une énergie mécanique en une énergie électrique et vice-versa [56]. Cet effet est dû à la structure de ces matériaux. En effet, pour qu'un cristal soit piézoélectrique, il doit exister une certaine dissymétrie dans la disposition des charges électriques [53, 57].

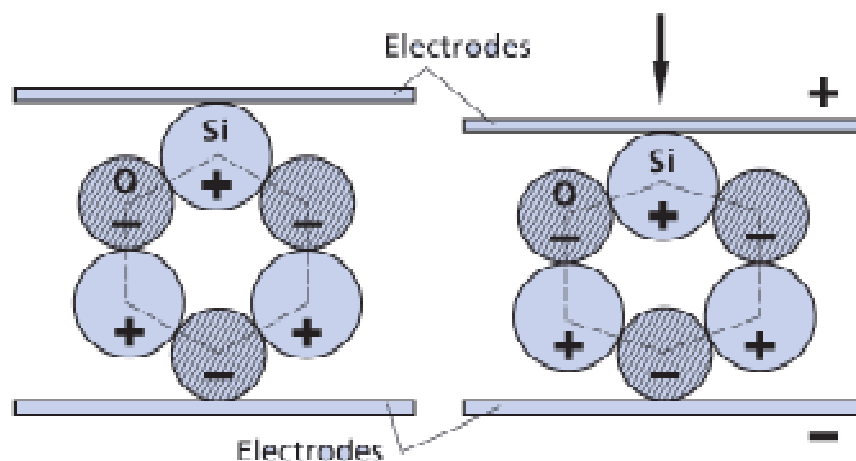


Figure 2.1 : Principe de la piézoélectricité

On distingue les effets piézoélectriques direct et inverse ; l'effet direct est le phénomène d'apparition de charges électriques lorsqu'on soumet un matériau à une contrainte mécanique. Et l'effet inverse correspond à l'apparition d'une déformation mécanique du matériau lorsqu'on le soumet à un champ électrique (figure 2.1) [57].

- **Effet piézoélectrique direct** : l'application d'une contrainte mécanique va déplacer le centre des charges positives et négatives. Ce changement va alors entraîner l'apparition d'une tension proportionnelle à la pression. [52].

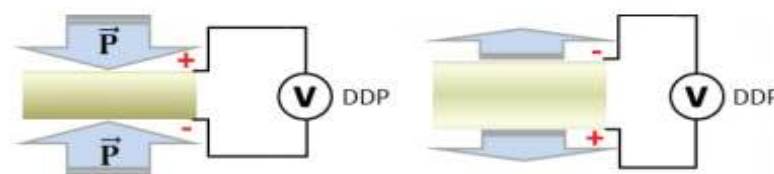


Figure 2.2: Effets piézoélectrique direct

- **Effet piézoélectrique inverse** : si une différence de potentiel est appliquée à un de ces matériaux, la structure cristalline changera et déformera le matériau utilisé.

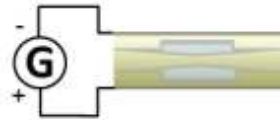


Figure 2.3: Effets piézoélectrique inverse

2.3 La structure cristalline

Du point de vue macroscopique, l'état solide est caractérisé par l'existence de forces d'interaction entre les particules (atomes, ions, molécules). L'état solide peut être divisé en état amorphe, mésomorphe (paracristallin) et cristallin. Parmi celles-ci, l'état cristallin est caractérisé par une géométrie régulière des corps et une disposition périodique des atomes composants selon les trois directions spatiales, c'est à dire qu'ils présentent une symétrie extérieure et une symétrie cristalline. L'existence des éléments de symétrie fait que les propriétés physiques des corps cristallins ont une anisotropie prononcée, leur propriétés physiques étant différentes selon les direction. Les matériaux piézo-électriques sont anisotropes. Il est à remarquer que dans un cristal il existe des directions appelées équivalentes où les propriétés physiques restent les mêmes. C'est le cas du quartz qui est le plus connu des matériaux piézoélectriques [58].

Parmi les 32 classes cristallines, 21 sont dépourvues de centre de symétrie : les centres de gravité des charges positives et négatives ne coïncident pas. Il en résulte l'existence dans le cristal d'un dipôle électrique. Parmi celles-ci, 20 classes cristallines présentent l'effet piézoélectrique. Dans ces 20 classes, 10 présentent une polarisation électrique spontanée en l'absence d'un champ électrique extérieur : elles sont dites polaires. La polarisation électrique ne peut être observée directement car elle est annulée par des charges libres à l'intérieur ou à la surface du cristal. Cependant lorsque la température varie, la mesure de l'écoulement des charges dans un circuit fermé permet de mettre en évidence la variation de polarisation. Les cristaux appartenant à ces 10 classes sont appelés pyroélectriques. Les cristaux ferroélectriques forment un sous-groupe des matériaux pyroélectriques pour lesquels le sens

de la polarisation peut être renversé sous l'action d'un champ électrique suffisamment intense.

Cette polarisation s'annule pour une température appelée " température de Curie" (la permittivité passe par un maximum) au-dessus de laquelle le cristal possède une structure non polaire appelée paraélectrique : il ne présente plus alors l'effet piézoélectrique [56].

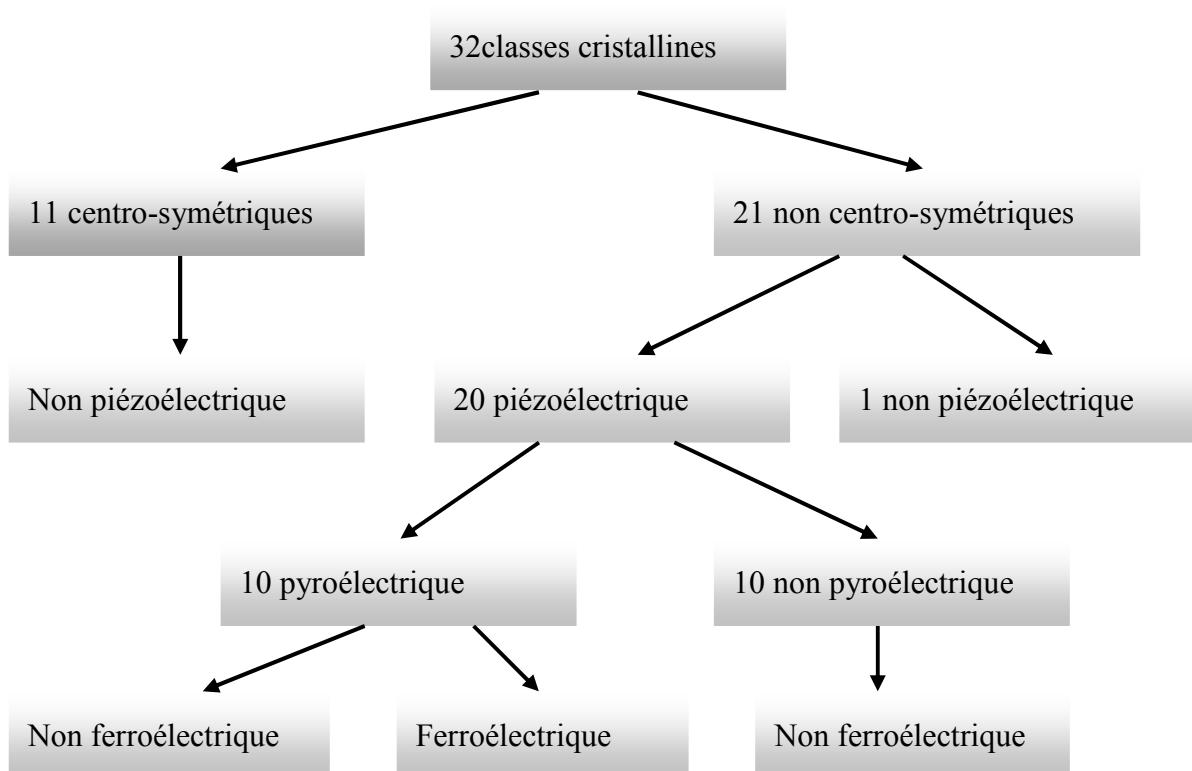


Figure 2.4: Répartition des classes cristallines selon certaines propriétés des matériaux [59]

2.4 Résonateurs piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques constituent un lien, une passerelle, entre deux domaines de la physique : l'acoustique et l'électromagnétisme. Ils permettent de convertir un signal hyperfréquence en une onde acoustique progressive. La structure du résonateur et celle du motif d'excitation déterminent la manière dont cette onde va se propager. Pour une propagation sur la surface de la couche du matériau piézoélectrique, l'onde est appelée « onde de surface » (SAW : Surface Acoustic Wave) et pour une propagation suivant l'épaisseur,

l'onde est appelée « onde de volume » (BAW : Bulk Acoustic Wave). Ces deux possibilités sont exploitées dans les structures suivantes [60].

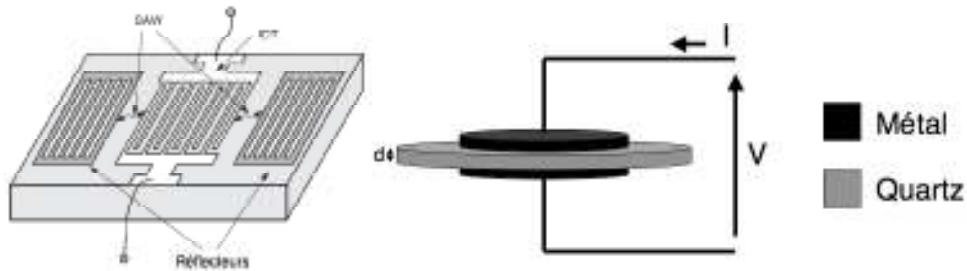


Figure 2.5: Résonateurs piézoélectriques à quartz : SAW (à gauche) et BAW (à droite)

2.4.1 Couplage électromécanique

Pour déterminer la conversion électromécanique dans un matériau piézoélectrique, il faut considérer de façon globale les différentes valeurs des coefficients mécaniques, électriques et piézoélectriques. Il est défini pour une géométrie de résonateur et un mode de vibration particuliers [57]. Le coefficient de couplage électromécanique appelé coefficient k est la capacité d'un matériau piézoélectrique à convertir une énergie en une autre. Cette caractéristique très importante dépend des propriétés du matériau utilisé mais également de son orientation ainsi que de la nature de la vibration considérée et il peut être calculé pour les différents modes de vibrations.

$$k = \sqrt{\frac{\text{Energie transformée}}{\text{Energie fournie}}} \quad 2.1$$

Une autre définition consiste à définir k à partir d'une des relations piézo-électriques (tableau 2-3) réduite à une dimension seulement, de la manière suivante [53] :

$$k = \frac{\text{constante piézoélectrique}^2}{\text{constante élastique} \cdot \text{constante diélectrique}} \quad 2.2$$

2.4.2 Facteur de qualité

Le facteur de qualité d'un résonateur, ou coefficient de surtension mécanique, traduit les pertes mécaniques d'un résonateur au cours d'une période de vibration [56].

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie stockée dans le résonateur}}{\text{Energie dissipée pendant une période de vibration}} \quad 2.3$$

L'énergie dissipée a plusieurs causes :

- A l'intérieur du résonateur : amortissement visqueux du matériau, phénomènes thermoélastiques.
- A la surface du résonateur : présence des électrodes, rugosité (défaut d'usinage).
- A l'extérieur du résonateur : amortissement gazeux, influence de la fixation.

2.4.3 Température de Curie

Au-delà d'une certaine température (température de Curie) un matériau piézoélectrique perd ses propriétés. Pour les matériaux piézoélectriques ferroélectriques il s'agit d'un changement de phase structurelle qui a pour conséquence de supprimer la polarisation rémanente. Le matériau passe de l'état ferroélectrique à l'état para-électrique [56]. Dans le cas des matériaux piézoélectriques non ferroélectriques, cette notion existe et correspond aussi à un changement de structure cristalline.

2.4.4 Modes de vibrations

Un matériau piézoélectrique, excité par un champ électrique alternatif de faible intensité et de pulsation, entraîne la génération d'une onde acoustique qui se propage suivant l'épaisseur de la couche piézoélectrique. Lorsque ω est égale à un mode propre de résonance du matériau, une résonance est induite. Cette résonance électromécanique dépend de la géométrie de l'échantillon, de la direction du champ d'excitation E et de la polarisation. La caractérisation d'un résonateur piézoélectrique nécessite différentes géométries avec des dimensions bien définies, afin de contraindre la vibration dans une direction spécifiée et d'assurer la séparation des modes de résonances [61].

La polarisation de cette onde détermine le mode de vibration du résonateur (Tableau 2-1).

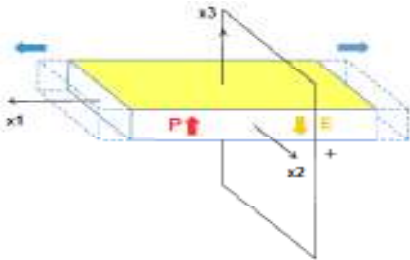
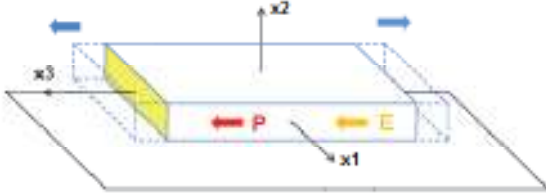
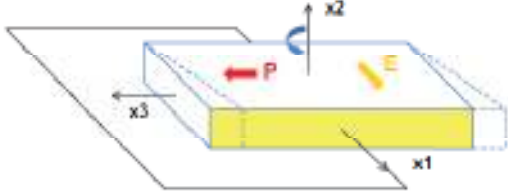
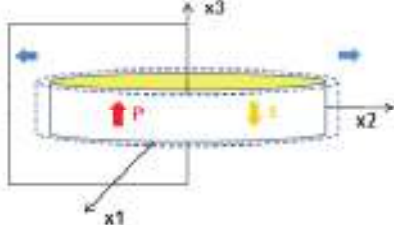
Mode de vibration	Coefficients de couplage k
 <p data-bbox="408 678 632 707">Mode transversal</p>	$K_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{\omega_{33}^T S_{11}^E}}$
 <p data-bbox="400 958 639 987">Mode longitudinal</p>	$K_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{\omega_{33}^T S_{33}^E}}$
 <p data-bbox="381 1240 663 1270">Mode de cisaillement</p>	$K_{15} = \frac{d_{15}}{\sqrt{\omega_{11}^T S_{44}^E}}$
 <p data-bbox="440 1547 600 1576">Mode radial</p>	$K_p = K_{31} \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{S_{12}}{S_{11}}}}$

Tableau 2-1: Différents coefficients de couplage électromécanique suivant la géométrie, le mode de vibration et la polarisation P [62]

2.5 Grandeurs physiques de la piézoélectricité

La piézoélectricité est un phénomène de couplage entre les grandeurs électriques (champ électrique E, déplacement électrique D) et les grandeurs mécaniques (contrainte T, déformation S). Les relations de proportionnalité qui les lient, dans le cas d'un matériau isotrope, peuvent

s'écrire de manière simplifiée [59]. L'effet piézoélectrique direct se traduit par l'équation (2.4) :

$$D = dT \tag{2.4}$$

L'effet piézoélectrique inverse se traduit par une déformation du matériau sous l'application d'un champ électrique (ou d'une tension) :

$$S = dE \tag{2.5}$$

Le coefficient de proportionnalité entre D et T et entre S et E est le même, et est appelé constante piézoélectrique. La piézoélectricité, étant un effet sensible au champ électrique, ne peut se produire que dans des diélectriques et des semi-conducteurs.

Les différentes grandeurs physiques sont décrites dans le Tableau (2.2).

<i>Grandeur physique</i>	<i>Symbole</i>	<i>Unité</i>
Contrainte	T	N.m-2
Déformation	S	/
Champ électrique	E	V.m-1
Induction électrique	D	C.m-2
Souplesse	s	m ² .N-1
Constante piézoélectrique	d	m.V-1
Permittivité électrique	ϵ	F.m-1

Tableau 2-2: Différentes grandeurs physiques

A ces deux effets piézoélectriques se superposent les propriétés élastiques du matériau, qui se traduisent par la relation suivante :

$$S = sT \tag{2.6}$$

Les propriétés diélectriques du matériau, qui se traduisent par la relation suivante :

$$D = \epsilon E \tag{2.7}$$

Les différentes propriétés du matériau piézoélectrique peuvent être résumées sur la figure (2.6) où sont donnés les différents liens entre les grandeurs physiques du matériau piézoélectrique : la contrainte, la déformation, le champ électrique et l'induction électrique.

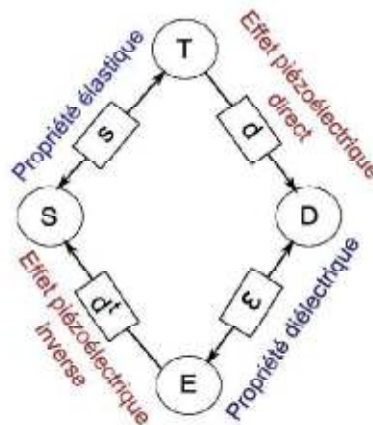


Figure 2.6 : Relations entre les différentes grandeurs physiques [67]

2.5.1 Propagation d'une onde acoustique en milieu piézoélectrique

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique, les relations décrivent les efforts mécaniques et la polarisation d'un diélectrique piézoélectrique soumis à un champ électrique et à des déformations par les tenseurs suivants:

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} + \varepsilon_{ik}^S E_k \end{cases} \quad 2.8$$

c^E Correspond à la rigidité à champ électrique nul, e à la constante piézoélectrique et ε^S à la permittivité à déformation nulle.

$$\begin{cases} C^E = (s^E)^{-1} \\ e = dC^E \\ \varepsilon^S = \varepsilon^T - dC^E d^t \end{cases} \quad 2.9$$

La souplesse s est notée avec un indice E , puisqu'elle est mesurée lorsque E est nul. De même la permittivité électrique ε est notée avec un indice T , puisqu'elle est mesurée lorsque la contrainte dans le matériau est nulle. S et T sont des tenseurs, D et E sont des tenseurs d'ordre 0 que l'on assimilera à des vecteurs. L'exposant t correspond à la transposée du tenseur. Les ordres et les composantes de ceux-ci seront précisés dans le paragraphe suivant [63].

c_{ijkl} est les tenseurs des rigidités élastiques, e_{mij} est les constantes piézoélectriques et ε_{mn} est les permittivités. ses valeurs sont données dans les standards spécialisés de cristallographie.

2.5.2 Matrices piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques sont anisotropes, et il est donc nécessaire de définir des tenseurs (pour la souplesse, la matrice piézoélectrique...). Il existe 6 mouvements possibles dans l'espace, qui sont représentés par le trièdre suivant, 3 mouvements de translation et 3 mouvements de rotation. La direction de polarisation est toujours choisie selon l'axe 3.

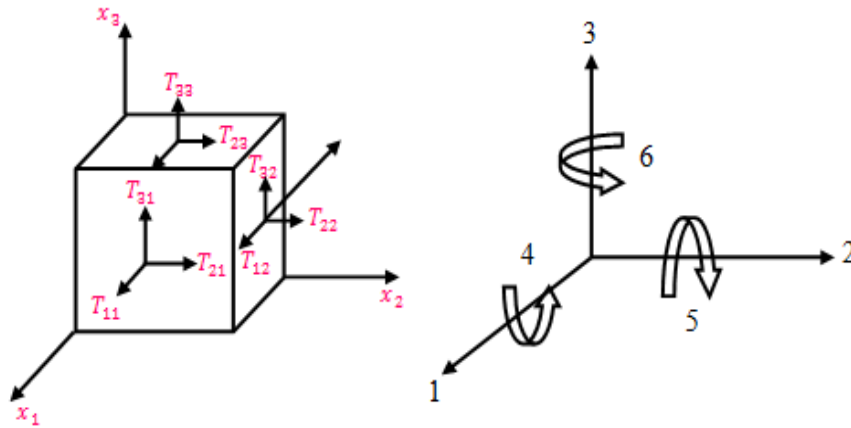


Figure 2.7: Axes de référence [63]

Le champ électrique E et l'induction électrique D sont des vecteurs avec 3 composantes. La contrainte T et la déformation S sont des tenseurs avec 6 composantes : les 3 axes du repère, et les axes croisés correspondant aux rotations. De ce fait, la souplesse s s'exprime sous la forme d'un tenseur 6 x 6, les coefficients piézoélectriques d sous la forme d'un tenseur 6 x 3, et la permittivité électrique sous la forme d'un tenseur 3 x 3.

Les matériaux piézoélectriques n'ont pas de centre de symétrie. La structure la moins symétrique, la structure triclinique, présente 27 coefficients différents, mais avec l'augmentation de la symétrie, le nombre de coefficients piézoélectriques diminue. Les céramiques piézoélectriques appartiennent à la classe de symétrie mm/∞ , et les matrices de souplesse, piézoélectriques et de permittivité ont les structures suivantes [63] :

$$e = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix} \quad 2.10$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.11$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad 2.12$$

Les différents coefficients de ces matrices dépendent du matériau utilisé ainsi que du type de dépôt de ce matériau et du procédé de fabrication. En effet, suivant le procédé de fabrication le niveau d'impuretés par exemple peut varier, et modifier les coefficients piézoélectriques. Ces coefficients sont très dépendants de la fabrication et peuvent diminuer avec le temps, ce qui correspond à l'usure du matériau.

2.5.3 Les classes principales de matériaux piézoélectriques

Il existe quatre classes principales de matériaux piézoélectriques : les cristaux qui possèdent une piézoélectricité naturelle, les céramiques, les polymères et les composites qui doivent être polarisés [64]

2.5.3.1 Les cristaux

Le cristal piézoélectrique le plus connu est le quartz mais ses propriétés en termes de performance sont peu attrayantes pour les applications en vibration. D'autres matériaux, tel que le niobate de lithium (LiNbO3) ou le tantalate de lithium (LiTaO3) affichent des valeurs de coefficient de couplage plus élevées mais le coût élevé et la fragilité de ces cristaux explique qu'on ne les retrouve que très peu dans les produits actuels [64].

2.5.3.2 Les céramiques

Les premiers matériaux piézoélectriques de synthèse à base de Titanate de Barium apparaissent après 1945. Zirconium Titanate de Plomb (PZT), élaborés dès 1945 se répandent très rapidement car leurs caractéristiques supplantent de loin celles de tous les autres matériaux piézoélectriques. Ils sont utilisés en contrôle actif de structure en tant qu'actionneurs et capteurs ils peuvent intervenir dans la composition de matériaux composites actifs [65].

2.5.3.3 Les polymères

Certains polymères tels que le PVDF (PolyVynilDiFluorure) et des copolymères tels que le PVDF-TrFE peuvent acquérir des propriétés piézoélectriques. Ils possèdent une épaisseur pouvant être très faible et une grande flexibilité qui les rend adaptables à des surfaces non planes. Ils ont été éprouvés et sont utilisés dans diverses applications. Ils sont efficaces en tant que capteurs, grâce notamment à leur faible hystérésis [64]. Cependant leur faible coefficient de couplage électromécanique les pénalise en temps qu'actionneurs. Ils présentent de plus des pertes diélectriques élevées.

2.5.3.4 Les composites

Ce sont des céramiques massives. Ces matériaux, d'abord développés pour des applications sonar, ont fait leur apparition au début des années 80 et représentent l'avancée majeure dans le domaine des matériaux piézo-électriques [65], depuis l'apparition des PZT dans les années 60.

2.6 Le quartz

Le quartz est une forme cristalline particulière de la silice. Il se présente sous deux formes : le quartz- α et le quartz- β . Bien que ces deux formes soient piézoélectriques, seul le quartz- α est utilisé dans la conception de résonateurs (le quartz- β ne possède qu'une seule constante piézoélectrique non nulle alors que la forme α en contient deux). Suivant le sens de rotation de l'hélice du cristal de quartz, ce dernier est appelé quartz droit ou quartz gauche [52].

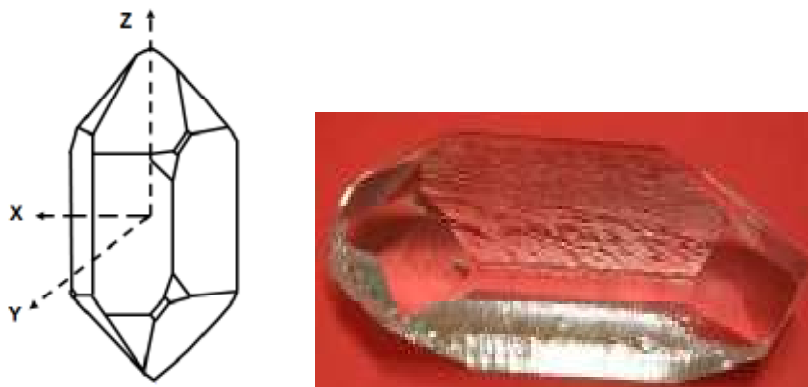


Figure 2.8: Structure et barreau de quartz synthétique [52]

Au delà de 573°C (température de Curie), le quartz devient instable. Sa structure cristalline subit une légère transformation ce qui entraîne une modification de la symétrie du cristal et par conséquent de ses propriétés piézoélectriques. Le quartz se change alors en quartz- β [53].

Comme tout matériau piézoélectrique, le quartz est anisotrope, ce qui signifie que ses propriétés physiques varient suivant la direction considérée. Les tenseurs des constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques vus précédemment sont donc liés au repère utilisé.

En fonction de la direction choisie, le comportement des résonateurs sera différent. Ils pourront alors posséder certaines particularités comme une insensibilité à la température ou aux contraintes appliquées sur la lame.

Pour étudier la stabilité des ondes se propageant dans les milieux piézoélectriques, il est nécessaire d'introduire les non linéarités inhérentes à la propagation ainsi que la dispersion : celle-ci peut être due aux conditions d'excitation (conditions aux limites, nature du transducteur source) ou à la microstructure du milieu de propagation [66].

2.6.1 Sensibilité aux paramètres extérieurs

Le comportement du quartz dépend de l'orientation du cristal utilisé. Le résonateur est également sensible à des paramètres extérieurs [67] comme la température, la pression, l'accélération, les radiations [68].

- ***Température***

En fonction de la température, le quartz va se dilater de façon non isotrope, ce qui va entraîner une modification de ses dimensions. De plus, ses coefficients élastiques vont varier sous l'effet de la température. Ces phénomènes vont induire un décalage de la fréquence de résonance. Le comportement statique de la fréquence en fonction de la température (T uniforme dans le quartz) peut être représenté, dans une gamme de -50°C à +150°C, sous la forme d'un polynôme du 3ème ordre [68-69].

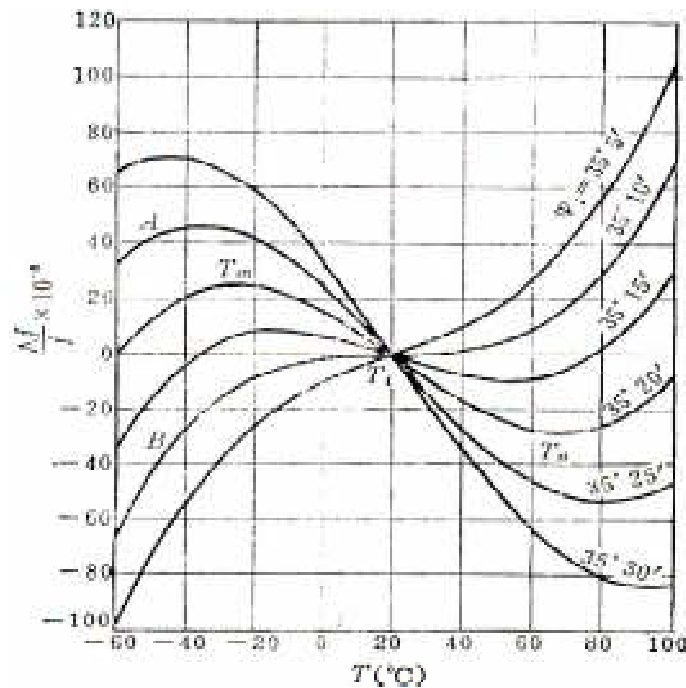


Figure 2.9: Propriété fréquence- température d'un résonateur à cristal [70]

- **Force**

La fréquence de résonance d'un résonateur peut également varier à cause des contraintes appliquées sur la lame pendant l'usinage, du dépôt des électrodes, mais une grande partie de ces variations provient aussi des contraintes mécaniques dues à la structure de maintien du résonateur.

