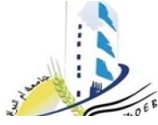


République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère d'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Larbi Ben M'Hidi, Oum El Bouaghi
Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées
Département de Génie Électrique
Filière Électrotechnique

Thèse
Présentée en vue
de l'obtention du diplôme de doctorat LMD
Option : Génie Électrique

Par : Fateh OUNIS

Thème :
**Commande Robuste
des convertisseurs DC-DC**

Soutenue publiquement à Ain el Beida le :14/12/2017
Devant le jury composé de ;

Pr. K. Barra	Université d'Oum El Bouaghi	Président
Pr. N. Goléa	Université d'Oum El Bouaghi	Rapporteur
Pr. A. Djouambi	Université d'Oum El Bouaghi	Examineur
Pr. A. Betka	Université de Biskra	Examineur
Pr. MT. Benchouia	Université de Biskra	Examineur

ملخص — التحكم في المحولات ذات التيار مستمر - مستمر يشكل تحدياً لتقنيات التحكم الحديثة. التغيرات في قيم المكونات و التغذية يجعل من المحولات أنظمة غير مؤكدة. وكمثال على ذلك، فإن التغير في قيمة التحميل يؤثر على ثابت زمن دارة التفريغ، وإن التغير في مصدر التوتر المستمر يؤثر على التوتر عبر المكثفات في دوائر الشحن، والتغير في الاثنين يشوش على التوتر في مخرج المحول. و بالإضافة إلى ذلك، لا يؤخذ جزء من ديناميكية المحول (المكونات الطفيلية) في الاعتبار عند إنشاء النموذج. التحكم المتين هو مجموعة من التقنيات في مجال التردد وضعت لمعالجة النقص في المتانة التي أظهرتها التقنيات التقليدية، وللأخذ في الاعتبار عدم التأكد الموجود في أي نمذجة. من أجل حل المشاكل المذكورة أعلاه، يقدم هذا البحث طرائق مبنية على التحكم المتين بمنهجية الحساسية المختلطة و منهجية التصميم μ . و تشير النتائج إلى تحسن واضح في دقة وأداء التغيرات المتحكم فيها، مع ضمان الاستقرار، وهذا على الرغم من عدم التأكد و التغيرات التي تعاني منها نمذجة المحولات مستمر- مستمر.

Résumé — La commande des convertisseurs DC-DC constitue un défi pour les techniques de commande moderne. Les variations des paramètres et des grandeurs entrant en jeu fait que les convertisseurs sont des systèmes incertains. Comme exemple, la variation de la charge aurait une incidence sur la constante de temps du circuit de décharge, la variation de la source de tension continue aurait une incidence sur les tensions aux bornes des condensateurs dans le circuit de charge, et les deux variations perturbent la tension de sortie. De plus, une partie de la dynamique du convertisseur (composants parasites) n'est pas prise en compte lors de l'établissement du modèle. La commande robuste constitue un ensemble de techniques fréquentielles développées pour faire face au manque de robustesse exhibé par les techniques classiques, et pour prendre en compte les incertitudes présentées dans toute modélisation. Le présent travail de recherche propose des approches de la commande robuste, à savoir la commande robuste avec sensibilité mixte et la μ -synthèse, pour résoudre les problèmes précités. Les résultats obtenus indiquent une nette amélioration de la précision et des performances des grandeurs contrôlées, tout en assurant la stabilité, et ceci en dépit des incertitudes et des variations qui entachent la modélisation des convertisseurs DC-DC.

Abstract — The control of DC-DC converters is a challenge for modern control techniques. The variations of parameters and involved quantities mean that the converters are uncertain systems. As an example, the variation of the load would affect the time constant of the discharge circuit, the variation of the DC voltage source would affect the capacitors terminal voltages in the charging circuit, and both variations would disturb the output voltage. Moreover, a part of the converter dynamic (parasitic components) is not taken into account when establishing the model. The robust control constitutes a set of frequency based techniques developed to cope with the lack of robustness exhibited by classical methods and to take into account the uncertainties present in any modeling process. This work proposes robust control approaches, namely robust control with mixed sensitivity and μ -synthesis, to solve the above problems. The results obtained indicate a clear improvement in the accuracy and performance of the controlled variables, while ensuring stability, despite the uncertainties and variations in the dynamic modeling of DC-DC converters.

Table des matières

Résumé	iii
Table des figures	xi
Introduction générale	1
1 Modélisation des convertisseurs DC-DC	7
1.1 Introduction	7
1.2 Modèle commuté	7
1.2.1 Modèle moyen	8
1.2.2 Caractéristique statique	8
1.2.3 Modèle linéarisé	9
1.3 Convertisseur Buck	9
1.3.1 Modèle du convertisseur	9
1.3.2 Point d'équilibre et caractéristique statique	10
1.3.3 Modèle incrémental	11
1.4 Convertisseur Boost	11
1.4.1 Modèle du convertisseur	11
1.4.2 Point d'équilibre et caractéristique statique	12
1.4.3 Modèle incrémental	13
1.5 Convertisseur Buck- Boost	13
1.5.1 Modèle du convertisseur	13
1.5.2 Point d'équilibre et caractéristique statique	14
1.5.3 Modèle incrémental	14
1.6 Convertisseur Cuk	15
1.6.1 Modèle du convertisseur	15
1.6.2 Point d'équilibre et caractéristique statique	16
1.6.3 Modèle incrémental	16
1.7 Convertisseur SEPIC	16
1.7.1 Modèle du convertisseur	17
1.7.2 Modèle moyen	18
1.7.3 Point d'équilibre et caractéristique statique	18
1.7.4 Modèle incrémental	18
1.8 Convertisseur Zeta	19
1.8.1 Modèle du convertisseur	19
1.8.2 Modèle moyen	19
1.8.3 Point d'équilibre et caractéristique statique	20
1.8.4 Modèle incrémental	20
1.9 Convertisseur Quadratique	21
1.9.1 Modèle du convertisseur	21

1.9.2	Modèle moyen	22
1.9.3	Point d'équilibre et caractéristique statique	22
1.9.4	Modèle incrémental	22
1.10	Convertisseur Boost - Boost	23
1.10.1	Modèle du convertisseur	23
1.10.2	Point d'équilibre et caractéristique statique	24
1.10.3	Modèle incrémental	25
1.11	Conclusion	26
2	Analyse en B.O. des convertisseurs DC/DC	27
2.1	Introduction	27
2.2	Convertisseur Buck	27
2.2.1	Analyse en boucle ouverte	27
2.2.2	Régulation	28
2.2.3	Simulation	29
2.3	Convertisseur boost	31
2.3.1	Analyse en boucle ouverte	31
2.3.2	Régulation	32
2.3.3	simulation	32
2.4	Convertisseur Buck-Boost	33
2.4.1	Analyse en boucle ouverte	33
2.4.2	Régulation	35
2.4.3	Simulation	35
2.5	Convertisseur Cuk	36
2.5.1	Analyse en boucle ouverte	36
2.5.2	Régulation	38
2.5.3	Simulation	38
2.6	Convertisseur Sepic	39
2.6.1	Analyse en boucle ouverte	39
2.6.2	Régulation	41
2.6.3	Simulation	42
2.7	Convertisseur Quadratique	43
2.7.1	Analyse en boucle ouverte	43
2.7.2	Régulation	45
2.7.3	simulation	45
2.8	Convertisseur ZETA	46
2.8.1	Analyse en boucle ouverte	46
2.8.2	Régulation	48
2.8.3	Simulation	48
2.9	Convertisseur Boost-Boost	49
2.9.1	Analyse en boucle ouverte	49
2.9.2	Régulation	50
2.9.3	Simulation	52
2.10	Conclusion	54

3	Commande par Sensibilité Mixte Loop-Shaping	57
3.1	Introduction	57
3.2	Valeurs singulières	57
3.3	Robustesse : sensibilité et sensibilité complémentaire	58
3.3.1	Robustesse à l'incertitude	60
3.3.2	Incertitudes paramétriques structurées	60
3.3.3	Incertitudes non structurées (dynamiques)	62
3.3.4	Stabilité robuste	62
3.3.5	Normes H_∞	62
3.3.5.1	Significations de la norme H_∞	63
3.3.5.2	Calcul de la norme H_∞	63
3.4	Bien posé, stabilité interne, et théorème du petit gain	64
3.4.1	Bien posé, et stabilité interne d'un système en boucle fermée générale	64
3.4.2	Bien posé du système en boucle fermée	65
3.4.3	Stabilité interne d'un système	66
3.4.3.1	Description dans l'espace d'état	66
3.4.4	Théorème de petit gain (small gain theorem)	66
3.5	Problème H_∞ standard	67
3.5.1	Le problème H_∞ standard	68
3.5.1.1	Problème H_∞ optimal	68
3.5.1.2	Problème H_∞ Sous - Optimal	68
3.5.2	Formulation H_∞ du loop shaping	68
3.5.2.1	Problème de Sensibilité Mixte	69
3.5.2.2	Problème de Sensibilité Mixte Généralisé	69
3.6	Fonctions de pondération	71
3.6.1	Limitations de la bande passante	72
3.7	Modélisations des incertitudes	72
3.7.1	Incertitudes structurées "paramétriques"	72
3.7.2	Incertitudes non structurés	72
3.8	Convertisseur Buck	73
3.9	Convertisseur Boost	79
3.10	Convertisseur Buck- Boost	83
3.11	Convertisseur Quadratique	87
3.12	Convertisseur Sepic	90
3.13	Convertisseur Cuk	95
3.14	Convertisseur ZETA	99
3.15	Convertisseur Boost-Boost	103
3.16	Conclusion	107
4	L'approche μ- synthèse pour la commande des convertisseurs DC/DC	109
4.1	Introduction	109
4.2	Formulation du problème de la commande robuste avec les incertitudes structurées	109
4.2.1	Incertitudes paramétriques structurées	109
4.3	Définition et propriétés des valeurs singulières structurées	113
4.4	Analyse de la robustesse via μ	113

4.4.1	Théorèmes de base	113
4.4.2	Robustesse en performance via μ analyse	114
4.5	La synthèse : itérations D-K	116
4.6	Convertisseur Buck	117
4.7	Convertisseur boost	123
4.7.0.1	Calcul de K	124
4.8	Convertisseur Buk-Boost	128
4.9	Convertisseur Quadratique	132
4.10	Convertisseur SEPIC	135
4.11	Convertisseur Boost- Boost	139
4.12	Conclusion	144
Conclusion générale		145
A Paramètres des convertisseurs		149
A.1	Convertisseur Buck	149
A.1.1	Paramètres	149
A.1.2	Point de fonctionnement	149
A.2	ConvertisseurBoost	149
A.2.1	Paramètres	149
A.2.2	Point de fonctionnement	149
A.3	Convertisseur Buck- Boost	149
A.3.1	Paramètres	149
A.3.2	Point de fonctionnement	149
A.4	Convertisseur Cuk	149
A.4.1	Paramètres	149
A.4.2	Poin de fonctionnement	150
A.5	Convertisseur Quadratic	150
A.5.1	Paramètres	150
A.5.2	Point de fonctionnement	150
A.6	Convertisseur Sepic	150
A.6.1	Paramètres	150
A.6.2	Point de fonctionnement	150
A.7	Convertisseur ZETA	150
A.7.1	Paramètres	150
A.7.2	Point de fonctionnement	150
A.8	Convertisseur Boost- Boost	150
A.8.1	Paramètres	150
A.8.2	Point de fonctionnement	150
B Paramètres de simulation		151
B.1	Fonctions de transferts estimées	151
B.1.1	Convertisseur Buck	151
B.1.2	Convertisseur Quadratique	152
B.1.3	Convertisseur BB	152
B.2	Calcul de K via D - K iteration	155
B.3	Simplification du modèle	156

C Normes et valeurs singulières	157
C.1 Normes d'un vecteur	157
C.2 Normes d'une matrice	157
C.3 Valeurs singulières d'une matrice	158
C.4 Propriétés des valeurs singulières	158
Bibliographie	161

Table des figures

1.1	Grandeurs continues et discontinues d'un convertisseur DC-DC.	7
1.2	Grandeurs réelles et grandeurs moyennes.	8
1.3	Convertisseur Buck.	9
1.4	Schéma idéal du convertisseur Buck.	9
1.5	Caractéristique statique du convertisseur Buck.	10
1.6	Convertisseur Boost.	11
1.7	Schéma idéal du convertisseur Boost.	11
1.8	Caractéristique statique du convertisseur Boost.	12
1.9	Convertisseur Buck- Boost.	13
1.10	Schéma idéal du convertisseur Buck- Boost.	13
1.11	Caractéristique statique du convertisseur Buck -Boost.	14
1.12	Convertisseur Cuk.	15
1.13	Schéma idéal du convertisseur Cuk.	15
1.14	convertisseur Sepic.	17
1.15	Schéma idéal du convertisseur Sepic.	17
1.16	Convertisseur Zeta.	19
1.17	Schéma idéal du convertisseur Zeta.	19
1.18	Convertisseur Quadratique.	21
1.19	Schéma idéal du convertisseur Quadratique.	21
1.20	Convertisseur Boost -Boost.	23
1.21	Schéma idéal du convertisseur Boost -Boost.	23
1.22	Caractéristiques statiques du convertisseur Buck -Boost.	25
2.1	Réponse fréquentielle en BO du convertisseur Buck : — $G(s)$, -- $G_i(s)$.	28
2.2	Réponse indicielle en BO de Buck : — $G(s)$, -- $G_i(s)$.	28
2.3	Pole-Zero Map.	29
2.4	Réponse fréquentielle en BO du convertisseur Buck : -- $CG(s)$, — $G(s)$, $\cdots C(s)$.	29
2.5	Réponse indicielle en BF du convertisseur Buck.	29
2.6	Comportement nominale en BF du Buck.	30
2.7	Comportement en BF du Buck avec variation de la tension d'alimentation.	30
2.8	Comportement en BF sous variation de charge du Buck.	30
2.9	Comportement en BF sous variation de référence avec bruit de mesure.	30
2.10	Pole-Zero Map.	31
2.11	Réponse fréquentielle de $G_i \cdots, G$ —.	32
2.12	Réponse indicielle en BO du convertisseur Boost.	32

2.13 Réponse fréquentielle en BO corrigé : $— G; -- CG, \dots C$	32
2.14 Réponse indicielle en BF du Boost.	32
2.15 Comportement nominale en BF du Boost.	33
2.16 Comportement en BF du Boost avec variation de l'alimentation.	33
2.17 Comportement en BF sous variation de charge du Boost.	33
2.18 Comportement en BF sous variation de référence avec bruit du Boost.	33
2.19 Pole-Zero Map.	34
2.20 Réponse fréquentielle en BO : $-- G_i, — G$	34
2.21 Réponse indicielle en BO : $-- G_i, — G$	34
2.22 Réponse fréquentielle en BO : $-- CG, \dots C, — G$	35
2.23 Réponse indicielle en BF.	35
2.24 Comportement nominale en BF.	36
2.25 Comportement en BF sous variation de l'alimentation.	36
2.26 Comportement en BF sous variation de la charge.	36
2.27 Comportement en BF sous variation de référence avec bruit.	36
2.28 Pole-Zero Map.	37
2.29 Réponse fréquentielle : $G_i \dots, G —$	37
2.30 Réponse indicielle en BO : $G_i \dots, G —$	37
2.31 Réponse fréquentielle : $C \dots, G —, CG --$	38
2.32 Réponse indicielle en BF.	38
2.33 Comportement nominale en BF du Cuk.	38
2.34 Comportement sous variation d'alimentation E du Cuk.	38
2.35 Comportement en BF sous variation de charge du Cuk.	39
2.36 Comportement en BF sous variation de référence avec bruit du Cuk.	39
2.37 Pole-Zero Map.	40
2.38 Réponse fréquentielle : $G_i \dots, G —$	41
2.39 Réponse indicielle en BO : $G_i \dots, G —$	41
2.40 Réponse fréquentielle : $CG_i --, G_i —, C(s) \dots$	41
2.41 Réponse indicielle en BF.	41
2.42 Comportement nominale en BF.	42
2.43 Comportement en BF avec variation de l'alimentation.	42
2.44 Comportement en BF sous variation de charge.	43
2.45 Comportement en BF sous variation de référence avec bruit de mesure.	43
2.46 Pole-Zero Map.	44
2.47 Réponse fréquentielle : $G_i \dots, G —$	44
2.48 Réponse indicielle en BO.	44
2.49 Réponse fréquentielle : $C \dots, G_i —, CG --$	45
2.50 Réponse indicielle en BF.	45
2.51 Comportement nominale en BF.	46
2.52 Comportement en BF avec variation de l'alimentation.	46
2.53 Comportement en BF sous variation de charge.	46
2.54 Comportement en BF sous variation de référence avec bruit.	46
2.55 Pole-Zero Map du Zeta	47
2.56 Réponse fréquentielle en BO du Zeta.	47

2.57 Réponse indicielle en BO du Zeta.	47
2.58 Réponse fréquentielle en BO avec PID.	48
2.59 Réponse indicielle en BF du Zeta.	48
2.60 Comportement nominal en BF du Zeta.	49
2.61 Comportement sous perturbation d'alimentation du Zeta.	49
2.62 Comportement en BF sous variation de charge.	49
2.63 Structure du correcteur pour le BB.	51
2.64 Réponse fréquentielle : $G_i \cdots, G$ —.	51
2.65 Réponse indicielle en BO.	51
2.66 Réponse fréquentielle en BO corrigée.	52
2.67 Réponse indicielle en BF.	52
2.68 Comportement nominal en BF du BB.	53
2.69 Comportement sous perturbation d'alimentation en BF du BB.	53
2.70 Comportement sous perturbation de charge R_1 en BF du BB.	53
2.71 Comportement sous perturbation de charge R_2 en BF du BB.	53
2.72 Comportement sous variation de référence v_1 en BF du BB.	54
2.73 Comportement sous variation de référence v_2 en BF du BB.	54
3.1 Système MIMO avec perturbation.	58
3.2 Feedback d'un system MIMO avec incertitudes structurés.	60
3.3 System MIMO équivalent en BO.	60
3.4 System MIMO générale avec perturbations.	64
3.5 Feedback d'un system MIMO avec deux entrés externes.	65
3.6 Système interconnecté	67
3.7 Problème H_∞ sous forme standard.	67
3.8 Problème de sensibilité mixte.	69
3.9 Allure de la fonction de sensibilité désirée.	71
3.10 Fonction de sensibilité supplémentaire désirée.	71
3.11 Incertitudes multiplicatives en entré.	73
3.12 Résultants de la synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ —, $\sigma(T)$ —, $1/\sigma(W_3)$	75
3.13 Réponses fréquentielles en B.O. : G —, GK —.	75
3.14 Réponse : G —, KG —, K	76
3.15 Fonction de sensibilité : S —, $1/W_1$ —.	76
3.16 Sensibilité supplémentaire : T —, $1/W_3$ —.	77
3.17 Analyse W.C.G : $\sigma(T)$ —, $\sigma(T_{wcg})$ —.	77
3.18 Réponse indicielle en B.F : nominale—, wcg —.	77
3.19 Réponse indicielle en B.F : nominale—, wcg —, incertitudes aléatoires —.	77
3.20 Comportement nominale du convertisseur Buck corrigé.	78
3.21 Réponse temporelle sous une chute de tension d'alimentation de 1.5V.	78
3.22 Réponse du convertisseur Buck sous une perturbation de la charge.	78
3.23 Réponse du convertisseur Buck avec bruit de mesure et variation de référence.	78
3.24 Résultat de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ —, $\sigma(T)$ —, $1/\sigma(W_3)$	80
3.25 Réponse fréquentielle en B.O : G —, KG —.	80