- **Accélération**

Un autre paramètre affectant la fréquence de résonance est l'accélération. En effet, on observe une variation de la fréquence de résonance lorsqu'un résonateur subit une accélération constante. Cette accélération va exercer des forces au niveau des fixations et dans le volume du quartz. La dérive de la fréquence est alors proportionnelle à l'amplitude de l'accélération et va dépendre de la direction dans laquelle celle-ci est appliquée [68].

2.6.2 Effet amplitude-fréquence

L'effet amplitude-fréquence ou le défaut d'isochronisme, est la variation de la fréquence de résonance en fonction de la puissance électrique d'excitation du résonateur. Cet effet est

principalement dû à la non-linéarité [71-73] du quartz et plus particulièrement à ses coefficients élastiques du 4e ordre (28 constantes indépendantes).

La fréquence de résonance va évoluer avec le carré du courant selon la loi suivante :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = a I_0^2 \quad 2.13$$

Où I est le courant maximal [A] et a le coefficient de sensibilité [A^{-2}]. La valeur de ce coefficient va dépendre principalement du type de résonateur utilisé, du mode de vibration et de la coupe considérée. La figure (2.10) illustre les effets de la non-linéarité du quartz sur le courant.

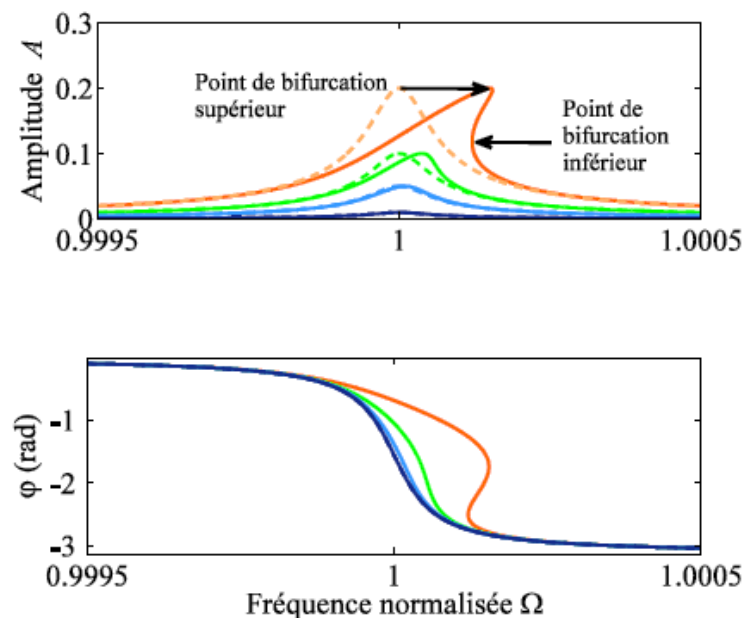


Figure 2.10: Effet de la tension d'alimentation sur le courant et la phase

Les réponses fréquentielles typiques d'un résonateur de pulsation propre unitaire soumis à une non-linéarité cubique durcissante de type Duffing pour différentes amplitudes d'actionnement. Les lignes pointillées correspondent au cas linéaire (dans ce cas les réponses en phase sont superposées à la courbe en bleu foncé) [74-75].

Quelle que soit la tension d'alimentation, le courant atteint son amplitude maximale lorsque le résonateur est excité à sa fréquence de résonance. A forte puissance, la courbe de courant en fonction de la fréquence devient asymétrique sous l'effet de la non-linéarité du quartz [52].

2.6.3 Schéma équivalent du résonateur

Les ondes de volume dans les résonateurs piézo-électriques sont modélisées du point de vue électrique par le modèle BVD (Butterworth Van-Dyke) composé d'éléments électriques. Le schéma électrique comportant un circuit RLC série en parallèle avec une capacité statique C_0 dont les valeurs dépendent de certains paramètres acoustiques « macroscopiques » comme le coefficient de couplage électromécanique, les fréquences de résonance (résonance série) et d'antirésonance (résonance parallèle) ou les facteurs de qualité série et parallèle [76].

Les grandeurs L_1 , C_1 et R_1 sont l'inductance dynamique, la capacité dynamique et la résistance respectivement. La capacité C_0 représente la capacité électrique statique entre les électrodes. Du point de vue équivalence mécanique, la masse vibrante est représentée par l'inductance L_1 , l'élasticité par la résistance dynamique C_1 et l'amortissement par la capacité R_1 .

En pratique il est impossible de réaliser un tel schéma équivalent du résonateur à partir de composants passifs discrets. Plus le facteur de qualité Q est élevé, plus l'oscillateur électronique aura une meilleure stabilité; le facteur de qualité Q arrive à avoir des valeurs de quelques 10^6 pour les résonateurs de très haute stabilité utilisés en métrologie temps-fréquence.

Autour d'une des fréquences de résonance, c'est-à-dire autour de la fréquence d'oscillation de l'oscillateur final, le quartz peut se modéliser comme suit :

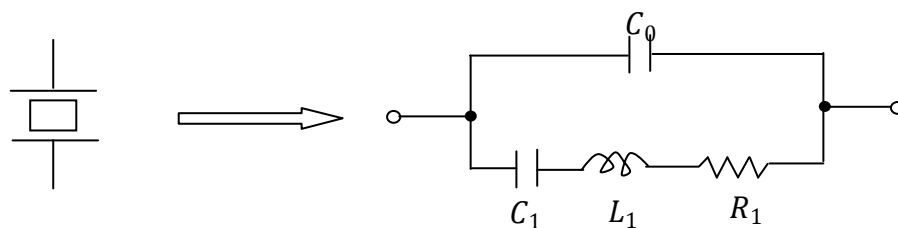


Figure 2.11: Symbole et schéma électrique d'un résonateur à quartz

Les fréquences de résonance série f_s et d'antirésonance parallèle f_p sont données par :

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad ; \quad f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 \left(\frac{C_1 C_0}{C_1 + C_0}\right)}} \quad 2.14$$

L'évolution de la phase et de l'amplitude de la quantité de charges collectées en sortie du résonateur en fonction de la fréquence d'excitation est illustrée par la figure suivante :

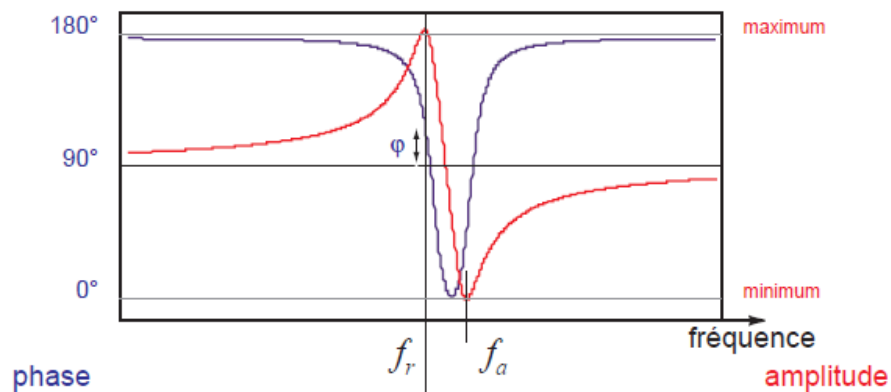


Figure 2.12: Diagramme de l'amplitude et de la phase des charges en sortie du résonateur piézoélectrique [56]

Il est possible de s'affranchir de l'antirésonance et d'obtenir une phase nulle à la résonance en annulant électroniquement la capacité inter-électrodes C_0 [77]. On utilise pour cela un circuit composé d'un inverseur et d'une capacité de valeur égale à C_0 que l'on branche en parallèle du résonateur [56]. L'ensemble résonateur et capacité "négative" ne présente plus ainsi que la seule résonance pour un déphasage de 90° (figure 2.13).

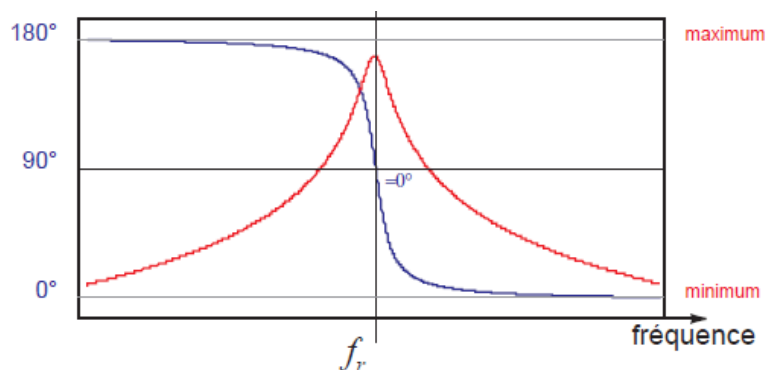


Figure 2.13: Diagramme de l'amplitude et de la phase des charges en sortie du résonateur piézoélectrique avec compensation de la capacité C_0

2.6.4 Le quartz dans les oscillateurs

Les résonateurs BAW peuvent être utilisés soit dans les oscillateurs [76], soit dans les filtres RF présents dans les émetteurs récepteurs hautes fréquences. Ces deux fonctions sont très importantes car elles déterminent la sélectivité des récepteurs et l'encombrement spectral des émetteurs [55].

Un oscillateur est un circuit générant un signal périodique en l'absence de toute excitation extérieure. Un moyen simple d'obtenir un oscillateur sinusoïdal de tension est d'utiliser une boucle de réaction avec une entrée nulle (Figure (2.14)).

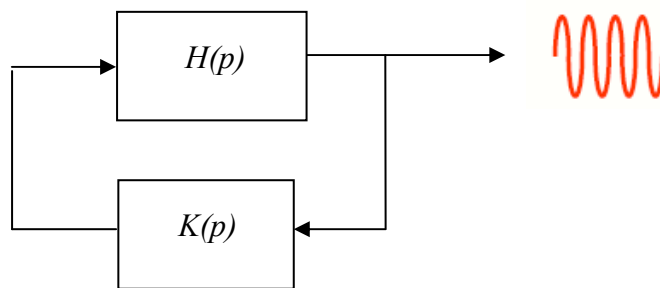


Figure 2.14: Structure d'un oscillateur

Une chaîne directe $H(p)$ qui est un amplificateur à Aop ou à transistor selon la fréquence de travail. Un quadripôle $K(p)$ de réaction (filtre) qui réinjecte à l'entrée de l'amplificateur une fraction du signal de sortie. La transmittance de boucle:

$$T(p) = H(p) \cdot K(p) \tag{2.15}$$

Les quartz permettent également de réaliser des filtres passifs très sélectifs [76]. La méthodologie de synthèse proposée par [55] est décrite par l'organigramme de la Figure suivante.

La synthèse commence par l'initialisation des paramètres fixes de chaque résonateur (k, Q, ϵ_r, \dots) Les paramètres variables des résonateurs (f, S, \dots) sont optimisés en minimisant une fonction d'erreur qui dépend des paramètres [S] du gabarit donné [55].

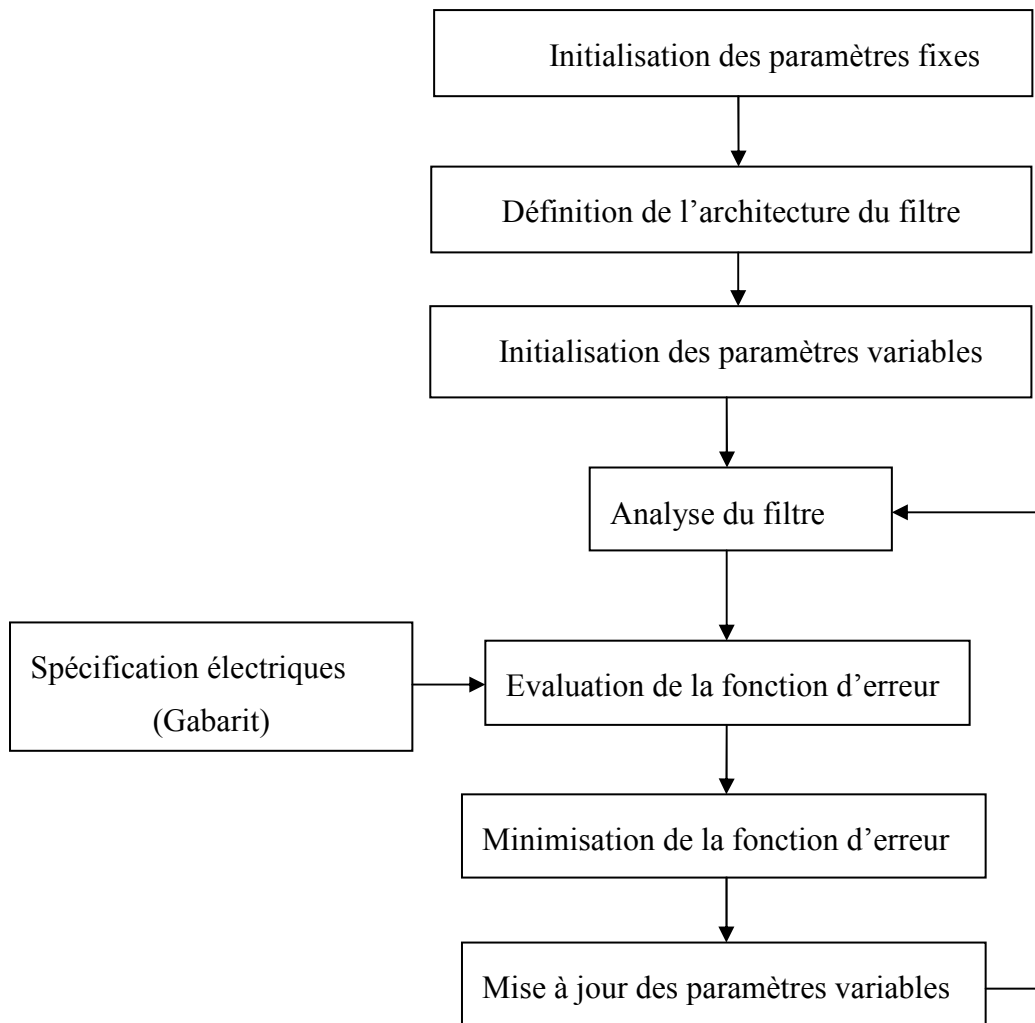


Figure 2.15: Méthodologie de synthèse de filtre BAW

2.6.5 Applications

Les éléments piézoélectriques se trouvent dans des applications industrielles [53] :

- Dans des capteurs de pression, d'effort, ou d'accélération où l'effet direct est utilisé : la linéarité et la sensibilité (tensions détectables même pour de faibles efforts) sont mises à profit.
- Des émetteurs ultrasonores utilisent l'effet indirect ; en particulier on peut citer l'utilisation comme émetteur dans les systèmes sonar, première application de l'effet indirect proposée par Langevin en 1915. Des éléments piézoélectriques sont également utilisés pour détecter les ondes sonores dans l'eau, où leur impédance mécanique et leur sensibilité fait de très bons hydrophones. On peut aussi utiliser ce type de systèmes en imagerie médicale (échographie).

Ces systèmes sont aussi utilisés dans l'air et maintenant répandus jusque dans les pare-chocs de certaines voitures (improprement appelés radars de recul).

– Le rendement et la puissance des émetteurs peuvent être très élevés si on les utilise à leur résonance mécanique ; on le trouve dans des applications comme le nettoyage à ultrasons (les ondes de pression émises dans un liquide provoquent de la cavitation à la surface de la pièce à nettoyer), la soudure par ultrasons (où les vibrations à l'interface entre deux pièces créent de la chaleur), la destruction de calculs rénaux et tumeurs cancéreuses (où on focalise des ultrasons sur la partie à détruire), le détartrage des dents (où l'outil du dentiste vient gratter la surface des dents) ...

– On peut aussi utiliser des éléments piézoélectriques comme haut-parleurs.

– On utilise des éléments piézoélectriques dans des circuits d'horloge (montre à quartz) où les oscillations mécaniques à haute fréquence d'un petit élément piézoélectrique (souvent appelé quartz) sont couplées à un circuit qui compte les oscillations ; l'oscillateur ainsi constitué est très stable et constitue l'horloge de nombreux circuits électroniques.

– On peut également réaliser des gyroscopes piézoélectriques ; un élément piézoélectrique est mis en vibration par effet indirect ; puis l'effet direct est utilisé pour mesurer les variations de ces vibrations liées aux effets de Coriolis.

– Dans certains transformateurs, on utilise les vibrations d'un bloc de matériau piézoélectrique pour abaisser une tension ; le bloc est mis en vibration par le circuit primaire et l'énergie des vibrations est récupérée pour alimenter le circuit secondaire, avec une tension différente.

– Dans les briquets dits "électroniques", les hautes tensions générées par un choc ou une pression importante sur une céramique permettent d'obtenir une étincelle.

– On utilise des éléments piézoélectriques pour des applications de micro-positionnement dans des microscopes, de contrôle de déformation dans des optiques adaptatives, ou de contrôle de vibrations.

– Dans des moteurs piézoélectriques, ou moteurs à ultrasons, on utilise un élément piézoélectrique pour produire des ondes de surface dans une pièce métallique au contact d'une

autre ; suivant la nature des ondes les points de contact vont se déplacer et provoquer le mouvement relatif des deux pièces. Ce type de moteur est utilisé dans certains dispositifs autofocus d'appareils photo ; ses avantages sont d'être bloqués à l'arrêt et d'avoir la forme d'un anneau monté autour de l'objectif.

D'autres applications font actuellement l'objet de développements :

– On envisage de récupérer l'énergie de vibrations mécaniques sous forme électrique : on parle de piezoelectric energy harvesting [53].

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à quelques notions concernant la piézoélectricité et les domaines d'application des matériaux piézo-électriques dont l'objectif principal était la mise en place des effets non linéaires dans les résonateurs piézoélectriques afin de comprendre et expliquer le mécanisme des phénomènes vibratoire non linéaire qui donne lieu aux axes de recherche de cette thèse.

Le résonateur piézoélectrique caractérisé par une équation différentielle non linéaire est assimilée à l'équation de Duffing caractérisant le ressort dur, cette équation aboutit à une solution chaotique pour les fortes amplitudes d'excitation.

Chapitre 3

Optimisation par les algorithmes méta-heuristiques

3.1 Introduction

Les méta-heuristiques ont connu un essor considérable depuis leur apparition dans les années 1970. Elles sont présentées par Osman et Laporte en 1996 [80] comme étant des méthodes d'approximation conçues dans le but de s'attaquer à des problèmes complexes d'optimisation qui n'ont pu être résolus de façon efficace par les heuristiques et les méthodes d'optimisation classiques [81].

Le développement des méta-heuristiques fait partie d'un effort soutenu investi dans le domaine de l'optimisation combinatoire. Ce dernier est défini comme étant l'étude mathématique de la recherche d'un arrangement, d'un groupement, d'un ordonnancement ou d'une sélection d'objets discrets habituellement finis en nombre [80]. Malgré les progrès remarquables des algorithmes exacts durant ces dernières années, l'optimisation combinatoire constitue toujours un défi de taille pour eux [81]. Par conséquent, les algorithmes d'approximation sont devenus un axe important de recherche et d'applications dans ce domaine [81].

Dans ce chapitre nous nous intéressons aux algorithmes d'optimisation itératifs méta-heuristiques inspirés par des systèmes d'éthologie naturels qui désigne l'étude scientifique du comportement des espèces animales. Nous allons présenter d'abord une définition de l'optimisation et l'intérêt d'utiliser les algorithmes méta-heuristiques basés sur l'amélioration de la solution après chaque itération. Ensuite nous allons nous focaliser sur les techniques et les algorithmes utilisés dans notre travail tels que les algorithmes de colonies de fourmis ACO et Pachycondyla Apicalis algorithm API.

3.2 Terminologies

On parle de méta, du grec μετά « au-delà » (comprendre ici « à un plus haut niveau »), heuristique, du grec εὐρίσκειν / heuriskein, qui signifie « trouver ». En effet, ces algorithmes se veulent des méthodes génériques pouvant optimiser une large gamme de problèmes différents, sans nécessiter de changements profonds dans l’algorithme employé [80] [82].

Une terminologie légèrement différente considère que les méta-heuristiques sont une forme d’algorithmes d’optimisation stochastique, hybridés avec une recherche locale. Le terme *méta* est donc pris au sens où les algorithmes peuvent regrouper plusieurs heuristiques. On rencontre cette définition essentiellement dans la littérature concernant les algorithmes évolutionnaires, où elle est utilisée pour désigner une spécialisation [83].

3.3 Définition des problèmes d'optimisation

Les problèmes d’optimisation occupent actuellement une place importante dans la communauté scientifique pour lesquels les méthodes directes ou déterministes n’arrivent pas à trouver une solution satisfaisante [84]. Les méta-heuristiques constituent une famille d’algorithmes inspirés de la nature.

Ces algorithmes sont particulièrement utiles pour résoudre des problèmes où les algorithmes d’optimisation classiques sont incapables de produire des résultats satisfaisants. Les méta-heuristiques ont permis de résoudre différents problèmes d’optimisation comme en télécommunication, en robotique, les systèmes chaotiques [85-89]...etc.

3.3.1 Les éléments d'optimisation

La résolution des problèmes d’optimisation est utilisée dans un grand nombre de domaines. A l’origine, ce sont les militaires qui se sont intéressés à ces questions au cours de la seconde guerre mondiale. C’était en fait un nouveau domaine de recherche en mathématiques appliquées qui a vu le jour avec la recherche opérationnelle.

Le développement de l’informatique a ouvert de nouveaux horizons à la résolution de ces problèmes, et a permis un élargissement massif des champs d’application de ces techniques.

L'optimisation est un problème complexe, car de nombreux facteurs interviennent et interagissent entre eux. Néanmoins, l'optimisation appliquée au domaine d'électronique permet de résoudre des problèmes qui étaient insolubles auparavant et aboutit souvent à des solutions originales [90]. C'est une des mathématiques consacré à l'étude des minimums ou des maximums d'une fonction à une ou plusieurs variables sur un certain domaine de définition, de l'étude de leur existence à leur détermination, en général par la mise en œuvre d'un algorithme et par suite un programme. Pour mener à bien une opération, plusieurs éléments sont indispensables et conditionnent la solution trouvée. La figure (3.1) présente les quatre éléments essentiels à la résolution d'un problème d'optimisation [90].

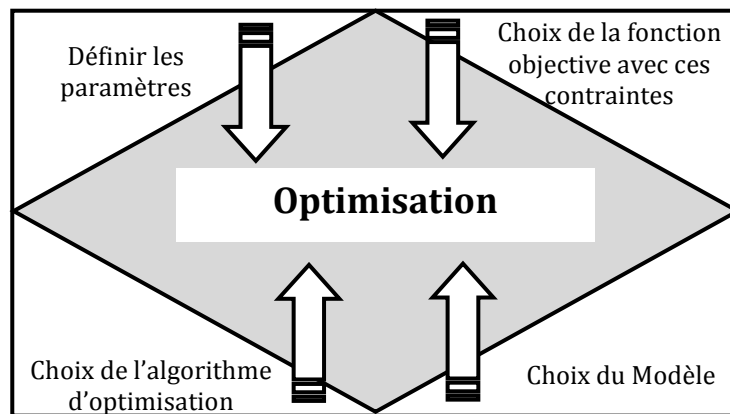


Figure 3.1: Eléments indispensable d'optimisation

En général, un grand nombre de paramètres sont indispensables, il faut être capable de définir les paramètres utiles à l'optimisation. Certains paramètres ont une influence sur la fonction choisie, d'autres pas. Etant donné le coût des simulations, seul les paramètres influents sont à retenir :

Une fonction objective : définie l'objectif à atteindre. La définition de cette fonction est en fait un problème délicat. Car le problème est formulé en un problème d'optimisation par l'intermédiaire de la fonction objective. C'est elle qui est au centre de l'optimisation, c'est donc elle que dépend la pertinence de la solution. Le problème peut se formuler de la façon suivante [91] :

Problème d'optimisation globale : Etant donnée une fonction f définie sur un espace de recherche S (l'ensemble des solutions) et à valeurs dans \mathbb{R} , on cherche la solution s^* telle que :

$$f(s^*) = \min_{s \in S} \{f(s)\} \quad 3.1$$

s^* est la solution au problème d'optimisation globale et $f(s^*)$ est alors appelé optimum global de f sur S .

Un modèle : précis, robuste et malléable du système étudié est indispensable. Ce modèle doit être utilisable sur un domaine d'étude le plus large possible.

Un algorithme d'optimisation : permet de trouver la solution. Différentes méthodes d'optimisation existent et en sont présentées [90].

3.3.2 L'optimisation combinatoire

L'optimisation combinatoire occupe une place très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes et en informatique. L'optimisation combinatoire est minimiser ou maximiser une fonction souvent appelée fonction coût ou fonction objective, d'une ou plusieurs variables soumises à des contraintes. Le sujet de l'optimisation combinatoire dans un domaine discret. Il faut trouver parmi toutes les possibilités, souvent en nombre fini, la possibilité optimale. Ceci paraît facile mais devient infaisable dès que la taille du problème est suffisamment grande. La taille pour laquelle la recherche d'un optimum devient infaisable est petite, très souvent plus petite que la taille des problèmes pratiques. En général, la difficulté d'un problème grandit très vite avec le nombre des variables. Il n'est pas alors faisable d'examiner toutes les possibilités.

Les méthodes d'optimisation peuvent être réparties en deux catégories :

- Méthodes exactes.
- Méthodes approchées.

Les méthodes exactes fournissent systématiquement une solution (optimale) au problème traité si une telle solution existe. Dans le cas contraire, ce type de méthode permet d'affirmer qu'il n'existe pas de solution au problème traité.

Les méthodes approchées fournissent une solution approchée au problème traité. Elles sont en général conçues de manière à ce que la solution obtenue puisse être située par rapport à la valeur optimale de telle méthodes permettent d'obtenir des bornes inférieures ou supérieures de la valeur optimale tel que [94]:

- Méthodes heuristiques ;
- Méthodes méta-heuristiques.

3.3.3 Heuristiques et méta-heuristiques

En optimisation combinatoire, une heuristique est une méthode de résolution purement algorithmique qui permet d'obtenir au moins une solution décisionnelle rapide, pas obligatoirement optimale. L'usage d'une heuristique est efficace pour calculer une solution approchée d'un problème et ainsi accélérer le processus de résolution exacte. Généralement une heuristique est conçue pour un problème particulier, en s'appuyant sur sa structure propre sans offrir aucune garantie quant à la qualité de la solution calculée [92].

Les méta-heuristiques sont des algorithmes plus complets et complexes qu'une simple heuristique, et permettent généralement d'obtenir une solution de très bonne qualité pour des problèmes issus des domaines de la recherche opérationnelle ou de l'ingénierie dont on ne connaît pas de méthodes efficaces pour les traiter ou bien quand la résolution du problème nécessite un temps élevé ou une grande mémoire de stockage [92].

3.4 Principe de méta-heuristiques

La plupart des méta-heuristiques utilisent des processus stochastiques et itératifs comme moyens d'explorer l'espace de recherche et d'identifier les données.

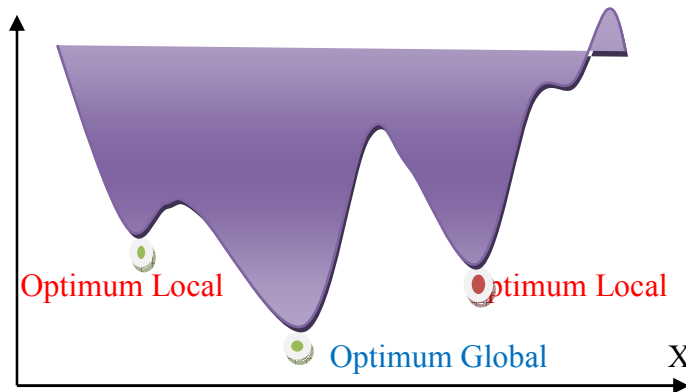


Figure 3.2 : Recherche de l'optimum globale

Les méta-heuristiques sont souvent des algorithmes utilisant un échantillonnage probabiliste. Elles tentent de trouver l'optimum global d'un problème d'optimisation difficile avec des discontinuités sans être piégé par les optima locaux [83].

Une méta-heuristique peut être adaptée pour différents types de problèmes, tandis qu'une heuristique est utilisée à un problème donné. Plusieurs d'entre elles sont souvent inspirées par des systèmes naturels dans de nombreux domaines tels que : la biologie (algorithmes évolutionnaires et génétiques) la physique (recuit simulé), et aussi l'éthologie (algorithmes de colonies de fourmis).

L'avantage des méta-heuristiques est donc de faciliter le choix d'une méthode et le réglage des paramètres pour les adapter à un problème donné.

Les méta-heuristiques peuvent être classées de nombreuses façons. On peut distinguer celles qui travaillent avec une population de solutions de celles qui ne manipulent qu'une seule solution à la fois. Les méthodes qui tentent itérativement d'améliorer une solution sont appelées méthodes de recherche locale ou méthodes de trajectoire. Ces méthodes construisent une trajectoire dans l'espace des solutions en tentant de se diriger vers des solutions optimales. Les exemples les plus connus de ces méthodes sont : La recherche Tabou et le Recuit Simulé. Les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaim de particules et les algorithmes de colonies de fourmis présentent les exemples les plus connus des méthodes qui travaillent avec une population.

L'intérêt majeur des méta-heuristiques est leur facilité d'utilisation dans des problèmes concrets. L'utilisateur est généralement demandeur de méthodes efficaces permettant

d'atteindre un optimum avec une précision acceptable dans un temps raisonnable. Un des enjeux de la conception des méta-heuristiques est donc de faciliter le choix d'une méthode et de simplifier son réglage pour l'adapter à un problème donné [93].

3.4.1 Organisation générale

D'une manière générale, les méta-heuristiques s'articulent autour de trois notions :

1. **Exploration** : désigne les processus visant à récolter de l'information sur le problème optimisé.
2. **Exploitation** : vise à utiliser l'information déjà récoltée pour définir et parcourir les zones intéressantes de l'espace de recherche.
3. **La mémoire** : est le support de l'apprentissage, qui permet à l'algorithme de ne tenir compte que des zones où l'optimum global est susceptible de se trouver, évitant ainsi les optimums locaux.

3.4.2 L'approche constructive

Les méthodes constructives produisent des solutions admissibles en partant d'une solution initiale vide et en insérant, à chaque étape, une composante dans la solution partielle courante. Cette décision n'est jamais remise en question par la suite [95-96].

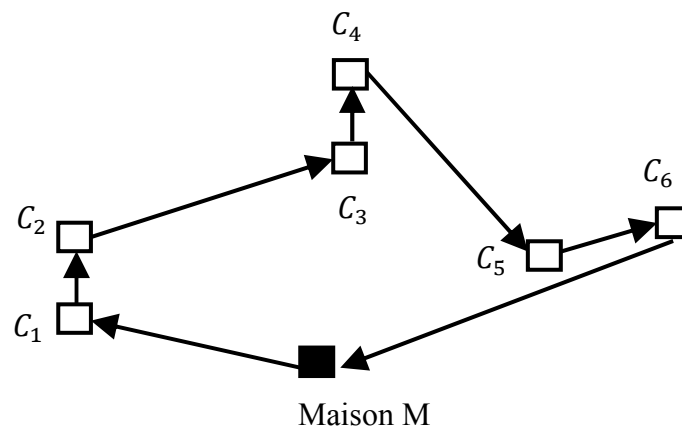


Figure 3.3 : La tournée du voyageur de commerce [95]

Pour illustrer ce type de méthodes, il suffit d'imaginer un voyageur de commerce qui doit rendre visite à un ensemble de n clients. Il peut construire sa tournée de la manière suivante :

en partant de chez lui, il va chez le client le plus proche (C_1). En quittant C_1 , il va chez le client le plus proche de C_1 qu'il n'a pas encore rencontré, en ainsi de suite jusqu'à qu'il ait rendu visite à tous ces clients. En quittant le dernier client (C_n par exemple), il rentre chez lui. Il a ainsi construit la tournée " $M - C_1 - C_2 - \dots - C_n - M$ " (Figure (3.3)).

Le type de recherche qui est à la base d'une méthode constructive est représenté dans la figure (Figure 3.4). L'idée consiste à diminuer la taille du problème à chaque étape, ce qui revient à se restreindre à un sous-ensemble X_k inclus dans X toujours plus petit. Une méthode constructive trouve une solution optimale lorsque chacun des sous-ensembles considérés contient au moins une solution optimale $s^* \in X$. Malheureusement, rares sont les cas où une telle condition est remplie avec certitude [95].

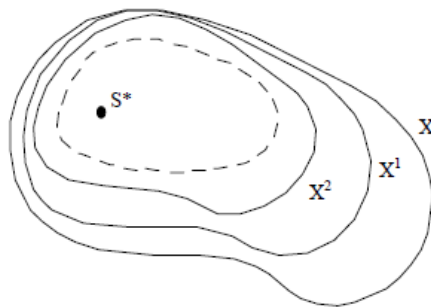


Figure 3.4 : Exploration de X par approche constructive

3.4.3 L'approche de recherche locale

Les méthodes de recherche locale sont des algorithmes itératifs qui explorent l'espace X en se déplaçant pas à pas d'une solution à une autre. Une méthode de ce type Le passage d'une solution admissible à une autre se fait sur la base d'un ensemble de modifications élémentaires qu'il s'agit de définir de cas en cas. Une solution s obtenue à partir de s en appliquant une modification élémentaire. Le voisinage $N(s)$ d'une solution $s \in X$ est défini comme l'ensemble des solutions admissibles atteignables depuis s en effectuant une modification élémentaire. Un tel processus d'exploration est interrompu lorsqu'un ou plusieurs critères d'arrêt sont satisfaits. Le fonctionnement d'une méthode de recherche locale est illustré de manière générale dans la figure (3.5). Les passages successifs d'une solution à une solution voisine définissent un chemin au travers de l'espace des solutions admissibles.

La modélisation d'un problème d'optimisation et le choix du voisinage doivent être effectués de telle sorte qu'il existe au moins un " chemin " entre chaque solution $s \in X$ et une solution optimale s^* . En effet, l'existence de tels chemins permet à la méthode de recherche locale d'atteindre une solution optimale à partir de n'importe quelle solution admissible [95].

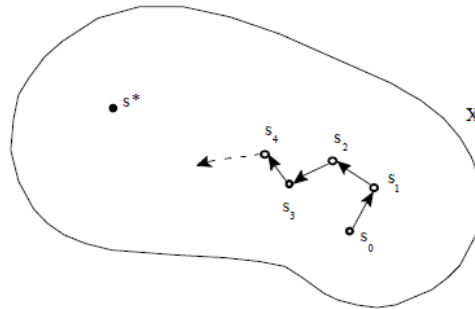


Figure 3.5: Exploration de X une approche de recherche locale

3.4.4 Les méthodes évolutives

Contrairement aux méthodes constructives et de recherche locale qui font intervenir une solution unique (partielle ou non), les méthodes évolutives manipulent un groupe de solutions admissibles à chacune des étapes du processus de recherche. L'idée centrale consiste à utiliser régulièrement les propriétés collectives d'un ensemble de solutions distinguables, appelé population, dans le but de guider efficacement la recherche vers de bonnes solutions dans l'espace X . En règle générale, la taille de la population reste constante tout au long du processus.

Après avoir généré une population initiale de solutions, aléatoirement ou par l'intermédiaire d'une méthode constructive, une méthode évolutive tente d'améliorer la qualité moyenne de la population courante en ayant recours à des principes d'évolution naturelle. Dans notre terminologie, le processus cyclique qui est à la base d'une méthode évolutive est composé d'une phase de coopération et d'une phase d'adaptation individuelle qui se succèdent à tour de rôle. Ce formalisme nouveau s'applique à la plupart des méthodes évolutives développées à ce jour.

Dans la phase de coopération, les solutions de la population courante sont comparées puis combinées entre elles dans le but de produire des solutions inédites et de bonne qualité à long terme. L'échange d'information qui en résulte se traduit par l'apparition de nouvelles

solutions admissibles qui héritent des caractéristiques prédominantes contenues dans les solutions de la population courante.

Dans la phase d'adaptation individuelle, les solutions évoluent de manière indépendante en respectant un ensemble de règles prédéfini. Les modifications subies par chacune d'entre elles se font sans aucune interaction avec les autres solutions de la population. Une nouvelle génération de solutions est créée au terme de chaque phase d'adaptation individuelle [95]. La performance de l'algorithme dépend de la manière avec laquelle on génère S_{i+1} à partir de S_i . Ces types de méta-heuristiques s'inspirent de phénomènes naturels [97].

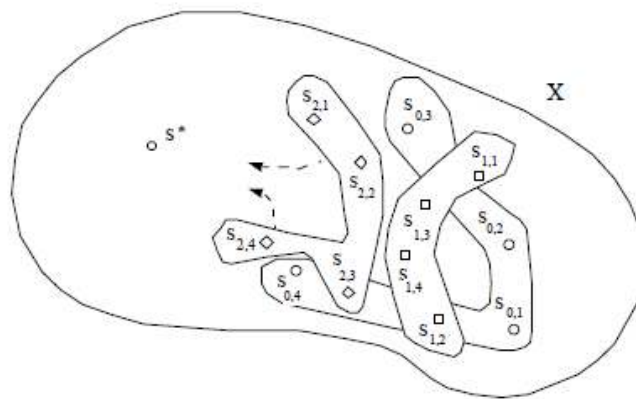


Figure 3.6: Exploration de X par une approche évolutive

Des fois il sera intéressant de combiner une méthode de recherche locale dans la phase d'adaptation individuelle d'une méthode évolutive pour avoir des nouvelles méthodes afin d'obtenir des résultats intéressants, ces algorithmes prennent le nom d'algorithmes hybrides [98].

Le diagramme de la figure 3.6 présente quelques unes des méthodes (méta-heuristiques) les plus connues dans la littérature. Un élément présenté sur différentes catégories indique que l'algorithme peut être placé dans l'une ou l'autre classe, selon le point de vue choisi [99].

3.5 Optimisation par colonies de fourmis

Les fourmis sont capables de résoudre collectivement des problèmes complexes [107], comme trouver le plus court chemin entre deux points dans un environnement. Pour cela, elles communiquent entre elles de façon locale et indirecte, grâce à une hormone volatile, appelée phéromone : au cours de leur progression, les fourmis déposent une trace de phéromone ; elles choisissent ensuite leur chemin de façon aléatoire, selon une probabilité dépendant de la quantité de phéromone précédemment déposée [108].

Ce mécanisme, qui permet aux fourmis de résoudre collectivement des problèmes complexes, est à l'origine des algorithmes à base de fourmis artificielles. Ces algorithmes ont été initialement proposés dans [109-110], comme une approche multi-agents pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire. L'idée est de représenter le problème à résoudre sous la forme de la recherche d'un meilleur chemin dans un graphe, puis d'utiliser des fourmis artificielles pour rechercher de bons chemins dans ce graphe [110] [111].

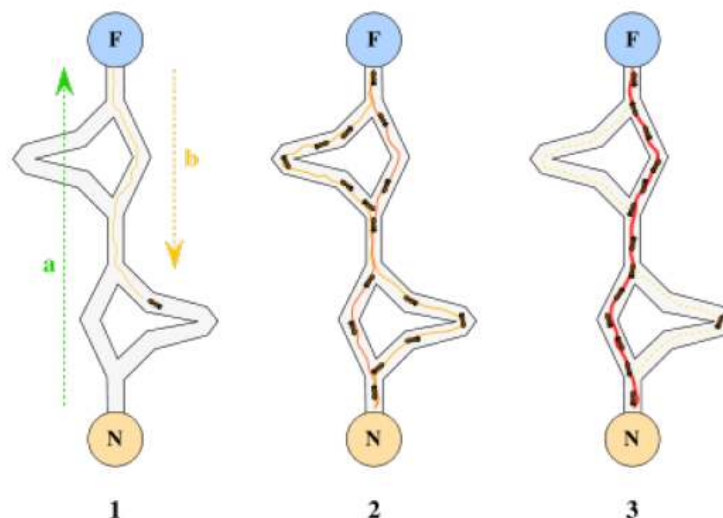


Figure 3.8: Recherche de la nourriture en suivant le chemin le plus court [112]

Le comportement des fourmis artificielles est inspiré des fourmis réelles : elles déposent des traces de phéromone, une substance odorante permettant de créer une piste chimique sur graphe et elles choisissent leurs chemins relativement aux traces de phéromone précédemment déposées ; ces traces sont évaporées au cours du temps. Intuitivement, cette communication indirecte fournit une information sur la qualité des chemins empruntés afin d'attirer les

fourmis, dans les itérations futures, vers les zones correspondantes de l'espace de recherche. Ces caractéristiques du comportement des fourmis artificielles définissent la méta-heuristique d'optimisation par une colonie de fourmis (ACO) [113-116].

D'une façon très générale, les algorithmes de colonies de fourmis sont considérés comme des méta-heuristiques à population, où chaque solution est représentée par une fourmi se déplaçant sur l'espace de recherche. Les fourmis marquent les meilleures solutions, et tiennent compte des marquages précédents pour optimiser leur recherche [117].

3.5.1 Principe de l'algorithme

L'algorithme original de colonie de fourmis dit « Ant System (AS) » [118], orienté pour résoudre le problème de voyageur de commerce (TSP) [119], ce problème consiste à trouver le plus court cycle Hamiltonien dans un graphe, où chaque sommet du graphe représente une ville. Les villes sont les nœuds du graphe et les trajets les arêtes.

- ❖ Chaque fourmi part d'une ville au hasard. Elle choisit les villes les plus proches.
- ❖ Chaque fourmi conserve une mémoire de son passage en déposant des phéromones lors du trajet de retour.
- ❖ Une fourmi tient une solution lorsqu'elle est passée par toutes les villes (nœuds) une seule fois.
- ❖ Au tour suivant (construction d'une nouvelle solution), une fourmi choisit un trajet selon un tirage au hasard biaisé par l'intensité des phéromones.

La probabilité de la règle de déplacement ou la règle aléatoire de transition proportionnelle est écrite mathématiquement sous la forme suivante :

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_i^k(t)} \tau_{il}^\alpha(t) \eta_{il}^\beta} & \text{si } j \in N_i^k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad 3.2$$

Une fourmi k placée sur la ville i à l'instant t va choisir sa ville j de destination en fonction de la visibilité η_{ij} de cette ville et de la quantité de phéromones $\tau_{il}(t)$ déposée sur l'arc reliant ces deux villes.

Où N_i^k est la liste des déplacements possibles pour une fourmi k lorsqu'elle se trouve sur une ville i , $\eta_{ij} = (1/d_{ij})$ la visibilité, qui est égale à l'inverse de la distance de deux villes i et j et $\tau_{ij}(t)$ l'intensité de la piste à une itération donnée t . Les deux principaux paramètres contrôlant l'algorithme sont α et β , qui contrôlent l'importance relative de l'intensité et de la visibilité d'une arête.

Et à la fin de l'itération, on a la somme des phéromones qui ne se sont pas évaporées et de celles qui viennent d'être déposées :

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad 3.3$$

$\rho \in [0,1]$ est le taux d'évaporation des phéromones entre l'instant t et l'instant $t+n$.

Les fourmis dans ce même intervalle de temps sur l'arc (i,j) . Le choix de ρ est important, en effet si ρ se rapproche trop de 1, on observe un effet de stagnation des phéromones sur les arcs, ce qui implique des inconvénients tel que le fait de voir les mauvaises solutions persister.

De même, choisir $\rho \approx 0$ implique une évaporation trop rapide des phéromones, donc amène la fourmi à un choix dépendant uniquement de la visibilité des nœuds.

Une fois la tournée des villes effectuée, une fourmi k dépose une quantité $\Delta\tau_{ijt}^k$ de phéromone sur chaque arête de son parcours :

$$\Delta\tau_{ijt}^\alpha = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{si } (i,j) \in T^k(t) \\ 0 & \text{si } (i,j) \notin T^k(t) \end{cases} \quad 3.4$$

Où $T^k(t)$ est la tournée faite par la fourmi k à l'itération t , $L^k(t)$ la longueur du trajet et Q un paramètre de réglage.

À la fin de chaque itération de l'algorithme, les phéromones déposées aux itérations précédentes par les fourmis s'évaporent de :

$$\tau(t) = \tau_0 e^{-\lambda t} \quad 3.5$$

Les phéromones sont modélisées par un tableau de taille $N \times N$ (avec N le nombre de villes). La fourmi se place initialement sur une ville choisie au hasard, Elle choisie la ville suivante parmi les villes non encore visitées en suivant le chemin le plus marqué par les phéromones.

$max_phéromone = 0;$

Pour $Ville_{courante}$ allant de 1 à N

Si $Ville_{courante}$ pas encore visitée

Si $Phéromone[Ville_précédente, Ville_courante] > max_phéromone$

$Ville_{suivante} = Ville_{courante}$

$max_phéromone = Phéromone[Ville_précédente, Ville_courante]$

Fin Si

Fin Si

Fin Pour

Elle dépose des phéromones sur le chemin qu'elle a emprunté (règle locale de mise à jour des phéromones). On prend en compte l'"évaporation", ce qui donne une loi du genre :

$$Pheromone[i, j] = (1 - \alpha)Pheromone[i, j] + \alpha * k \quad 3.6$$

Il faut faire des essais pour déterminer les valeurs optimales des différentes constantes (nombre de fourmis, α , K ...)

3.6 L'algorithme API (Pachycondyla Apicalis)

Nous présentons dans cette section une nouvelle méta-heuristique développée par N. Monmarché [120] s'inspirant de l'auto-organisation chez l'espèce de fourmis néotropicale *Pachycondyla apicalis*. Ceci revient à utiliser la métaphore de cette espèce de fourmis pour concevoir des méta-heuristiques d'optimisation adaptées aux problèmes combinatoires.

La grande part à cette espèce de fourmis et a énoncé que l'intérêt de ces fourmis pour l'optimisation vient du fait qu'elles utilisent des principes relativement simples d'un point de

vue globale et local pour rechercher leurs proies [91]. Les fourmis explorent à partir d'un point central qui est le Nid et tendent à s'éloigner au fur et à mesure des itérations.

Cette espèce de fourmis est caractérisée par sa stratégie de recherche de proie relativement simple d'un point de vue local et global. Dans cette espèce de fourmis les individus chassent en solitaire en essayant de couvrir uniformément un espace donné autour du nid en le partitionnant en sites de chasses. Le nid change d'emplacement périodiquement. En optimisation, cela correspond à un algorithme qui effectue plusieurs recherches aléatoires en parallèle, dans un sous espace centré en un point. Le déplacement du nid correspond à un opérateur de réinitialisation dans les recherches parallèles où le point central est déplacé.

Le comportement de recherche de nourriture de cette espèce de fourmis n'est pas un comportement collectif direct ; c'est-à-dire que les ouvrières ne déposent pas de message chimique sur le sol pour indiquer aux autres fourrageuses le chemin menant à une source de nourriture. On peut supposer que la nature des proies recherchées n'encourage pas spécialement ce genre de communication inter-individus : la présence des proies étant relativement aléatoire, la capture d'une proie ne donne que peu d'informations sur la stabilité spatiale de la source de nourriture. Autrement dit, la probabilité de retrouver une proie dans la même zone qu'une précédente capture n'est pas suffisante pour y canaliser les forces de fourragement de la colonie. Cependant, d'un point de vue individuel, les ouvrières mémorisent leur site de capture et lors de leur prochaine sortie du nid, elles retournent systématiquement sur le dernier site de chasse fructueux. Cette spécialisation sectorielle est une réponse pour l'adaptation nécessaire à la découverte et l'exploitation de sources de nourriture [91] [120-121].

Ce type de fourragement solitaire se retrouve particulièrement chez les espèces peu peuplées, les espèces à population importante utilisent des mécanismes de recrutement massif beaucoup plus couramment [122]. Les fourrageuses solitaires développent en conséquence des mécanismes d'apprentissage plus évolués.

De sorties en sorties, les ouvrières s'éloignent du nid car la probabilité de trouver une proie est inversement proportionnelle à la densité de fourrageuses qui décroît évidemment quand la distance au nid augmente. Les fourrageuses ont donc un comportement collectif indirect puisque de manière statistique elles coopèrent pour couvrir au mieux leur espace de recherche que constitue le voisinage du nid. Elles construisent de cette façon une mosaïque de zones de chasse qui couvre la périphérie du nid [120-121].

La figure (2.5) représente les aires de fourrageage d'une colonie *Pachycondyla apicalis*.

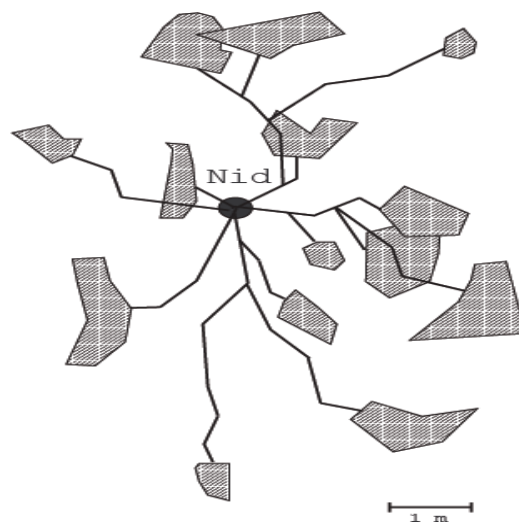


Figure 3.9: Exemple (fictif) de carte des trajets et aires de récolte des fourrageuses [121]

Le comportement de fourrageage de *Pachycondyla apicalis* peut être résumé en trois règles [121]:

- A. La découverte d'une proie entraîne toujours le retour sur ce site lors de la sortie suivante, c'est là que la fourrageuse reprend ses nouvelles prospections ;
- B. La découverte d'une proie pèse sur la décision de sortie des fourrageuses en réduisant l'intervalle de temps qu'elles passent au nid ;
- C. Les fourrageuses semblent progressivement apprendre une association entre une direction de recherche opposée au nid et l'augmentation de la probabilité de succès.

Lors de ses premières sorties, la fourmi sort du nid et prend une direction aléatoire mais s'éloigne peu du nid et retourne à l'abri de celui-ci à la moindre alerte. Son trajet est

relativement sinueux ;

- Si la fourmi capture une proie, elle retourne directement au nid en ligne droite et mémorise visuellement le chemin qu'elle emprunte ;
- Après une capture, la fourmi utilise le chemin qu'elle a mémorisé pour retourner au site de capture.
- Le retour sur le site de chasse se soldant par un échec peut se produire plusieurs fois de suite (en moyenne quatre fois) ;
- Un site de chasse ne produisant plus le renforcement que constitue la capture d'une proie est abandonné mais n'est pas obligatoirement oublié par la fourrageuse ;
- L'exploration d'un site de capture privilégie les directions qui éloignent la fourmi du nid dans une limite de périmètre imposée par le coût énergétique prohibitif que représente un échec à une grande distance du nid.

La fragilité du nid impose des déménagements réguliers. Des fourmis éclaireuses partent alors à la recherche d'un nouvel abri. Le déménagement s'effectue grâce à des mécanismes de *recrutement en tandem* où une fourmi se fait guider par une de ses congénères jusqu'au nouvel emplacement. Ce changement de nid a pour effet de « réinitialiser » la mémoire des fourrageuses.

C'est à cette occasion que l'utilisation de repères visuels prend toute son importance : le marquage de chemins avec des phéromones perturberait l'adaptation des fourmis à la situation de leur nouveau nid, car les anciens chemins interfèreraient avec les nouveaux. Avec une mémoire visuelle, les fourrageuses reconstruisent un réseau de sites de chasse autour du nouveau nid plus aisément, plus rapidement.

L'aspect individuel de la recherche est particulièrement adapté à la fréquence d'apparition des proies : si une proie tombe sur le sol et est capturée, la fourrageuse reviendra explorer le site toute seule. Si la proie est trop lourde, elle sera découpée puis transportée en plusieurs voyages par la même fourmi qui utilise de cette façon sa mémoire. Si le site de chasse se trouve être un gisement (par exemple des termites) la fourrageuse reviendra systématiquement jusqu'à épuisement du site.

L'intérêt de la stratégie de fourrageage des fourmis *Pachycondyla apicalis* réside dans sa simplicité et la bonne couverture de l'espace de recherche qui en résulte. On a ici un

phénomène d'émergence : de règles de recherche simples et individuelles, qui ne tiennent pas compte du travail des autres fourmis, on obtient une exploration radiale de l'espace centrée sur le nid [91].

Dans la réalité, l'efficacité de la stratégie n'est pas parfaite si on considère le nombre de proies trouvées relativement au nombre de proies présentes. Cependant, la taille d'une colonie de *Pachycondyla apicalis* étant relativement réduite, les besoins en nourriture sont relativement modestes. Il semble que l'adaptation de ces fourmis ne réside pas seulement dans leur comportement de fourragement mais aussi dans le maintien de colonies peu peuplées. Ceci permet aux *Pachycondyla apicalis* de survivre dans des secteurs comportant de nombreux prédateurs concurrents et de ne pas nécessiter une grande quantité d'insectes. L'intérêt de ces fourmis pour l'optimisation vient du fait qu'elles utilisent des principes relativement simples à la fois d'un point de vue global et local pour rechercher leurs proies. A partir de leur nid, elles couvrent globalement une surface donnée en la partitionnant en sites de chasse individuels [121].

Pour une fourmi donnée, on observe une stratégie d'exploration aléatoire des sites sensible au succès rencontré. Ces principes peuvent être repris pour résoudre un problème analogue qui est la recherche d'un minimum global, par exemple d'une fonction f définie de \mathbb{R}^S dans \mathbb{R} .

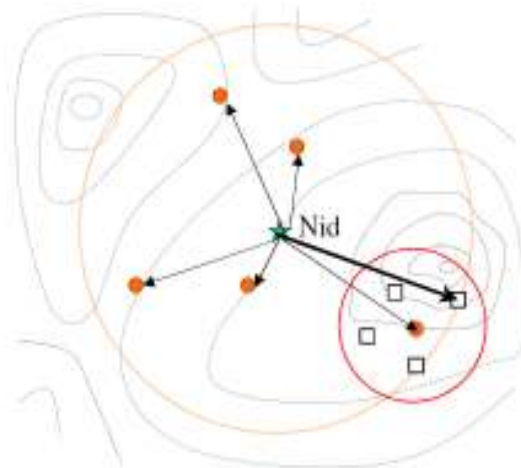


Figure 3.10: Choix du meilleur site [120]

3.6.1 Modélisation algorithmique

Dans cette section nous présentons la modélisation algorithmique proposée par Monmarché [120-121] pour la résolution des problèmes d'optimisation.

Monmarché considère une population de n fourmis fourrageuses a_1, \dots, a_n de l'espèce *Pachycondyla apicalis*. Ces agents sont positionnés dans l'espace de recherche, noté S , et vont tenter de minimiser ou de maximiser une fonction d'évaluation ou bien une fonction objectif f définie de S dans R .

Chaque point $s \in S$ est une solution valide du problème, ce qui signifie que f est définie en tout point de S . cet espace de recherche peut être un espace continu, binaire ou un espace de permutations.

La définition des deux opérateurs suivants est suffisante pour déterminer le déplacement des fourmis :

1. L'opérateur O_{rand} qui génère un point de S de manière uniformément aléatoire;
2. L'opérateur O_{explo} qui génère un point s' dans le voisinage d'un point s .
3. L'opérateur O_{rand} est un opérateur qui permet de générer l'emplacement initial du nid d'une manière uniformément aléatoire.
4. Tandis que le deuxième opérateur O_{explo} peut être une exploration aléatoire tout comme une heuristique inspirée par le domaine de recherche.

Le comportement des fourmis pour la recherche des proies peut être réparti en deux phases, la première présente le comportement local des fourmis, et la deuxième présente le comportement global.

3.6.2 Comportement local des fourmis

L'exploration des sites de chasse ou de recherche pour L'API est illustré Dans La figure suivante :

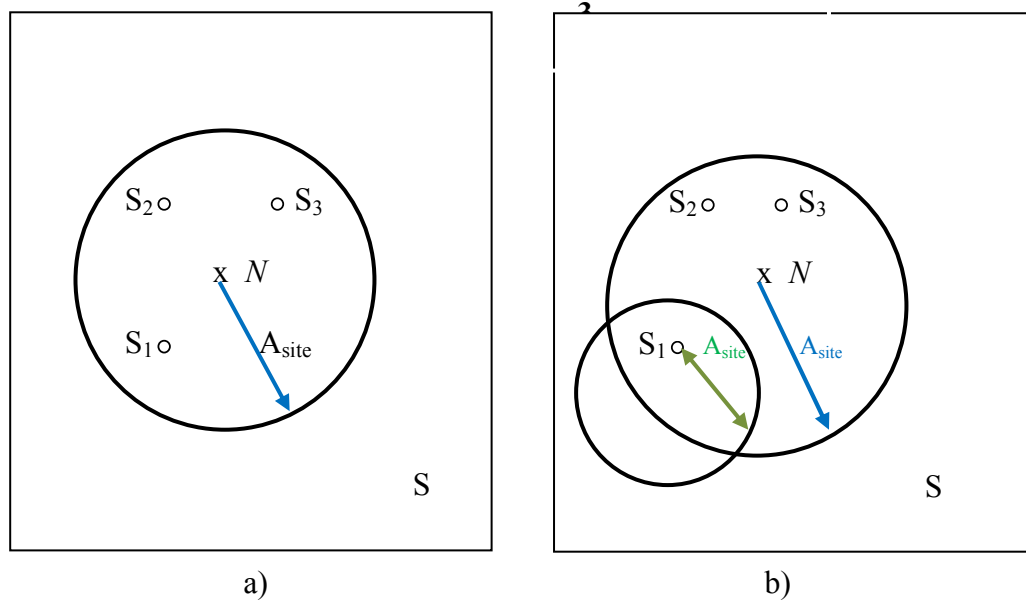


Figure 3.11: Exploration des sites de chasse [120].

a) recherche de sites de chasse.

b) Exploration locale de la fourmi autour du site S_1

Le comportement local des fourmis est le comportement individuel de chaque fourmi lors de la génération de l'emplacement initial du nid et à chaque déplacement de celui-ci.