3.26	Réponse fréquentielle : G_u —, KG_u ---	80
3.27	Fonction de sensibilité : S ---, $1/W_1$ —	81
3.28	Fonction de sensibilité complémentaire : T ---, $1/W_3$ —	81
3.29	Analyse W.C.A. : T —, T_u ---	81
3.30	Réponse indicielle en BF : nominale —, wcg - ., incertitudes aléatoires ---	81
3.31	Comportement de Boost nominal.	82
3.32	Comportement de Boost sous perturbation sur la la charge.	82
3.33	Comportement de Boost sous perturbation sur la tension d'alimentation E	83
3.34	Réponse de Boost à un bruit de mesure et variation de consigne.	83
3.35	Résultats de la synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ --, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$	84
3.36	La réponse fréquentielle : G —, KG ---	84
3.37	Diagramme de nichols : G_u —, KG_u ---	85
3.38	Analyse W.C.G. : T —, T_{wcg} ---	85
3.39	Fonction de sensibilité complémentaire : T ---, $1/W_3$ —	85
3.40	Fonction de sensibilité : S ---, $1/W_1$ —	85
3.41	Comportement nominal de Buck-Boost.	86
3.42	Réponse de Buck-Boost à une perturbation de R à 100%.	86
3.43	Réponse de Buck-Boost à une shute de tension d'alimentation E par 1.5V.	86
3.44	Réponse de Buck-Boost au variation de référence et bruit de mesure.	86
3.45	Résultats de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ --, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$	88
3.46	Réponse fréquentielle : G —, KG ---	88
3.47	Fonction de sensibilité : S ---, $1/W_1$ —	89
3.48	Fonction de sensibilité complémentaire : T ---, $1/W_3$ —	89
3.49	Analyse W.C.G. : G —, KG ---	89
3.50	Réponse indicielle avec W.C.G.	89
3.51	Réponse de Quadratique sous les conditions nominales.	90
3.52	Réponse de Quadratique sous perturbation de E	90
3.53	Réponse de Quadratique à perturbation de R	91
3.54	Réponse de Quadratique au bruit de mesure et variation de référence.	91
3.55	Résultats de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ --, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$	92
3.56	Tracé de Bode : ' G —, GK --, K	93
3.57	Tracé de Bode : ' G_u —, KG_u --, K	93
3.58	Fonction de sensibilité : S ---, $1/W_1$ —	93
3.59	Fonction de sensibilité complémentaire : T ---, $1/W_3$ —	93
3.60	Analyse W.C.G : T —, T_{wcg} ---	94
3.61	Réponse indicielle en BF : nominale —, wcg ---	94
3.62	Comportement de SEPIC sous conditions nominales.	94
3.63	Réponse de SEPIC sous variation de charge.	94
3.64	Réponse de SEPIC sous perturbation de E	95
3.65	Fonction de sensibilité complémentaire de Quadratique incertain.	95
3.66	Résultats de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ --, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$	97

3.67	Réponse fréquentielle de Cuk en B.O. : $G \text{ ---}, GK \text{ ---}, K \dots$. . .	97
3.68	Réponse fréquentielle : $G_u \text{ ---}, KG_u \text{ ---}$	97
3.69	Fonction de sensibilité : $S \text{ ---}, 1/W_1 \text{ ---}$	98
3.70	Fonction de sensibilité complémentaire : $T \text{ ---}, 1/W_3 \text{ ---}$	98
3.71	Comportement de Cuk corrigé sous conditions nominales.	98
3.72	Réponse de Cuk sous perturbation de résistance de charge.	98
3.73	Comportement de Cuk sous perturbation de la tension d'alimentation.	99
3.74	Comportement de Cuk sous variation de référence et bruit blanc.	99
3.75	Résultat de synthèse : $1/\sigma(S) \text{ ---}, \sigma(W_1) \text{ ---}, \sigma(T) \text{ ---}, 1/\sigma(W_3) \dots$	100
3.76	Tracé de bode : $G \text{ ---}, KG \text{ ---}, K \dots$	101
3.77	Réponse fréquentielle : $G_u \text{ ---}, KG_u \text{ ---}$	101
3.78	Fonction de sensibilité : $S \text{ ---}, 1/W_1 \text{ ---}$	101
3.79	Fonction de sensibilité complémentaire : $T \text{ ---}, 1/W_3 \text{ ---}$	101
3.80	Analyse W.C.G. : $1/\sigma(S) \text{ ---}, \sigma(W_1) \text{ ---}, \sigma(T) \text{ ---}, 1/\sigma(W_3) \dots$	102
3.81	Comportement nominal de Zeta.	103
3.82	Comportement de Zeta sous perturbation de résistance de charge R	103
3.83	Comportement de Zeta sous perturbation de tension d'alimentation E	103
3.84	Comportement de Zeta sous bruit de mesure et variation de référence.	103
3.85	Résultats de synthèse de BB	104
3.86	Réponse indicielle du BB nominal.	105
3.87	Réponse indicielle du BB incertain	105
3.88	Réponse du BB en BF sous conditions de fonctionnement nominales.	105
3.89	Réponse du BB en BF sous perturbation d'alimentation.	105
3.90	Réponse à variation de R_1 en BF du BB.	106
3.91	Réponse à variation de R_1 en BF du BB.	106
3.92	Comportement sous bruit de mesure et variation de référence v_1	106
3.93	Comportement sous bruit de mesure et variation de référence v_2	106
4.1	Extraction des incertitudes paramétriques.	111
4.2	Schéma block du convertisseur Buck nominal.	112
4.3	Schéma block du convertisseur Buck incertain.	112
4.4	Schéma block des incertitudes structurées du convertisseur Buck.	112
4.5	Schéma block des incertitudes structurées du convertisseur Buck.	112
4.6	Système $M - \Delta$	113
4.7	Problème de la robustesse en performance.	114
4.8	Problème équivalent de robustesse en stabilité.	114
4.9	Equivalent à la Fig. 4.7.	115
4.10	Equivalent à la Fig. 4.9.	115
4.11	Conduite du système $M - \Delta$	116
4.12	Système $M - \Delta$ avec la matrice de mise à l'échelle diagonale D	116

4.13	Structure de la commande.	117
4.14	Modelisation des incertitudes	118
4.15	Filtre d'incertitudes.	119
4.16	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	119
4.17	Réponse fréquentielle : $G \text{ ---}, GK \text{ --}, GK_r \text{ } \dots$	120
4.18	Réponse fréquentielle : $-G_u \text{ ---}, .G_u K_r \text{ } \dots$	120
4.19	Robustesse en stabilité.	121
4.20	Robustesse en performance.	121
4.21	Fonction de sensibilité.	121
4.22	Fonction de sensibilité auxiliaire.	121
4.23	Réponse indicielle en BF.	122
4.24	Comportement nominal.	122
4.25	Perturbation de E	122
4.26	Perturbation sur R	122
4.27	Variation de référence et bruit blanc.	122
4.28	Filtre d'incertitudes.	124
4.29	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	124
4.30	Fonction de sensibilité.	125
4.31	Fonction de sensibilité auxiliaire.	125
4.32	Réponse fréquentielle nominale : $GK \text{ --}, GK_r \text{ } \dots$	125
4.33	Réponse fréquentielle nominale : $G_u K \text{ ---}, G_u K_r \text{ } \dots$	125
4.34	Fonction de sensibilité.	126
4.35	Fonction de sensibilité auxiliaire.	126
4.36	Réponse indicielle.	127
4.37	Comportement nominal.	127
4.38	Perturbation de E	127
4.39	Perturbation sur la charge.	127
4.40	Variation de référence avec bruit de mesure.	127
4.41	Filtre d'incertitudes.	129
4.42	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	129
4.43	Réponse fréquentielle nominale : $GK \text{ ---}, GK_r \text{ } \dots$	130
4.44	Réponse fréquentielle : $G_u K \text{ ---}, G_u K_r \text{ } \dots$	130
4.45	Fonction de sensibilité.	130
4.46	Fonction de sensibilité auxiliaire.	130
4.47	Robustesse en stabilité.	130
4.48	Robustesse en performance.	130
4.49	Comportement nominal.	131
4.50	Perturbation de E	131
4.51	Perturbation sur la charge.	131
4.52	Variation de référence avec bruit de mesure.	131
4.53	Filtre d'incertitudes.	132
4.54	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	132
4.55	Réponse fréquentielle nominale : $-GK, ..GK_r$	133
4.56	Réponse fréquentielle : $-G_u K, ..G_u K_r$	133
4.57	Fonction de sensibilité.	134
4.58	Fonction de sensibilité auxiliaire	134
4.59	Comportement nominal.	134

4.60	Perturbation de E .	134
4.61	Perturbation de la charge.	135
4.62	Variation de la consigne.	135
4.63	Filtre d'incertitudes.	136
4.64	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	136
4.65	Réponse fréquentielle nominale : $GK \rightarrow GK_r \dots$.	136
4.66	Réponse fréquentielle : $G_u K \rightarrow G_u K_r \dots$.	136
4.67	Robustesse en stabilité.	137
4.68	Robustesse en performance.	137
4.69	Comportement nominal.	138
4.70	Perturbation de E .	138
4.71	Perturbation de la charge.	138
4.72	Variation de la consigne.	138
4.73	Couvrement des incertitudes.	139
4.74	Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.	139
4.75	Robustesse en stabilité.	141
4.76	Robustesse en performance.	141
4.77	Fonction de sensibilité.	141
4.78	Fonction de sensibilité auxiliaire.	141
4.79	Réponse indicielle.	142
4.80	Comportement nominal.	142
4.81	Perturbation de E .	142
4.82	Perturbation de R_1 .	143
4.83	Perturbation de R_2 .	143
4.84	Comportement du convertisseur BB en BF sous bruit de mesure avec variation de la référence v_1 .	143
4.85	Comportement du convertisseur BB en BF sous bruit de mesure avec variation de la référence v_2 .	143
B.1	Estimation de la FT du convertisseur Buck.	151
B.2	Convertisseur Buck en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état.	152
B.3	Estimation de la FT du convertisseur Quadratique.	153
B.4	Convertisseur Quadratique en BF avec PID.	153
B.5	Convertisseur Quadratique en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état.	153
B.6	Estimation du modèle Boost — Boost.	154
B.7	Convertisseur BB en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état.	155
B.8	Convertisseur Buck en BF avec 1DOF PI.	155

Liste des Abréviations

RHPZ	Right Half Plane Zero
FT	Fonction de Transfert
LFT	Linear Fractionel Transformation
BO	Boucle Ouverte
BF	Boucle Fermée
BB	convertisseur Boost-Boost
SISO	Single Input Single Output
MIMO	Multi Inputs Multi Outputs
RSE	Résistance Série Equivalente
WCG	Worst Case Gain
MS-LS	Mixed Sensitivity-Loop Shaping
LTI	Linear Time Invariant
VSS	Valeur Singulière Structurée
LPV	Linéaire à Paramètres Variants
LMI	Linear Matrix Inequality

Liste des Symbols

ω	Pulsation	rad/s
ω_0	Pulsation naturelle non amortie	rad/s
ω_r	Pulsation désirée	rad/s
Δ_ϕ	Marge de phase	(°)
Δ_g	Marge de gain	dB
K_P	Gain proportionnel	
K	Régulateur	
K_r	Régulateur d'ordre réduit	
τ_i	Tau intégral	
τ_d	Tau dérivé	
Δ	Matrice de perturbation structurée	
σ	Valeur singulière	
μ	Valeur singulière structurée	
δ	Incertitude paramétrique	
d	Perturbation	
n	Bruit de mesure	
ξ	Facteur d'amortissement	
G	Fonction de transfert du système nominal	
G_i	Fonction de transfert istimée	
G_u	Système incertain	
W_p	Fonction de pondération de performance	
W_n	Fonction de pondération de bruit	
W_u	Fonction de pondération d'incertitudes	
W_t	Filtres d'incertitudes	
P	Système augmenté (généralisé)	
Q	Facteur de qualité	
S	Fonction de sensibilité	
T	Fonction de sensibilité auxiliaire	
F_l	Transformation fractionnaire linéaire inférieure	
F_u	Transformation fractionnaire linéaire supérieure	

Remerciements

La thèse de doctorat représente un travail s'inscrivant dans la durée, et pour cette raison, constitue le fil conducteur d'une tranche de vie de son auteur, parfois au crépuscule de la candeur étudiante, et souvent à l'aube de la maturité scientifique. De nombreuses personnes se retrouvent ainsi de manière fortuite ou non, pour le pire ou le meilleur, entre le doctorant et son doctorat. Ce sont certaines de ces personnes que j'aimerais mettre en avant dans ces remerciements.

La première personne que je tiens à remercier est mon directeur Monsieur le professeur Noureddine Goléa, qui a su me laisser la liberté nécessaire à l'accomplissement de mes travaux, tout en y gardant un œil critique et avisé. Nos continuelles discussions, oppositions, contradictions et confrontations ont sûrement été la clé de notre travail commun. Plus qu'un encadrant ou un collègue, je crois avoir trouvé en lui un ami qui m'a aidé aussi bien dans le travail que dans la vie lorsque j'en avais besoin. « Merci à toi Général ».

Je remercie mes Profs. Abd-Elhalim Ghediri, et D. Rahem, et tout le personnel du Laboratoire de Génie Electrique et Automatique "LGEA", pour m'avoir accueilli au sein de ces institutions, et pour les conseils stimulants que j'ai eu l'honneur de recevoir de leur part.

Je remercie tous ceux sans qui cette thèse ne serait pas ce qu'elle est : aussi bien par les discussions que j'ai eu la chance d'avoir avec eux, leurs suggestions ou contributions. Je pense ici en particulier à Monsieur le professeur K. Barra, qui de plus m'a fait l'honneur de présider le Jury de cette thèse, Messieurs les Profs. A. Djouambi, A. Betka et MT. Benchouia ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et je les en remercie, de même que pour leur participation au Jury. Ils ont également contribué par leurs nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire ; je les en remercie profondément.

Au terme de ce parcours, je remercie enfin celles et ceux qui me sont chers et que j'ai quelque peu délaissés ces derniers mois pour achever cette thèse. Leurs attentions et encouragements m'ont accompagnée tout au long de ces années. Je suis redevable à mes parents, pour leur soutien moral et matériel et leur confiance indéfectible dans mes choix. Enfin, ces remerciements ne sauraient être complets si je n'y incluais mes proches pour leur soutien, leur confiance et leurs encouragements tout au long de ces années de thèse. Un énorme merci à vous tous.

Introduction générale

Contexte

La révolution technologique dans le domaine de l'électronique contribue à l'accroissement de l'utilisation des convertisseurs de puissance. La gamme de leurs applications est très vaste, et englobe les plus simples telles que les sources d'alimentations des ordinateurs portables, les téléphones mobiles, les appareils électroménagers, les technologies écologiques telles que les véhicules hybrides et électriques, les sources d'énergies renouvelables (éoliennes et solaires). Cette diversité d'applications fait de la conception, la composition, l'intégration et le contrôle des convertisseurs de puissance des objectifs de recherches très actives.

Selon le principe de la conversion de la puissance, les convertisseurs sont organisés en quatre grandes catégories : continu-continu (les hacheurs ou DC-DC en anglais), continu-alternatif (les onduleurs ou DC/AC), alternatif-continu (les redresseurs ou AC/DC), et alternatif-alternatif (AC/AC). Au cours de cette thèse, nos travaux se concentrent sur les convertisseurs DC-DC, qui sont des dispositifs électroniques permettant de délivrer une tension continue réglable à partir d'une autre source de tension continue.

Les convertisseurs DC-DC sont la branche la plus répondeuse de l'électronique de puissance (on dénombre pas moins de 600 topologies). En fonction du nombre des éléments interrupteurs électroniques commandés, on peut classer les convertisseurs DC-DC en deux catégories. Ceux qui contiennent un seul interrupteur sont des systèmes monovariables (SISO); et sous cette famille se trouvent les topologies simples, correspondant aux convertisseurs DC-DC représentés par des fonctions de transferts de deuxième ordre, et les topologies complexes, associées aux convertisseurs DC-DC ayant des fonctions de transferts de d'ordre élevé. Parmi les topologies simples, on note les convertisseurs de base : abaisseur (Buck), élévateur (Boost) et abaisseur-élévateur (Buck-Boost). Dans les topologies complexes, on trouve les convertisseurs Quadratique, Cuk, Zeta et SEPIC. La mise en cascade des convertisseurs SISO donne lieu à des convertisseurs contenant plusieurs interrupteurs et qui sont classés comme des systèmes multivariables (MIMO); citons par exemple le Boost-Boost (deux Boost en cascade), et le double Buck-Boost (deux Buck-Boost en cascade).

Du point de vue comportement, les convertisseurs DC-DC appartiennent à la classe des systèmes dynamiques hybrides, faisant intervenir simultanément des dynamiques continues et des dynamiques discontinues. La dynamique du convertisseur dépend des états des interrupteurs commandés

à travers une modulation en largeur d'impulsion (MLI) du signal de commande. On peut distinguer deux modes de fonctionnement des convertisseurs DC-DC : le mode conduction continue CCM (continuous conduction mode), et le mode de conduction discontinue DCM (discontinuous conduction mode). Dans ce travail, nous on s'intéresse au cas des convertisseurs DC-DC en mode CCM.

Concernant la modélisation des convertisseurs DC-DC, plusieurs travaux de recherche ont abordés le développement de différentes approches de modélisation. Les modèles de base des convertisseurs DC-DC sont des modèles statiques reliant, en régime permanent, les différentes grandeurs du convertisseur. Des modèles plus réalistes sont les modèles hybrides reflétant la vraie nature du comportement des convertisseurs. Les modèles moyens, obtenus par des techniques de moyennage dans l'espace d'état [1], sont des modèles non linéaires continus. Les modèles petits-sinaux sont obtenus par la linéarisation du model moyen non linéaire autour du point de fonctionnement [2] [3]. Il existe d'autres approches de modélisation, comme le modèle non linéaire fondé sur la technique de moyennisation de KBM (Krylov-Bogoliubov-Miltropolsky [4] [5] [6]), où les expressions analytiques complexes ne facilitent pas la synthèse de lois de commande. La modélisation par décomposition en séries de Fourier ([7] [8]) est capable de représenter les ondulations des signaux autour de leurs valeurs moyennes. Les méthodes de modélisation par circuits équivalents permettent d'obtenir un modèle petit-sinaux, où les semi-conducteurs sont représentés par une combinaison d'éléments passifs, sources de courant et sources de tension, . . .) [9] [10] [11] [12]. Citons aussi la classe des modèles énergétiques, modèle d'Euler-Lagrange [13], modèle Hamiltonien [14], et le modèle linéaire à paramètres variant (LPV) [15], où le modèle non linéaire est reformulé comme un modèle avec des paramètres variant dans le temps.

Concernant la commande, les méthodes de contrôle des convertisseurs DC-DC sont fondées sur la régulation de la tension de sortie ou du courant. Des correcteurs de types PI calculés par rapport au modèle moyen linéarisé sont souvent employés pour piloter les convertisseurs DC-DC. Lorsqu'ils sont convenablement ajustés, ces correcteurs fournissent des résultats satisfaisants pour diverses applications pratiques sans recours à une description détaillée de la dynamique du convertisseur. Cependant, leurs performances peuvent facilement se dégrader sous l'effet des non linéaires et de la méconnaissance exacte des valeurs des paramètres (incertitudes). De ce fait, il est nécessaire de réajuster les gains du correcteur ou d'utiliser une approche adaptative. Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées afin d'améliorer la conception de la commande des convertisseurs DC-DC en choisissant la méthode la plus adaptée au regard d'un cahier de charges, capable d'améliorer l'efficacité des convertisseurs tout en réduisant les effets des perturbations (changements de la tension d'entrée et de la charge), des variations paramétriques diminuer et de limiter les interférences électromagnétiques [16]. L'approche classique du point de vue de l'automatique consiste à utiliser des techniques de commande linéaires à base d'un modèle moyen linéarisé autour d'un point de fonctionnement spécifique. Parmi

ces stratégies de commande, on note la commande linéaire quadratique [17] [18] [19], et la famille de régulateurs PI avec des paramètres qui dépendent de façon non linéaire de la valeur de la consigne en régime permanent [20]. Cependant, les lois de commande obtenues ne sont pas capables d'assurer la stabilité globale du convertisseur et de conserver des performances identiques dans tout le domaine de fonctionnement. Ces inconvénients dérivent de la précision limitée du modèle de synthèse utilisé. Des lois de commande fondées sur un modèle moyen non linéaire ou modèle énergétique ont également été appliquées : la commande par modes de glissement [21] [22] [23] [24] [25] [26], la commande par passivité [27] [28] [29][30] [31]. Ces méthodes de commande utilisent des outils théoriques plus complexes qui permettent de démontrer la stabilité globale du convertisseur. Une autre approche, qui consiste à commander directement les différents commutateurs sans passer par un modèle moyen, a été utilisée pour des convertisseurs DC-DC fonctionnant avec des fréquences variables [32],[33].