Chaque fourmi a_i quitte le nid pour se constituer une liste de p sites de chasse qu'elle mémorise. Un site de chasse est un point de S construit par l'opérateur O_{explo} avec une amplitude $A_{site}(a_i)$ dans le voisinage de N . La fourmi a_i va ensuite procéder à une exploration locale autour d'un de ses sites de chasse (Figure 3.11).

Le comportement de fourrage d'une fourmi est illustré par la figure (Figure 3.12).

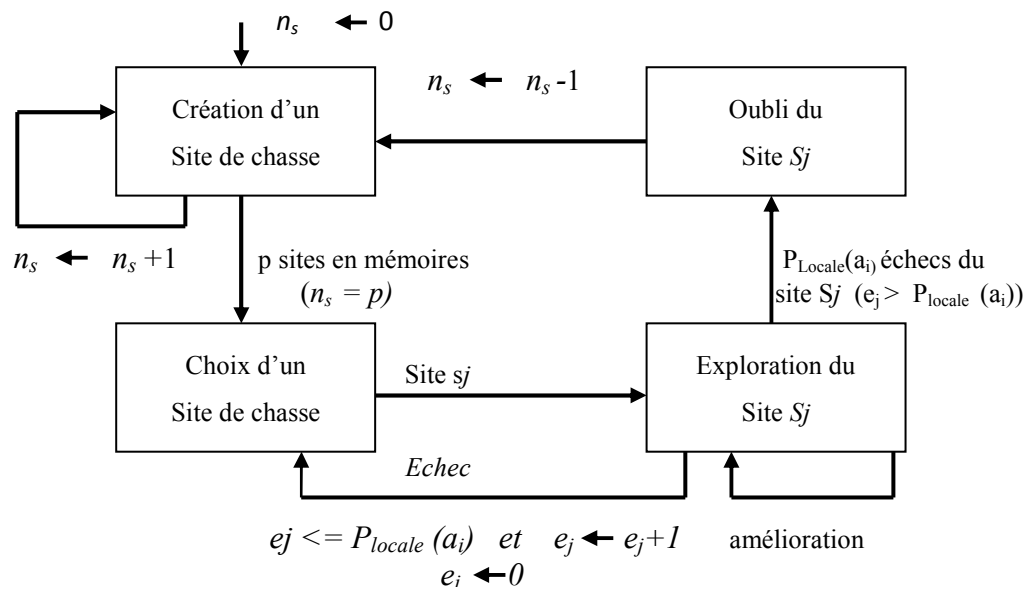


Figure 3.12: Le comportement de fourragement d'une fourmi [120]

a_i est une fourmi, n_s est le nombre de sites de chasse dans la mémoire de la fourmi, e_j est le nombre d'échecs successifs rencontrés sur le site s_j , P_{locale} est la patience locale de la fourmi, elle représente le nombre d'échecs rencontrés par la fourmi sur le même site de chasse [120].

Initialement, quand l'intérêt des sites est inconnu, la fourmi choisit un site s au hasard parmi les p dont elle dispose. L'exploration locale consiste à construire un point s' de S dans le voisinage de s grâce à l'opérateur O_{explo} avec une amplitude $A_{locale}(a_i)$. La fourmi a_i capture une proie si cette exploration locale a permis de trouver une meilleure valeur de f , ce qui revient à avoir $f(s') < f(s)$ dans le cas de minimisation (et $f(s') > f(s)$ dans le cas de maximisation). Une amélioration de f modélise donc la capture d'une proie. A chaque fois qu'une fourmi parvient à améliorer $f(s)$ elle mémorise s' à la place de s et sa prochaine exploration locale aura lieu dans le voisinage de s' . Si l'exploration locale est infructueuse, pour la prochaine exploration, la fourmi choisira un site au hasard parmi les p sites qu'elle a en mémoire.

Quand un site a été exploré successivement plus de P_{locale} fois sans avoir rapporté de proie, il est définitivement oublié et sera remplacé par un nouveau site à la prochaine itération (c'est-à-dire la prochaine sortie du nid). Le paramètre P_{locale} représente une patience locale.

3.6.3 Exploration globale

D'un point de vue global (Figure 3.13), API place le nid à une position N de S et procède à l'exploration de S autour de N . L'exploration est déterminée par le comportement local des fourmis.

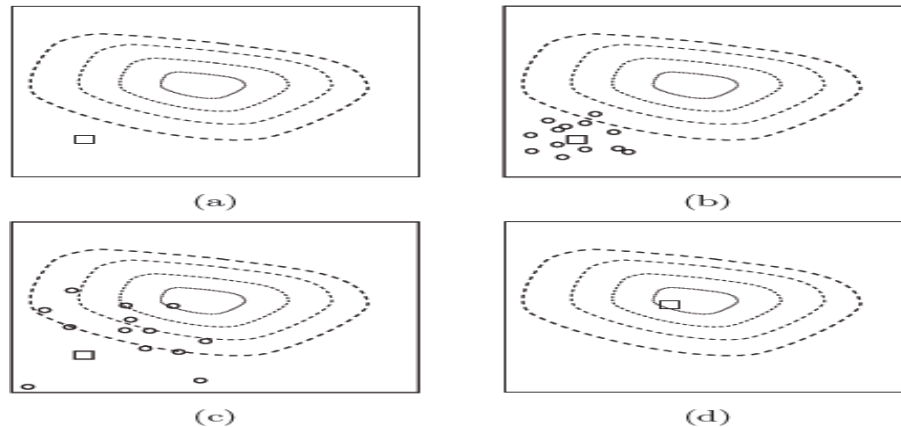


Figure 3.14: Exploration globale : Déplacement du nid [120]

- (a) le nid (le carré) est placé aléatoirement dans l'espace de recherche.
- (b) les sites de chasse (cercles) créés autour du nid.
- (c) l'exploration locale déplace cause le déplacement des sites vers des zones plus intéressantes de l'espace de recherche.
- (d) le nid est déplacé sur la position du meilleur site de chasse, les sites sont ensuite générés à partir de cette nouvelle position, come dans (b), et ainsi de suite.

A chaque pas de l'algorithme les n fourmis sont simulés en parallèle. A l'initialisation, le nid est placé dans S de manière uniformément aléatoire par l'opérateur O_{rand} . Puis le nid est déplacé toutes les P_N déplacements des n fourmis. Il est alors placé sur le meilleur point s^+ trouvé depuis son dernier déplacement. A chaque déplacement du nid les fourmis reprennent leur exploration à partir de la nouvelle position du nid.

Enfin, à chaque déplacement du nid, la mémoire des fourmis est vidée et elles doivent reconstruire leurs p sites de chasse. Du point de vue de l'optimisation, cela permet d'éviter des minima locaux dans lesquels les fourmis resteraient enfermées. Cela permet aussi de rassembler les fourmis autour du meilleur point trouvé et ainsi de concentrer les recherches.

On pourrait cependant procéder d'une manière plus « douce » : il suffirait de placer le nid à la position du minimum global trouvé par la colonie à chaque fois que celui-ci est amélioré sans réinitialiser toutes les fourmis. Ainsi, quand une fourmi crée un nouveau site de chasse, elle le ferait dans le voisinage de l'optimum global.

3.7 Conclusion

Ce chapitre a décrit les principales métaheuristiques, leurs origines, principes de fonctionnement, et leurs algorithmes de bases après une définition de l'optimisation. De plus nous avons présenté les deux méthodes que nous avons adapté pour la résolution de notre problème, à savoir, l'algorithme de fourmi ACO et l'algorithme API basé sur le comportement de fourrage de l'espèce de fourmis *Pachycondyla apicalis*.

Néanmoins, les algorithmes ACO présentent certains inconvénients, entre autres ; leur faible capacité de recherche locale, leur vitesse de convergence lente. De plus, ils sont faciles à être piégés par les optima locaux (la convergence prématurée qui peut conduire l'algorithme à se stagner dans un optimum local), par contre le déplacement du nid dans les API permet de relancer la recherche et éviter de cette façon les optima locaux. Les deux algorithmes développés seront, ensuite, appliqués sur deux systèmes électriques chaotiques. Les méthodes proposées seront appliquées dans le cinquième chapitre pour l'optimisation des paramètres de deux circuits électriques.

Chapitre 4

Résonateurs à quartz non linéaire et transition vers le chaos

4.1 Introduction

Les phénomènes non linéaires vibratoires (les fréquences de résonance en régime forcé ou d'oscillations en régime libre qui dépendent de l'amplitude du mouvement) d'un quartz réalisé à partir des matériaux piézoélectriques présentant une structure anisotrope ont pour particularité d'être le siège de couplages électromécaniques importants. L'application d'une forte tension aux bornes de ce composant va provoquer une vibration mécanique non stable et exhibe un régime complètement chaotique.

L'étude de ce phénomène ne peut se faire de manière analytique, seules les méthodes numériques permettent d'approcher les solutions avec la précision souhaitée à partir des algorithmes d'optimisation.

4.2 Propagation d'une onde acoustique en milieu piézoélectrique

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique, les relations constitutives décrivent les efforts mécaniques et la polarisation d'un diélectrique piézoélectrique soumis à un champ électrique et à des déformations [6]:

$$\begin{cases} T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} - e_{mij}E_m \\ D_n = \varepsilon_{mn} + e_{mkl}S_{kl} \end{cases} \quad 4.1$$

Avec :

D_n est le tenseur d'induction électrique, E_m est le vecteur champ électrique, T_{ij} est le tenseur de contraintes mécaniques, S_{kl} est le tenseur de déformations mécaniques.

Les tenseurs des rigidités élastiques C_{ijkl} , les constantes piézoélectriques e_{mkl} et les permittivités ϵ_{mn} sont données dans les standards spécialisés de cristallographie.

4.3 Equation paramétrique du résonateur

La majorité des résonateurs à quartz fabriqués actuellement fonctionnent en mode à cisaillement d'épaisseur. Ces résonateurs ont la forme d'un disque de quartz métallisé sur une partie centrale et supporté par des ressorts métalliques liés à une embase étanche.

Considérons une vibration acoustique dans ce résonateur, l'équation de ce dernier avec une configuration spéciale est donnée par [6] :

$$\begin{cases} T_6 = C_{66}^E S_6 = \frac{1}{6} C_{6666}^E - e_{26} E_2 + r_{66} \left(\frac{\partial S_6}{\partial t} \right) \\ D_2 = e_{26} S_6 + \epsilon_{22} E_2 \\ \frac{\partial D_2}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad 4.2$$

Où

C_{66}^E : Tenseur de constantes d'élasticités du deuxième ordre à un champ constant.

C_{6666}^E : Tenseur de constantes d'élasticités du quatrième ordre à un champ constant.

e_{26} : Tenseur de constantes piézo-électriques.

r_{66} : Tenseur de constantes linéaires d'amortissement.

ϵ_{22} : Tenseur de constantes diélectriques.

D_2 : Tenseur d'induction électrique.

S_6 : Tenseur de déformations mécaniques.

Pour procéder à l'analyse du comportement résonnant, il est intéressant de transformer le résonateur en un circuit non linéaire équivalent, au lieu de considérer l'équation de l'onde dérivée directement.

L'inductance et la capacité équivalentes sont exprimées par :

$$\begin{cases} L(i) = L_0(1 + \alpha i^2) \\ \frac{1}{C}(i) = \frac{1}{C_0}(1 + \beta i^2) \end{cases} \quad 4.3$$

La caractéristique courant-tension de ce résonateur est donnée par :

$$L \frac{di}{dt} = \frac{1}{C} \int i dt + Ri = V \sin(\omega t_1) \quad 4.4$$

En remplaçant $L(i)$ et $\frac{1}{C}(i)$ par leurs valeurs, on peut trouver :

$$(1 + 3\alpha i^2) \frac{d^2i}{dt^2} + \theta \frac{di}{dt} + \left(\omega_0^2 + 6\alpha \left(\frac{di}{dt} \right)^2 \right) i + \Gamma i^3 = A \cos(\omega t) \quad 4.5$$

Où :

$$\theta = \frac{R_0}{L_0}; \quad \Gamma = \omega_0(\beta - 3\alpha); \quad A = \omega_0 \frac{V}{L_0} \quad 4.6$$

La relation entre les paramètres du circuit et les constantes caractéristiques du résonateur sont données par [6] :

$$L_0 = \rho \frac{d^2}{8e_{26}^e S_r}; \quad C_0 = \frac{8e_{26}^e}{\pi^2 C_{66}^D d}; \quad R = \frac{\pi^2 r_{66} d}{8e_{26}^e S_r}; \quad Q_0 = \omega_0 \frac{L_0}{R_0} \quad 4.7$$

$$\alpha = \frac{-3 C_{6666}^D \pi^2 (1 + Q_0)}{256 C_{66}^D e_{26}^e S_r \omega_0}; \quad \beta = \frac{3 C_{6666}^D \pi^2 (1 - Q_0)}{256 C_{66}^D e_{26}^e S_r \omega_0} \quad 4.8$$

L_0 est l'inductance linéaire, C_0 est la capacité linéaire, R_0 est la résistance linéaire, D est l'épaisseur, ρ est la densité du cristal, S_r est la surface du résonateur.

α et β les coefficients non linéaires de l'inductance et la capacité respectivement et ω_0 est la fréquence de résonance sans les termes de la non linéarité.

L'équation (4.9) peut se réduire à la fameuse équation de Duffing celle-ci décrit le mouvement d'une masse rappelée à sa position d'équilibre par un ressort à caractéristique non linéaire :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \theta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i + \Gamma i^3 = A \cos(\omega t_1) \quad 4.9$$

4.4 Etude théorique

L'équation différentielle donnée par le résonateur à quartz non linéaire est :

$$\ddot{y} + \lambda \dot{y} + y + y^3 = F \cos(\Omega t) \quad 4.10$$

Avec :

$$\lambda = \frac{\Gamma}{\omega_0}; F = \frac{\Gamma^{1/2}}{\omega_0^3} A = \frac{\Gamma^{1/2}}{\omega_0^2 L_0} V; \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0} \quad 4.11$$

$$\begin{cases} \dot{y} = x \\ \dot{x} = -\gamma x - y - y^3 + F \cos(\Omega t) \end{cases} \quad 4.12$$

Pour que (x_q, y_q) soit un point d'équilibre, il faut que : $F_1(x_q, y_q) = F_2(x_q, y_q) = 0$

Alors :

$$\begin{cases} F_1(x_q, y_q) = 0 \Rightarrow x_q = 0 \\ F_2(x_q, y_q) = 0 \Rightarrow x_q = -\gamma x - y_q - y_q^3 = 0 \end{cases} \quad 4.13$$

Nous trouvons un seul point d'équilibre $P(0,0)$.

4.4.1 Etude de la stabilité du résonateur à quartz

Pour le système non forcé, nous pouvons déterminer la stabilité en examinant la matrice jacobienne au point d'équilibre.

$$J_{F(x_q, y_q)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(x_q, y_q)}{\partial x_1} & \frac{\partial F(x_q, y_q)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F(x_q, y_q)}{\partial y_1} & \frac{\partial F(x_q, y_q)}{\partial y_n} \end{bmatrix} \quad 4.14$$

$$J_{F(x_q, y_q)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 - 3y_q^2 & -\gamma \end{bmatrix} \quad 4.15$$

En remplaçant les points d'équilibre par les valeurs (0,0) ; la matrice devienne :

$$J_{F(0,0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -\gamma \end{bmatrix} \quad 4.16$$

En calculant les valeurs propres $\lambda_{1,2}$:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 4}}{2} \quad 4.17$$

L'étude de la stabilité du point d'équilibre par la méthode de Lyapunov revient à étudier le signe de la partie réelle des valeurs propres, celles ci dépendent du paramètre d'amortissement λ . Après calcul, nous avons fait les constatations suivantes [9]:

1. Si $\lambda = 0$, nous trouvons que $\lambda_{1,2}$ sont complexes (sous la forme de $\sigma + j\omega$) avec σ nulle, il y aurait un sommet dans l'espace de phase ou des oscillations stables (Figure 4.1.a).
2. Si la valeur de $\lambda > 0$, les parties réelles de $\lambda_{1,2} < 0$, cela correspond à des oscillations amorties où le système revient au point d'équilibre (Figure 4.1.b).
3. Si la valeur de $\lambda < 0$, les parties réelles de $\lambda_{1,2} > 0$, cela veut dire un système instable (Figure 4.1.c).

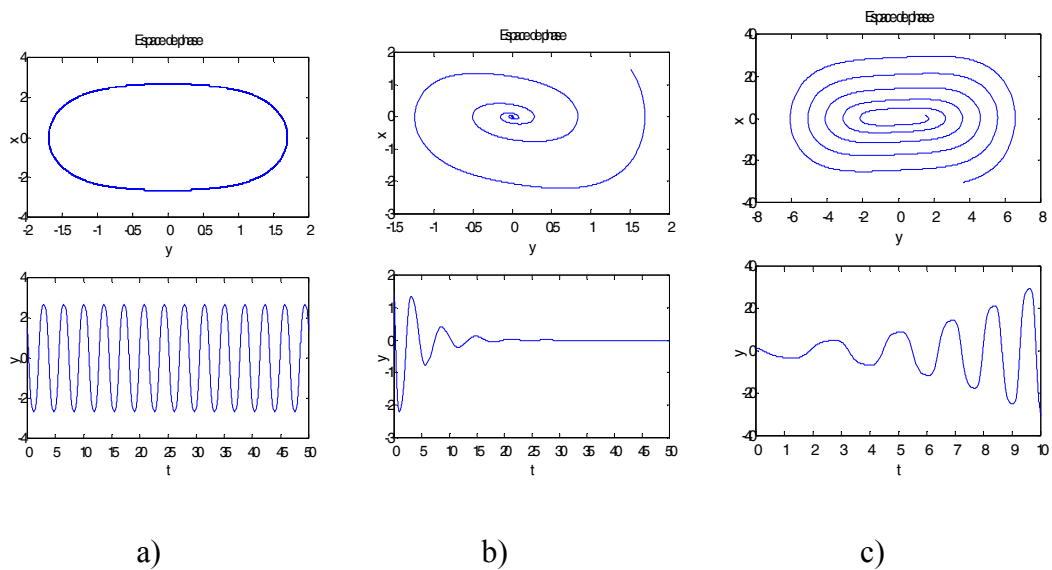


Figure 4.1 : Cas non forcé

Dans le cas où le système est forcé, son mouvement est entretenu par une fréquence externe. Trois variables entrent en jeu, ce qui amène le système à un mouvement plus complexe où la prédiction de leurs structures est impossible avant la simulation.

Si $\Omega = 0$ donc la fréquence d'excitation est nulle, il y aura un amortissement du mouvement quelque soit la valeur de γ .

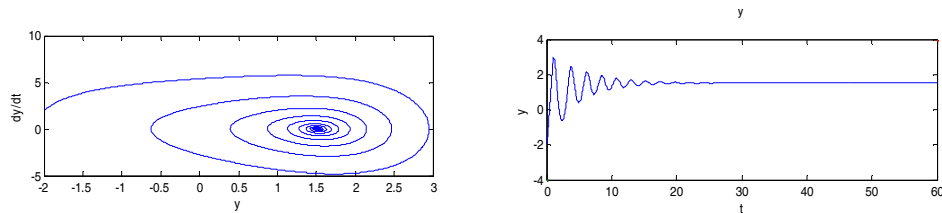
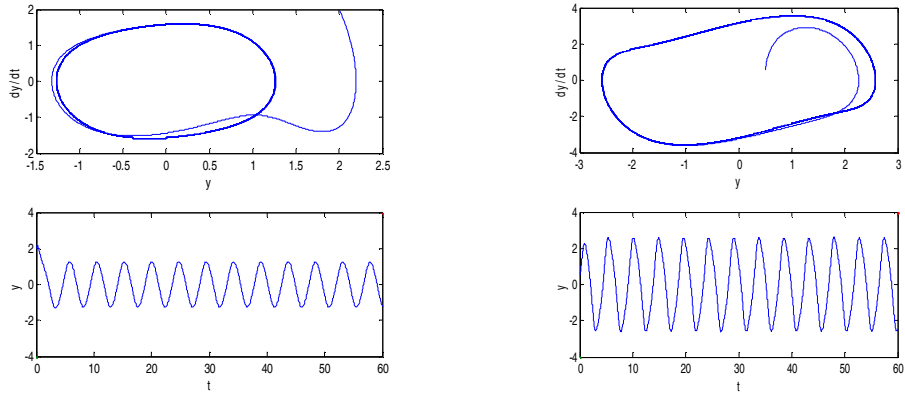


Figure 4.2: Cas forcé : $F=5, \gamma=0.4, \Omega=0, y=-2, \dot{y}=2$

Pour arriver à simuler le comportement chaotique de l'équation de Duffing, Nous avons choisis des valeurs différentes de γ . Cependant, nous avons fixé le facteur d'amortissement à 0.4 et $\Omega = 1.3275$ pour pouvoir obtenir les différentes trajectoires demandées. Pratiquement, $\gamma = 0.4$ veut dire que le résonateur est choisie avec des dimensions bien précise puisqu'il y a une dépendance entre les paramètres électriques et ceux de la non linéarité avec les dimensions du cristal.

Pour le régime linéaire c.à.d. (les petites valeurs d'excitations), au fur et à mesure que γ augmente, la stabilité persiste après un régime transitoire mais les formes diffèrent d'une valeur de γ à une autre.



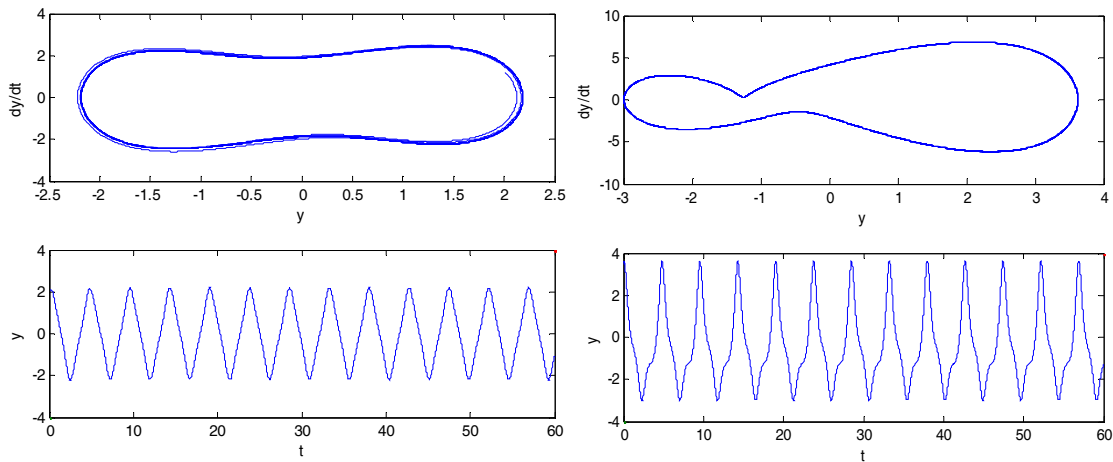
a) $F=5, \gamma=3, \Omega=1.3275, y=2, \dot{y}=2$

b) $F=20, \gamma=5, \Omega=1.3275, y=2, \dot{y}=2$

Figure 4.3 : Cas forcé

4.4.2 Route vers le chaos

Dans les figures suivantes, nous remarquons l'acheminement des phénomènes, commençant par la symétrie de la trajectoire jusqu'au chaos. Pour une faible valeur de F , c'est à dire une faible excitation, l'orbite est symétrique (Figure 4.4.a). Lorsque la force augmente, nous constatons que la symétrie disparaît et devient de plus en plus asymétrique (Figure 4.4.b).



a) $F=4.52, \gamma=0.4, \Omega=1.3275$

b) $F=15, \gamma=0.4, \Omega=1.3275$

Figure 4.4: Symétrie et asymétrie de la trajectoire

A une valeur plus grande de l'excitation extérieure F , les grandeurs caractéristiques du phénomène ne varient pas d'une manière linéaire, l'évolution est alors régie par une équation différentielle non linéaire et ceci rend l'étude plus compliquée puisqu'on ne peut plus prédire la solution du système. Un doublement de période est remarquée, cela se poursuit jusqu'à l'apparition du chaos (Figure 4.5.a) et Figure 4.5.b)).

La figure suivante montre l'apparition du chaos après un passage d'un doublement de période (bifurcation).

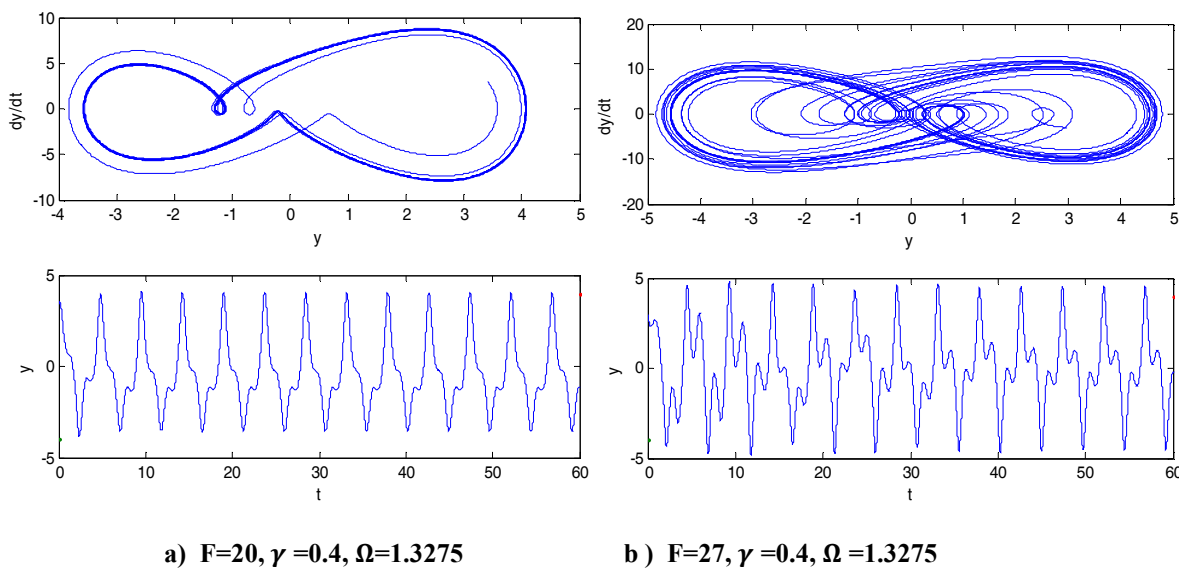


Figure 4.5 : Apparition du chaos

L'évolution de la trajectoire du système dynamique non linéaire évolue vers des états particuliers qui varient en fonction des paramètres de contrôle du système. Ces états s'appellent attracteurs. En augmentant certains paramètres comme la force d'excitation ou la fréquence d'utilisation, nous pouvons constater un changement de nature de ces attracteurs ou une bifurcation

Le tableau suivant regroupe les différents cas remarquable à partir de notre simulation :

F	Υ	Ω	Résultat
5	0	0	Solution périodique
5	0.4	1.3275	Stabilité et symétrie
15	0.4	1.3275	Asymétrie
20	0.4	1.3275	Bifurcation (doublement de période)
27	0.4	1.3275	Attracteur chaotique

Tableau 4-1 : Différents attracteurs en fonction de l'excitation F

Nous avons observé que les trajectoires diffèrent d'une valeur à une autre. Au fur et à mesure que la force augmente, celles ci deviennent plus complexes sans oublier que la fréquence d'excitation est d'une influence très importante sur la structure de la trajectoire.