La robustesse des systèmes est une notion importante en automatique. Les circuits de puissance sont soumis à des variations paramétriques, des perturbations externes et aux bruits de mesures. En automatique classique, pour garantir la robustesse d'un système, il suffit d'assurer des marges de stabilité suffisantes. Dès les années 60, le problème de la garantie de bonne qualité en performances des systèmes multi-variables s'impose, où les automaticiens s'orientent plutôt vers les méthodes LQG (Linéaire Quadratique Gaussien) introduite avec la représentation d'état. Le monde industriel a découvert, malheureusement, de faibles qualités en performance robuste de ces correcteurs.

Les concepts de rejet de perturbation et de performance, liées entre eux par la notion de robustesse, ont donné lieu à un grand nombre de travaux et publications depuis le milieu des années 80. Tout a commencé par l'article de Zames (1981) [34], et suivi par (Zames, 1983 [35]; Doyle, 1983 [36]; Francis et Zames, 1984 [37]). Ces articles ne concernaient pas directement le problème de robustesse, mais plutôt celui de rejet de perturbation. C'est dans (Kimura, 1984 [38]), que le problème de commande robuste (celui de la sensibilité mixte) en terme H_∞ a été formulé. Bien que le problème formulé dans (Kimura, 1984 [38]) ne soit pas différent de celui proposé par Doyle et Stein (1981 [39]), la nouveauté réside dans le fait que l'utilisation explicite du cadre H_∞ a permis à Kimura de résoudre le problème de synthèse grâce à la technique d'interpolation dite de Nevanlinna-Pick. Francis et Doyle (1987 [40]) font, d'une part une très bonne synthèse des travaux parus jusqu'à 1987 et, d'autre part, ils les unifient grâce à l'importante notion de 'problème standard' (due à Doyle et Stein). Les références suivantes proposent d'excellentes introductions à l'histoire du développement de la théorie de la commande robuste : Doyle (1996)[41]; Doyle et all [42]. Comme nous le verrons plus tard, la plupart de ces idées sont pratiquement contenues dans le Théorème des petits Gains, qui remonte à (Zames, 1966) [43]. Quant aux aspects mathématiques, ils sont fort anciens.

La résolution de la formulation sous forme 'problème standard' a progressé de manière très importante en 1988 avec (Glover et Doyle, 1988) [44],

qui utilise la représentation d'état, et qui donne une solution très proche de la commande LQG [45] [46]. Enfin, la notion de valeur singulière structurée (appelée μ), due à Doyle (1982) permet de traiter les problèmes de robustesse vis-à-vis d'incertitudes structurées avec beaucoup moins de conservatisme que la méthode H_∞ (qui ne tient pas compte de la structure des incertitudes). Un algorithme d'optimisation est ensuite utilisé pour chercher à maximiser la robustesse en stabilité du système en boucle fermée, et ceci en tenant compte des incertitudes. Les objectifs en performances peuvent aussi s'ajouter à l'algorithme d'optimisation comme établie par Glover et Doyle [47], Safonov [48], Gahinet et Apkarian [49] et Apkarian et al [50].

Objectif

Le présent travail de recherche se propose de résoudre les différents problèmes de la commande des convertisseurs DC-DC et ceci par l'adoption des techniques de la commande robuste. La synthèse de lois de commande robustes permettra en outre d'assurer une robustesse en stabilité et en performance pour la classe des convertisseurs DC-DC considérées. D'une manière plus explicite, en considérant un point de fonctionnement que l'on cherchera à atteindre, nous devons synthétiser une loi de commande pour laquelle le convertisseur s'adapte à tout type de variations possibles, que ce soit causer par la source de la tension à réglée (batterie, redresseur, panneau solaire, ...), ou par les variations des paramètres des composants au cours du fonctionnement. Pour cela, on fera recours aux techniques de la commande H_∞ qui prennent en considération les conditions de fonctionnements, les incertitudes sur les paramètres du convertisseur, de même que les erreurs de modélisation causées par les hypothèses simplificatrices et les non linéarités négligées au cours de la modélisation. En bref, synthétiser une loi de commutation qui assure la robustesse en stabilité et en performance, de plus, peut on obtenir des garanties de robustesse du système en boucle fermée vis-à-vis des incertitudes.

Organisation

Le reste de ce manuscrit est organisé comme suit :

- Le premier chapitre abordé à la modélisation des convertisseurs DC-DC, où on commence par l'établissement du modèle commuté. L'utilisation des grandeurs moyennes permet de passer d'un modèle commuté (hybride) à un modèle moyen continu, plus adapté ou techniques de la commande continue. L'étude en régime permanent permet d'établir la caractéristique statique du convertisseur et d'éclaircir les relations entre les différentes variables pour un point de fonctionnement désiré. La linéarisation du modèle moyen autour d'un point de fonctionnement désiré permet d'étudier les caractéristiques locales du convertisseur, et de calculer les fonctions de transferts.

- Le second chapitre se consacre à l'étude du comportement boucle ouverte des convertisseurs DC-DC, utilisant les fonctions de transferts issues des modèles linéarisés établis au chapitre 1, et ceci dans le but d'extraire les indicateurs de performance en boucle ouverte (marge de phase, facteur d'amortissement, bande passante). Le lieu des pôles et des zéros "Pole-Zero Map" aidera à connaître l'emplacement des zéros positifs (RHPZ) qui influencent le choix des fonctions de pondération.
- Le troisième chapitre s'intéresse au problème de la synthèse de loi de commande par l'approche Sensibilité Mixte Loop-Shaping. En effet, les fonctions de pondérations sont choisies selon les critères de Zhou en se basant sur les résultats de l'analyse fréquentielle en BO obtenus dans le second chapitre. Le problème Sensibilité Mixte Loop-Shaping est formulé en construisant le système augmenté en utilisant la fonction de transfert, et les fonctions de pondérations pour chaque convertisseur. Puis, l'algorithme de Glover est utilisé pour la vérification d'existence d'un correcteur qui répond au cahier de charge exprimé par les fonctions de pondérations. Dans la dernière phase, la valeur gamma sous-optimale obtenu par l'algorithme Glover est utilisée pour le calcul de la fonction de transfert du contrôleur, et les résultats de la synthèse sont validés en utilisant les fonctions de sensibilités (fonction de sensibilité, et fonction de sensibilité complémentaire).
- Le quatrième chapitre se fonde sur l'approche μ -synthèse. Après un bref rappel théorique, nous nous intéressons par la synthèse d'une loi de commande vis-à-vis d'incertitudes structurées sur les paramètres, et les incertitudes sur le modèle. L'algorithme "D-K itération" est utilisé pour le calcul du contrôleur, puis les techniques μ analyses sont utilisées pour la vérification de la robustesse en stabilité et en performance. Les résultats de cette thèse ont été validés par simulation sur des convertisseurs DC-DC de types SISO et MIMO. Les résultats sont démontrés dans le cas des convertisseurs possédant une source de tension continue avec une composante sinusoidale, et une référence de sortie constante avec une petite variation au cours de fonctionnement, variation de la charge.

Contributions

Les contributions de cette thèse ont fait l'objet des publications suivantes :

1. **Fateh Ounis, Noureddine Goléa**, μ -Synthesis Based Robust Voltage Control for Cascade Boost Power Converter. *3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*, 2015. DOI : 10.1109/CEIT.2015.7232982. <http://ieeexplore.ieee.org/>
2. **Fateh Ounis, Noureddine Goléa**, PI, Hinf loop shaping and μ -Synthesis Based Robust Voltage Control for SEPIC Power Converter. *2nd International Conference on Automatics and Mechatronics (CIAM'2015)*. 10-11 Nov. Oran — Algeria. <http://www.ciam2015.com/>

3. **Fateh Ounis, Noureddine Goléa**, PID, 2-DOF PID and Mixed Sensitivity Loop - Shaping Based Robust Voltage Control of Quadratic Buck DC - DC Converter. *Advances in Electrical and Electronic Engineering Journal*, vol. 14, Dec. 2016. DOI : 10.15598/aeee.v14i5.1821
[http ://advances.utc.sk/index.php/AEEE/article/view/1821](http://advances.utc.sk/index.php/AEEE/article/view/1821)

Chapitre 1

Modélisation des convertisseurs DC-DC

1.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons établir les modèles nécessaires à l'analyse et à la commande des convertisseurs DC-DC. Les modèles moyens obtenus seront utilisés pour étudier le comportement des convertisseurs en régime permanent, pour établir la relation statique entre l'entrée et la sortie du convertisseur, et pour le calcul des différentes commandes des convertisseurs dans les chapitres qui suivent. L'hypothèse que les composants d'un convertisseur sont idéaux permet d'obtenir un modèle analytique simplifié, mais suffisant pour l'analyse et la conception de lois de commande performantes.

1.2 Modèle commuté

Les convertisseurs DC-DC constituent une classe des systèmes hybrides où le comportement est composé de dynamiques continues formées par les grandeurs $x(t)$ liées aux éléments de stockage, et les grandeurs discontinues $u(t)$ liées aux états des interrupteurs de puissance comme illustré sur la figure 1.1. L'association de ces deux types de grandeurs permet d'obtenir un modèle commuté (topologique) capable de décrire les différentes configurations du convertisseur [51], [52].

Le modèle commuté d'un convertisseur DC-DC prend la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1.1)$$

Où x est le vecteur d'état regroupant les variables d'état indépendantes (courants parcourant les bobines et les tensions aux bornes des condensateurs). u est le vecteur

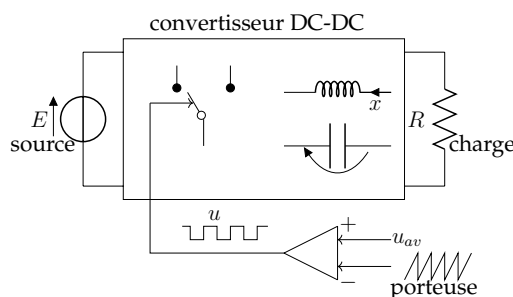


FIGURE 1.1 – Grandeurs continues et discontinues d'un convertisseur DC-DC.

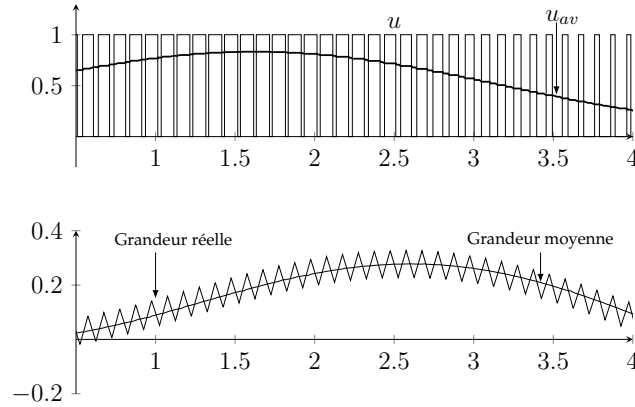


FIGURE 1.2 – Grandeurs réelles et grandeurs moyennes.

des fonctions de commutation prenant les valeurs "1" ou "0" suivant que l'interrupteur est passant ou bloqué.

1.2.1 Modèle moyen

La technique de moyennage permet d'isoler les composantes moyennes (basse fréquence) des grandeurs et éliminer les harmoniques (hautes fréquences) inutiles pour l'analyse de stabilité et la conception des lois de commande. Comme les harmoniques (hautes fréquences) proviennent de la fonction de commutation u , pour obtenir un modèle moyen continu du convertisseur, il suffit alors de remplacer u dans les équations (1.1) du convertisseur par sa grandeur u_{av} (équivalent à un rapport cyclique, figure 1.2), ce qui produit :

$$\dot{x} = f(x, u_{av}) \quad (1.2)$$

Par abus de langage et pour alléger la notation, nous avons gardé le symbole x pour les variables d'état moyennes.

1.2.2 Caractéristique statique

En général, il est désiré de lier les valeurs moyennes des états du système, en équilibre, avec la valeur moyenne correspondante de la commande. Ces relations, en équilibre, sont utiles pour établir les caractéristiques statiques du convertisseur.

En équilibre, les dérivées des états moyens sont nulles et la commande moyenne u_{av} est égale à une valeur constante \bar{u}_{av} , soit :

$$0 = f(\bar{x}, \bar{u}_{av}) \quad (1.3)$$

Comme résultat, on obtient un système d'équations pour les valeurs en régime permanent des états moyennes.

La solution de Eq. (1.3) permet de paramétrer les grandeurs moyennes en fonction du point de fonctionnement désiré (\bar{x}, \bar{u}_{av}) .

On définit la caractéristique statique du convertisseur (connue aussi comme le gain du convertisseur) comme le rapport, en régime permanent, de la tension de sortie moyenne \bar{v} à la tension d'entrée E .

1.2.3 Modèle linéarisé

Comme les modèles moyens Eq. (1.2) de la plupart des convertisseurs statiques sont des systèmes non linéaires, nous aurons à calculer la linéarisation de ces modèles autour de leurs points d'équilibre désirés (\bar{x}, \bar{u}_{av}) , sous la forme d'équations d'état de la forme :

$$\dot{e} = Ae + Be_u \quad (1.4)$$

où $e = x - \bar{x}$, $e_u = u_{av} - \bar{u}_{av}$ et les matrices A et B sont obtenues par le développement en série de Taylor du premier ordre des équations (1.2), soit :

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u_{av})}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}, u_{av}=\bar{u}_{av}}, B = \left. \frac{\partial f(x, u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{x=\bar{x}, u_{av}=\bar{u}_{av}} \quad (1.5)$$

Le modèle Eq. (1.4) représente le modèle linéarisé (modèle petits-signaux ou modèle incrémental) autour du point de fonctionnement désiré.

1.3 Convertisseur Buck

Le circuit du convertisseur Buck est montré sur la Fig. 1.3. Le convertisseur Buck appartient à la classe des chopper ou atténuateurs. A la sortie, il multiplie la tension d'entrée E par un facteur inférieur à l'unité.

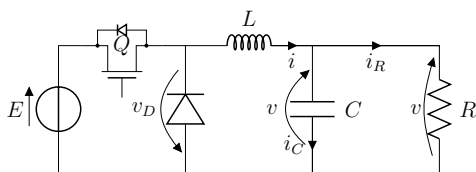


FIGURE 1.3 – Convertisseur Buck..

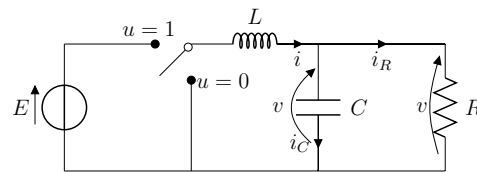


FIGURE 1.4 – Schéma idéal du convertisseur Buck.

1.3.1 Modèle du convertisseur

Pour obtenir les équations différentielles qui représentent le convertisseur Buck, on utilise la topologie idéale de la Fig. 1.4. Les équations différentielles du convertisseur sont obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff à chacune des topologies possibles qui résulte d'une position donnée de l'interrupteur.

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 1$, et appliquant les lois de Kirchhoff au circuit qui en résulte, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -v + E \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Lorsque la diode est passante, alors l'interrupteur est en position $u = 0$, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -v \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.7)$$

En combinant les deux situations, on peut obtenir un seul modèle unifié, qui est

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -v + uE \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Le modèle (1.8) est un modèle commuté avec la fonction binaire de commutation $u \in \{0, 1\}$.

Le modèle moyen du convertisseur est exactement le même que (1.8) avec la variable de contrôle u remplacée par une variable continue u_{av} qui prend ses valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$. Le modèle moyen du convertisseur Buck est décrit par

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -v + u_{av}E \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.9)$$

1.3.2 Point d'équilibre et caractéristique statique

En utilisant la représentation Eq. (1.9) et en notant les valeurs moyennes à l'équilibre du courant et de la tension comme \bar{i} et \bar{v} , on obtient à l'équilibre :

$$\begin{aligned} 0 &= -\bar{v} + \bar{u}_{av}E \\ 0 &= \bar{i} - \frac{\bar{v}}{R} \end{aligned} \quad (1.10)$$

En résolvant le système d'équations (1.10), on obtient les états moyens du convertisseur à l'équilibre :

$$\bar{v} = \bar{u}_{av}E, \quad \bar{i} = \bar{u}_{av} \frac{E}{R} \quad (1.11)$$

Cette paramétrisation du point d'équilibre par la commande moyenne, est utile pour établir le caractère atténuant du convertisseur. Comme la valeur de la commande moyenne \bar{u}_{av} est restreinte à $[0, 1]$, ceci implique que la tension de sortie sera une fraction de E , et le convertisseur ne peut pas amplifier la tension d'entrée. La caractéristique statique du convertisseur Buck est :

$$\frac{\bar{v}}{E} = \bar{u}_{av} \quad (1.12)$$

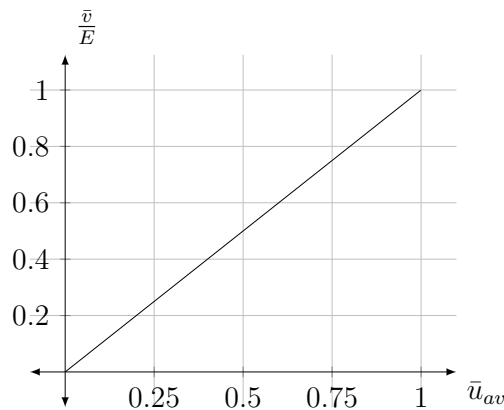


FIGURE 1.5 – Caractéristique statique du convertisseur Buck.

Il est clair que le maximum du gain du convertisseur est 1. La caractéristique en fonction des valeurs de \bar{u}_{av} à l'équilibre est donnée par la figure 1.5.

1.3.3 Modèle incrémental

Le modèle moyen du convertisseur Buck peut être décrit par la forme d'état :

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (1.13)$$

Le modèle moyen est clairement linéaire.

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v} = \alpha E$, $0 < \alpha < 1$, alors nous avons : $\bar{u}_{av} = \alpha$, $\bar{i} = \alpha \frac{E}{R}$. Comme à l'équilibre nous avons :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \bar{u}_{av} \quad (1.14)$$

alors, la soustraction de (1.13) de (1.14) produit le modèle incrémental suivant :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} e_u \quad (1.15)$$

avec

$$e = \begin{bmatrix} i - \bar{i} \\ v - \bar{v} \end{bmatrix}, e_u = u_{av} - \bar{u}_{av} \quad (1.16)$$

1.4 Convertisseur Boost

Le circuit du convertisseur Boost (élevateur) est montré sur la Fig. 1.6. Lorsque le transistor est passant, la diode est polarisée en inverse. D'où, la source E n'est pas connectée à la charge R . Lorsque le transistor est bloqué, la diode est polarisée en direct et conduit. Ce qui connecte la charge R à la source E .

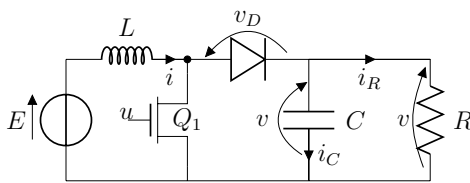


FIGURE 1.6 – Convertisseur Boost.

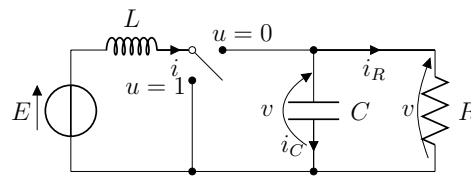


FIGURE 1.7 – Schéma idéal du convertisseur Boost.

1.4.1 Modèle du convertisseur

Lorsque la fonction de commutation est $u = 1$, on obtient la dynamique suivante :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E \\ C \frac{dv}{dt} &= -\frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Lorsque la fonction de commutation est $u = 0$, on obtient la dynamique suivante :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -v + E \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Alors la dynamique du convertisseur est décrite par le système bilinéaire suivant :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -(1-u)v + E \\ C \frac{dv}{dt} &= (1-u)i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Le modèle moyen est donné par :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -(1-u_{av})v + E \\ C \frac{dv}{dt} &= (1-u_{av})i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.4.2 Point d'équilibre et caractéristique statique

À l'équilibre, les dérivées des états moyens sont nulles et la commande moyenne u_{av} est égale à une valeur constante \bar{u}_{av} .