Les structures non linéaires du résonateur à Quartz sous des excitations intenses sont étudiées par la simulation numérique et en utilisant la méthode de Runge Kutta comme technique numérique, nous avons cherché les conditions qui permettent au chaos de se manifester. Il est indiqué que lorsque la symétrie est rompue, des forces d'excitations sont rajoutées à la première, cela provoque un doublement de période jusqu'à l'apparition du comportement chaotique.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons mis en équation l'aspect théorique d'un résonateur à quartz en tenant compte des propriétés physiques non linéaires. Par simulation et en utilisant l'algorithme de Runge-Kutta nous avons observé les différentes trajectoires au fur et à mesure que la force d'excitation augmente allant d'un état stable pour un régime linéaire jusqu'à l'apparition du chaos pour le régime non linéaire dont en passant par des successives bifurcations.

Chapitre 5

Identification des paramètres de contrôle par des algorithmes méta-heuristiques

5.1 Introduction

Nous avons discuté dans le chapitre précédent de la relation entre l'augmentation de l'excitation appliquée au résonateur non linéaire et l'évolution des trajectoires d'un état stable à un état complètement chaotique, cette étude nous permet d'expliquer l'intérêt d'identifier les paramètres du système afin de contrôler sa stabilité.

Notre approche est basée sur le concept d'identifier et de contrôler la stabilité d'un système électronique non linéaire chaotique par des algorithmes d'optimisations méta-heuristiques.

Dans le but de tester les performances des algorithmes proposés, nous l'avons utilisé dans la résolution de deux problèmes d'optimisation : le problème d'identification de stabilité réside dans deux systèmes électriques chaotiques, un piézoélectrique, et un circuit électrique de Chua.

Nous avons proposé deux variantes de méta-heuristiques, API et ACO. Elles nous permettent également d'obtenir une meilleure solution de l'équation différentielle non linéaire et par conséquent une oscillation stable de ce système chaotique. Les simulations ont montré de bons résultats qui nous encouragent à les utiliser pour la résolution d'autres problèmes d'optimisation difficiles.

5.2 Problématique

Le résonateur piézoélectrique caractérisé par l'équation non linéaire de Duffing présente un comportement chaotique pour des fortes excitations ($F > 20$). L'identification des paramètres, la fonction objective F_{obj} est donnée par :

$$\min F_{obj} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|X - \hat{X}\|^2 \quad 5.1$$

Où

i est la valeur de temps, N est la longueur du vecteur des données, X et \hat{X} représentent l'état réel et estimé respectivement du système dans un temps i .

5.3 Utilisation de l'algorithme ACO

Dans cette étude γ et Ω sont les paramètres de contrôle de l'équation différentielle (4.8) à identifier [122]. Les valeurs critiques de l'algorithme de fourmi ACO utilisés sont respectivement: le nombre de fourmi $m = 20$ et le nombre d'itération=80.

5.3.1 Résultats et discussion

La figure (5.1) représente un état chaotique pour $F=26.5$ et les conditions initiales ($\alpha_1 = 0.0505$, $\alpha_2 = 0.3535$), donc le choix des paramètres du système par identification est très important et indispensable pour le contrôle et la stabilité des oscillations de ce résonateur

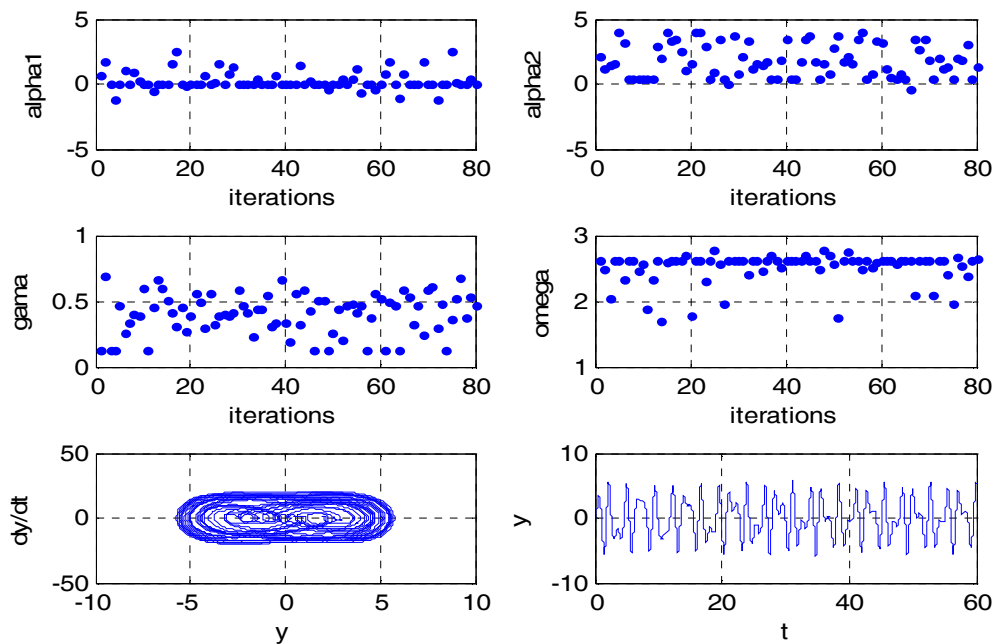


Figure 5.1: Trajectoire chaotique $\gamma = 0.1273$, $\Omega = 2.6212$

Par application de l'algorithme de fourmis ACO, Nous avons faits plusieurs tests de simulation. Les résultats obtenus ont montré la convergence vers un état stable des oscillations avec une forte excitation ($F=26.5$).

L'évolution des trajectoires est illustrée par les figures suivantes :

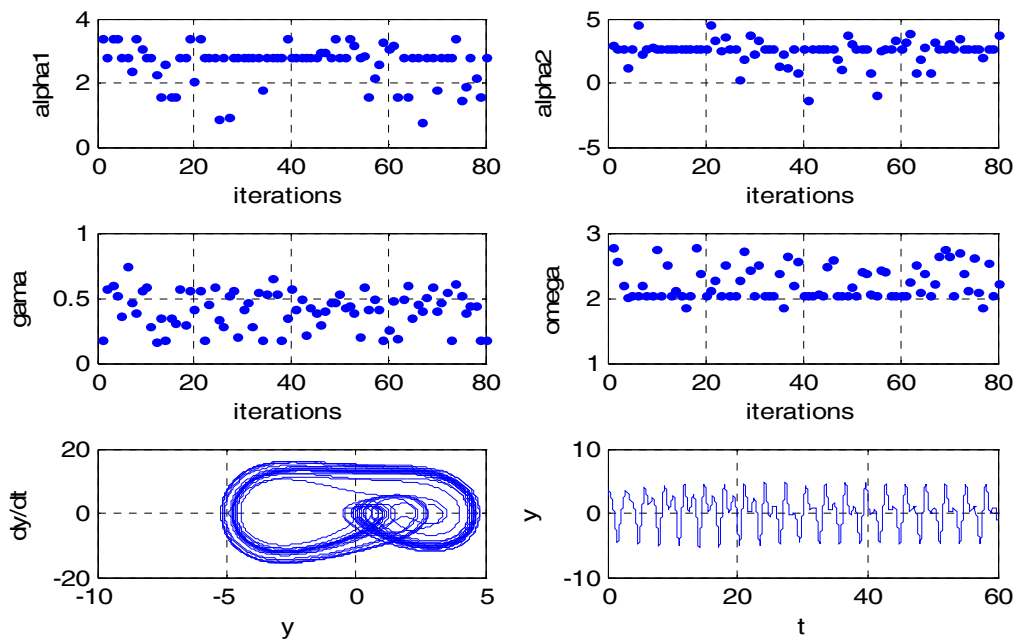
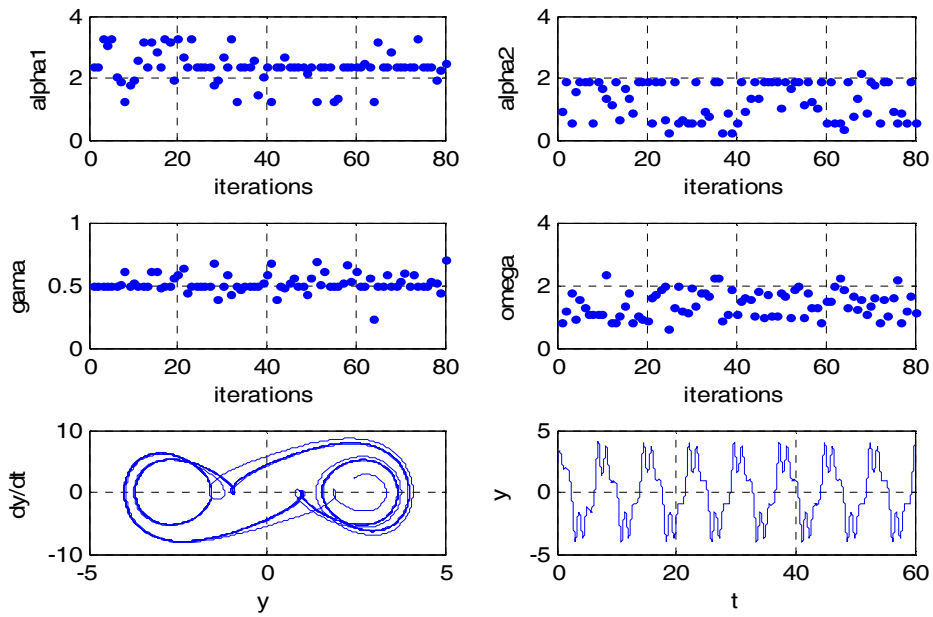


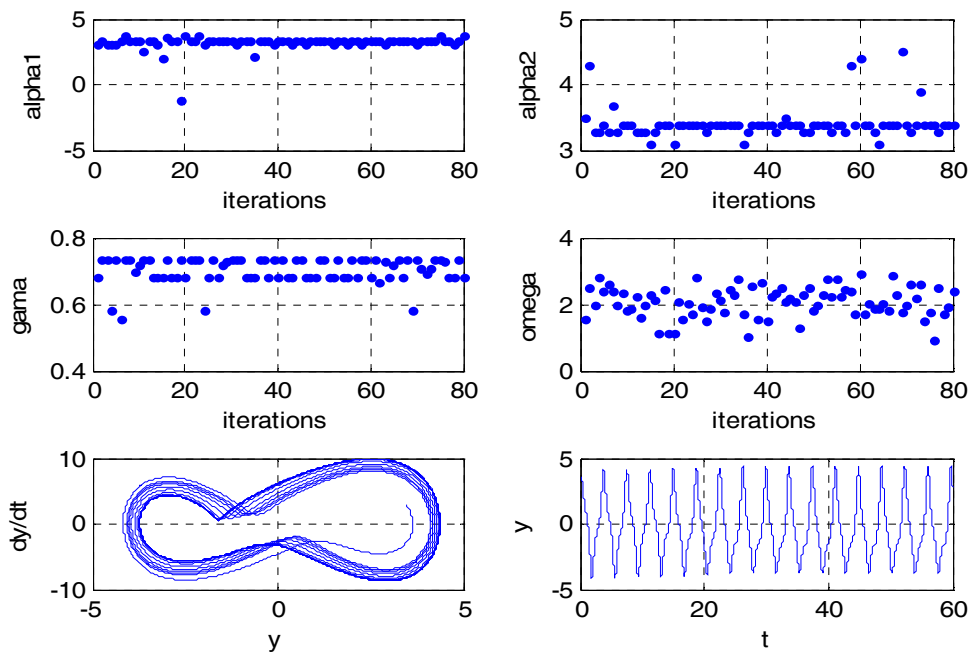
Figure 5.2: Evolution de la trajectoire $\gamma = 0.1818$, $\Omega = 2.0404$

$\alpha_1 = 2.7778$, $\alpha_2 = 2.6768$

La figure (5.2) présente encore un état non stable, mais la stabilité est atteinte progressivement.



**Figure 5.3: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.4909$, $\Omega=0.8283$
 $\alpha_1=2.3737$, $\alpha_2=1.8687$**



**Figure 5.4: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.7364$, $\Omega=1.6869$
 $\alpha_1=3.3838$, $\alpha_2=3.3838$**

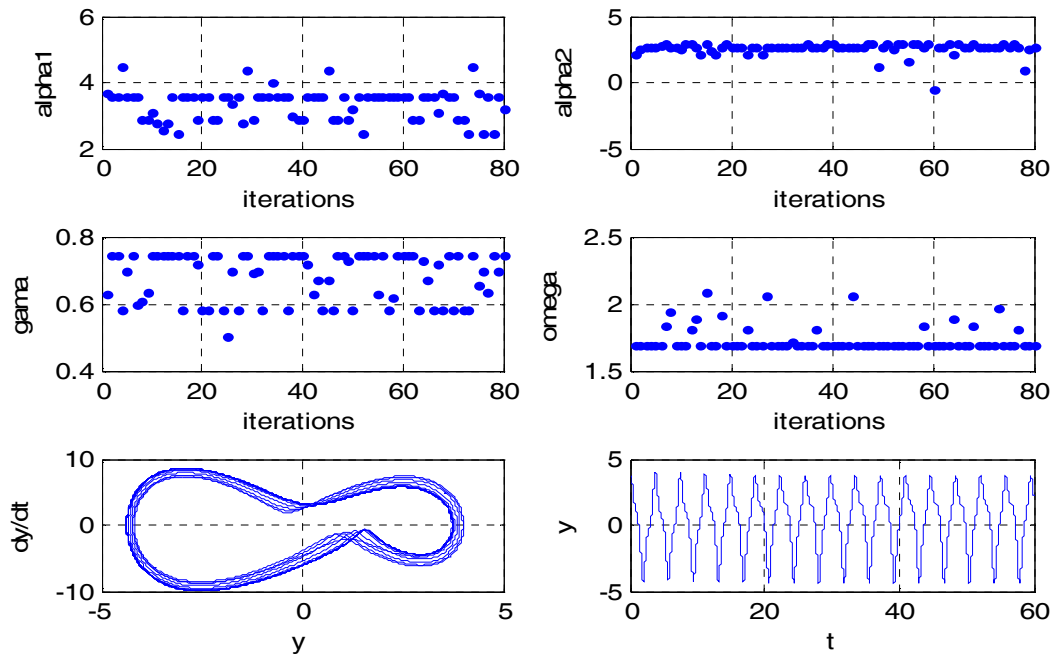


Figure 5.5: Evolution de la trajectoire $\gamma=0.7455$, $\Omega =1.6869$
 $\alpha_1= 3.5859$, $\alpha_2= 3.6768$

A partir des figures (5.3) (5.4) et (5.5), nous pouvons constater que la stabilité a été obtenue pour $\gamma=0.8182$, $\Omega = 2.1667$.

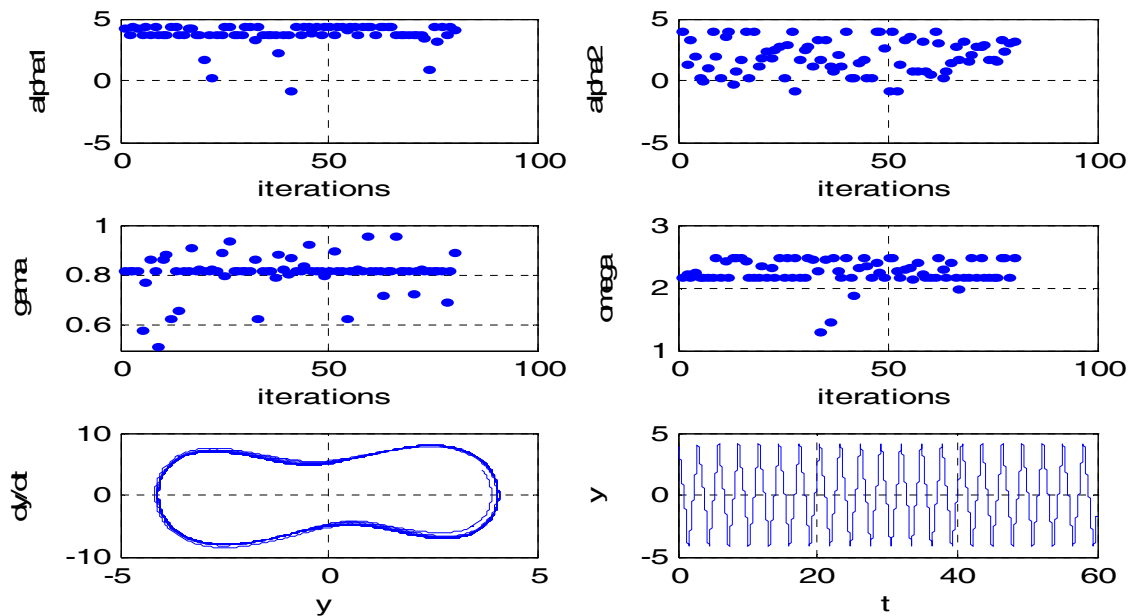


Figure 5.6: Orbite stable $\gamma=0.8182$, $\Omega =2.1667$
 $\alpha_1=3.6869$, $\alpha_2=3.9899$

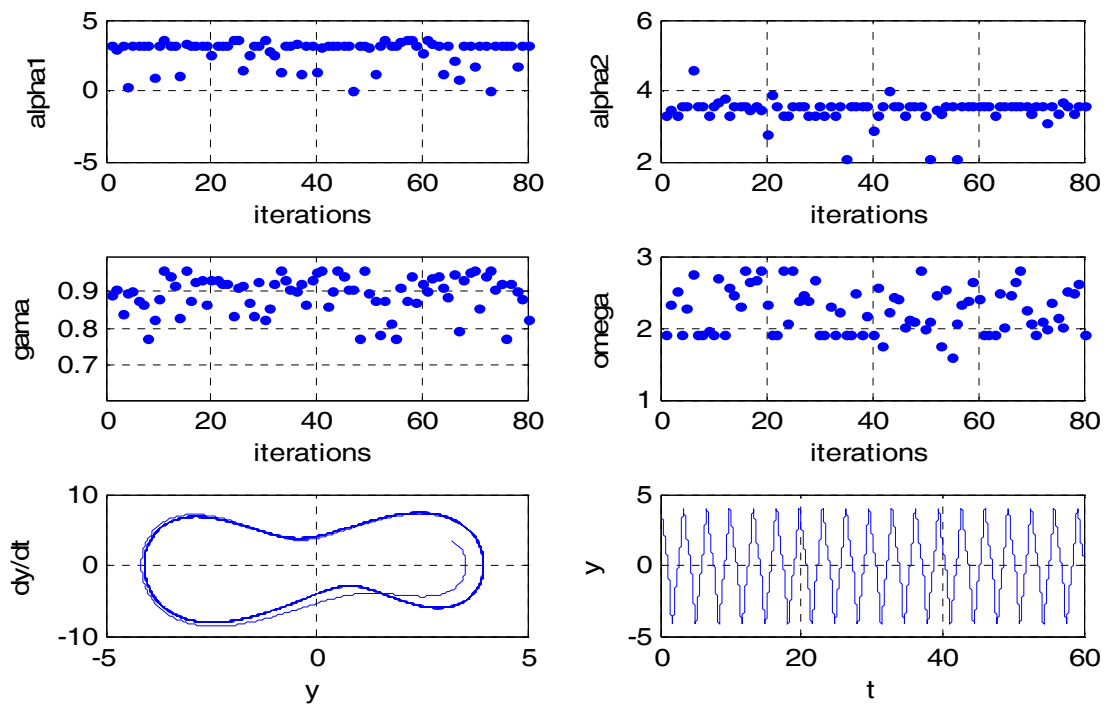


Figure 5.7: Orbite stable $\gamma = 0.96206$, $\Omega = 1.9141$

$\alpha_1 = 3.1818$, $\alpha_2 = 3.5859$

On voit qu'après des itérations successives, l'évolution des trajectoires converge vers la stabilité figure (5.6) et figure (5.7), ainsi l'efficacité de l'algorithme ACO pour l'identification du système chaotique est prouvée.

5.3.2 Sensibilité aux conditions initiales

La sensibilité aux conditions initiales joue un rôle primordial et incontournable pour les systèmes chaotiques. Les paramètres du circuit ou de l'algorithme influent sur la stabilité de système.

Les figures suivantes représentent la variation des trajectoires par rapport aux différentes conditions initiales avec des valeurs fixes des paramètres F , γ et Ω .

La figure (5.8) présente un état chaotique pour $\alpha_1 = 0.8889$, $\alpha_2 = 2.6667$.

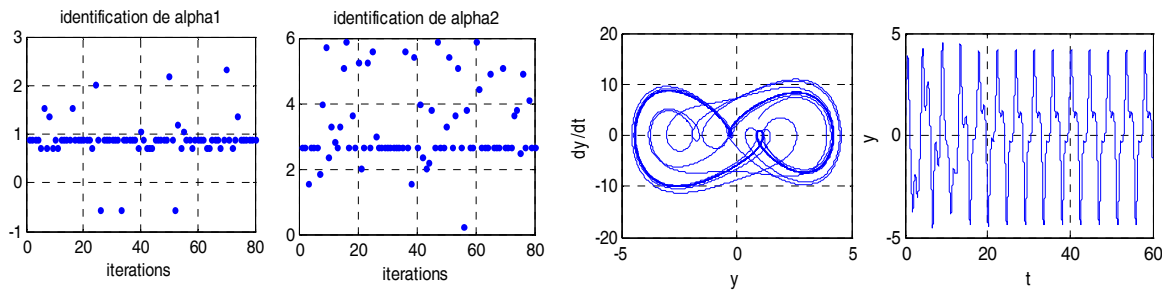


Figure 5.8: Trajectoire chaotique
 $\alpha_1=0.8889$, $\alpha_2=2.6667$

La figure (5.9) montre la disparition du chaos après optimisation par l’algorithme ACO.

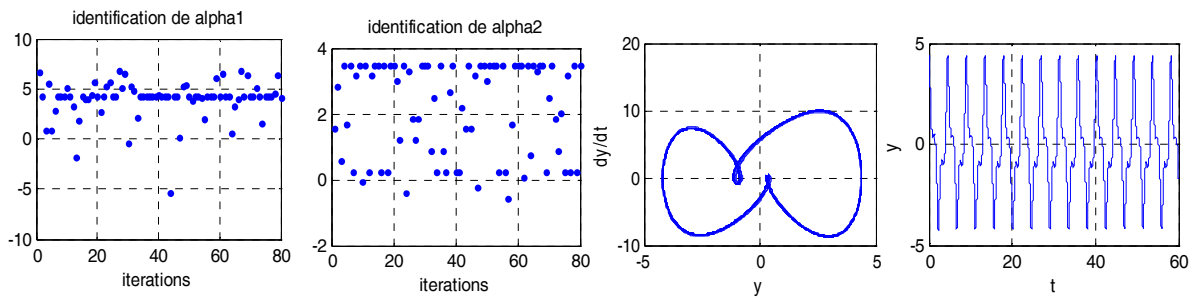


Figure 5.9: Identification des conditions initiales
 $\alpha_1=4.2828$, $\alpha_2=3.4747$

Un autre exemple est donné par la figure (5.10), nous avons fixé γ à 0.1273 et Ω à 2.6212.

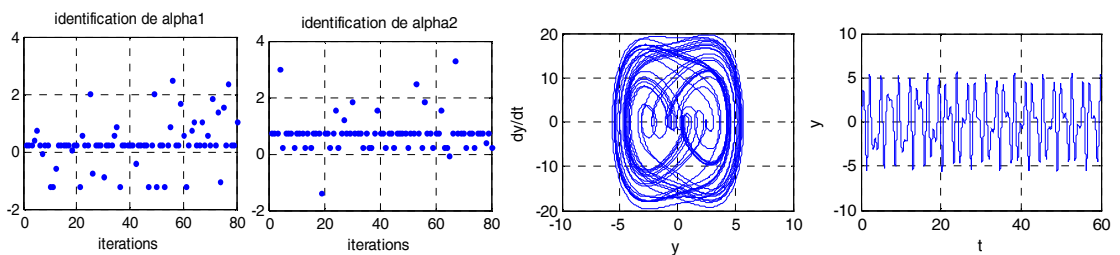


Figure 5.10: Trajectoire Chaotique
 $\alpha_1=0.2424$, $\alpha_2=0.7273$

La figure (5.11) et la figure (5.12) présentent l'identification des conditions initiales pour les mêmes valeurs de γ et Ω .

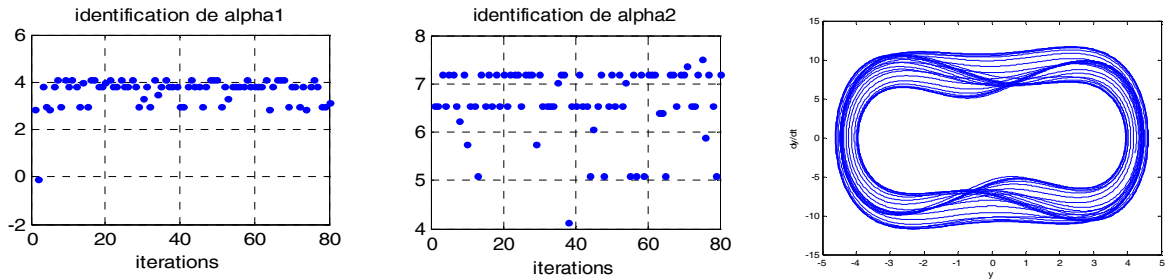


Figure 5.11: Trajectoire chaotique

alpha1=3.7980, alpha2=7.1919

Après un test de l'algorithme, la stabilité du système est finalement obtenue par une petite modification des conditions initiales (figure (5.12)).

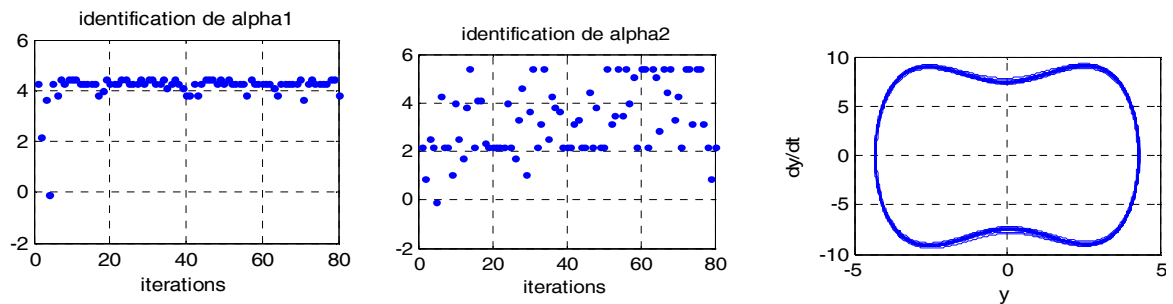


Figure 5.12: Identification des conditions initiales – état stable

alpha1=4.2828, alpha2=2.1818

Dans cette étude, nous avons fixé les paramètres de contrôle afin d'optimiser les conditions initiales par l'algorithme méta-heuristique ACO qui a donné des oscillations stables du résonateur. Nous avons montré l'intérêt de la variation des conditions initiales tout en fixant tous les paramètres du circuit, nous avons passé d'une orbite chaotique vers une orbite stable.

5.4 Utilisation de l'algorithme API

Le système chaotique à n dimension est généralement décrit par l'équation suivante [34]

$$\dot{X} = f(X, X_0, \theta) \quad 5.2$$

Où:

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ est le vecteur d'état, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)^T \in R^m$ est le paramètres du système chaotique, X_0 est condition initiale du vecteur d'état, and f c'est l'équation non linéaire.

Pour identifier les paramètres de l'équation précédente (5.2), un modèle estimateur de ce système est généralement introduit comme suit :

$$\hat{X} = F(\hat{X}, X_0, \hat{\theta}) \quad 5.3$$

Où:

$\hat{X} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \in R^n$ est le vecteur d'état estimé, $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m)^T \in R^m$ est les paramètres estimés du système chaotique

L'algorithme API identifie les paramètres optimaux du système sous des excitations intenses basé sur la fonction objective, cette fonction est utilisée pour identifier les systèmes non linéaires.

5.4.1 Automate de l'algorithme API

La stratégie de la méta-heuristique API (APIcalis pachycondyla identification) est décrit par N. Monmarché [91][120-121]. L'idée de base de cette méthode, que les fourmis utilisent des principes simples pour rechercher leurs proies.

- Les fourmis créent des sites de chasse au hasard à partir de leur nid.

- Chaque fourmi explore un espace de recherche local et global et évalue les meilleures solutions.