Comme résultat, on obtient un système d'équations linéaires pour les valeurs en régime permanent des états moyens. En utilisant la représentation (1.20) et en notant les valeurs moyennes à l'équilibre du courant et de la tension comme \bar{i} et \bar{v} , on obtient à l'équilibre :

$$\begin{aligned} 0 &= -(1-\bar{u}_{av})\bar{v} + E \\ 0 &= (1-\bar{u}_{av})\bar{i} - \frac{\bar{v}}{R} \end{aligned} \quad (1.21)$$

En résolvant le système d'équations (1.21), on obtient les états d'équilibre du convertisseur :

$$\bar{v} = \frac{E}{(1-\bar{u}_{av})}, \quad \bar{i} = \frac{1}{(1-\bar{u}_{av})^2} \frac{E}{R} \quad (1.22)$$

A partir de cette équation, la caractéristique statique normalisée pour le convertisseur Boost est donnée par :

$$\frac{\bar{v}}{E} = \frac{1}{(1-\bar{u}_{av})} \quad (1.23)$$

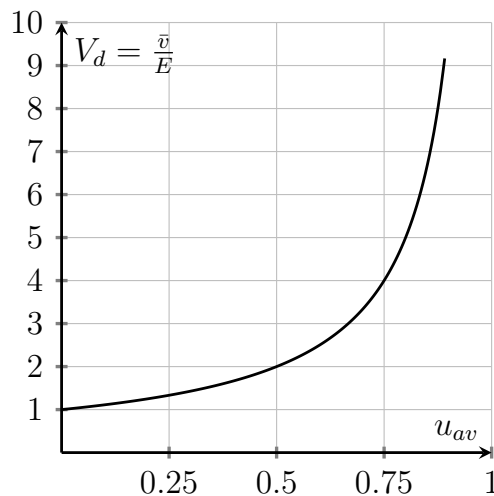


FIGURE 1.8 – Caractéristique statique du convertisseur Boost.

Il est clair que le gain du convertisseur est toujours supérieur à 1. La courbe caractéristique est donnée par la Fig. 1.8.

1.4.3 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v} = \alpha E$, $\alpha > 1$, alors nous avons :

$$\bar{i} = \alpha^2 \frac{E}{R}, \bar{u}_{av} = \frac{\alpha-1}{\alpha} \quad (1.24)$$

La linéarisation du modèle moyen (1.20) autour du point d'équilibre désirée produit le modèle incrémental :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\alpha L} \\ \frac{1}{\alpha C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \alpha \frac{E}{L} \\ -\alpha^2 \frac{E}{RC} \end{bmatrix} e_u \quad (1.25)$$

1.5 Convertisseur Buck- Boost

Un autre arrangement des interrupteurs donne lieu à un troisième convertisseur dit Buck -Boost (Fig. 1.9). Ce convertisseur est obtenu en inter-changeant les positions de la bobine et de la diode.

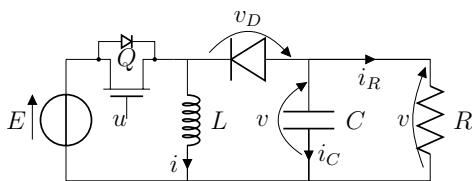


FIGURE 1.9 – Convertisseur Buck- Boost.

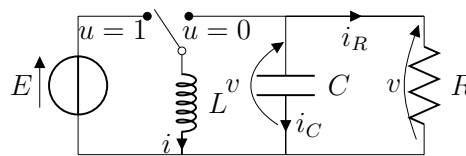


FIGURE 1.10 – Schéma idéal du convertisseur Buck- Boost.

Le fonctionnement de ce circuit est le suivant : Lorsque le transistor conduit la diode est polarisée en inverse. Cette période est appelée période de charge. Lorsque le transistor est bloqué, la diode est alors polarisée en direct. Cette période est la période de décharge, puisque l'énergie stockée dans la bobine est transférée à la charge R . Le gain de ce convertisseur peut être supérieur ou inférieur à 1 avec un changement de polarité.

1.5.1 Modèle du convertisseur

En supposant que les composants du circuit sont idéals, on obtient le circuit de la Fig. 1.10. En appliquant les lois de Kirchhoff au circuit de la Fig. 1.10, on obtient le modèle suivant.

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= (1-u)v + uE \\ C \frac{dv}{dt} &= -(1-u)i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Avec $u = u_{av}$, on obtient alors le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= (1-u_{av})v + u_{av}E \\ C \frac{dv}{dt} &= -(1-u_{av})i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (1.27)$$

1.5.2 Point d'équilibre et caractéristique statique

A l'équilibre, on obtient, pour les valeurs en régime permanent des états moyens, le système équations linéaires :

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - u_{av})\bar{v} + \bar{u}_{av}E \\ 0 &= -(1 - \bar{u}_{av})\bar{i} - \frac{\bar{v}}{R} \end{aligned} \quad (1.28)$$

En résolvant le système d'équations (1.28), on obtient les états d'équilibre du convertisseur :

$$\bar{i} = \frac{E}{R} \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})^2}, \bar{v} = -\frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})}E \quad (1.29)$$

A partir de cette équation, la caractéristique statique normalisée pour le convertisseur Buck-Boost est donnée par :

$$\frac{\bar{v}}{E} = -\frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} \quad (1.30)$$

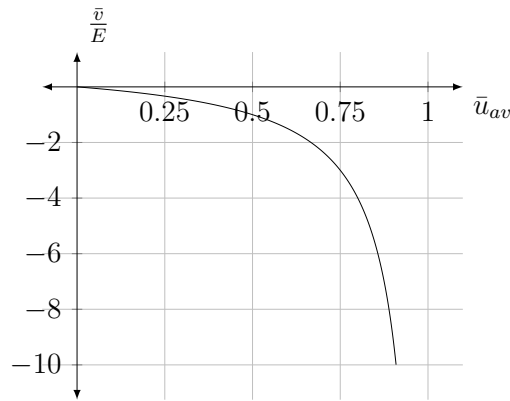


FIGURE 1.11 – Caractéristique statique du convertisseur Buck -Boost.

Il est clair que le gain du convertisseur Buck-Boost peut amplifier ou réduire la tension d'entrée avec une polarité inversée de la tension de sortie. La courbe caractéristique est donnée par la Fig. 1.11.

1.5.3 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v} = \alpha E$, $\alpha < 0$, alors nous avons :

$$\bar{i} = \alpha(\alpha - 1) \frac{E}{R}, \bar{u}_{av} = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \quad (1.31)$$

La linéarisation du modèle moyen (1.27) autour du point d'équilibre désirée produit le modèle incrémental :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{(\alpha-1)L} \\ \frac{1}{(\alpha-1)C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{(1-\alpha)}{L} E \\ -\frac{\alpha(1-\alpha)}{RC} E \end{bmatrix} e_u \quad (1.32)$$

1.6 Convertisseur Cuk

La mise en cascade de deux convertisseurs Boost et Buck produit le convertisseur Cuk de la Fig. 1.12. Ainsi on peut voir le Cuk comme un convertisseur Boost – Buck. Ce convertisseur nécessite deux interrupteurs dépendants au lieu d'un, et deux bobines L_1 et L_2 , et deux condensateurs, l'un pour stocker l'énergie et l'autre pour transférer l'énergie du circuit d'entrée vers le circuit de sortie.

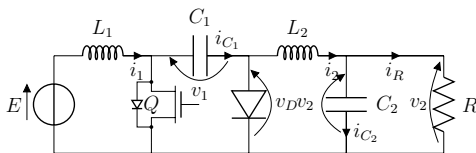


FIGURE 1.12 – Convertisseur Cuk.

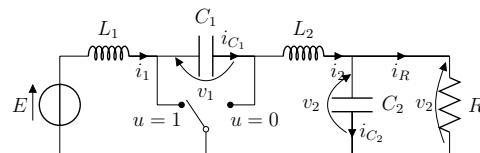


FIGURE 1.13 – Schéma idéal du convertisseur Cuk.

Le convertisseur Cuk exhibe deux modes de fonctionnements. Le premier mode est obtenu lorsque le transistor conduit, alors la diode est polarisée en inverse. Durant cette période, le courant de la bobine L_1 est tiré de la source E . Ce qui représente le mode de charge. Le deuxième mode démarre lorsque le transistor est bloqué, ce qui met la diode en polarisation directe. Ce mode est le mode de décharge, parce que toute l'énergie stockée dans L_1 est transférée à la charge R .

1.6.1 Modèle du convertisseur

Le modèle du Cuk est établi de la même manière que les cas précédents.

Lorsque $u = 1$, on obtient :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -v_1 - v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.33)$$

Lorsque $u = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= -v_1 + E \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Si nous combinons les modèles des deux modes, on abouti au modèle commuté du convertisseur Cuk donné par :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(1-u)v_1 + E \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= (1-u)i_1 + ui_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -uv_1 - v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.35)$$

En remplaçant u par u_{av} , on obtient le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned}
L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(1 - u_{av})v_1 + E \\
C_1 \frac{dv_1}{dt} &= (1 - u_{av})i_1 + u_{av}i_2 \\
L_2 \frac{di_2}{dt} &= -u_{av}v_1 - v_2 \\
C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R}
\end{aligned} \tag{1.36}$$

1.6.2 Point d'équilibre et caractéristique statique

À l'équilibre, on obtient, pour les valeurs en régime permanent des états moyens, le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
0 &= -(1 - \bar{u}_{av})\bar{v}_1 + E \\
0 &= (1 - \bar{u}_{av})\bar{i}_1 + \bar{u}_{av}\bar{i}_2 \\
0 &= -\bar{u}_{av}\bar{v}_1 - \bar{v}_2 \\
0 &= \bar{i}_2 - \frac{\bar{v}_2}{R}
\end{aligned} \tag{1.37}$$

En résolvant le système d'équations (1.37), on obtient les états d'équilibre du convertisseur :

$$\bar{v}_1 = \frac{E}{(1 - \bar{u}_{av})}, \bar{v}_2 = -\frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})}E, \bar{i}_2 = -\frac{E}{R} \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})}, \bar{i}_1 = \frac{E}{R} \frac{\bar{u}_{av}^2}{(1 - \bar{u}_{av})^2} \tag{1.38}$$

A partir de la relation entre la tension de sortie à l'équilibre \bar{v}_2 et la commande \bar{u}_{av} , la caractéristique statique pour le convertisseur Cuk est alors :

$$\frac{\bar{v}_2}{E} = -\frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} \tag{1.39}$$

Il est clair que le gain du convertisseur Cuk a la même caractéristique que le Buck-Boost.

1.6.3 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v}_2 = \alpha E$, $\alpha < 0$, alors nous avons :

$$\bar{i}_1 = \alpha^2 \frac{E}{R}, \bar{i}_2 = \alpha \frac{E}{R}, \bar{v}_1 = (1 - \alpha)E, \bar{u}_{av} = -\frac{\alpha}{1 - \alpha} \tag{1.40}$$

La linéarisation du modèle moyen autour du point d'équilibre désiré donne :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_1(\alpha-1)} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_1(\alpha-1)} & 0 & \frac{\alpha}{C_1(\alpha-1)} & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{L_2(\alpha-1)} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{1-\alpha_d}{L_1} E \\ \frac{\alpha(1-\alpha)}{RC_1} E \\ \frac{\alpha-1}{L_2} E \\ 0 \end{bmatrix} e_u \tag{1.41}$$

1.7 Convertisseur SEPIC

Le circuit du convertisseur Sepic est montré sur la Fig. 1.14.

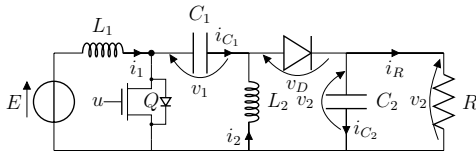


FIGURE 1.14 – convertisseur Sepic.

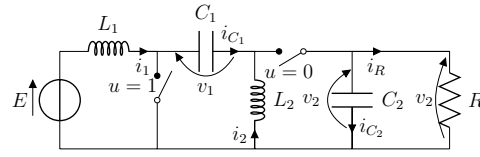


FIGURE 1.15 – Schéma idéal du convertisseur Sepic.

1.7.1 Modèle du convertisseur

Les équations du convertisseur, sont obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff à chacune des topologies possibles, qui réalisent d'une position donnée de l'interrupteur.

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 1$, et appliquant les lois de Kirchhoff au circuit qui en résulte la Fig. 1.15, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -i_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.42)$$

on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 0$, et appliquant les lois de Kirchhoff au circuit qui en résulte la Fig. 1.15, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - v_2 - v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_1 + i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.43)$$

Nous combinons les modèles des deux modes, on aboutit au modèle global du convertisseur Sepic donnée par :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - (v_2 + v_1)(1 - u) \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -i_2 u + i_1(1 - u) \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= +v_1 u - v_2(1 - u) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= (i_2 + i_1)(1 - u) - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.44)$$

1.7.2 Modèle moyen

En remplaçant u par u_{av} , on obtient le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - (v_2 + v_1)(1 - u_{av}) \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -i_2 u_{av} + i_1(1 - u_{av}) \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 u_{av} - v_2(1 - u_{av}) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= (i_2 + i_1)(1 - u_{av}) - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.45)$$

1.7.3 Point d'équilibre et caractéristique statique

En équilibre, les dérivées des états moyens sont nulles et la commande moyenne u_{av} est égale à une valeur constante \bar{u}_{av} . Comme résultat, on obtient les équations pour en régime permanent des états moyens suivant :

$$\begin{aligned} 0 &= E - (\bar{v}_2 + \bar{v}_1)(1 - \bar{u}_{av}) \\ 0 &= -\bar{i}_2 \bar{u}_{av} + \bar{i}_1(1 - \bar{u}_{av}) \\ 0 &= \bar{v}_1 \bar{u}_{av} - \bar{v}_2(1 - \bar{u}_{av}) \\ 0 &= (\bar{i}_2 + \bar{i}_1)(1 - \bar{u}_{av}) - \frac{\bar{v}_2}{R} \end{aligned} \quad (1.46)$$

On solvant le système d'équation (1.46), on obtient les états d'équilibre du système :

$$\bar{i}_1 = \frac{\bar{u}_{av}^2}{R(1 - \bar{u}_{av})^2} E, \bar{v}_1 = E, \bar{i}_2 = \frac{\bar{u}_{av}}{R(1 - \bar{u}_{av})} E, \bar{v}_2 = \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} E \quad (1.47)$$

La caractéristique statique pour le convertisseur Sepic est alors :

$$\frac{\bar{v}_2}{E} = \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} \quad (1.48)$$

Il est clair que le gain du convertisseur Sepic a la même caractéristique que le Buck-Boost avec un signe positif.

1.7.4 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v}_2 = \alpha E$, $\alpha > 0$, alors nous avons :

$$\bar{i}_1 = \alpha^2 \frac{E}{R}, \bar{i}_2 = \alpha \frac{E}{R}, \bar{v}_1 = E, \bar{u}_{av} = \frac{\alpha}{(\alpha + 1)} \quad (1.49)$$

La linéarisation du modèle moyen autour du point d'équilibre désiré donne :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1(\alpha+1)} & 0 & -\frac{1}{L_1(\alpha+1)} \\ \frac{1}{C_1(\alpha+1)} & 0 & -\frac{\alpha}{C_1(\alpha+1)} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{L_2(\alpha+1)} & 0 & -\frac{1}{L_2(\alpha+E)} \\ \frac{1}{C_2(\alpha+1)} & 0 & \frac{1}{C_2(\alpha+1)} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha}{L_1} E \\ -\frac{\alpha(1+\alpha)}{RC_1} \\ \frac{\alpha+1}{L_2} E \\ -\frac{\alpha(1+\alpha)}{RC_2} \end{bmatrix} e_u \quad (1.50)$$

1.8 Convertisseur Zeta

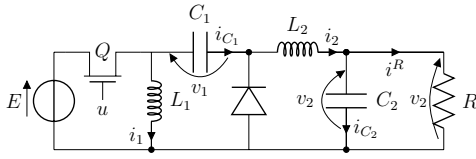


FIGURE 1.16 – Convertisseur Zeta.

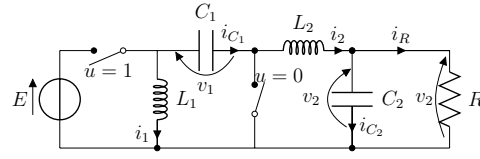


FIGURE 1.17 – Schéma idéal du convertisseur Zeta.

Le circuit du convertisseur Zeta est montré sur la Fig. 1.16.

1.8.1 Modèle du convertisseur

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 1$, et appliquant les lois de Kirchhoff au circuit qui en résulte la Fig. 1.17, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= E - v_1 - v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 0$:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= v_1 \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -i_1 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= -v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{1.52}$$

Nous combinons les modèles des deux modes, on aboutit au modèle global du convertisseur Zeta donnée par :

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= Eu + v_1(1 - u) \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_2u - i_1(1 - u) \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= u(E - v_1) - v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

1.8.2 Modèle moyen

En remplaçant u par u_{av} , on obtient le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned}
L_1 \frac{di_1}{dt} &= E u_{av} + v_1 (1 - u_{av}) \\
C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_2 u_{av} - i_1 (1 - u_{av}) \\
L_2 \frac{di_2}{dt} &= (E - v_1) u_{av} - v_2 \\
C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R}
\end{aligned} \tag{1.54}$$

1.8.3 Point d'équilibre et caractéristique statique

En équilibre, la commande moyenne u_{av} est égale à une valeur constante \bar{u}_{av} . Comme résultat, on obtient les équations en régime permanent des états moyennes normalisés suivantes :

$$\begin{aligned}
0 &= E \bar{u}_{av} + \bar{v}_1 (1 - \bar{u}_{av}) \\
0 &= \bar{i}_2 \bar{u}_{av} - \bar{i}_1 (1 - \bar{u}_{av}) \\
0 &= (E - \bar{v}_1) \bar{u}_{av} - \bar{v}_2 \\
0 &= \bar{i}_2 - \frac{\bar{v}_2}{R}
\end{aligned} \tag{1.55}$$

En solvant le système d'équation (1.55), on obtient les états d'équilibre du système :

$$\bar{i}_1 = \frac{\bar{u}_{av}^2}{R(1 - \bar{u}_{av})^2} E, \bar{v}_1 = -\frac{\bar{u}_{av}}{1 - \bar{u}_{av}} E, \bar{i}_2 = \frac{\bar{u}_{av}}{R(1 - \bar{u}_{av})} E, \bar{v}_2 = \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} E \tag{1.56}$$

La caractéristique statique pour le convertisseur Zeta est alors :

$$\frac{\bar{v}_2}{E} = \frac{\bar{u}_{av}}{(1 - \bar{u}_{av})} \tag{1.57}$$

Il est clair que le gain du convertisseur Sepic a la même caractéristique que le Sepic.

1.8.4 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v}_2 = \alpha E$, $\alpha > 0$, alors nous avons :

$$\bar{i}_1 = \alpha \frac{E}{R}, \bar{i}_2 = \alpha \frac{E}{R}, \bar{v}_1 = -\alpha E, \bar{u}_{av} = \frac{\alpha}{(\alpha + 1)} \tag{1.58}$$

La linéarisation du modèle moyen autour du point d'équilibre désiré donne :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_1(\alpha+1)} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_1(\alpha+1)} & 0 & \frac{\alpha}{C_1(\alpha+1)} & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{L_2(\alpha+1)} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha}{L_1} E \\ \frac{\alpha(1+\alpha)}{RC_1} E \\ \frac{1+\alpha}{L_2} E \\ 0 \end{bmatrix} e_u \tag{1.59}$$

1.9 Convertisseur Quadratique

Le circuit du convertisseur Quadratique est montré sur la Fig. 1.18.

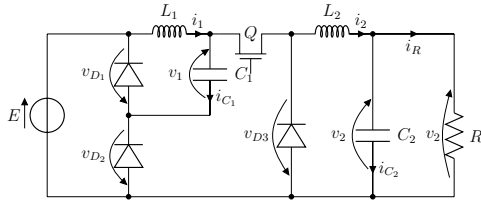


FIGURE 1.18 – Convertisseur Quadratique.

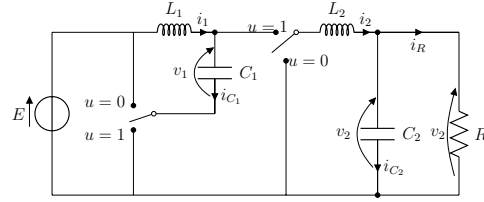


FIGURE 1.19 – Schéma idéal du convertisseur Quadratique.