La procédure principale de cette méthode est donnée par l'organigramme suivant:

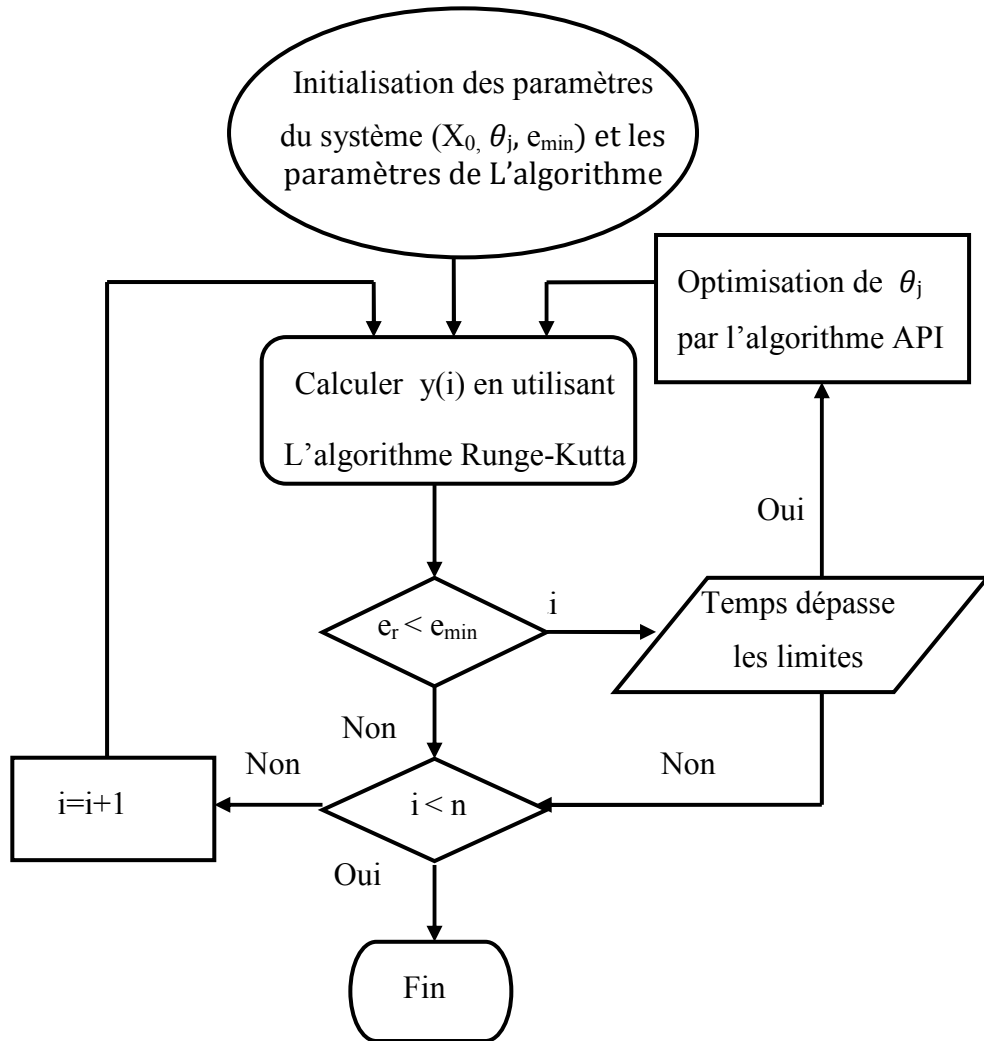


Figure 5.13 : Modélisation du système chaotique par l'algorithme meta-heuristique API.

Où X_0 est la condition initiale θ_j sont les paramètres de contrôle du système non linéaire, e_r est l'erreur calculé à chaque itération et e_{min} est la valeur minimale de

Nous avons transformé le problème d'identification des paramètres du système chaotique en un problème d'optimisation dans le sens de minimiser la fonction objective.

L'organigramme est exécuté à plusieurs reprises afin d'entraîner le système à optimiser les données d'entrées-sorties par l'algorithme méta-heuristique API. L'algorithme fonctionne jusqu'à ce que tous les paramètres cessent de changer ou changent très peu sur une série de pas d'itérations. Ceci indique que la valeur de l'erreur est réduite au minimum, ainsi l'algorithme a trouvé un minimum et il peut être terminé. Les paramètres seront réinitialisés si la recherche du minimum n'aboutit pas au bout d'un certain temps. La figure (5.14) illustre le principe de la modélisation utilisée. La technique de l'optimisation proposée est mise en place en utilisant un automate pour identifier et contrôler les paramètres de la fonction non linéaire du système, Il s'agit d'un algorithme meta-heuristique qui est employé dans une boucle fermée où nous allons comparer les valeurs réelles et estimées tout en minimisant la fonction objective. La performance de l'automate est obtenue si la fonction F_{obj} converge à 0 pour chaque itération de l'algorithme. C'est dans ce contexte que se situe le sujet notre travail, nous avons appliquée l'algorithme API pour valider notre idée.

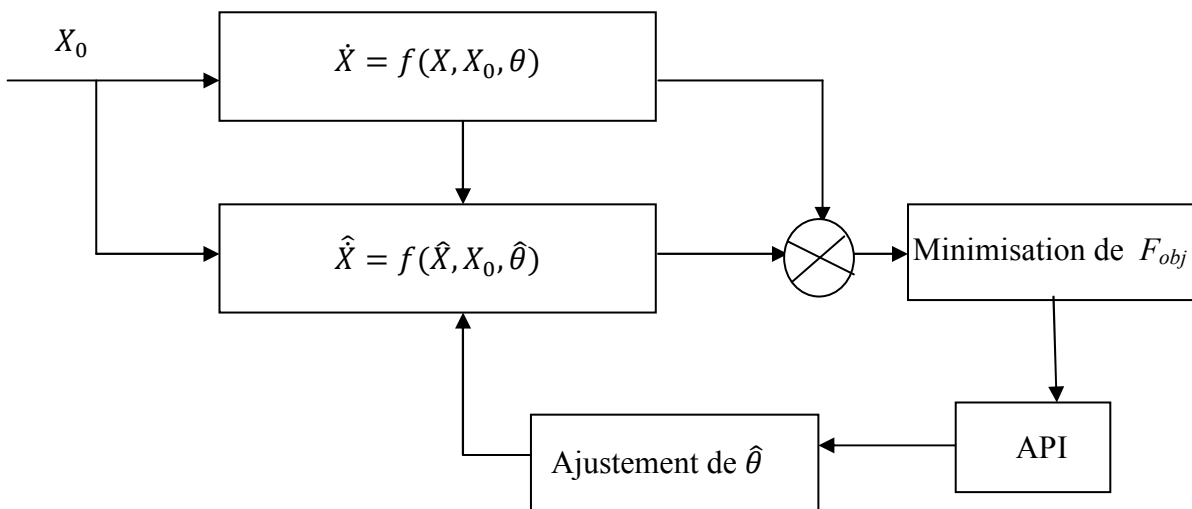


Figure 5.14: Le principe de l'estimation d'un paramètre de contrôle pour le système chaotique en utilisant l'algorithme API

Pour finir, nous avons fait des tests en simulation sur le modèle du système du résonateur piézoélectrique non linéaire, ensuite une autre application est réalisée sur le système chaotique de Chua.

5.4.2 Résultats de simulation

Dans cette partie, nous donnons des résultats de simulations pour montrer l'évolution du phénomène chaotique qui peut être observé dans ces circuits afin d'identifier les paramètres de contrôle avec l'application de l'approche API. Les valeurs des paramètres de l'algorithme l'API utilisés sont : Le nombre de fourmis $a_i = 10$, le nombre de sites de chasse pour chaque fourmi $S = 8$.

Après l'étude et l'identification des paramètres de contrôle du système chaotique en utilisant l'algorithme ACO [122], nous utiliserons une autre approche méta-heuristique en appliquant l'algorithme API [123] pour l'identification et l'optimisation des paramètres de contrôle. Les paramètres optimaux permettent de vérifier une oscillation stable de ce résonateur chaotique piézoélectrique.

Les résultats des simulations montrent que l'algorithme API est un algorithme efficace qui permet de donner une trajectoire stable et optimale du résonateur piézoélectrique.

La figure (5.15) présente la trajectoire chaotique du résonateur piézo-électrique en utilisant l'algorithme de Runge-Kutta.

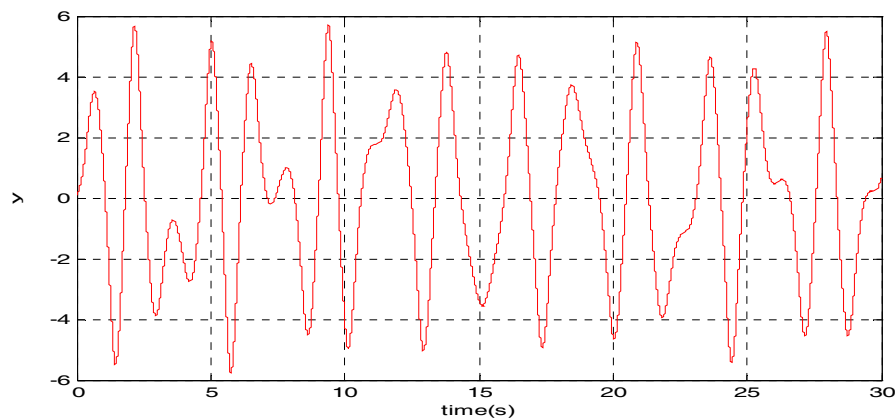


Figure 5.15: La trajectoire chaotique du résonateur piézoélectrique

$$F = 26,5, \gamma = 0,1, \Omega = 2,7$$

Lorsqu'on augmente l'amplitude du signal d'entrée, les oscillations du système peuvent basculer entre deux positions d'équilibre du système. En fonction de la fréquence Ω , des

comportements chaotiques apparaître pour des zones tandis que pour d'autres zones reste stable.

Dans la figure suivante, nous fixons le rapport de fréquence Ω , l'identification de l'excitation externe pour différents paramètres de non linéarité γ est donnée:

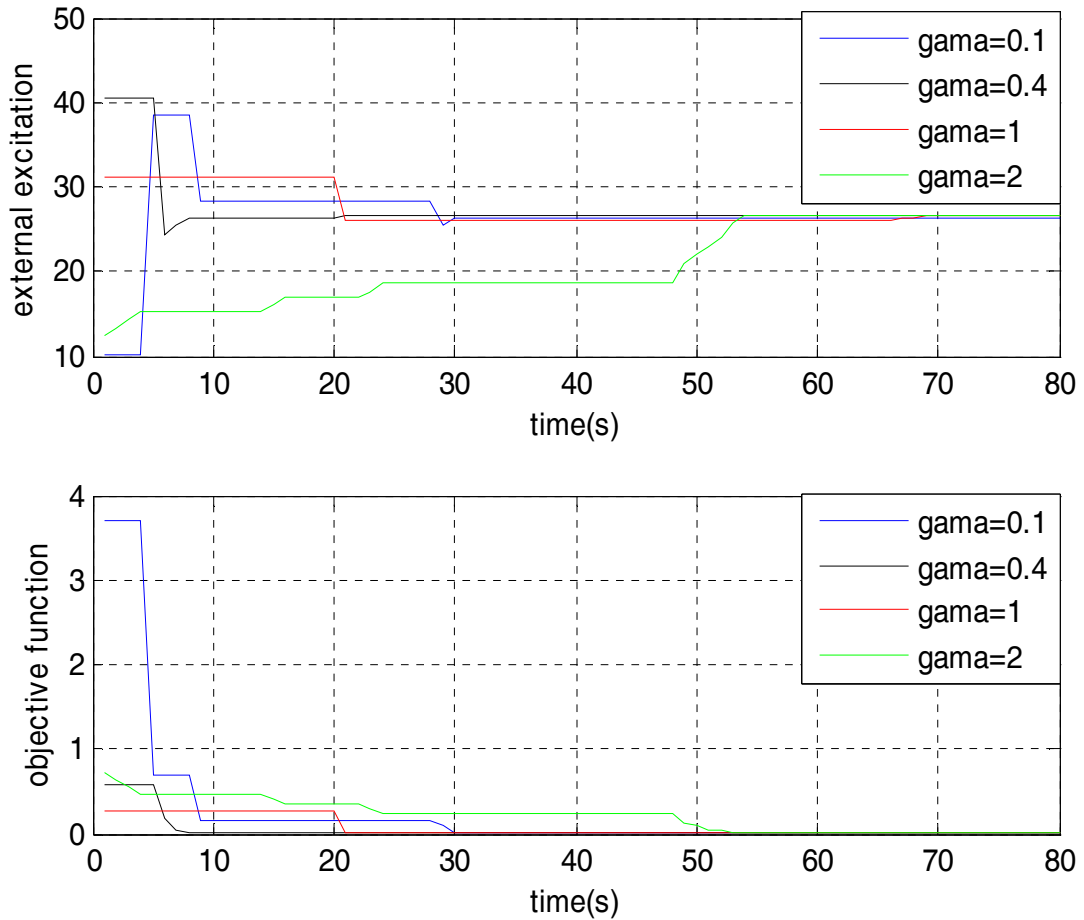


Figure 5.16: Identification de l'excitation externe optimale F pour différents paramètres de non linéarité γ

Cette figure montre que l'excitation externe optimale F du résonateur piézoélectrique de Duffing tend vers 26.7 et la fonction objective tend vers 0.

La figure (5.20) illustre la valeur optimale du terme de non-linéarité γ ($\gamma = 0.4$), ce paramètre présente une caractéristique physique du cristal.

Où: $\gamma = \frac{\Gamma}{\omega_0}$, Γ est proportionnel au courant cubique provient du champ électrique [6].

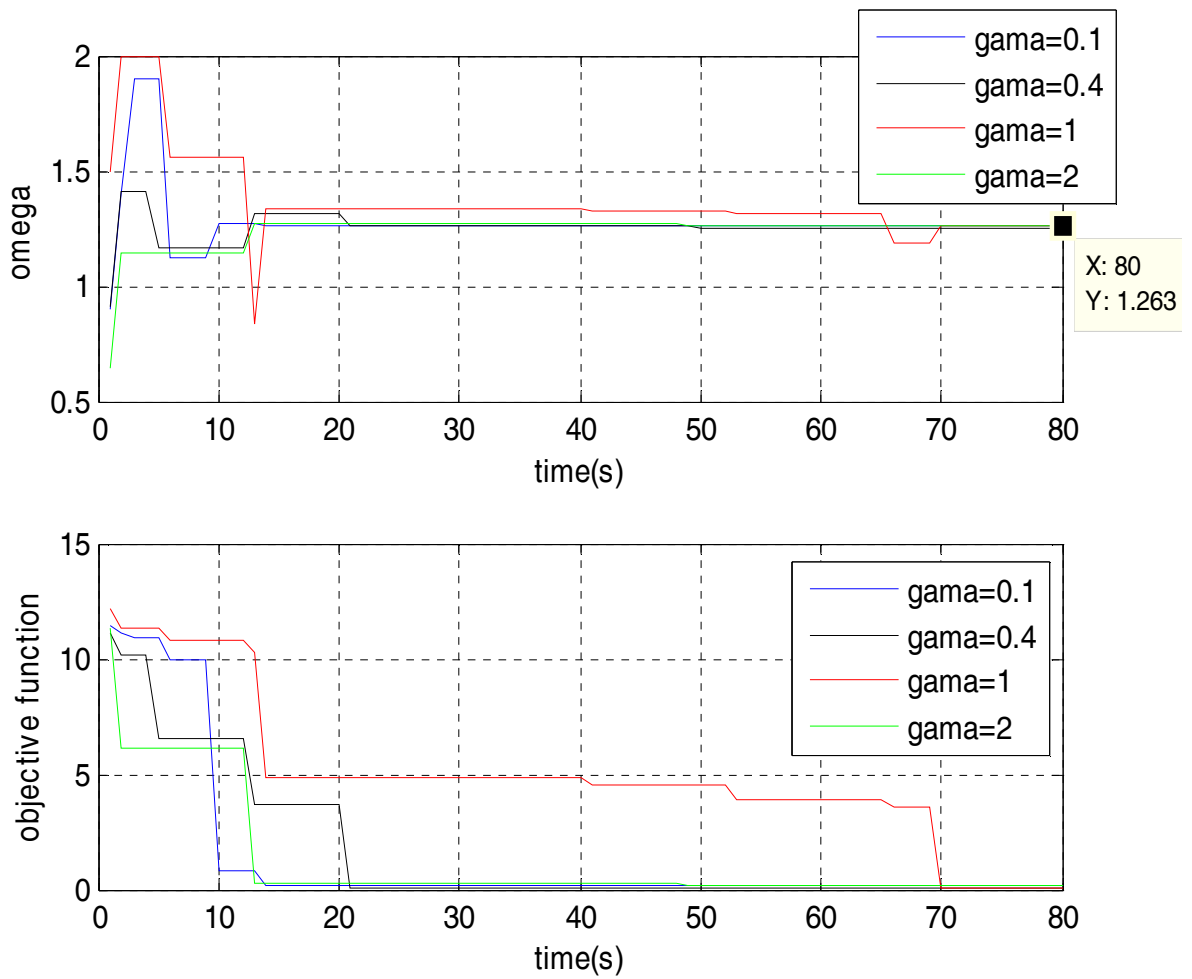


Figure 5.17: Identification de la fréquence optimale Ω ($F = 26,5$)

En appliquant l'algorithme de Pachycondyla Apicalis, les résultats qui illustrent l'identification des paramètres de contrôle du résonateur piézoélectrique tels que l'excitation externe $F = 26.5$, le terme de non-linéarité $\gamma = 0.4$ et le rapport de fréquence $\Omega = 1.2$ montrent les meilleures valeurs permettant d'obtenir un état stable et une oscillation stable de ce système non linéaire.

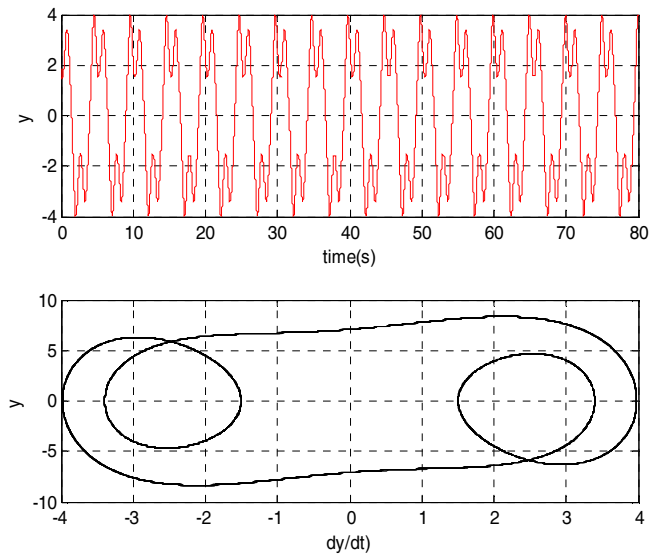


Figure 5.18: Une trajectoire stable du résonateur piézoélectrique
 ($F = 26.5$, $\gamma = 0.4$, $\Omega = 1.25$)

En augmentant l'amplitude F , les fenêtres de régularité dans le chaos sont obtenues où les oscillations redeviennent régulières. L'utilisation de l'algorithme API a permis d'exploiter le principe des systèmes dynamiques chaotiques. Par exploration de ces zones de régularités.

En utilisant le terme de non-linéarité $\gamma=0.25$, la fréquence identifiée Ω est donnée par la figure suivante.

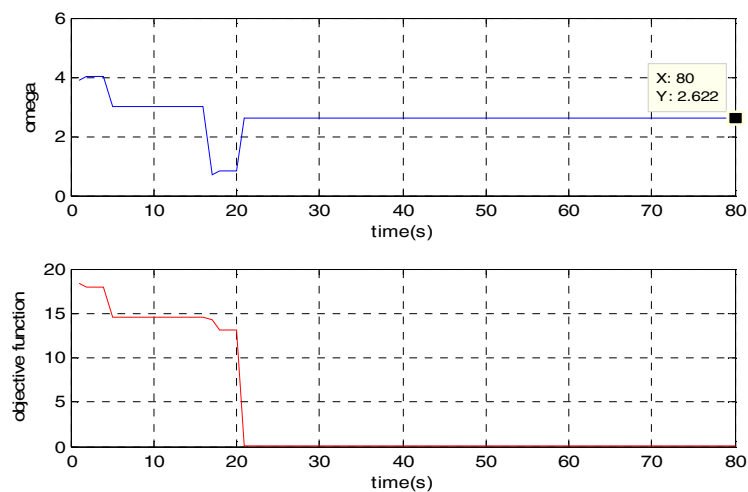
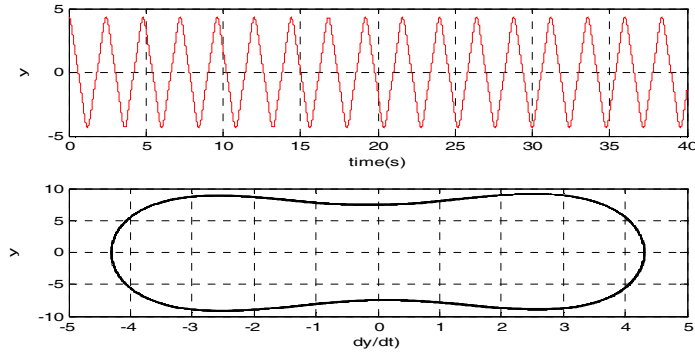


Figure 5.19: Identification de Ω ($F= 26.5$, $\gamma = 0.25$)

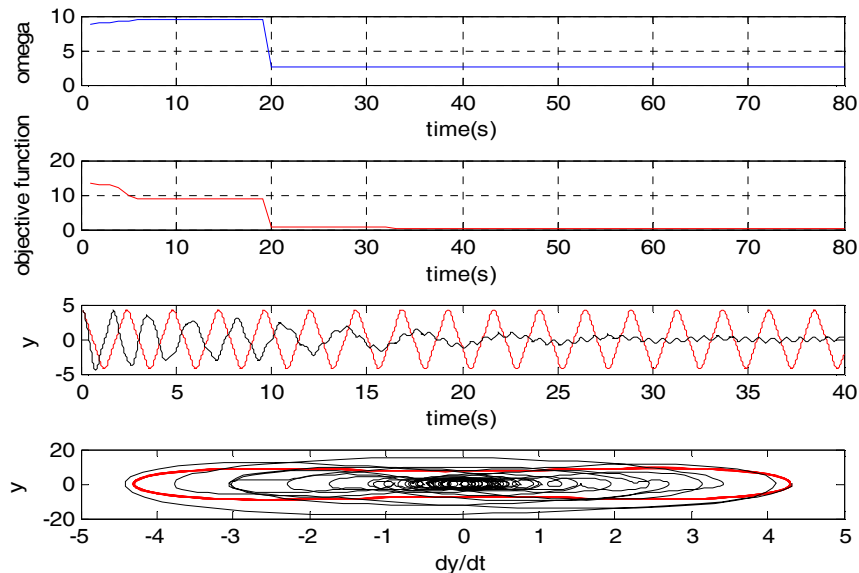
Sur la figure (5.22) nous constatons que l'orbite stable du résonateur piézoélectrique est obtenue par application des paramètres de contrôle identifiés.



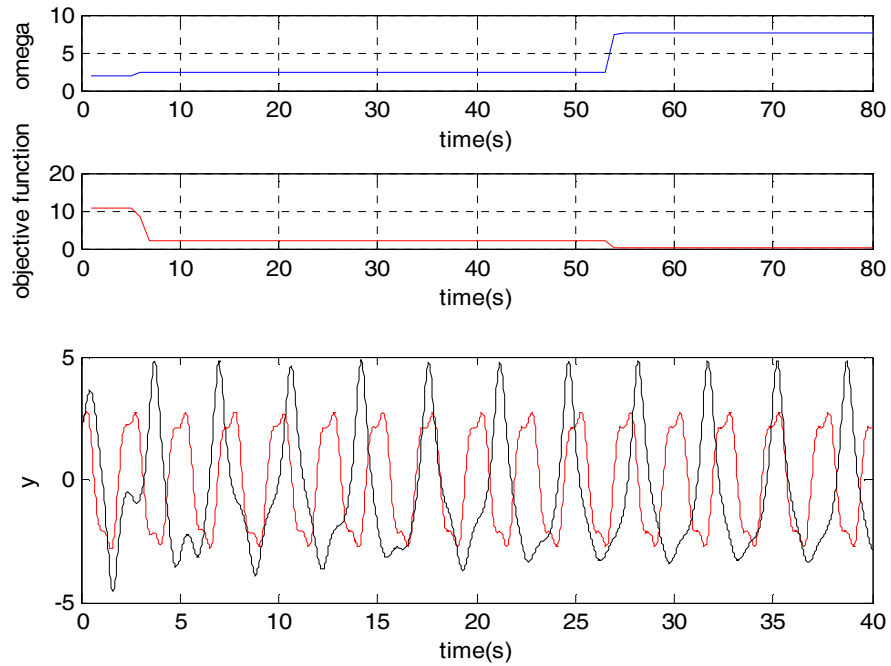
**Figure 5.20: Une trajectoire stable du résonateur piézoélectrique
($F=26.5$, $\gamma=0.25$, $\Omega=2.622$)**

Cette figure est présentée pour évaluer les performances de l'algorithme API. Il est clair que l'identification des paramètres de contrôle par l'application de cet algorithme donne de bons résultats et vérifie la stabilité du système chaotique.

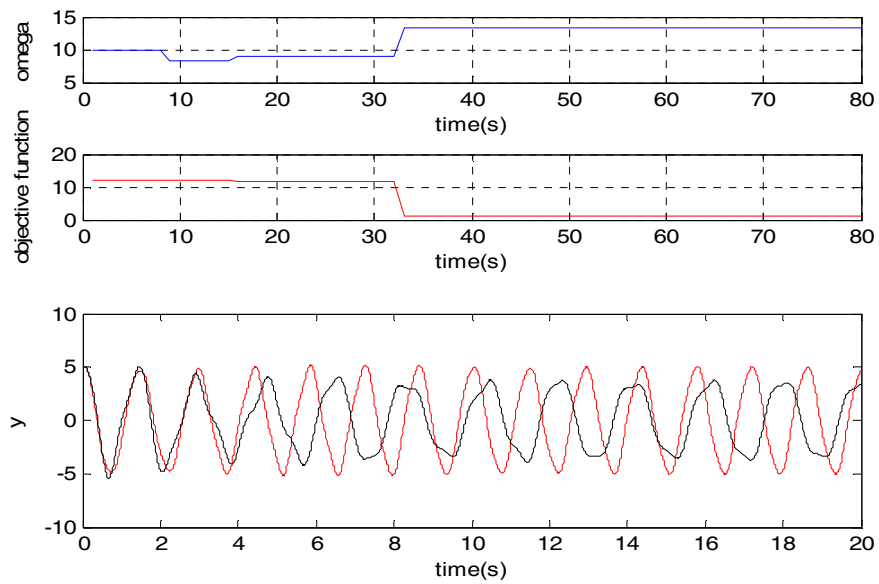
Sur les figures (5.21, 5.22 et 5.23), nous montrons la différence entre le comportement de la trajectoire du système original et la trajectoire du system après identification pour différentes valeurs de l'excitation F .



**Figure 5.21: Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge).
 $F=26.5$, $\gamma=0.25$**



**Figure 5.22: Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge).
 $F=30, \gamma=0.25$**



**Figure 5.23 : Différence entre $y(t)$ du système chaotique (en Noir) et $y(t)$ du système identifié (en rouge).
 $F=50, \gamma=0.25$**

La comparaison des résultats par les algorithmes ACO et API est résumée dans le tableau I..

Algorithme	Excitation externe F	Terme de non linéarité γ	Fréquence $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$	Nombre d'itérations
API	26.5	0.25	2.622	< 80
ACO	26.5	0.1273	2.6212	> 80
Une petite modulation de l'amplitude [6]	$F + df \cos(\omega' t)$	0.4	1.31	/

Tableau 5-1: Résultats d'une orbite stable par les deux algorithmes ACO et API et ainsi par la méthode de la modulation de l'excitation.

Le tableau (5-1) nous montre l'efficacité de l'application de l'algorithme API pour identifier et optimiser les paramètres de contrôle. Nous pouvons constater que le nombre d'itérations est réduit comparé à celui utilisé par l'algorithme ACO. Par conséquent, le temps de calcul de l'algorithme API est très inférieur au temps de calcul de l'algorithme ACO. La qualité des résultats a été montrée en figures (5.18 et 5.20).

Le rapport de fréquence Ω identifié pour différentes valeurs de F et $\gamma = 0.25$ est donné par le tableau (5-2).

Excitation extérieure F	Fréquence $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$	Nombre d'itérations
26.5	2.622	20
30	7.25	53
50	13.2520	33

Tableau 5-2: Fréquence Ω identifié pour différentes valeurs de F.

Le tableau (5-2) montre que la fréquence Ω utilise augmente au fur et à mesure que la l'excitation F augmente pour optimiser la trajectoire du résonateur et avoir une orbite stable

non chaotique. Ces résultats montrent l'efficacité de L'API pour l'identification des paramètres du résonateur chaotique.