1.9.1 Modèle du convertisseur

Les équations du convertisseur sont obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff à chacune des topologies possibles qui réalisent d'une position donnée de l'interrupteur.

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 1$:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 - i_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 - v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.60)$$

Si on considère que l'interrupteur est dans la position $u = 0$:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= -v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.61)$$

Le modèle commuté du convertisseur Quadratique est donné par :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= Eu - v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 - ui_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= uv_1 - v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.62)$$

1.9.2 Modèle moyen

En remplaçant u par u_{av} , on obtient le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= Eu_{av} - v_1 \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 - u_{av}i_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= u_{av}v_1 - v_2 \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (1.63)$$

1.9.3 Point d'équilibre et caractéristique statique

En équilibre, la commande moyenne u_{av} est égale à une valeur constante \bar{u}_{av} . Comme résultat, on obtient les équations pour le régime permanent des états moyennes suivantes :

$$\begin{aligned} 0 &= E\bar{u}_{av} - \bar{v}_1 \\ 0 &= \bar{i}_1 - \bar{u}_{av}\bar{i}_2 \\ 0 &= \bar{u}_{av}\bar{v}_1 - \bar{v}_2 \\ 0 &= \bar{i}_2 - \frac{\bar{v}_2}{R} \end{aligned} \quad (1.64)$$

En solvant le système d'équation (1.64), on obtient les états d'équilibre du système :

$$\bar{i}_1 = \frac{\bar{u}_{av}^3}{R}E, \bar{v}_1 = \bar{u}_{av}E, \bar{i}_2 = \frac{\bar{u}_{av}^2}{R}E, \bar{v}_2 = \bar{u}_{av}^2E \quad (1.65)$$

La caractéristique statique pour le convertisseur quadratique est alors :

$$\frac{\bar{v}_2}{E} = \bar{u}_{av}^2 \quad (1.66)$$

Il est clair que le gain du convertisseur quadratique a une caractéristique d'un Buck non linéaire.

1.9.4 Modèle incrémental

Si la tension moyenne désirée à l'équilibre est $\bar{v}_2 = \alpha E$, $0 < \alpha < 1$, alors nous avons :

$$\bar{i}_1 = \alpha\sqrt{\alpha}\frac{E}{R}, \bar{i}_2 = \alpha\frac{E}{R}, \bar{v}_1 = \sqrt{\alpha}E, \bar{u}_{av} = \sqrt{\alpha} \quad (1.67)$$

La linéarisation du modèle moyen autour du point d'équilibre désiré donne :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{\sqrt{\alpha}}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{\alpha}}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_1} \\ -\frac{\alpha}{RC_1}E \\ \frac{\sqrt{\alpha}}{L_2}E \\ 0 \end{bmatrix} e_u \quad (1.68)$$

1.10 Convertisseur Boost - Boost

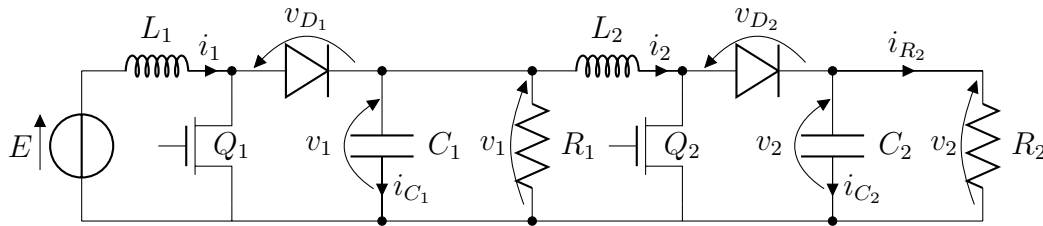


FIGURE 1.20 – Convertisseur Boost -Boost.

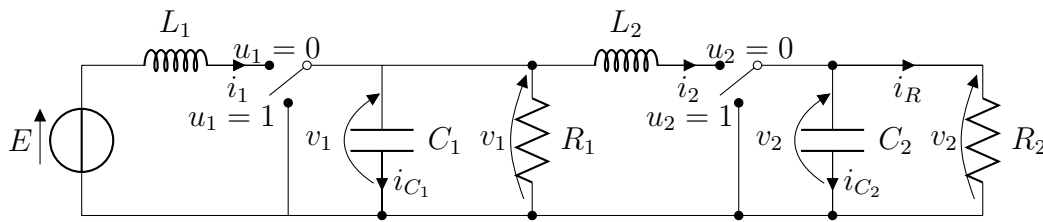


FIGURE 1.21 – Schéma idéal du convertisseur Boost -Boost.

La mise en cascade de deux convertisseurs Boost, tout en préservant l'indépendance des commandes des interrupteurs de puissance, résulte en un convertisseur DC-DC multivariable. Ce convertisseur est intéressant pour les applications où deux charges doivent être indépendamment commandées avec un seul convertisseur. Le circuit du convertisseur Boost-Boost est montré sur la Fig. 1.20.

1.10.1 Modèle du convertisseur

Les équations du convertisseur sont obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff à chacune des topologies possibles de la Fig. 1.21 qui résulte d'une position donnée des interrupteurs.

Les interrupteurs sont dans les positions $u_1 = 1$ et $u_2 = 1$:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -\frac{v_1}{R} - i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.69}$$

Les interrupteurs sont dans les positions $u_1 = 0$ et $u_2 = 0$:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= -v_1 \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 - v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.70}$$

Les interrupteurs sont dans les positions $u_1 = 1$ et $u_2 = 0$:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -\frac{v_1}{R} - i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 - v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2 - \frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.71}$$

Les interrupteurs sont dans les positions $u_1 = 0$ et $u_2 = 1$:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - v_1 \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1 - \frac{v_1}{R} - i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.72}$$

Si on combine les modèles des quatre modes, on aboutit au modèle global du convertisseur Boost-Boost donné par :

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - v_1(1 - u_1) \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1(1 - u_1) - i_2 - \frac{v_1}{R} \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 - v_2(1 - u_2) \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2(1 - u_2) - \frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.73}$$

En remplaçant u_1 par u_{1av} et u_2 par u_{2av} , on obtient le modèle moyen suivant :

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - v_1(1 - u_{1av}) \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= i_1(1 - u_{1av}) - i_2 - \frac{v_1}{R} \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_1 - v_2(1 - u_{2av}) \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_2(1 - u_{2av}) - \frac{v_2}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1.74}$$

1.10.2 Point d'équilibre et caractéristique statique

A l'équilibre, les commandes moyennes u_{1av} et u_{2av} sont égales aux valeurs constantes \bar{u}_{1av} et \bar{u}_{2av} . Comme résultat, on obtient les équations en régime permanent des états moyens suivant :

$$\begin{aligned}
0 &= E - \bar{v}_1(1 - \bar{u}_{1av}) \\
0 &= \bar{i}_1(1 - \bar{u}_{1av}) - \bar{i}_2 - \frac{\bar{v}_1}{R} \\
0 &= \bar{v}_1 - \bar{v}_2(1 - \bar{u}_{2av}) \\
0 &= \bar{i}_2(1 - \bar{u}_{2av}) - \frac{\bar{v}_2}{R_2}
\end{aligned} \tag{1.75}$$

En résolvant le système d'équation (1.75), on obtient les états d'équilibre :

$$\begin{aligned}
\bar{v}_1 &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})} E \\
\bar{v}_2 &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{2av})} \bar{v}_1 = \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})(1 - \bar{u}_{2av})} E \\
\bar{i}_2 &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})(1 - \bar{u}_{2av})^2} \frac{E}{R_2} \\
\bar{i}_1 &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{2av})^2(1 - \bar{u}_{1av})^2} \frac{E}{R_2} + \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})^2} \frac{E}{R}
\end{aligned} \tag{1.76}$$

A partir de la relation entre les tensions de sortie à l'équilibre \bar{v}_1 , \bar{v}_2 et les commandes \bar{u}_{1av} , \bar{u}_{2av} , les fonctions de transfert statiques pour le convertisseur Boost-Boost sont alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\bar{v}_1}{E} &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})} \\
\frac{\bar{v}_2}{E} &= \frac{1}{(1 - \bar{u}_{1av})(1 - \bar{u}_{2av})}
\end{aligned} \tag{1.77}$$

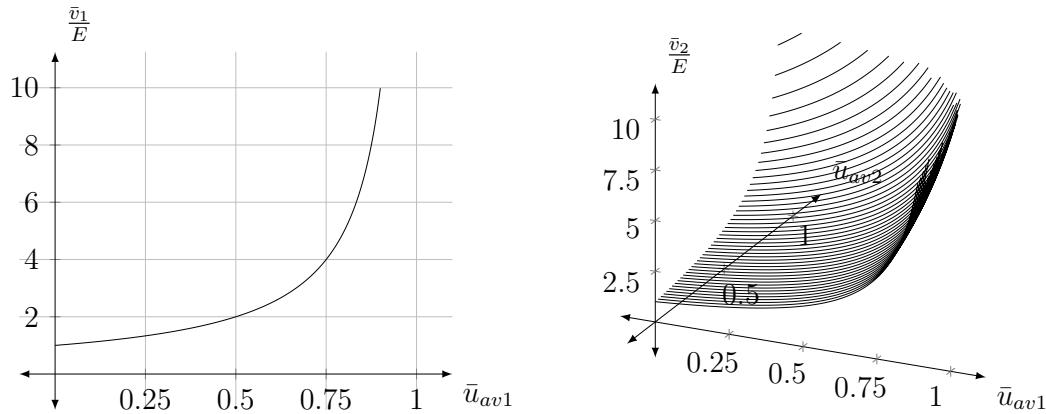


FIGURE 1.22 – Caractéristiques statiques du convertisseur Buck-Boost.

Il est clair que le gain du convertisseur Boost-Boost a la même caractéristique que le Boost.

1.10.3 Modèle incrémental

Si les tensions moyennes désirées à l'équilibre sont $\bar{v}_1 = \alpha_1 E$, $\bar{v}_2 = \alpha_2 E$, alors nous avons :

$$\bar{i}_1 = \left(\frac{\alpha_1^2}{R_1} + \frac{\alpha_2^2}{R_L} \right) E, \bar{i}_2 = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \frac{E}{R_L}, \bar{u}_{1av} = 1 - \frac{1}{\alpha_1}, \bar{u}_{2av} = 1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (1.78)$$

La linéarisation du modèle moyen autour du point d'équilibre désiré donne :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\alpha_1 L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\alpha_1 C_1} & -\frac{1}{R_1 C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{\alpha_1}{\alpha_2 L_2} \\ 0 & 0 & \frac{V_{d1}}{\alpha_2 C_2} & -\frac{1}{R_L C_2} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{L_1} E & 0 \\ -\left(\frac{\alpha_1^2}{R_1} + \frac{\alpha_2^2}{R_L} \right) \frac{E}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2}{L_2} E \\ 0 & -\frac{\alpha_2^2}{\alpha_1 R_L} E \end{bmatrix} e_u \quad (1.79)$$

1.11 Conclusion

La modélisation a montré que les convertisseurs DC-DC, ne sont pas linéaires (sauf le Buck). L'étude du régime établi, a permis d'établir les fonctions de transferts statiques des convertisseurs, et de comprendre leurs relations entrée-sortie. La linéarisation autour d'un point d'équilibre désiré, a permis d'établir les caractéristiques locales, et de préparer ainsi le terrain pour l'application des techniques de commande linéaire, malgré que la notion de la fonction de transfert ne soit qu'un modèle mathématique décrivant le système à étudier, ce modèle n'est pas toujours fidèle au système à cause, au moins, des incertitudes paramétriques et des dynamiques négligées.

Chapitre 2

Analyse en B.O. des convertisseurs DC/DC

2.1 Introduction

Ce chapitre comprend deux volets. Le premier volet concerne l'analyse du comportement en boucle ouverte des fonctions de transfert des convertisseurs DC-DC, et ceci en comparant les comportements des fonctions de transfert obtenues par modélisation petits-sinaux et celles obtenues par identification des convertisseurs en prenant en compte les composants parasites.

L'analyse en boucle ouverte permet de déterminer préalablement les contraintes à prendre en considération lors de la synthèse de lois de commande. Le deuxième volet concerne la synthèse de régulateurs classiques pour améliorer le comportement de ces convertisseurs.

2.2 Convertisseur Buck

2.2.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformée de Laplace au modèle de petit signal donné en Eq. (1.15), la fonction de transfert idéale entre la tension de sortie et signal de commande obtenue est :

$$G(s) = E \frac{1}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.1)$$

où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ la fréquence naturelle non amortie et $Q = RC\omega_0 = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ le facteur de qualité (facteur de surtension). le facteur d'amortissement ξ est donné par $\xi = \frac{1}{2Q}$.

Pour les paramètres du convertisseur Buck données en annexe A, la fonction de transfert (2.1) s'exprime comme :

$$G(s) = \frac{6 \cdot 10^9}{s^2 + 833.3s + 2.5 \cdot 10^8} \quad (2.2)$$

En prenant en compte les composants parasites (résistances séries équivalentes "RSE", les tensions seuil des semi-conducteurs,...), l'identification en boucle ouverte du convertisseur (voir annexe B), nous fournit la fonction de transfert :

$$G_i(s) = \frac{-204600s^2 + 1.171 \cdot 10^{10}s + 1.565 \cdot 10^{13}}{s^3 + 24660s^2 + 3.131 \cdot 10^8s + 6.124 \cdot 10^{11}} \quad (2.3)$$

Le tracé de Bode des fonctions de transfert (2.2) et (2.3), montre un gain statique de $28dB$ pour les deux fonctions de transferts. A la fréquence de résonance ($\omega_0 = 1.58 \cdot 10^3 rad/s$), le gain de la fonction de transfert idéale atteint un pic de $53.2dB$ formant un facteur de qualité $Q = 18.9737$ ($Q = 25.5dB$); cette valeur très élevée provoque un facteur d'amortissement faible ($\xi \approx 0.04$), ce qui signifie un régime transitoire oscillatoire sous-amorti de la réponse temporelle comme le montre la Fig. 2.2. Pour la fonction de transfert identifiée, les éléments parasites produisent un facteur da qualité raisonnable $Q_2 = 0.011$ ($Q_2 = 0.1dB$), par conséquence, un bon facteur d'amortissement ($\xi_2 = 0.494$).

La décroissance du gain de $G(s)$ par une pente de $40dB$ par décade causée par l'action des deux pôles amène à une large bande passante $9.34 \cdot 10^4 rad/s$ et une fréquence de coupure $\omega_c = 7.910^4 rad/s$.

En boucle fermée, le régulateur doit limiter cette bande passante à une valeur inférieure à la fréquence de commutation (dans notre cas : $10^4 rad/s$) [53],[54]. Comme le numérateur de $G(s)$ n'a pas de zéros, la phase ne croît pas 0° , c'est-à-dire qu'il n'ya pas de marge de gain. En effet avec une marge presque nulle ($\Delta_\phi = 0.6^\circ$ comme le montre la Fig. 2.1), le contrôleur à synthétiser doit contenir une action intégrale pour booster la phase.

Dans le cas de $G_i(s)$, la présence d'un RHPZ à $\omega = 5.85 \cdot 10^4 rad/sec$ (voir Fig. 2.3) provoque un déphasage non minimal (Fig. 2.1) avec une marge de phase négative $\Delta_{\phi_i} = -63^\circ$, et une marge de gain $\Delta_{g_i} = -18.9dB$.

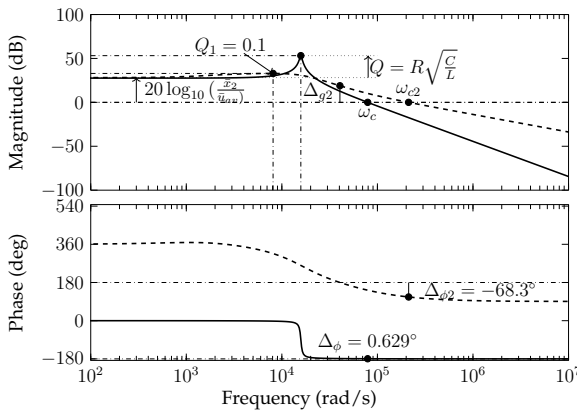


FIGURE 2.1 – Réponse fréquentielle en BO du convertisseur Buck : — $G(s)$, -- $G_i(s)$.

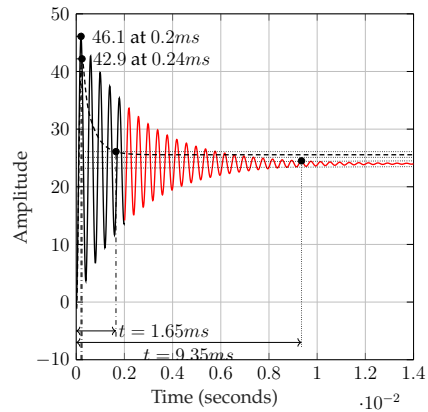


FIGURE 2.2 – Réponse indicielle en BO de Buck : — $G(s)$, -- $G_i(s)$.

2.2.2 Régulation

Pour obtenir un comportement satisfaisant en BF, le régulateur doit contenir une action PD qui fournit au moins 60° de phase autour de la fréquence de coupure pour assurer la bonne stabilité. D'autre part, l'effet intégral du régulateur sert à augmenter le gain en basse fréquences pour une bonne rejection de perturbation, pour cela, un PID pour le Buck de la forme (2.4) est synthétisé.

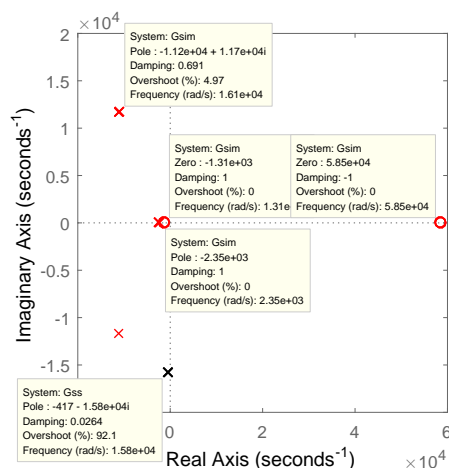


FIGURE 2.3 – Pole-Zero Map.

$$C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \tag{2.4}$$

avec : $K_p = 0.366$, $\tau_i = 0.00015$, $\tau_d = 3.75e - 05$.

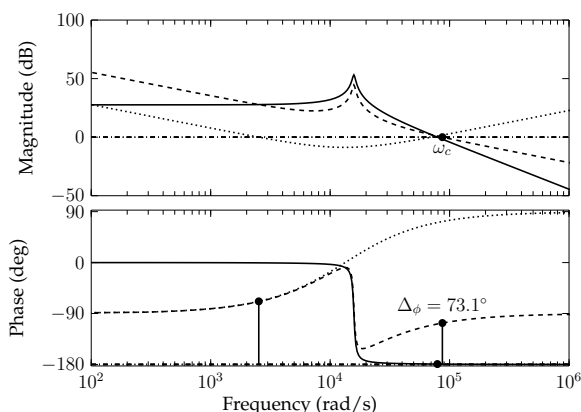


FIGURE 2.4 – Réponse fréquentielle en BO du convertisseur Buck :
 - - $CG(s)$, — $G(s)$,
 ... $C(s)$.

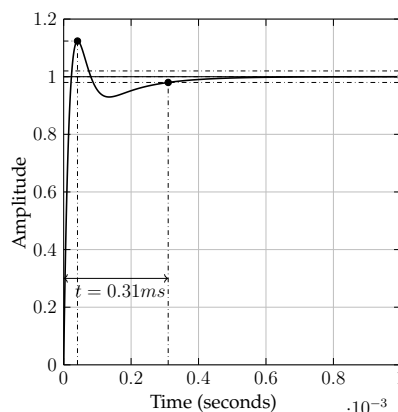


FIGURE 2.5 – Réponse indicielle en BF du convertisseur Buck.

La réponse fréquentielle de la Fig. 2.4, montre un gain élevé en basse fréquences, et une marge de phase ($\Delta\phi = 73^\circ$) suffisante pour assurer la stabilité.

La réponse indicielle de la Fig. 2.5 montre un comportement acceptable avec un dépassement 12.7%, et un temps de réponse 0.3ms.

2.2.3 Simulation

En première étape de test, la simulation du convertisseur Buck sous les conditions de fonctionnement nominale a été faite, et donne le comportement montré dans la Fig. 2.6. L'allure de la tension montre un dépassement de 4V (33%), la tension prend 10ms pour atteindre la consigne avec une erreur presque 0.2V. Le courant prend 10ms d'oscillations pour atteindre 0.48A. On mesure un dépassement important du courant (120%).

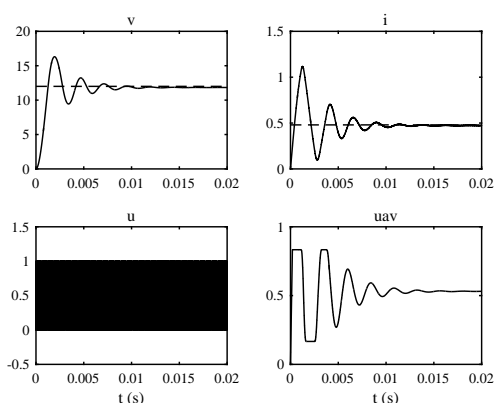


FIGURE 2.6 – Comportement nominale en BF du Buck.

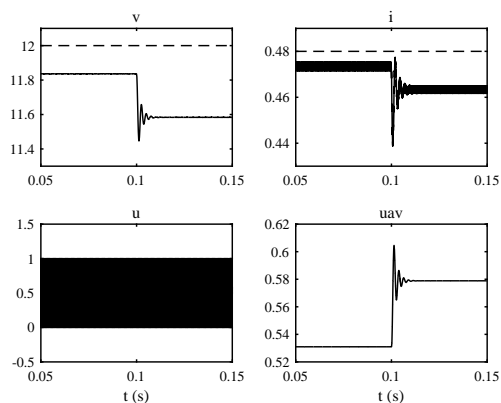


FIGURE 2.7 – Comportement en BF du Buck avec variation de la tension d'alimentation.

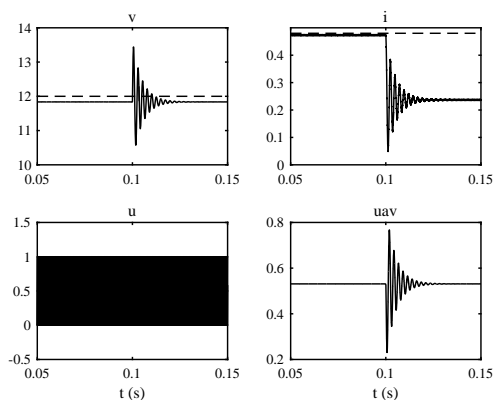


FIGURE 2.8 – Comportement en BF sous variation de charge du Buck.

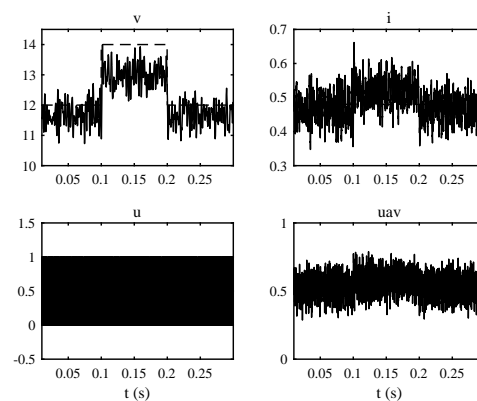


FIGURE 2.9 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit de mesure.

En deuxième étape, une chute de tension de $1.5V$ est appliquée sur la source d'alimentation à $0.1s$ comme le montre la Fig. 2.7 à ce point, le correcteur ne peut pas maintenir la tension à $12V$, car une chute de tension presque $0.2V$ provoqué par la perturbation de la source. Cependant, le courant descend de $0.48A$ à $0.46A$. Le signal de commande moyen augmente de 0.53 à 0.58 .

Dans la troisième étape des tests, une perturbation sur la charge est ajouté à $0.1s$ où l'augmentation de la résistance par 100% de sa valeur nominale provoque une sur tension de $1.5V$ (12%) comme le montre la Fig. 2.8, puis un régime transitoire se termine après $0.03s$ pour maintenir la tension à sa référence.

En dernière étape, la tension d'alimentation est perturbée par une composante sinusoïdale de fréquence $100Hz$, et d'amplitude $0.2V$ crête à crête. De plus, un bruit de mesure de puissance 10^{-5} et de fréquence de $10kHz$ est superposé à la tension de sortie, une variation de $2V$ de la référence est considérée. La Fig. 2.9 montre que l'erreur en régime permanent de la tension s'élargie entre $0.1s$ et $0.2s$ (l'intervalle d'augmentation de consigne), le PID est incapable de rejeter les perturbations (faible gain en basse fréquence), atténuation de bruit insuffisante dans cette classe des fréquences.

2.3 Convertisseur boost

2.3.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformé de Laplace au modèle moyen linéarisé Eq. (1.25), on obtient la fonction de transfert pour la tension de sortie au signal de commande comme suit

$$G(s) = EV_d^2 \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.5)$$

où $\omega_0 = \frac{1}{V_d\sqrt{LC}}$, $Q = RC\omega_0 = \frac{R}{V_d}\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $\omega_z = Q\omega_0 = \frac{R}{LV_d^2}$ (RHPZ).

Pour les paramètres du convertisseur Boost données en annexe A, la fonction de transfert (2.5) devienne :

$$G(s) = \frac{-1.494 \cdot 10^5 s + 1.131 \cdot 10^7}{s^2 + 3676 s + 2.784 \cdot 10^5} \quad (2.6)$$

La fonction de transfert obtenu par identification, est obtenue comme :

$$G_i = \frac{-3558 s^2 + 1.256 \cdot 10^7 s + 9.462 \cdot 10^{10}}{s^3 + 11340 s^2 + 2.765 \cdot 10^7 s + 2.068 \cdot 10^9} \quad (2.7)$$

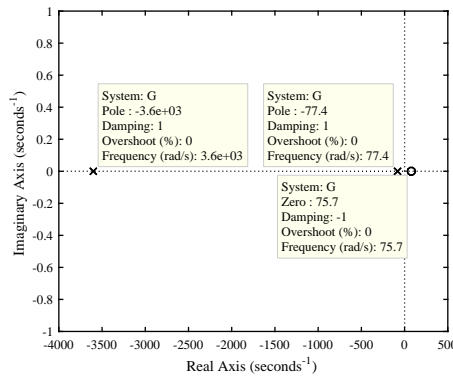


FIGURE 2.10 – Pole-Zero Map.

L'existence des RES dans la fonction de transfert (2.7) provoque le décalage du RHPZ à $7.22 \cdot 10^3 \text{ rad/sec}$, les RES créent aussi un zéro réel négatif (stable) à $3.7 \cdot 10^3$, et trois pôles stables comme le montre la Fig. 2.10.

Le tracé de Bode dans la Fig. 2.11, présente les réponses fréquentielles des fonctions de transferts (2.6) et (2.7), caractérisés par un gain statique 40.63 (32.2dB) donné par EV_d^2 . Pour la fonction de transfert idéale, l'existence du RHPZ dedans la bande passante annule l'effet du pole stable sur la phase provoquant un retard de phase, où nous mesurons $\Delta_\phi = -88.6^\circ$ comme marge de phase à la fréquence de coupure $\omega_c = 1.49 \cdot 10^3$. Par contre, l'effet du RHPZ de la fonction de transfert estimée ne s'apparaisse pas dans la réponse fréquentielle (voir Fig. 2.11) car il est très loins de la bande passante (voir Fig. 2.10).

La réponse indicielle de la fonction de transfert (2.7) dans la Fig. 2.12 montre que l'amplitude se diminue initialement jusqu'à atteindre -36 à 0.9 ms à cause du RHPZ.

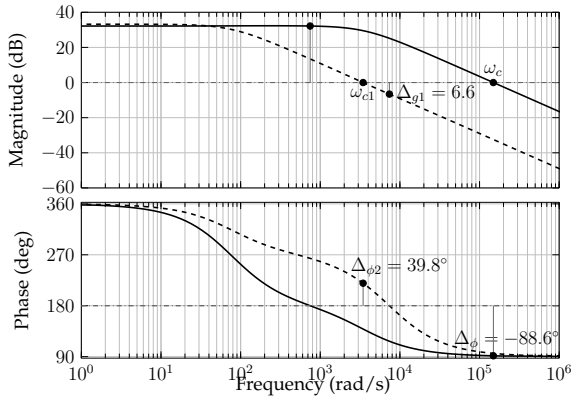


FIGURE 2.11 – Réponse fréquentielle de $G_i \dots$, $G -$.

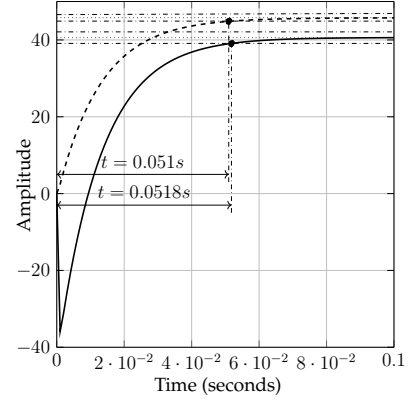


FIGURE 2.12 – Réponse indicielle en BO du convertisseur Boost.

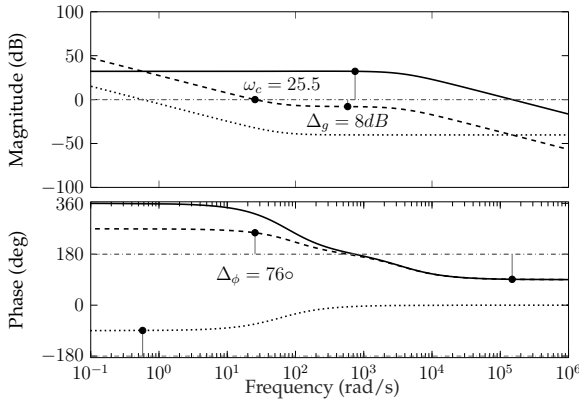


FIGURE 2.13 – Réponse fréquentielle en BO corrigé : — G ; - - CG ; ... C .

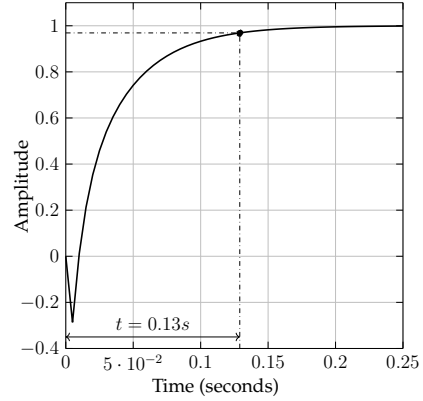


FIGURE 2.14 – Réponse indicielle en BF du Boost.

2.3.2 Régulation

Pour compenser le retard de phase causé par le RHPZ, la bande passante en boucle fermée doit être limitée de telle sorte à être inférieure à un tiers de la fréquence où se trouve le RHPZ [55]. Dans ce cas, nous utilisons le PI de la forme (2.8)

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.8)$$

où $K_p = 0.00971$ et $\tau_i = 0.0169$.

La réponse fréquentielle en BO corrigée dans la Fig. 2.13 montre la réussite d'éloigner la RHPZ au-delà de la bande passante en BF, mais le gain en basses fréquences reste insuffisant pour la bonne rejection des perturbations.

2.3.3 simulation

La Fig. 2.15 montre le comportement du convertisseur Boost sous les conditions nominales de fonctionnement. La tension de sortie atteint 23V (1V d'erreur) après 0.04s. Le courant se stabilise à 1.3A.

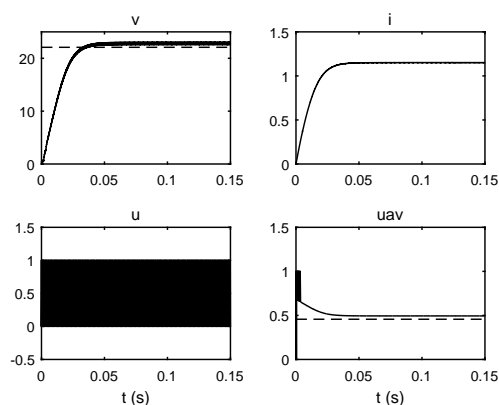


FIGURE 2.15 – Comportement nominale en BF du Boost.

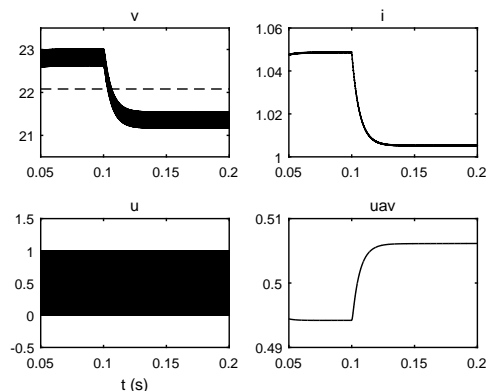


FIGURE 2.16 – Comportement en BF du Boost avec variation de l'alimentation.

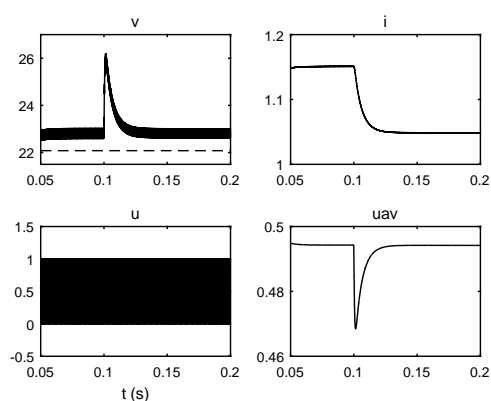


FIGURE 2.17 – Comportement en BF sous variation de charge du Boost.

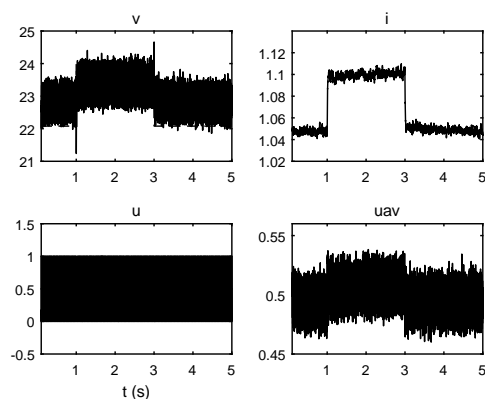


FIGURE 2.18 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit du Boost.

La Fig. 2.16 montre le comportement du convertisseur Boost sous perturbation d'alimentation par $1.5V$ à $0.1s$. La tension de sortie descend de $23V$ à $21.5V$, le courant s'abaisse de $1.05A$ pour se maintenir à $1.01A$ environ.

La Fig. 2.17 montre une surtension de 18% lors d'une perturbation de charge 100% appliquée à $0.1s$. En effet, le courant s'abaisse de $1.15A$ pour atteindre $1.05A$ au cours de $0.03s$.

La Fig. 2.18 montre la réponse du convertisseur Boost en BF à la variation de référence entre $0.1s$ et $0.3s$ sous bruit blanc affecté au signal mesuré et la composante sinusoïdale ajoutée à la source d'alimentation. Dans le cadre de niveau et des fréquences reflétées au convertisseur, l'effet du PI n'est pas satisfaisant pour l'atténuation de bruit.

2.4 Convertisseur Buck-Boost

2.4.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformée de Laplace au modèle décrit par Eq. (1.32), on obtient la fonction de transfert (2.9).

$$G(s) = E(V_d - 1)^2 \frac{-1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.9)$$

où $\omega_0 = \frac{1}{(V_d-1)\sqrt{LC}}$, $Q = RC\omega_0 = \frac{R}{(1-V_d)}\sqrt{\frac{C}{L}}$, $\omega_z = \frac{R}{(V_d-1)LV_d}$ (RHPZ).

La fonction de transfert (2.9) décrit un système du second ordre avec deux pôles réelle stables, et un RHPZ à la fréquence ω_z . Dans le cadre des paramètres choisis pour le Buck-Boost, (2.10) décrit la FT du convertisseur idéal représenté par (2.9), et (2.11) décrit celle estimée.

$$G(s) = \frac{4681s - 6.044 \cdot 10^8}{s^2 + 177.3s + 1.249 \cdot 10^7} \quad (2.10)$$

$$G_i(s) = \frac{5127s^2 - 4.521 \cdot 10^8 s - 7.875 \cdot 10^{11}}{s^3 + 5791s^2 + 1.738 \cdot 10^7 s + 1.894 \cdot 10^{10}} \quad (2.11)$$

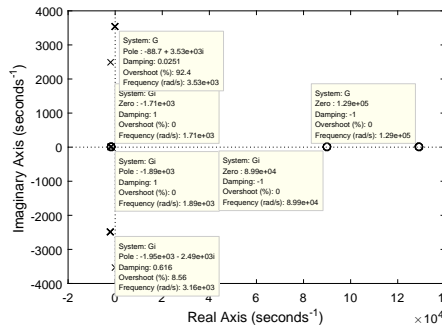


FIGURE 2.19 – Pole-Zero Map.

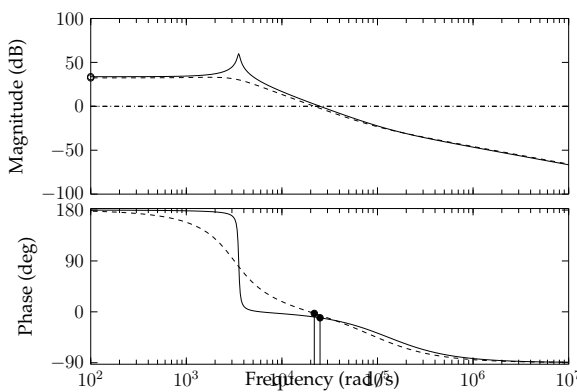


FIGURE 2.20 – Réponse fréquentielle en BO : - - G_i , — G .

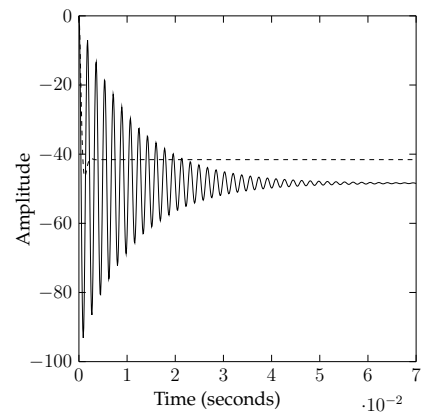


FIGURE 2.21 – Réponse indicielle en BO : - - G_i , — G .

La Fig. 2.20, montre la réponse fréquentielle des fonctions (2.10) et (2.11). Concernant la FT idéale, après un gain statique 48.42 (33.7dB) donné par $E(V_d - 1)^2$, la paire de pôles complexes à $\omega = 3.53 \cdot 10^3$ (voir Fig. 2.19) intervient pour décroître le gain par une droite de pente 40dB/decade. A la fréquence $\omega_z = 1.3 \cdot 10^5$ ou le

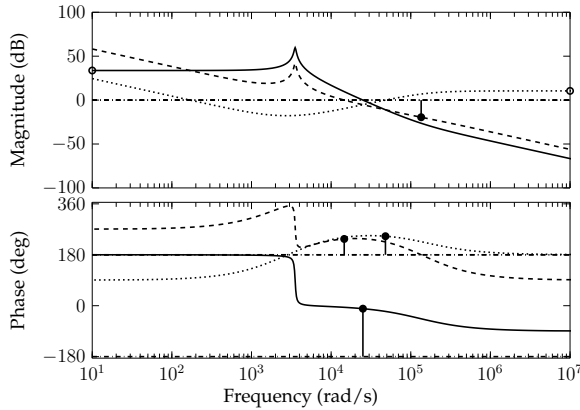


FIGURE 2.22 – Réponse fréquentielle en BO : -- CG , $\dots C$, $- G$.

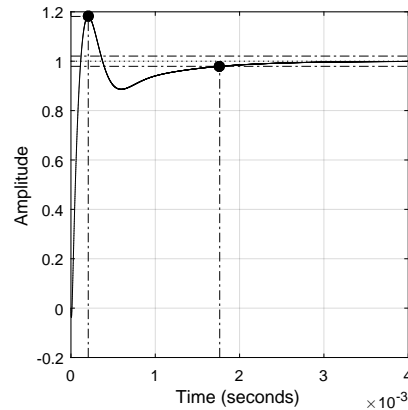


FIGURE 2.23 – Réponse indicielle en BF.