5.5 Le circuit de Chua

Le circuit de Chua est un circuit électronique simple, c'est un type spécifique des circuits électroniques utilisé pour générer les signaux stochastiques et chaotiques. Ce circuit a des applications importantes en communication. Il est constitué par deux capacités C_1 et C_2 et une inductance L , placés parallèlement en trois branches.

L'élément N_R est une diode à résistance négative.

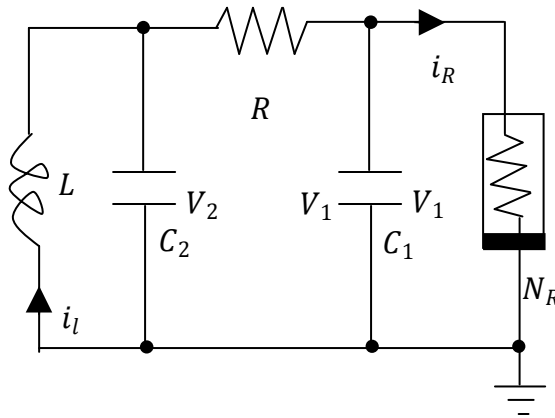


Figure 5.24: Le Circuit de Chua

Le circuit de Chua est défini par les équations d'états suivantes [125]:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{RC_1} (V_2 - V_1) - \frac{1}{C_1} f(V_1) \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{RC_2} (V_1 - V_2) - \frac{1}{C_2} i_L \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} V_2 \end{cases} \quad 5.4$$

Ces équations peuvent être écrites par l'ensemble des équations suivantes généralement utilisé dans la littérature [126-127].

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x - g(x)) \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \quad 5.5$$

L'élément non linéaire du circuit $g(x)$ est donné par :

$$g(x) = m_1x + \frac{m_0 - m_1}{2}(|x + 1| - |x - 1|) \quad 5.6$$

5.5.1 Résultats de simulation

Le système non linéaire de Chua présente un comportement chaotique. Les figures (5.25) et (5.26) présentent un exemple d'une trajectoire chaotique de ce circuit.

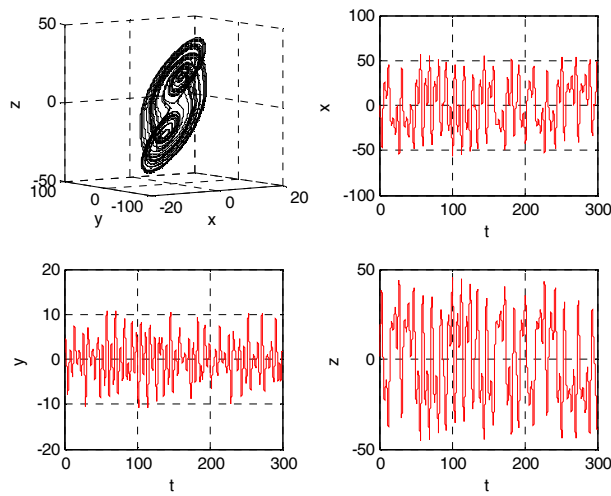


Figure 5.25: Une trajectoire chaotique du circuit de $m_0=-2.5, m_1=-0.92, \alpha=-4.89, \beta=-3.62, \gamma=0.016$

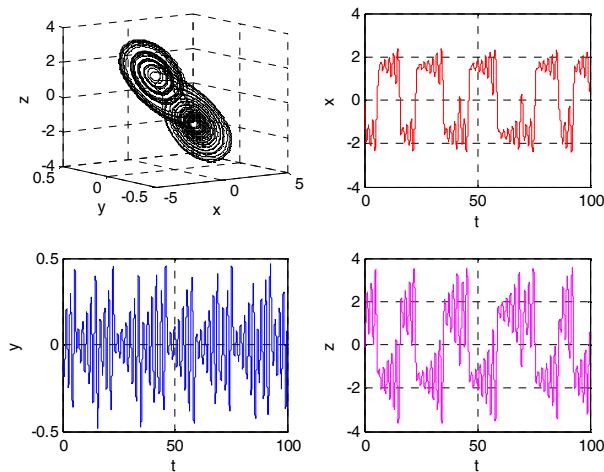


Figure 5.26: Chaotic trajectory of the Chua's circuit $m_0=-1.20, m_1=-0.65, \alpha_1=-0.1, \alpha_2=-0.1, \alpha_3=-0.1, \alpha=10, \beta=16, \gamma=0$.

5.5.2 Application de l'ACO

Dans le premier test nous avons appliqué l'algorithme ACO pour identifier les paramètres de contrôle du circuit de Chua, la figure suivante donne les paramètres identifiés permettant d'obtenir des oscillations stables.

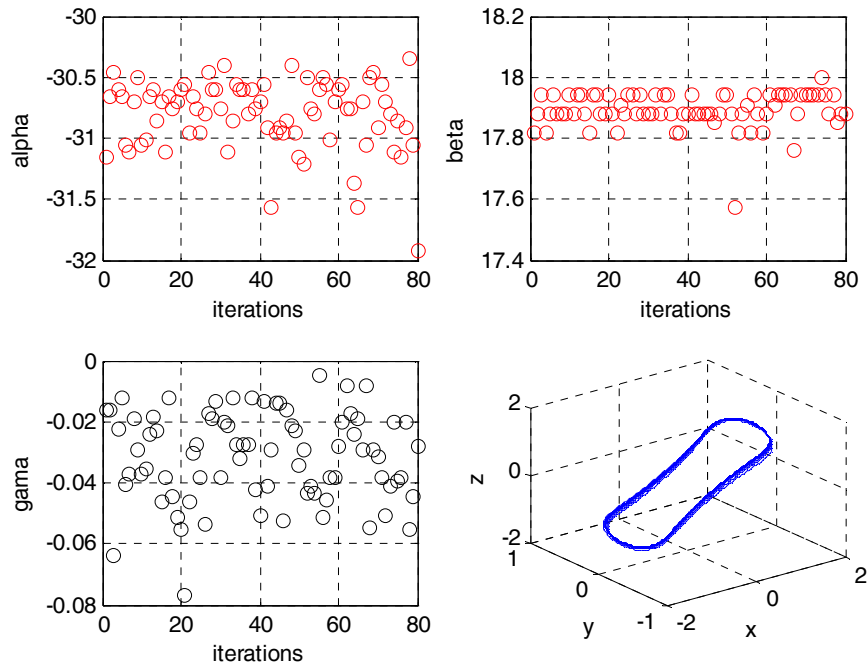


Figure 5.27: Identification de α , β et γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$

Sur cette figure, l'identification des paramètres de contrôle par l'algorithme de fourmi ACO du circuit de Chua a été réalisée. Nous pouvons constater que les valeurs des paramètres n'est pas bien précises. Ainsi, nous avons pu voir que nous n'avons aucune garantie sur la précision de ces paramètres.

Sur la figure (5.28) un autre test de simulation de l'algorithme où la valeur de β est plus précise qu'au précédent.

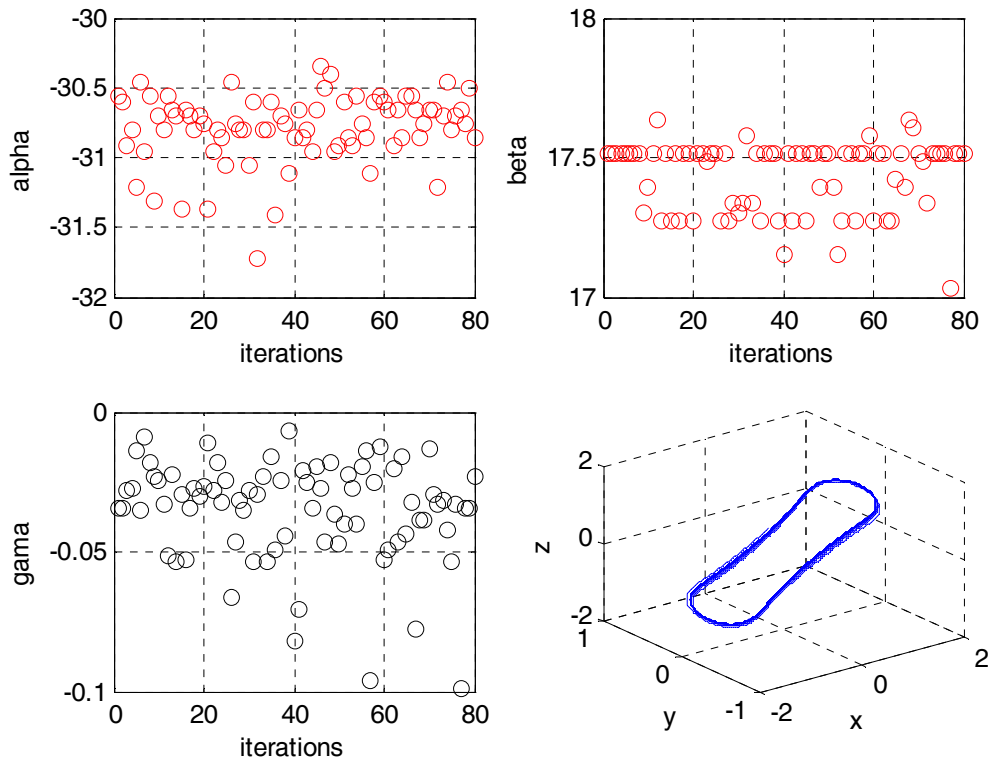


Figure 5.28: Identification de α , β et γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$

La trajectoire dans l'espace de phase (courbe en bleu) se dirige finalement vers une orbite plus au moins stable. L'attracteur du système s'approche vers cette courbe.

5.5.3 Application de l'API sur le circuit de Chua

Dans cette partie, nous allons estimer les paramètres inconnus du system α , β et γ . Les Figures (5.29, 5.30 et 5.31) présentent les paramètres de contrôle identifiés pour le circuit de Chua en utilisant l'algorithme méta-heuristiques API afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux obtenus par ACO.

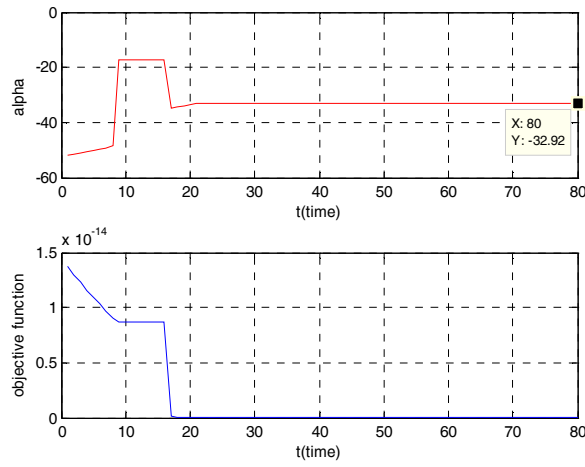


Figure 5.29: Identification de α ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$

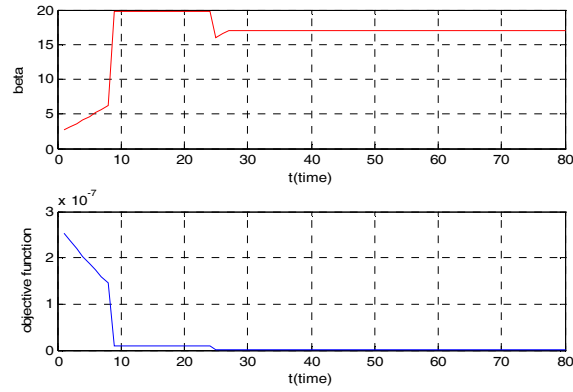


Figure 5.30: Identification de β ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$

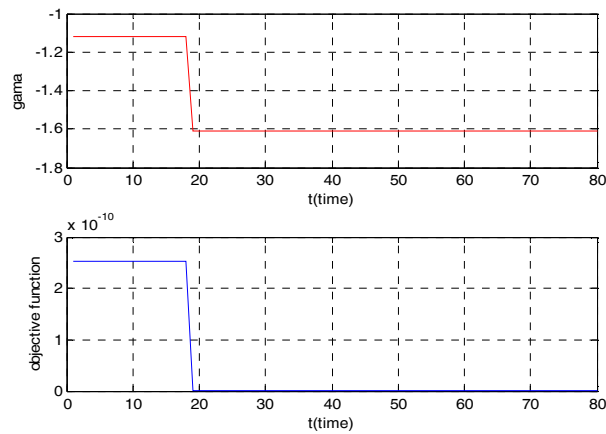


Figure 5.31: Identification de γ ; $m_0=-0.65$; $m_1=-2.3$

En utilisant les paramètres identifiés ($m_0=-0.65$, $m_1=-2.3$, $\alpha =-32.92$, $\beta =17$, $\gamma=-1.6$), la stabilité des oscillations du circuit de Chua est vérifiée. L'évolution de la trajectoire est montrée sur la figure (5.32).

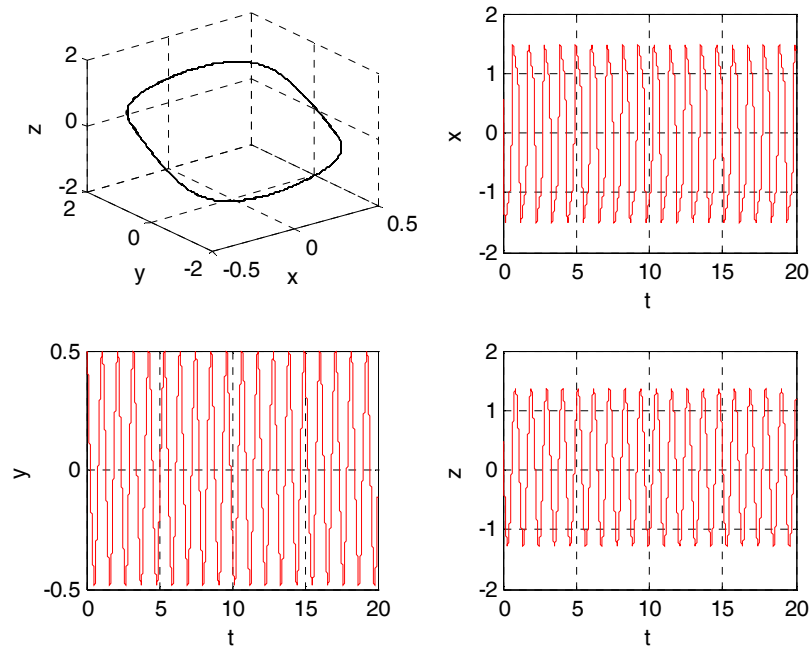


Figure 5.32 : Trajectoire stable du circuit de Chua

$$\alpha =-32.92, \beta =17, \gamma=-1.611$$

L'efficacité de l'algorithme API pour le circuit de Chua est montrée par cette figure, l'identification des paramètres de contrôle par cet algorithme nous donne des bons résultats.

Après quelques tests, l'algorithme méta-heuristiques API est utilisé pour identifier les paramètres optimaux du circuit de Chua afin de donner des oscillations stables.

La comparaison entre les deux algorithmes utilisés ACO et API est illustré dans le tableau suivant :

Algorithme	α	β	γ	Nombre d'itérations	Optimisation
API	$\alpha = -32.92$	$\beta = 17$	$\gamma = -1.6$	< 80	Rapide et efficace
ACO	$\alpha = -31.4$	$\beta = 17.5$	$\gamma = -0.04$	> 80	Lente

Tableau 5-3: Résultats d'une orbite stable par les deux algorithmes ACO et API et ainsi par la méthode de la modulation de l'excitation.

5.6 Efficacité de l'algorithme API

Une analyse comparative entre les deux algorithmes permet de bien évaluer nos résultats, et par conséquent l'approche que nous avons proposée.

Nous avons déjà vu que l'algorithme API est plus efficace dans la recherche de l'optimum global comparé avec l'algorithme de l'optimisation par essaim particulaire ACO, et pour valider notre travail. Les figures suivantes illustrent bien notre idée.

Sur la figure (5.33), nous pouvons voir la convergence du paramètre de contrôle pour différentes valeurs des conditions initiales.

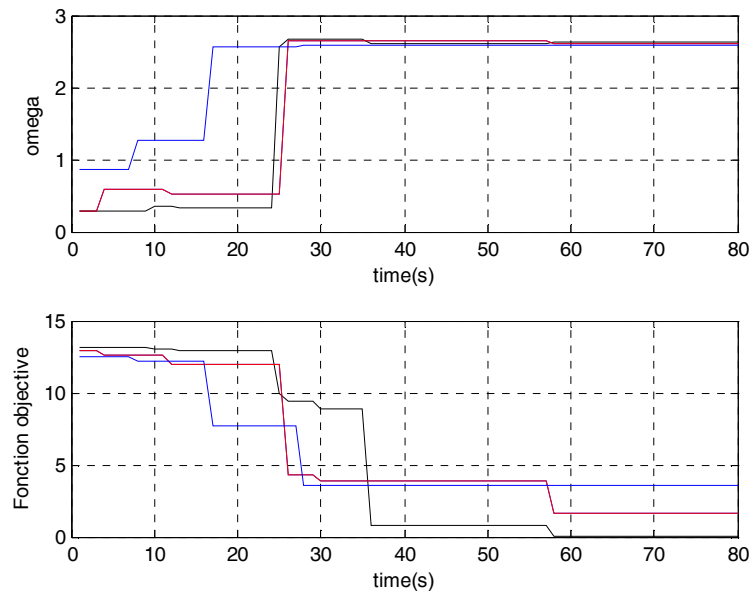


Figure 5.33: Convergence de l'algorithme API pour différentes conditions initiales

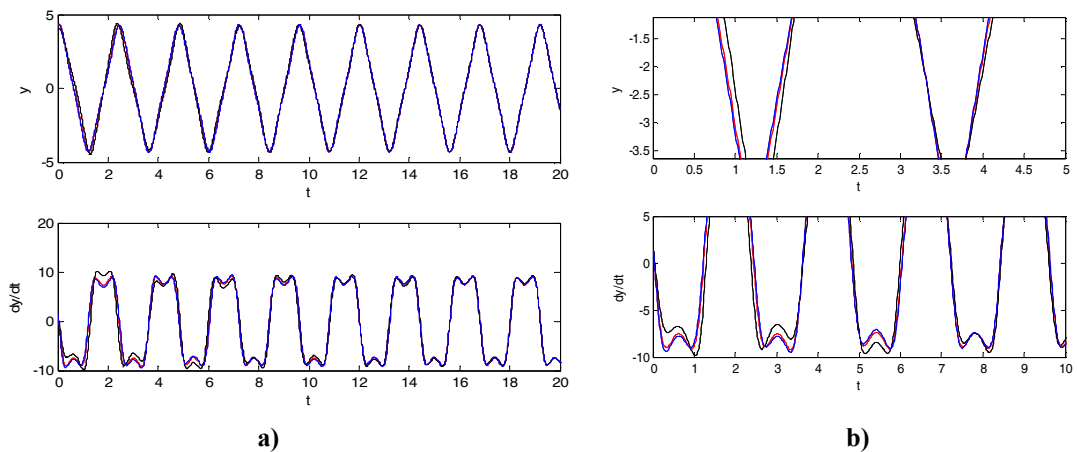


Figure 5.34: (a) Evolution de $y(t)$ et (dy/dt) pour différentes conditions initiales en utilisant l'algorithme proposé en utilisant l'API. (b) Zoom sur la figure

Dans la figure (5.34), les courbes se superposent après un certain temps. Nous pouvons donc conclure que cette méthode méta-heuristique permet d'identifier les paramètres d'un système chaotique et optimiser le résultat.

La figure (5.35) montre l'évolution de $y(t)$ en fonctions de différentes conditions initiales par utilisation de l'algorithme ACO. Cette courbe présente des oscillations stables mais l'écart entre les 3 courbes augmente au fur et à mesure que t augmente.

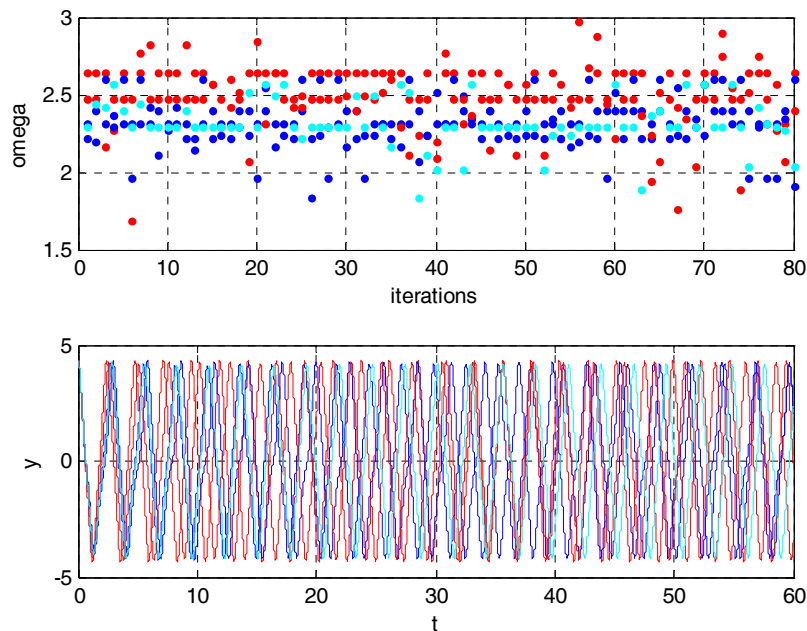


Figure 5.35: Evolution de $y(t)$ et (dy/dt) pour différentes conditions initiales en utilisant l'algorithme ACO

Les résultats montrent que la performance de l'algorithme API dépasse celle de l'ACO, spécialement avec la 3^{ème} condition initiale ($\alpha_1=4.2828$, $\alpha_2=2.1818$), ($\alpha_1=4.28$; $\alpha_2=2.18$) et ($\alpha_1=1.4$, $\alpha_2=1.1818$) avec $F=26.5$. En outre, le test (présenté dans la figure 5.34) montre que notre algorithme est capable de trouver la solution optimale qui maintient notre système stable et presque identique avec le système réel pour toutes les conditions initiales.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre contribution avec la nouvelle méta-heuristique API. L'algorithme API est une nouvelle méta-heuristique à base de population de solution. Vu son jeune âge, elle n'a pas été bien exploitée comme les autres méta-heuristiques. En fait, peu de travaux basés API sont présentés dans la littérature. Jusqu'à l'année 2018, aucune version de l'algorithme API n'a été proposée pour faire face aux problèmes d'optimisation des systèmes chaotiques. Notre objectif principal dans cette contribution était de prouver la capacité et l'efficacité de l'algorithme API dans la résolution des problèmes d'optimisation pour les systèmes chaotiques.

Ensuite, nous avons élucidé les étapes et le principe des deux méta-heuristiques inspirées du comportement des fourmis. En outre, nous avons établi une petite étude comparative entre les deux méta-heuristiques.

Nous avons appliqué les méta-heuristiques pour l'identification des paramètres de contrôle des systèmes chaotiques électriques afin de vérifier la stabilité de la solution d'oscillateurs non linéaires.

Les résultats des simulations présentent la simplicité, la performance et l'efficacité de l'algorithme méta-heuristique API pour l'identification et l'optimisation des systèmes chaotiques. D'autre part, nous avons comparé nos résultats avec celles obtenus avec l'algorithme de recherche ACO et aussi avec les résultats obtenus par la méthode citée dans [6]. Par conséquent, les résultats obtenus confirment que la performance de notre algorithme dépasse celles des algorithmes ACO. D'autre part, ces résultats prouvent que

notre algorithme est capable d'aboutir à des solutions encourageantes et de bonne qualité. Cette dernière revient au bon équilibre entre l'exploitation des solutions et l'exploration de l'espace de recherche, et aussi au petit nombre des paramètres de l'algorithme.

Conclusion générale

Le travail développé dans le cadre de cette thèse, a eu pour objectif l'étude et le développement de quelques méthodes d'identification et de modélisation du comportement chaotique dans les systèmes dynamiques non linéaires, car souvent dans des situations réelles, le système chaotique peut ne pas être défini par une relation mathématique ou plus encore, peut avoir des incertitudes sur un ou plusieurs de ses paramètres.

Après avoir examiné les aspects théoriques des propriétés des systèmes dynamiques non linéaires caractérisés par un comportement chaotique, et introduit les notions majeures utilisées tout au long de ce mémoire, celui-ci existe dans de nombreux dispositifs électroniques caractérisés essentiellement par des équations non linéaires tels que les résonateurs piézoélectriques et le circuit de Chua.

Nous avons étudié la stabilité et l'étude du comportement chaotique dans un résonateur piézoélectrique. Ensuite, nous avons établi une recherche sur les méthodes de résolution existantes : leurs origines, leurs principes, leurs étapes, leurs avantages et leurs applications. Cette première phase, nous a permis d'acquérir des informations et des connaissances dans notre domaine de recherche. Cela nous a orienté vers plusieurs axes de recherche et nous a permis d'avoir plusieurs idées que nous avons essayées de réaliser au cours de ces quatre années de thèse.

Les méthodes de résolution exactes permettent d'obtenir une solution dont l'optimalité est garantie, dans certaines situations, on peut cependant chercher des solutions de bonne qualité, sans garantie d'optimalité, mais au profit d'un temps de calcul plus réduit. Pour cela, l'application des méthodes méta-heuristiques inspirés de la nature et adaptées à chaque problème traité. Cependant l'inconvénient de ces méthodes est de ne disposer en retour d'aucune information sur la qualité des solutions obtenues. Afin de remédier à ce problème nous avons utilisé l'algorithme de Runge-Kutta pour prouver l'efficacité de nos résultats partant d'un état chaotique jusqu'à la stabilité des oscillations.

Les méta-heuristiques exploitent généralement des processus aléatoires dans l'exploration de l'espace de recherche et en plus de cette base stochastique, les méta-heuristiques sont des méthodes itératives, ainsi le même processus de recherche est répété lors de la résolution.

Les systèmes non linéaires, jouent un rôle très important dans l'étude des phénomènes naturels. Après avoir examiné les aspects théoriques des propriétés du résonateur ainsi que les méthodes d'analyse.

Dans notre travail les algorithmes méta-heuristiques ont été utilisés avec réussite pour identifier de nombreux paramètres des circuits électriques caractérisés par des systèmes non linéaires, et nous avons obtenu bien souvent de très bons résultats lors de la simulation, que ce soit pour la résolution des paramètres du résonateur piézoélectrique caractérisé par l'équation de Duffing ou pour le circuit de Chua. Les résultats obtenus montrent l'intérêt d'utiliser ces algorithmes sur ce type de problèmes.

Nous avons pu étudier la stabilité du résonateur piézoélectrique en appliquant l'algorithme de fourmis ACO et l'algorithme API. Et comme autre Application nous avons utilisé les deux algorithmes pour identifier les paramètres du circuit de Chua afin de donner des oscillations stables

La variété des méta-heuristiques pose généralement le problème du choix de l'algorithme qui sera le plus efficace pour l'identification et l'optimisation d'un problème. Cependant, on ne peut pas donner une réponse précise, puisque chaque méthode est adaptée à un problème donné.

Nous avons commencé par traiter le circuit de résonateur lorsque les forces d'excitations augmentent, la symétrie est rompue, cela provoque un doublement de période. Nous avons observé que les trajectoires diffèrent d'une valeur à une autre. Au fur et à mesure que la force augmente, celles-ci deviennent plus complexes sans oublier que la fréquence d'excitation est d'une influence très importante sur la structure de la trajectoire.

Les structures non linéaires du résonateur à Quartz sous des excitations intenses sont étudiées par la simulation numérique et en utilisant l'algorithme méta-heuristique de fourmis ACO et API comme techniques numériques, nous avons cherché les conditions qui permettent au chaos de disparaître et nous avons cherché à identifier les paramètres de contrôle du résonateur pour avoir un système stable et non chaotique.

Comme dernière étape, nous avons choisis un cas chaotique parmi plusieurs et avec la variation des conditions initiales, nous avons constaté le changement de la trajectoire. Afin de diversifier les applications de l'algorithme API, nous l'avons appliquée sur un deuxième

circuit électrique de Chua. Cette application itérative est également très utile pour réduire les temps de calcul de la simulation numérique.

Nous pouvons donc en conclure que:

- Les méta-heuristiques sont des bonnes stratégies pour se disposer intelligemment dans l'espace des solutions, afin d'obtenir une solution, la meilleure possible
- L'objectif d'une méta-heuristique, est de garantir à trouver le paramètre optimum. Pour cela, l'idée est à la fois de se déplacer dans l'espace de recherche, et d'explorer les zones qui peuvent être attirantes ; mais sans être piégé par les optima locaux.
- Les méta-heuristiques sont souvent inspirées de processus naturels et sont de plus en plus hybridées avec d'autres méthodes de recherche.
- De plus, l'erreur de modélisation par l'algorithme API est assez faible et tend vers zéro rapidement.

Les résultats des applications faites par les API ont donné des résultats satisfaisants surtout en ce qui concerne le temps nécessaire pour atteindre un voisinage très étroit de l'optimum global et aussi la qualité de la solution obtenue.

Ce travail est un thème qui ouvre la recherche sur plusieurs axes. Les futurs travaux se concentreront sur l'avantage des oscillateurs chaotiques pour les problèmes de télécommunications, tels que la cryptographie par des systèmes d'oscillateurs chaotiques et bien sur l'optimisation de l'information reçue par les algorithmes méta heuristiques. Et l'utilisation d'autres algorithmes méta heuristiques très récentes tel que l'algorithme de Pinguin PeSOA pour l'optimisation et l'identification des systèmes non linéaires.

Références bibliographiques

- [1] M.L. Bogdan. Apports du chaos et des estimateurs d'états pour la transmission sécurisée de l'information. PhD thesis, Université de Bretagne occidentale, 2006.
- [2] E.N Lorenz. Deterministic non periodic flow. *M. Almos sci*, vol 20, N°2, pp 130-140. 1963.
- [3] A. Boukabou. Méthodes de contrôle des systèmes chaotiques d'ordre élevé et leur application pour la synchronisation : Contribution à l'élaboration de nouvelles approches. Thèse de doctorat. Université de constantine.2006.
- [4] M.P Kennedy. Three steps to chaos. *IEEE circuits and systems*, Vol 40, N° 10, 1993.
- [5] B. Van Der Pol. Frequency demultipli-cation. *Nature*, Vol 120, pp 363-364, 1927.
- [6] Y. Abe. Simulation of chaotic behavior in piezoelectric resonators. *Jpn. J. Appl Phys* Vol 34, pp 17-25. 1995.
- [7] M. Samal, P. Seshu, S. Parashar, et al. Nonlinear behavior of piezoceramics under weak electric fields. Part-ii:numerical results and validation with experiments. *International Journal of Solids and Structures*, Vol 43, N° 6, pp 1437–1458. 2006.
- [8] S. C. Stanton, A. Erturk and al. Nonlinear nonconservative behavior and modeling of piezoelectric energy harvesters including proof mass effects. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol 23, N° 2, pp 183–199. 2011.
- [9] A. Messai, O. Menacer , S. Aris , H. Mokhtari ., M. Benslama and F. Maamri . Study of chaotic behavior in a nonlinear piezoelectric resonator, *IEEE Jordan Conference on Applied Electrical Engineering and Computing Technologies (AEECT)*. 2011.
- [10] T. Hamaizazia. *Systems dynamiques et Chaos ; Application à l'optimisation à l'aide d'algorithme chaotique*. Thèse de doctorat. Université de constantine.2013.
- [11] S. Bououden; M. Chadli, H. R. Karimi, An Ant colony Optimization-based Fuzzy Predictive Control Approach for Nonlinear Processes, *Information Sciences*, Elsevier. Vol. 299, pp 143-158, 2015.
- [12] A. H. Gandomi, G. J. Yun, X.-S. Yang & S. Talataharix, Chaos-enhanced accelerated particle swarm optimization, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18, 327-340, 2013.
- [13] H. Modares, A. Alfi, M. M. Fateh, Parameter identification of chaotic dynamic systems through an improved particle swarm optimization, *Expert Systems with Applications* 37, pp 3714–3720, 2010.

-
- [14] M. Rosalie, G. Danoy and al. From random process to chaotic behavior in swarms of UAVs, in proceedings of the 6th ACM International Symposium on Design and Analysis of Intelligent Vehicular Networks and Applications , ACM, New York, NY, USA, pp 9-15, 2016.
- [15] M.Rosalie, G. Danoy. Impact du mécanisme chaotique sur l'optimisation d'un modèle de mobilité d'un essaim de drones devant réaliser une couverture de zone. Rencontre du non linéaire. SnT, Université du Luxembourg, Luxembourg 2016.
- [16] A. Ouannas. Sur La Synchronisation Des Systèmes Chaotiques Discrets. Thèse de Doctorat en science, Université de Constantine.
- [17] I.Zelinka. M. Chadli. An investigation on evolutionary reconstruction of continuous chaotic systems. *Mathematical and Computer Modelling*. Vol 57, pp 2–15,2013.
- [18] L. Wang, Y. Xu, L. Li, Parameter identification of chaotic systems by hybrid Nelder–Mead simplex search and differential evolution algorithm, *Expert Systems with Applications*. Vol 38, pp 3238–3245, 2011
- [19] J. Sun, J. Zhao, X. Wu , W.Fang, Y. Cai, W. Xu, Parameter estimation for chaotic systems with a Drift Particle Swarm Optimization method, *Physics Letters A*. Vol 374,pp 2816–2822, 2010.
- [20] L. dos, S. Coelho and B. M. Herrera, Fuzzy Identification Based on a Chaotic Particle Swarm Optimization Approach Applied to a Nonlinear Yo-yo Motion System, *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, Vol. 54, No. 6, pp. 3234-3245, 2007.
- [21] Z. Ye, C. Deng, Adaptive synchronization to a general non-autonomous chaotic system and its applications, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 13, No. 2, pp. 840-849, 2012.
- [22] L.L. Huang, R.P. Feng, and M. Wang, “Synchronization of chaotic systems via nonlinear control,” *Phys. Lett. A.*, vol. 320, no. 4, pp. 271- 75, 2004.
- [23] C.C. Wang, and J.P. Su, “A novel variable structure control scheme for chaotic synchronization,” *Chaos Solitons Fract.*, vol. 18, pp. 275-287, 2003.
- [24] J. J. Bricmont. Introduction à la dynamique non linéaire. Phys 2111, Unité de Physique théorique & mathématique. 2009-2010.
- [25] M.L. Bogdan. Apports du chaos et des estimateurs d'états pour la transmission sécurisée de l'information. PhD thesis, Université de Bretagne occidentale, 2006.
- [26] D. Battikh. Sécurité de l'information par stéganographie basée sur les séquences chaotiques. Thèse INSA Rennes, Université européenne de Bretagne, 2015.

- [27] H.K. Lam W-K. Ling, H.H-C. Lu; SS.H. Ling, Synchronization of Chaotic Systems Using Time-Delayed Fuzzy State Feedback Controller, IEEE Transactions on Circuits and Systems I, Vol. 55, No, 3, pp. 893 – 903, 2008.
- [28] A. Mitsiouk Contribution a l'Optimisation des Systemes Dynamiques :Application au Genie des Procedes.thèse de doctorat, Institut national Polytechnique de Toulouse.2007.
- [29] S. Bonnet. Approches numériques pour la commande des systèmes dynamiques. Thèse de doctorat, université de technologie, Compiègne, 2008.
- [30] A. Zemouche. Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires, thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 2007.
- [31] P. Manneville. Dynamique non linéaire et chaos. DEA de physique des liquides, Paris VI-Ecole polytechnique.2002.
- [32] I. Mareels,S . Van Gils,J . W. Polderman and A. Ilchmann. Asymptotic Dynamics in Adaptive Gain Control. Advances in Control. London: Springer-Verlag, pp 29-63. 1999.
- [33] Unité de Physique théorique & mathématique. Phys 2111.Université de catholique de Louvain. 2009-2010.
- [34] I. Mareels, S. Van Gils, J. W. Polderman, and A. Ilchmann. Asymptotic dynamics in adaptive gain control. In P. M. Frank, editor, Advances in Control, Highlights of ECC'99, pages 391_449. Springer, 1999.
- [35] A. Serbanescu. Electronique, physique et signal pour les telecommunications, chapter Systèmes et signaux face au chaos. Ed. Tehnica, 1997.
- [36] D. G. Luenberger. Introduction to Dynamic Systems : Theory, Models, and Applications. John Wiley & Sons, 2 edition, 1979.
- [37] Z. Elhadj, etude de quelques types de systèmes chaotiques : Generalisation d'un modele issu du modele de Chen, thèse de doctorat, université de constantine. 2006.
- [38] K. T. Alligood, T. D. Sauer, J. A. Yorke, CHAOS: An Introduction to dynamical Systems. Springer, 2000.
- [39] J. M. Ginoux. Stabilité des systèmes dynamiques chaotiques et variétés singulières. Phd en sciences. Mathématique appliquée. Systèmes dynamiques. Université du Sud Toulon-Var. 2005.
- [40] M. P. Kennedy. Basic concepts of nonlinear dynamics and chaos. *Tutorials (IEEE)*, pages 289–313, 1994.
- [41] E. N. Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, Vol 20, pp130–141, 1963.
- [42] P. Gaspard. Rossler systems. Encyclopedia of NonlinearScience, Alwyn Scott, Editor. Pp808-811, New York, 2005.

-
- [43] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano. Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, Vol 16, pp 285–317, 1985.
- [44] D. Dehouve, La notion de fractale en anthropologie, *Ethonographique.org*, Revue en ligne de sciences humaines et sociales.2014.
- [45] J. Lajoie. La géométrie fractale. Mémoire en maîtrise en mathématique et informatique appliquées. Université de Québec. Juin 2006.
- [46] O. Chabour. Stabilisation des systèmes non linéaires. Thèse de doctorat, Université De Metz. 2003.
- [47] U.E. Vincent, R. Guo. Adaptive synchronization for oscillators in 6 potentials, *Nonlinear Dyn. Syst. Theory*, Vol. 13(1), pp. 93–106, 2013.
- [48] C. Li, J. Zhou, J. Xiao, H. Xiao, Hydraulic turbine governing system identification using T–S fuzzy model optimized by chaotic gravitational search algorithm, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 26, No. 9, pp. 2073-2082, 2013.
- [49] C. Morel, Analyse et contrôle de dynamiques chaotiques, application à des circuits électroniques non-linéaires. Thèse de doctorat, Université d'Angers, 2005.
- [50] H. Zhou, C. Nicholls, T. Kunz, H. Schwartz, Frequency Accuracy & Stability Dependencies of Crystal Oscillators, Carleton University, Systems and Computer Engineering, Technical Report SCE-08-12, November 2008.
- [51] S. Towfighian, G. R. Heppler, and E. M. Abdel-Rahman. Analysis of a chaotic electrostatic micro-oscillator. Submitted to *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Apr. 2009.
- [52] C. Lan, L. Tang and W. Qin. Obtaining high-energy responses of nonlinear piezoelectric energy harvester by voltage impulse perturbations. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* Vol.79.N: 20902.2017.
- [53] A. Clairet. Modélisation et analyse numérique de résonateurs à quartz à ondes de volume. *Electronique*. Université de Franche-Comté, 2014.
- [54] J. Ducarne. Modélisation et optimisation de dispositifs non-linéaires d'amortissement de structures par systèmes piézoélectriques commutés. Autre. Conservatoire national des arts et métiers - CNAM, 2009.
- [55] A. Ballato. Piezoelectricity : Old Effect, New Thrusts. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*. Vol. 42, pp 916. 1995.
- [56] S. Giraud, Étude, conception et réalisation de résonateurs piézoélectriques pour des applications hautes fréquences. Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Limoges.2007.

-
- [57] E. Gaboriaud, Etude des résonateurs piézoélectriques dans le domaine des microondes : application au filtrage. Thèse de Doctorat, Communications Optiques et Microondes, Université de Limoges. 2004.
- [58] A. Parent. Apport des nouveaux matériaux piézoélectriques dans le domaine des microgyromètres vibrants. Physique [physics]. Université Paris Sud – Paris XI, 2008.
- [59] I. A. Ivan. Utilisation des résonateurs piézoélectriques fonctionnant en mode d'épaisseur pour la réalisation de capteurs. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Franche-Comté, 2006.
- [60] T. Richardot. Développement d'un matériau piézoélectrique sans plomb pour la réalisation de sondes ultrasonores haute fréquence. Thèse de doctorat, Chimie des matériaux, Université François-Rabelais de Tours.2016.
- [61] S. Giraud. Étude, conception et réalisation de résonateurs piézoélectriques pour des applications hautes fréquences. Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Limoges.2007.
- [62] O. Elkechai. Céramiques ferroélectrique dans les systèmes $\text{Na}_{1/2}\text{Bi}_{1/2}\text{TiO}_3\text{-K}_{1/2}\text{Bi}_{1/2}\text{TiO}_3$, $\text{Na}_{1/2}\text{Bi}_{1/2}\text{TiO}_3\text{-PbTiO}_3$, $\text{K}_{1/2}\text{Bi}_{1/2}\text{TiO}_3\text{-PbTiO}_3$. Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 1995.
- [63] F. Boukazouha. Conception, Réalisation, Modélisation et Caractérisation Expérimentale d'un Transformateur de Tension de Type Rosen. Thèse de Doctorat. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2016.
- [64] M. Defosseux. Conception et caractérisation de micro générateurs piézoélectriques pour microsystèmes autonomes. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- [65] S. Harari. Contrôle modal semi-actif et actif à faible consommation énergétique par composants piézoélectriques », thèse de doctorat de laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité (LGEF) et Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures(LaMCoS), 2009.
- [66] S. Le dren, "Elaboration de couches épaisses piézoélectriques déposées sur substrats pour des applications microtechniques", Thèse de doctorat, INSEA, Lyon, 2000.
- [67] M. Planat. L'instabilité des ondes de propagation dans un milieu piézoélectrique Journal de Physique Colloques, 51 (C3), pp. C3-207-C3-217. 1990.
- [68] K. S. Hui, H. Zhang. Experimental study on the electrical conductivity of quartz andesite at high temperature and high pressure: evidence of grain boundary transport. Solid Earth, 6, 1037–1043. 2015.
- [69] M. Valdois, J. Besson, and J.-J. Gagnepain. Influence of environment conditions on a quartz resonator. Defense Technical Information Center, 1978.

-
- [70] X. W. Zhou, "Time, Frequency measurement and control technology", Xidian University Press, 2006.
- [71] H. Zhou, C. Nicholls and al. Frequency Accuracy & Stability Dependencies of Crystal Oscillators. Carleton University, Systems and Computer Engineering, Technical Report SCE-08-12, November 2008.
- [72] J.-J. Gagnepain. Mécanismes non-linéaires dans les résonateurs à quartz : Théorie, expérience et applications métrologiques. Thèse de Doctorat es Sciences Physiques, Université de Franche-Comté, 1972.
- [73] O. THOMAS, Dynamique linéaire et non linéaire de structures élastiques et piézoélectriques- Instruments de musique Micro/nano systèmes électromécaniques- Contrôle de vibration, *Habilitation, Ecole normale supérieure de Cachan*. 2011.
- [74] O. THOMAS, L. NICU, C. AYELA, and C. TOUZÉ. Buckling and non-linear vibrations of a piezoelectric stratified plate. application to a MEMS biosensor. In Proc. of EUROMECH colloquium 483 :Geometrically Non-Linear Vibrations of Structures. Porto, Portugal, 2007.
- [75] O. THOMAS, L. NICU, C. AYELA, and C. TOUZÉ. Flambage et vibrations non-linéaires d'une plaque stratifiée piézoélectrique. application à un bio-capteur mems. In Actes du 8ème colloque national en calcul de structures. Giens, France, May 2007.
- [76] N. Gufflet. Défaut d'isochronisme des résonateurs à quartz vibrant en cisaillement d'épaisseur : Théorie et expériences. thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 2000.
- [77] J. Bjurtröm, L. Vestling, J. Olsson and I. Katardjiev. An accurate direct extraction technique for the MBVD resonator model. EuMW, pp. 1241-1244. 2004.
- [78] J.D. Larson III, P.D. Bradley, S. Wartenberg and R.C. Ruby. Modified Butterworth-Van Dyke Circuit for FBAR Resonators and Automated Measurement System. IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 863-868. 2000.
- [79] J. Soderkvist. *Piezoelectric beams and vibrating angular rate sensors*, Ultrasonics, Piezoelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on. Vol 38, N 3, pp 271-280. 1990.
- [80] A.V. Carazo. Pulsed Plasma Thruster Piezo-Igniter for Small Satellite. NASA SBIR Phase II. 2002.
- [81] I.H. Osman, G. Laporte. Metaheuristics: a bibliography. Ann Oper Res. Vol 63, pp: 513–623. 1996.

-
- [82] K. Belkhelladi. Stratégies d'échange d'informations dans un système de calcul distribué pour l'optimisation des problèmes combinatoires. Thèse de doctorat, Université d'angers. 2010.
- [83] M. Birattari. Tuning Metaheuristics : A Machine learning Perspective. Studies in Computational Intelligence. Vol 197. Springer.2009.
- [84] X.S. Yang. Metaheuristic optimization: Algorithm Analysis and open Problems. International Symposium on Experimental Algorithms, SEA, Springer. pp 21-32, 2011.
- [85] W. Tfaili. Conception d'un algorithme de colonie de fourmis pour l'optimisation continue dynamique. PhD thesis, Université de Paris 12-Val De Marne, 2007.
- [86] I. Zelinka, Investigation on realtime deterministic chaos control by means of evolutionary algorithms, in: 1st IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, Reims, France, 2006.
- [87] I. Zelinka, Real-time deterministic chaos control by means of selected evolutionary algorithms, Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2008.
- [88] R. Senkerik, I. Zelinka, E. Navrátil, Optimization of feedback control of chaos by evolutionary algorithms, in: 1st IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, Reims, France, 2006.
- [89] I. Zelinka, R. Senkerik, E. Navrátil, Investigation on evolutionary optimization of chaos control, Chaos, Solitons and Fractals .2007.
- [90] I. Zelinka, M. Chadli. and al. An investigation on evolutionary reconstruction of continuous chaotic systems. Mathematical and Computer Modelling, Vol 57, pp 2–15. 2013.
- [91] R. Meziane. Optimisation de la structure d'un réseau de production d'énergie électrique et amélioration de sa performance, thèse de doctorat, USTO 2007.
- [92] N. Monmarché, Algorithmes de fourmis artificielles : applications à la classification et à l'optimisation, thèse de doctorat, l'Université de Tours, 2000.
- [93] S. M. Douiri, S. Elbernoussi, H. Lakhbab. Cours des Méthodes de Résolution Exactes Heuristiques et Métaheuristiques. Master codes, cryptographie et sécurité de l'information. Université mohamed V. Faculté des Sciences de Rabat.5-87. 2009.
- [94] M. Clerc et P.Siarry. une nouvelle méta heuristiques pour l'optimisation difficile : la méthodes des essais particulières. JEA. Vol.3, N. 7. 2004.

-
- [95] A. Yalaoui., Allocation de fiabilité et de redondance dans les systèmes parallèlesérie et série- parallèle, thèse de doctorat, 2004.
- [96] M. Widmer. Les Métaheuristiques : des outils performants pour les problèmes industriels.3^{ème} Conférence Francophone de MODélisation et SIMulation “Conception, Analyse et Gestion des Systèmes Industriels”MOSIM’01. Avril 2001 - Troyes .France.
- [97] M. Birattari. Tuning Metaheuristics : A Machine learning Perspective. Studies in Computational Intelligence. Vol 197. Springer.2009.
- [98] T. Ouahmani. Etude d’un protocole de routage à contrôle collaboratif adapté aux réseaux de véhicules AD-HOC "VANET" appliquée en milieu mineur souterrain. Université du Quebec en Abitibi-Temiscamingue (UQAT).2012.
- [99] A. Kaveh, S. Talatahari. Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. Comput Struct. Vol 87, pp 267–293. 2009.
- [100] K. Belkhelladi. Stratégies d’échange d’informations dans un système de calcul distribué pour l’optimisation des problèmes combinatoires. Thèse de doctorat, Université d’angers. 2010.
- [101] M. Widmer. Les métaheuristiques : des outils performants pour les problèmes industrielles. 3^{ème} conférence MOSIM’01. Troyes. France. 2011.
- [102] X-S Yang. Nature-inspired metaheuristic algorithms, 2nd edn. Luniver Press, UK. 2010.
- [103] I.H. Osman and N. Christofides. Capacitated clustering problems by hybrid simulated annealing and tabu search. International Transactions in OperationalResearch, 1, pp 317-336. 1994.
- [104] M.-C. Portmann. et A. Vignier. Algorithmes génétiques et ordonnancement. *Ordonnement de la production*. Pierre Lopez et François Roubellat (Eds), Hermès Sciences, pp. 95-130. 2001.
- [105] F. Ducatelle, G. Di Caro, and L. M. Gambardella. Using ant agents to combine reactive and proactive strategies for routing in mobile ad-hoc networks. International Journal of Computational Intelligence and Application, Vol 5. N 2, pp 169-184, 2005.
- [106] T. Mostajabi, J. Poshtan. Control and System Identification via Swarm and Evolutionary Algorithms. International Journal of Scientific & Engineering Research Volume 2, Issue 10, 2011.
- [107] F. Glover, G.A. Kochenberger. Handbook of metaheuristics. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 2003.

-
- [108] N. Monmarché, F. Guinand et P. Siarry. *Fourmis artificielles*, Traité Informatique et Systèmes d'Information - IC2, Hermes, Vol 1, 333 p. 2009.
- [109] I. Alaya, Christine Solnon, Khaled Ghédira. Optimisation par colonies de fourmis pour le problème du sac à dos multidimensionnel. 1re soumission à *Technique et science informatiques*, pp : 45-60. 2005.
- [110] M. Dorigo. Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, department de l'électronique, Politec Milano, Italy, 1992.
- [111] V. Maniezzo, A. Colomi. The Ant System : Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, vol. 26, N° 1, pp. 29–41. 1996.
- [112] P. Sharkey. Ant Colony Optimisation: Algorithms and Applications. Final Report. 2014.
- [113] A. Shekhawat, P. Poddar, D. Boswal. Ant colony Optimization Algorithms : Introduction and Beyond. Artificial Intelligence Seminar 2009.
- [114] M. Dorigo, M. Birattari, T. Stützle, “Ant Colony Optimization Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique”, *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006.
- [115] M. Dorigo T. Stützle, “The Ant Colony Optimization Metaheuristic: Algorithms, Applications, and Advances”, *Handbook of Metaheuristics*, 2002.
- [116] T. F. Gonzalez, *Approximation Algorithms and Metaheuristics*, Second Edition. CRC Press, 2007.
- [117] D. Corne, M. Dorigo, F. Glover. Eds. *New Ideas in Optimization*, Mc-Graw Hill, UK, pp. 11–32. 1999.
- [118] C. Blum. Ant colony optimization: Introduction and recent trends. *Physics of life reviews* 2. pp 353-373. 2005.
- [119] D. L. O. E. Turgut and al, Artificial Cooperative Search Algorithm for Parameter Identification of Chaotic Systems, *Bitlis Eren Univ J Sci & Technol*, Vol. 5, No.1, pp. 11–17, 2015.
- [120] R. E. Applegate, Bixby, V. Chvatal, and W. J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study* (Princeton Series in Applied Mathematics). Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 2007.
- [121] N. Monmarche, G. Venturini, and M. Slimane, On how *pachcondyla apicalis* ants suggest a new search algorithm, *Fut. Gen. Comput. Syst*, vol. 16, pp. 937–946, 2000.

-
- [122] Fresneau, D. Biologie et comportement social d'une fourmi ponéline néotropicale (*Pachycondyla apicalis*), Thèse d'état, Université de Paris XIII, Laboratoire d'Ethologie Expérimentale et comparée, France.1994.
- [123] F. Maamri, S. Bououden, I. Boulkaibet. An Ant Colony Optimization Approach for Parameter Identification of Piezoelectric Resonator Chaotic System. IEEE international conference on Sciences and Techniques of Automatic control& computer engineering, Moastir, Tunisia. 2015.
- [124] F. Maamri, S. Bououden, M. Chadli & I. Boulkaibet. The *Pachycondyla Apicalis* metaheuristic algorithm for parameters identification of chaotic electrical system, International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems, 33:5, 490-502. 2018.
- [125] Y. Gheraibia,A. Moussaoui, Penguins Search Optimization Algorithm (PeSOA). In Recent Trends in Applied Artificial Intelligence, Springer Berlin Heidelberg, , pp. 222-231, 2013.
- [126] V. Siderskiy, Parameter matching Adaptive Synchronization of Chua's Circuit, Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Bachelor of science, New York university, 2014.
- [127] G-Q Zhong, Implementation of Chua's Circuit with a Cubic Nonlinearity. IEEE Transaction On Circuits and Systems—I: Fundamental Theory And Applications, Vol. 41, NO. 12, 1994.
- [128] L. O.Chua, C W Wu, A Huang, and G-Qu Zhong, A universal Circuit for Studying and Generating Chos-Part I: Routes to Chaos, IEEE Transaction On Circuits and Systems—I: Fundamental Theory And Applications, Vol. 40, NO. 10, 1993.

Liste de Publications

Les travaux réalisés dans cette thèse ont fait l'objet d'une publication et une conférence internationale :

Publication internationale

F. Maamri, S. Bououden, M. Chadli & I. Boulkaibet. The Pachycondyla Apicalis metaheuristic algorithm for parameters identification of chaotic electrical system, International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems, Taylor & Francis, 33:5, 490-502.2018.

Conférence internationale

F. Maamri, S. Bououden, I. Boulkaibet « An Ant Colony Optimization Approach for Parameter Identification of Piezoelectric Resonator Chaotic System » IEEE international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering December 21-23, 2015, Moastir, Tunisia.

Annexe A Algorithme API

A.1 Biologie des *Pachycondyla Apicalis*

Dans cet annexe, nous allons présenter cette espèce de fourmis, son comportement de recherche de nourriture, ainsi que sa modélisation telles que présentées et décrites par Monmarché [91].

Pachycondyla apicalis est une ponérine néotropicale que l'on rencontre en Amérique du Sud, en particulier au Mexique.



Figure A.1: L'espèce de fourmis *Pachycondyla apicalis*

Sa morphologie et le peu de communication entre individus la classe parmi les fourmis dites primitives mais certains aspects de son adaptation démentent ce jugement. Les fourmis *Pachycondyla apicalis* vivent en petites colonies composées de quelques dizaines d'individus (40 à 100 ouvrières).

Les fourmis de cette espèce installent leur nid dans de vieilles souches ou des arbres morts en décomposition qui offrent ainsi un habitat instable pour des fourmis qui ne savent pas construire de fourmilière. Après un certain temps, lorsque la vétusté de leur nid devient trop importante, elles doivent déménager et chercher un nouveau refuge. Les petits insectes et les cadavres d'insectes présentent la source de nourriture de cette espèce de fourmis. Les fourmis de cette espèce ne participent pas toutes à la recherche de nourriture, certaines

ouvrières restent au nid pour s'occuper du couvain, et d'autres prospectent individuellement autour de la fourmilière et ramènent les proies au nid.

A. 2 Algorithme

Dans cet Annexe nous présentons l'algorithme API qui modélise le comportement de fourragement d'une population de fourmis primitives (*Pachycondyla apicalis*).

Les principales étapes de la simulation de la colonie de fourmis sont données par l'algorithme suivant [91]:

Choisir aléatoirement l'emplacement initial du nid : $N \leftarrow \text{Orand}$
 $T \leftarrow 0$ /* indice du nombre d'itérations */
Tant que la condition d'arrêt n'est pas vérifiée faire
 Pour tout $ai \in A$ faire
 API – FOURRAGEMENT (ai)
 Fin pour
 Si le nid doit être déplacé alors
 $N \leftarrow s +$ /* meilleure solution atteinte */
 Vider la mémoire de toutes les fourmis
Fin si
 $T \leftarrow T + 1$
Fin Tant que
Retourner $s +$ et $f(s+)$

Le comportement local de fourragement d'une fourmi est donné par l'algorithme (API Fourragement) suivant :

Si $nc(ai) < p$ alors
 * La mémoire de la fourmi n'est pas pleine *
 $nc(ai) \leftarrow nc(ai) + 1$
Construction d'un site de chasse autour du nid :
 $s_{nc}(ai) \leftarrow 0_{explo}(N, A_{cite})$
Initialisation du compteur d'échecs du site construit : $en_c(ai) \leftarrow 0$
Sinon

Soit s_j le site que la fourmi a exploré à sa dernière sortie

Si $e_j > 0$ alors

* la dernière exploration de s_j a été infructueuse *

Choisir aléatoirement un site s_j de chasse ($j \in \{1, \dots, p\}$)

Finsi

Exploration locale autour du site s_j : $s_u \leftarrow \text{Olocalo}(s_j, \text{Alocalo})$

Si $f(s_u) < f(s_j)$ alors

$s_j \leftarrow s_u$

$e_j \leftarrow 0$

Sinon

$e_j \leftarrow e_j + 1$

Si $e_j > P_{\text{locale}}$ alors

Effacer le site s_j de la mémoire de la fourmi

$nc(ai) \leftarrow nc(ai) - 1$

Fin si

Fin si