ZHPZ s'actionne, le gain décent de pente $20dB/decade$. A la fréquence de résonance $\omega_0 = 3.5 \cdot 10^3 rad/sec$, le gain de la FT idéale atteint un pic $59.7dB$ formant un facteur de qualité $Q = 20$ ($Q = 26dB$), cette valeur très élevée de Q due de l'absence des RSE dans la FT idéale, car la FT estimée comprenant les RSE de tous les composants, a un facteur de qualité 1.07 ($0.6dB$) comme le montre la Fig. 2.20 ce là qui prouve un comportement temporel oscillant ($\xi = 1/(2Q) \approx 0.025$) pour la FT idéale, par contre un comportement moins d'oscillations dans le cas de la FT estimée ($\xi_i = 1/(2Q_i) \approx 0.9$) comme le montre la Fig. 2.21.

2.4.2 Régulation

Dans le cas du convertisseur Buck-Boost, nous choisissons un PID filtré de la forme Eq. (2.12) pour compenser le retard de phase provoqué par le RHPZ, et limiter la bande passante pour être inférieur à la fréquence de commutation.

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \frac{s}{(\tau_d/N)s + 1} \right) \quad (2.12)$$

où : $K_p = -0.128$, $\tau_i = 0.000762$, $\tau_d = 0.000163$, $N = 25.1$

Les résultats de la synthèse dans la Fig. 2.22, montre que le PID fournit des marges suffisante pour assurer la stabilité (marge de gain $19.5dB$, marge de phase 56°). La Fig. 2.23 montre un dépassement de 18% sur la réponse indicielle, et un temps de réponse $1.8ms$ environ.

2.4.3 Simulation

La Fig. 2.24 montre la réponse temporelle sous conditions de fonctionnement nominales du convertisseur Buck-Boost, ou la tension de sortie prends $0.06s$ pour atteindre $-12V$, le courant se stabilise à $-0.2A$.

Une chute de tension d'alimentation de $1.5V$ est appliquée à $0.2s$, en effet, la Fig. 2.25 montre que la tension de sortie atteint $-11.4V$ (surtension 5%) et prend $0.8s$ pour se stabilise à la référence. Concernant le courant, un pic de $-1.9A$ est atteints.

Lors de la perturbation de la charge, la Fig. 2.26 montre que la tension de sortie s'augmente pour atteindre un pic : $-12.4V$, et $0.06s$ suffit pour se stabilise à sa

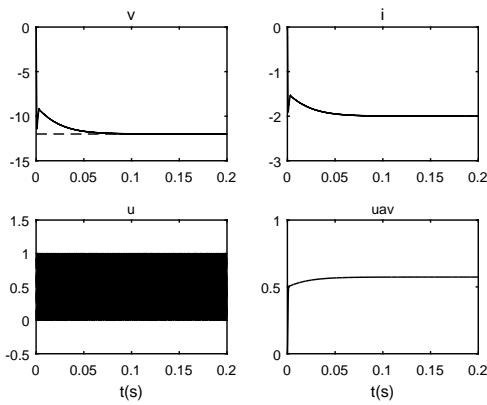


FIGURE 2.24 – Comportement nominale en BF.

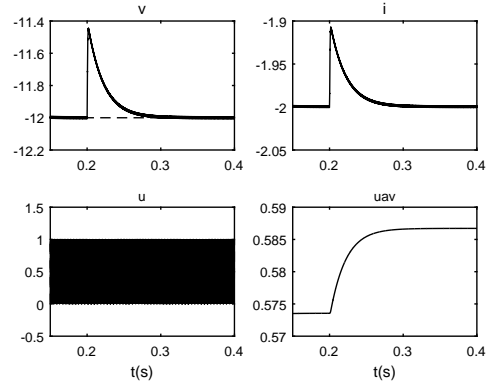


FIGURE 2.25 – Comportement en BF sous variation de l'alimentation.

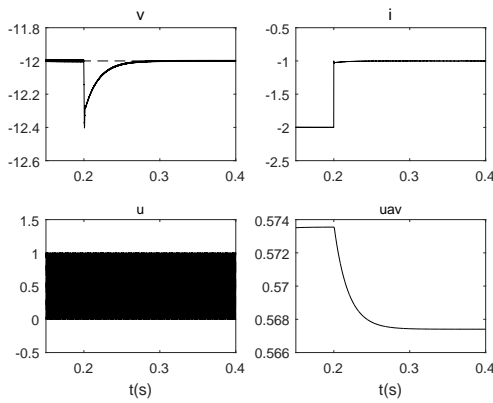


FIGURE 2.26 – Comportement en BF sous variation de la charge.

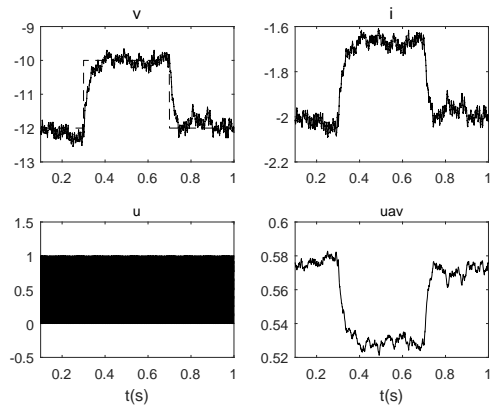


FIGURE 2.27 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit.

consigne. Cependant, le courant augmente de leur valeur nominale $-2A$ pour se maintenir à la valeur $-1A$.

La Fig. 2.27 montre le comportement du convertisseur Buck-Boost sous perturbation de la tension d'alimentation et bruit de mesure, une augmentation de consigne a été ajoutée dans l'intervalle $0.3s$ à $0.7s$, la tension de sortie suis la référence, et la qualité du signale est acceptable.

2.5 Convertisseur Cuk

2.5.1 Analyse en boucle ouverte

La fonction de transfert (2.13) décrit le convertisseur Cuk idéal obtenu en appliquant la transformée de Laplace au modèle (1.41), la substitution des paramètres par ses valeurs donne (2.14), à partir du modèle Simulink dans l'annexe B, la fonction de transfert estimée (2.13) est obtenu.

$$G(s) = M \frac{(1 + \omega_{z1})(1 + \omega_{z3})(1 + \omega_{z3})}{\left(1 + \frac{s}{Q_1\omega_{01}} + \left(\frac{s}{\omega_{01}}\right)^2\right) \left(1 + \frac{s}{Q_2\omega_{02}} + \left(\frac{s}{\omega_{02}}\right)^2\right)} \quad (2.13)$$

$$G(s) = \frac{-1.667e09s^2 + 8.979e10s - 2.976e15}{s^4 + 111.1s^3 + 5.454e07s^2 + 9.164e08s + 3.543e13} \quad (2.14)$$

$$G_i(s) = \frac{-984.6s^4 + 1.964e08s^3 - 3.606e10s^2 + 1.413e15s + 2.143e17}{s^5 + 1930s^4 + 1.279e07s^3 + 1.744e10s^2 + 1.816e13s + 3.542e15} \quad (2.15)$$

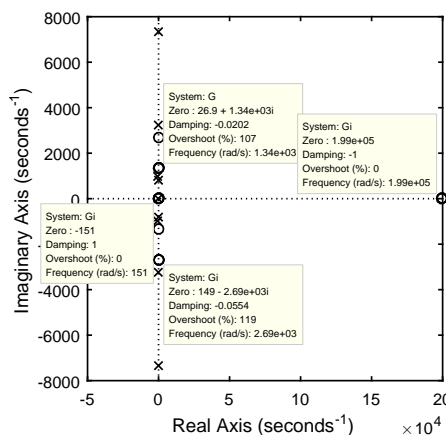


FIGURE 2.28 – Pole-Zero Map.

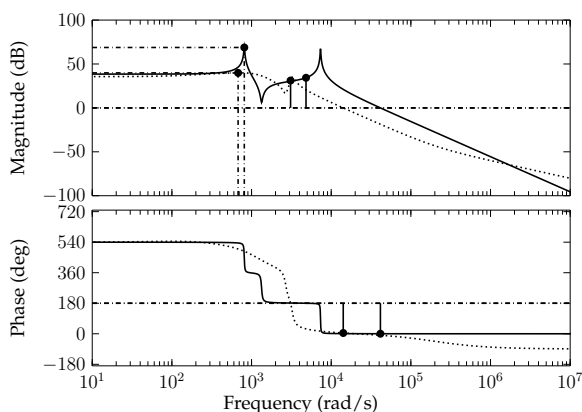


FIGURE 2.29 – Réponse fréquentielle : G_i \cdots , G — .

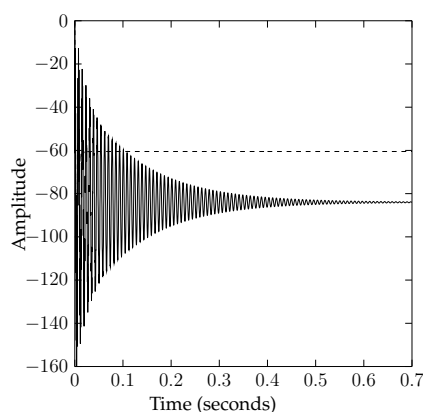


FIGURE 2.30 – Réponse indicielle en BO : G_i \cdots , G — .

D’après l’allure du gain dans la réponse fréquentielle du convertisseur Cuk idéal présentée par la Fig. 2.29, la présence d’un pic de 68.8dB/s engendre un mauvais facteur de qualité ($Q_{01} = 48.1\text{dB}$) à la fréquence de résonance $\omega_{01} = 811\text{rad/s}$, un Q élevé, implique un facteur d’amortissement faible, donc un régime transitoire, malgré court (une large bande passante en BO : $4.83 \cdot 10^3\text{rad/s}$), il est riche en harmonies (voir Fig. 2.30).

L’existence d’une paire de RHPZ dedans la bande passante (voir Fig. 2.28), faire empirer de plus le régime transitoire d’un coté, d’autre, limite la bande passante en BF.

2.5.2 Régulation

Pour corriger le comportement du convertisseur Cuk, nous proposons le PID filtré de la forme (2.16)

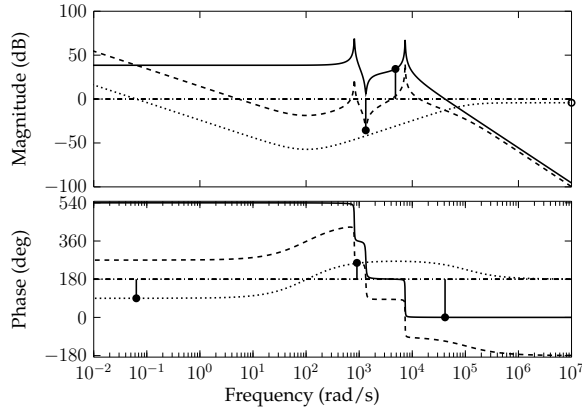


FIGURE 2.31 – Réponse fréquentielle : $C \cdots$, $G \text{---}$, $CG \text{--}$.

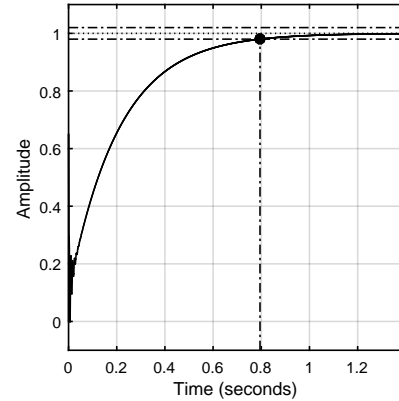


FIGURE 2.32 – Réponse indicielle en BF.

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d \frac{s}{(\tau_d/N)s + 1} \right) \quad (2.16)$$

où : $K_p = -0.00137$, $\tau_i = 0.0216$, $\tau_d = 0.00433$, $N = 449$.

La réponse fréquentielle en BO corrigée avec le PID est montrée dans la Fig. 2.31, où les marges de phase et de gain $\Delta_\phi = 77^\circ$ et $\Delta_g = 35.6dB$, respectivement, sont tirées.

La réponse indicielle en BF dans la Fig. 2.32, montre des oscillations initialement au régime transitoire, puis s'annulent avant d'atteindre le régime statique sans dépassement.

2.5.3 Simulation

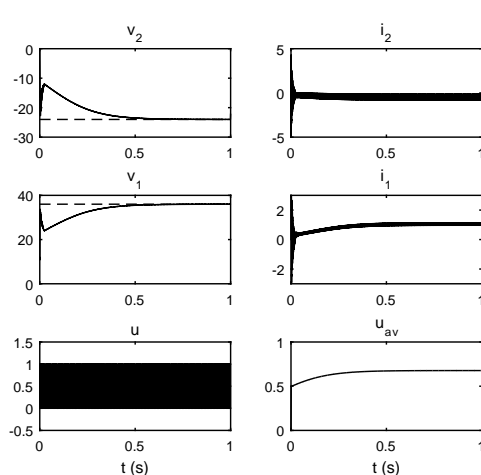


FIGURE 2.33 – Comportement nominal en BF du Cuk.

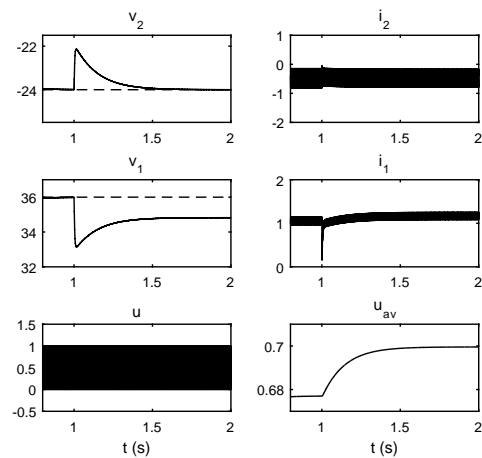


FIGURE 2.34 – Comportement sous variation d'alimentation E du Cuk.

La Fig. 2.33 montre le comportement du convertisseur Cuk sous conditions de fonctionnement nominales en BF, où nous tirons un temps de réponse $0.5s$ pour les tensions. Le courant dans la première inductance i_1 commence par des oscillations entre $\pm 2.5A$ initialement, il s'amortie au cours de $0.01s$ pour se stabilise à $-0.5A$ enverrons. Le courant traversant la deuxième inductance oscille entre $1.8A$ et $-2A$ initialement, il s'amortie et augment pour atteindre leur valeur nominale $1A$ dans $0.03s$.

Pour une chute de tension d'alimentation par $1.5V$ appliquée dès $t = 1s$, la Fig. 2.34 montre que la tension de sortie devienne $-22V$ et prends $0.5s$ pour revenir à sa référence. La tension v_1 aux bornes de la capacité C_1 s'abaisse de sa valeur nominale $36V$ à $33V$ pour se stabilise à la valeur $34.8V$.

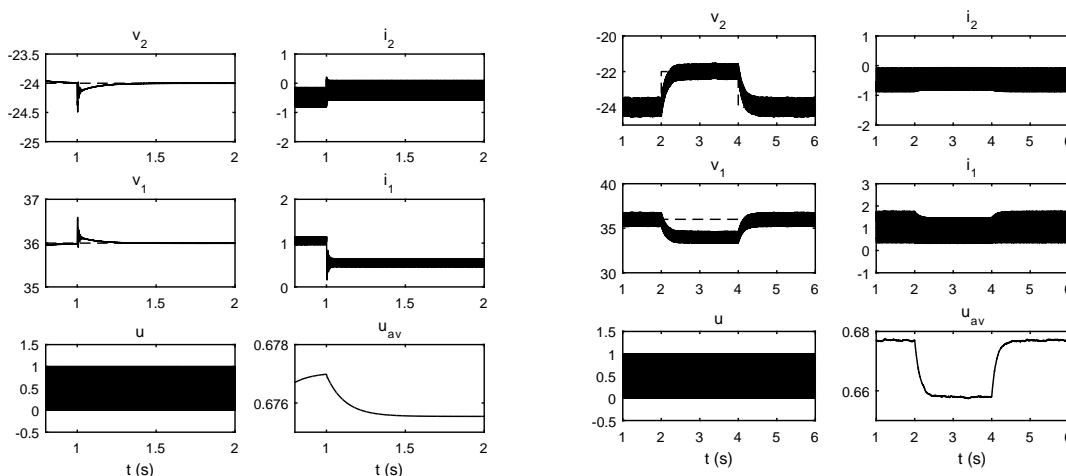


FIGURE 2.35 – Comportement en BF sous variation de charge du Cuk.

FIGURE 2.36 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit du Cuk.

La Fig. 2.35 montre la forme d'onde du convertisseur Cuk fonctionnant sous les conditions nominales avec une perturbation de charge dès $1s$ (augmentation de la charge à 100%). En effet, un régime transitoire s'apparaisse sur l'allure de la tension formant un pic d'enverrons $-24.5V$, puis s'annule après $0.03s$. Cependant, une surtension 1.4% de v_1 s'apparaitre à $1s$ (le temps d'application de la perturbation), puis s'annule apres $0.02s$ d'oscillations. Concernant les courants, i_2 augmente de -0.5 à $-0.25A$ en valeur moyenne, et i_1 s'abaisse de $1A$ à $0.5A$.

Dans le cas où le bruis de mesure est considéré, la Fig. 2.36 montre la réponse du convertisseur Cuk sous variation de référence sans ajouter les perturbations sur la source.

2.6 Convertisseur Sepic

2.6.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformée de Laplace au modèle (1.50), on obtien la fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{1}{D^2} \frac{\left(1 - \frac{s}{\omega_{z1}}\right) \left(1 - s \frac{C_1(L_1+L_2)RD'^2}{L_1D^2} + s^2 \frac{L_2C_1}{D}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{01}Q_1} + \left(\frac{s}{\omega_{01}}\right)^2\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{02}Q_2} + \left(\frac{s}{\omega_{02}}\right)^2\right)} \quad (2.17)$$

$$\text{où } \omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1\left(C_2\left(\frac{D}{D'}\right)^2 + C_1\right) + L_2(C_1 + C_2)}}, \omega_{02} = \sqrt{\frac{1}{L_2\frac{C_1}{D^2} \parallel \frac{C_2}{D'^2} + \frac{1}{L_1C_1} \parallel C_2}}, Q_1 = \frac{R}{\omega_{01}\left(L_1\frac{D^2}{D'^2} + L_2\right)}, Q_2 = \frac{R}{\omega_{02}(L_1+L_2)\frac{C_1\omega_{01}^2}{C_2\omega_{02}^2}}.$$

La substitution des paramètres par ses valeurs donne la fonction de transfert (2.18) :

$$G = \frac{-5.625 \cdot 10^4 s^3 + 3.375 \cdot 10^9 s^2 - 3.375 \cdot 10^{12} s + 3.75 \cdot 10^{16}}{s^4 + 500s^3 + 5.6e07s^2 + 1.9 \cdot 10^{10} s + 2 \cdot 10^{14}} \quad (2.18)$$

En utilisant le modèle Simulink (annex B), une fonction de transfert estimée comprenant les éléments parasites est obtenu comme décrit la fonction de transfert (2.19).

$$G_i(s) = \frac{-48310s^4 + 2.743 \cdot 10^9 s^3 + 4.014 \cdot 10^{11} s^2 + 3.466 \cdot 10^{16} s + 1.623 \cdot 10^{19}}{s^5 + 3642s^4 + 5.877 \cdot 10^7 s^3 + 1.127 \cdot 10^{11} s^2 + 2.537 \cdot 10^{14} s + 1.307 \cdot 10^{17}} \quad (2.19)$$

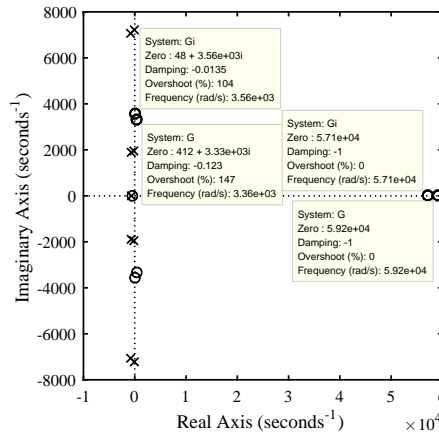


FIGURE 2.37 – Pole-Zero Map.

Dans le plan complexe, la Fig. 2.37 montre les positions des zéros et des pôles constituent les fonctions de transfert (2.18) et (2.19). Comme le montre la Fig. 2.37, pour la FT idéale (2.18), les deux paire de pôles complexes : $-73.076 \pm i7218.4$ et $-176.92 \pm i1951.1$ sont des pôles stables se situent à $7220rad/s$ et $-176.92 \pm i1951.1$, respectivement. Concernant les zéros, on trouve une paire des zéros complexes à partie réelle positive (RHPZ) $411.77 \pm i3.3311$ à $3360rad/s$, et un troisième RHPZ à $5.92 \cdot 10^4 rad/s$. La FT estimée (2.19) décrit un système d'ordre 5, le numérateur est constituée d'un zéro stable à $463rad/sec$, et une paire de RHPZ complexe à $3.56 \cdot 10^3 rad/sec$ et un troisième RHPZ à $5.71 \cdot 10^4 rad/sec$.

Le tracé de bode des fonctions de transferts (2.18) et (2.19) illustré dans la Fig. 2.38, montre un gain statique de $45.5dB$. L'action du premier paire de pôles provoque le premier pic du gain ($Q_1 \simeq 4$) de la FT. (2.18) à la fréquence de résonance $\omega_{01} = 253rad/s$, ce qui traduit par un régime transitoire oscillatoire ($\xi_{01} = 0.25$), la succession du troisième RHPZ les deux seconds pôles provoque un deuxième pic ($Q_{02} \simeq$

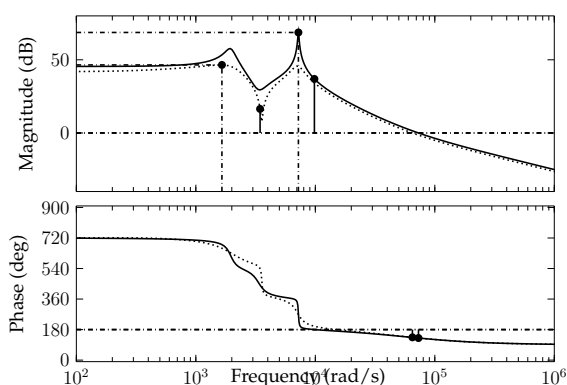


FIGURE 2.38 – Réponse fréquentielle : $G_i \dots$, $G \text{ —}$.

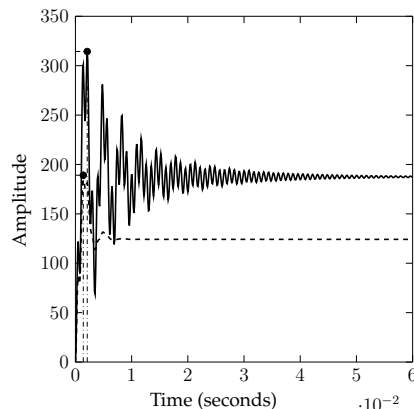


FIGURE 2.39 – Réponse indicielle en BO : $G_i \dots$, $G \text{ —}$.

14.3) à $\omega_{02} = 7220 \text{ rad/sec}$ enrichie de plus le régime transitoire par les harmonies ($\xi_{01} = 0.07$), et élargie le retard de phase, quand il est loin de la bande passante, il n'as pas de contraintes sur la boucle fermée. La première paire de RHPZ provoque une limitation massive sur la bande passante comme nous allons voir dans les chapitres suivants.

La Fig. 2.39 montre les réponses indicielles des FT. (2.18) et (2.19). Grace aux éléments parasites, le SEPIC décrit par la FT estimée présente un comportement amorti avec moins d'oscillations comparé par celui décrit par la FT idéale. Cependant, car les RSE et les pertes de commutations sont prises en compte dans la FT idéal, le gain en régime permanent est inférieur à celui atteint, présenté par la FT idéale. Concertant les dépassements, la réponse indicielle montre une valeur élevée dans le cas de la FT idéale (67.6%) par rapport à celle dans le cas de la FT estimée (52%)

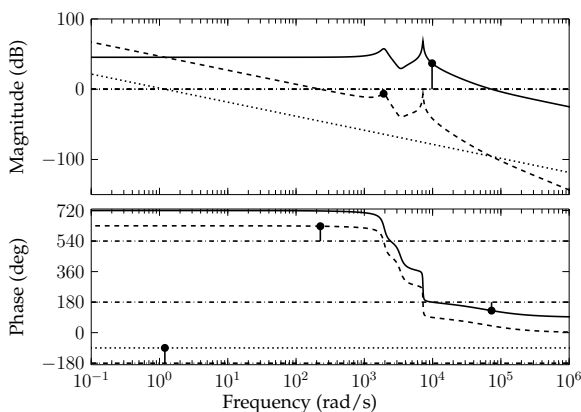


FIGURE 2.40 – Réponse fréquentielle : $CG_i \text{ - -}$, $G_i \text{ —}$, $C(s) \dots$.

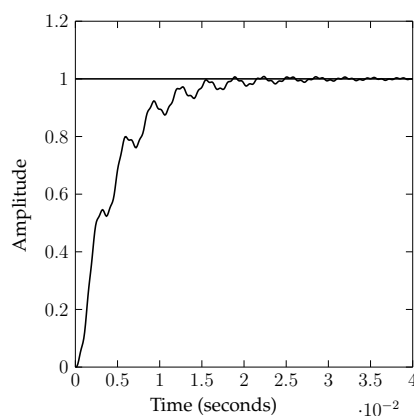


FIGURE 2.41 – Réponse indicielle en BF.

2.6.2 Régulation

Pour obtenir un comportement satisfaisant, nous proposons un simple PI de la forme (2.20) qui répond aux exigences : limitation de la bande passante en respectant les RHPZ discutés dans le paragraphe précédent, augmenter le gain en basse

fréquences pour un bon rejet de perturbations, abaisser le gain autour de la fréquence de coupure pour obtenir des marges de gain et de phase suffisantes pour assurer la bonne stabilité.

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.20)$$

où : $K_p = 5.3 \cdot 10^{-7}$, $\tau_i = 5.65 \cdot 10^{-7}$.

La Fig. 2.40 montre que le PI affect la fréquence du coupure à $\omega = 177 \text{rad/sec}$ en BF, en effet, les RHPZ deviens au-delà de la bande passante en BF, avec une marge de phase $\Delta_\phi = 88^\circ$ et une marge de gain insuffisante ($\Delta_g = 6 \text{dB}$), mallerais ça, la forme de gain reste toujours insatisfaisante, car le PI ne peut pas éliminer les pics au-cours des fréquences.

La prépose indicielle en BF, présenté dans la Fig. 2.41, montre un signal ondulé avec un temps de réponse 0.02s .

2.6.3 Simulation

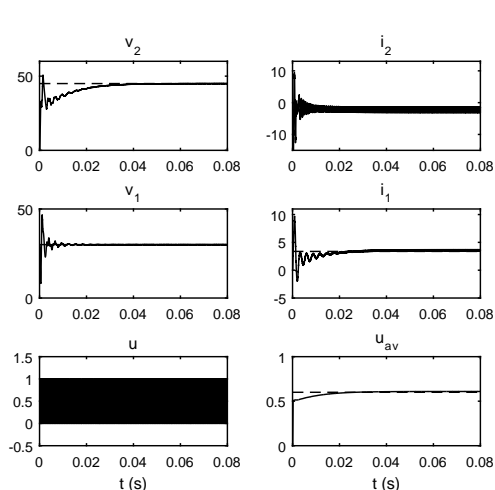


FIGURE 2.42 – Comportement nominale en BF.

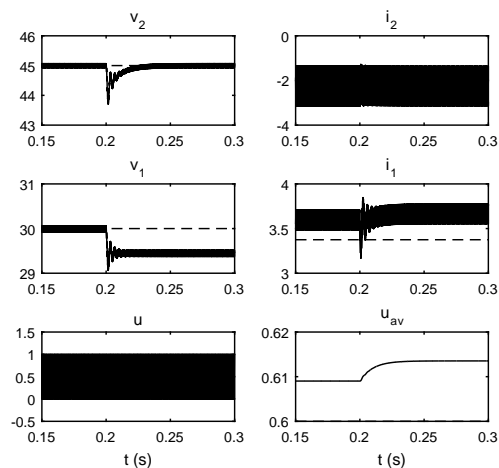


FIGURE 2.43 – Comportement en BF. avec variation de l'alimentation.

Le comportement nominale en BF du convertisseur SEPIC (2.42) montre une surtension 46.7% de la tension v_2 , la tension de charge v_2 prend 0.03s pour atteindre la valeur de consigne 45V avec une bonne précision. Le courant de charge prend 0.01s d'oscillations sous amorties pour atteindre leur valeur nominale -2.2A .

La chute de tension d'alimentation par 1.5V à 0.2s provoque la perturbation de la tension de charge v_2 pendant 0.02s , la tension v_1 s'abaisse de sa valeur nominale pour se stabilise à 29.5V (voir Fig. 2.43).

L'augmentation de la résistance de charge à 100% de sa valeur nominale, appliquée dès $t = 0.2 \text{s}$ (Fig. 2.44) provoque un régime transitoire sous amortis au cours de 0.03s pour les tensions $v_{1,2}$.

La Fig. 2.45 montre la réponse du convertisseur Sepic au bruit blanc affecté à la tension mesurée, et la composante sinusoidale ajouté à la tension d'alimentation. Des mauvais signaux en qualité sont remarqués.

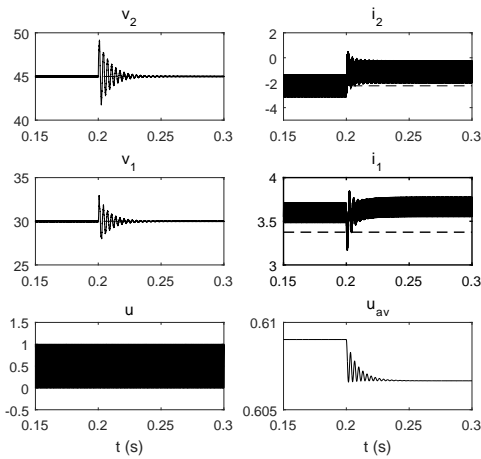


FIGURE 2.44 – Comportement en BF sous variation de charge.

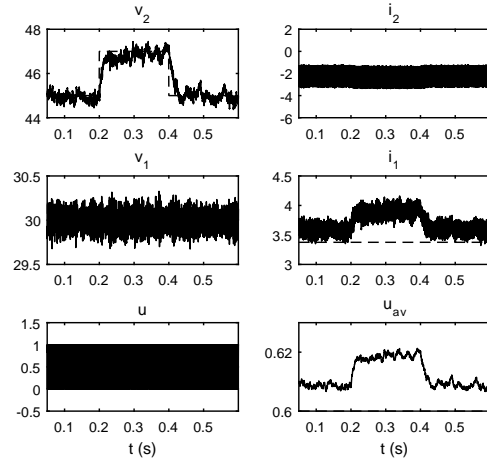


FIGURE 2.45 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit de mesure.

2.7 Convertisseur Quadratique

2.7.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformé de Laplace au modèle décrit par (1.68), on obtient la fonction de transfert (2.21).

$$G(s) = 2E\sqrt{V_d} \frac{(1 - \omega_{z1})(1 - \omega_{z2})}{as^4 + bs^3 + cs^2 + ds + 1} \quad (2.21)$$

où $\omega_{z1,2} = \frac{1}{2RC_1L_1} \left(L_1V_d \pm \sqrt{L_1^2V_d^2 - 8R^2C_1L_1} \right)$ (RHPZ), $a = \frac{C_1C_2L_1L_2}{R}$, $b = C_1L_1L_2$, $c = C_1L_1 + C_2L_2 + C_2L_1V_d$, $d = \frac{L_2+L_1V_d}{R}$, avec la fréquence de résonance : $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L_1C_1}}$, et le facteur de qualité : $Q = \frac{RC_1}{2V_d}\omega_0 = \frac{R}{2V_d}\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$.

La substitution des paramètres du convertisseur Quadratique par ses valeurs (annexe A), on obtient la fonction de transfert idéale (2.22), à partir du modèle Simulink, nous obtenons la fonction de transfert estimée comprenant les éléments parasites comme décrit (2.23)

$$G(s) = \frac{3.188 \cdot 10s^2 - 8.301 \cdot 10^{13}s + 9.961 \cdot 10^{19}}{s^4 + 5556s^3 + 4.585 \cdot 10^9s^2 + 1.404 \cdot 10^{13}s + 3.215 \cdot 10^{18}} \quad (2.22)$$

$$G_i(s) = \frac{-2.397 \cdot 10^4s^4 + 2.86 \cdot 10^{10}s^3 + 3.768 \cdot 10^{13}s^2 + 1.119 \cdot 10^{20}s + 4.225 \cdot 10^{23}}{s^5 + 3.741 \cdot 10^4s^4 + 4.724e09s^3 + 1.226 \cdot 10^{14}s^2 + 3.549 \cdot 10^{18}s + 1.795 \cdot 10^{22}} \quad (2.23)$$

L'évolution des réponses fréquentielles des fonctions de transfert (2.22) et (2.23) est montré sur la Fig. 2.47. Le gain statique des deux fonctions est presque le même (30dB) donnée par $2E\sqrt{V_d}$ pour la FT. (2.22). A la fréquence de résonance $\omega_0 = 3 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$, le gain de la FT. (2.22) atteint la valeur maximale (48.5dB) où se trouve un facteur de qualité élevé : $Q = 8.61$ ($Q = 18.7\text{dB}$) comparé par celui de la FT. (2.23) $Q_i = 1.9$ ($Q_i = 5.6\text{dB}$). Après le pic à la fréquence de résonance, le gain décroît par l'action de la paire de pôles $-1621.8 \pm i29390$ à la fréquence $2.94 \cdot 10^4$

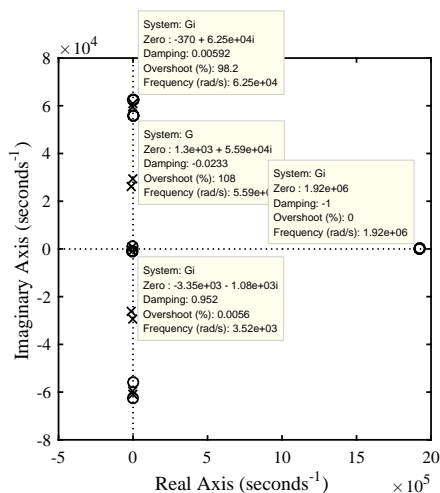


FIGURE 2.46 – Pole-Zero Map.

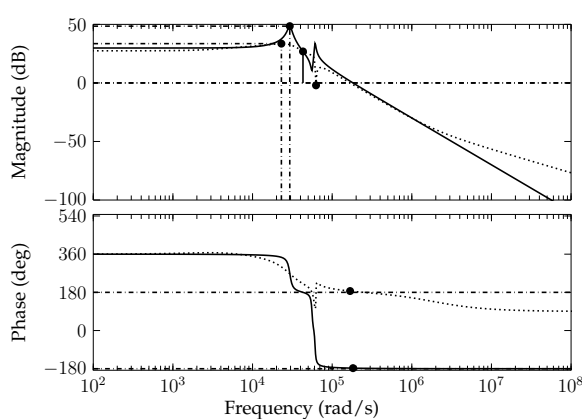
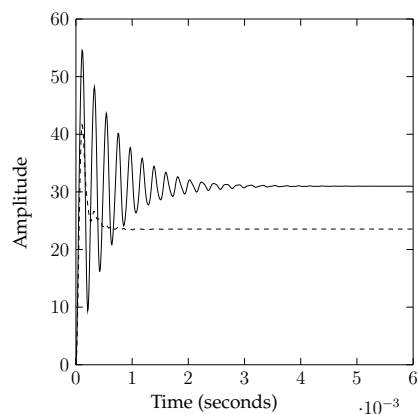
FIGURE 2.47 – Réponse fréquentielle : G_i \cdots , G $-$.

FIGURE 2.48 – Réponse indicielle en BO.

(voir Fig. 2.46), derrière cette fréquence, l'action de la paire de la paire des RHPZ ($1302.1 \pm i55887$) à $\omega = 5.6 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$ provoque un pic de gain à $\omega = 7 \cdot 10^4$. A cette fréquence où le deuxième pic est généré par l'action des RHP, le contrôleur doit injecter un gain inverse pour absorber le pic en boucle fermée. La succession de l'action de la paire de pôles $-1156 \pm i60905$ interprète la croissance du gain par une pente 40 dB par décade. Concernant la bande passante, la paire des zéros RHP exige une limitation d'un tiers en boucle fermée, pour éviter le retard de phase. Les RSE sert à affecter le RHPZ de la FT. (2.23) au-delà de la bande passante, et crient des zéros stables aide à composer le déphasage non minimale comme le montre l'allure de phase dans la Fig. 2.47.

Les réponses indicielles présentées dans la Fig. 2.48 montrent un régime transitoire oscillatoire amorti ($\xi = 0.06$) pour la FT idéale, et avec moi d'oscillations ($\xi_i = 0.52$).

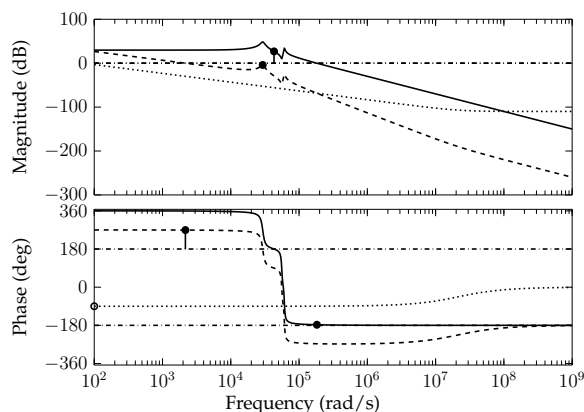


FIGURE 2.49 – Réponse fréquentielle : C ···, G_i —, CG - -.

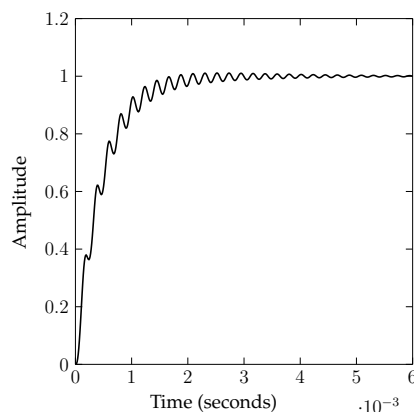


FIGURE 2.50 – Réponse indicielle en BF.

2.7.2 Régulation

Dans le cas du convertisseur Quadratique, un PI suffit pour garantir la stabilité en limitant la bande passante ($\omega_c < \omega_z/2$) en BF, et en augmentant la phase par 90° autour de la fréquence de coupure. Le PI résultant est présenté par

$$C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.24)$$

où $K_p = 3.21 \cdot 10^{-6}$, $\tau_i = 4.62 \cdot 10^{-8}$.

Le tracé de bode dans la Fig. 2.49 montre que le PI assure à la BF une marge de phase suffisante ($\Delta\phi = 89^\circ$), par contre une marge de gain insuffisante encore ($\Delta_g = 4dB$).

La réponse indicielle (Fig. 2.50) montre un temps de réponse $2.4ms$, les oscillations au cours du régime transitoire sont due du deuxième pic à $\omega = 6 \cdot 10^4$ où notre PI est incapable d'injecter un gain négatif pour l'absorber, un correcteur d'ordre plus est requis (PI d'ordre 2 par exemple).

2.7.3 simulation

La Fig. 2.51 montre la réponse temporelle du convertisseur Quadratique fonctionne dans les conditions nominales. Nous tirons un temps de réponse $0.006s$ pour les tensions.

La perturbation de la tension d'alimentation par une chute de $1.5V$ appliquée à $0.3s$ (Fig. 2.52) provoque une chute au niveau de la tension de charge par $1V$ (10%), se compose dans $0.02s$. La tension aux borne de C_1 s'abaisse de sa valeur nominale $16.5V$ à $15V$ dans $0.003s$. Le courant de charge se balance autour de $1A$.

Lorsque la résistance de charge est augmentée par 100% de sa valeur nominale à l'instant $t = 0.03s$, la Fig. 2.53 montre une chute de tension 18% de charge v_2 se compense après $0.003s$. La tension v_1 augmente de sa valeur nominale $16.4V$ pour atteindre $17.9V$ dans $0.003s$. Le courant de charge se balance autour de $1A$.

La Fig. 2.54 montre le comportement du convertisseur Quadratique sous perturbation de source d'alimentation par une composante sinusoïdale, et un bruit blanc est affecté au signal mesuré. Les formes d'ondes montre un comportement dit acceptable.

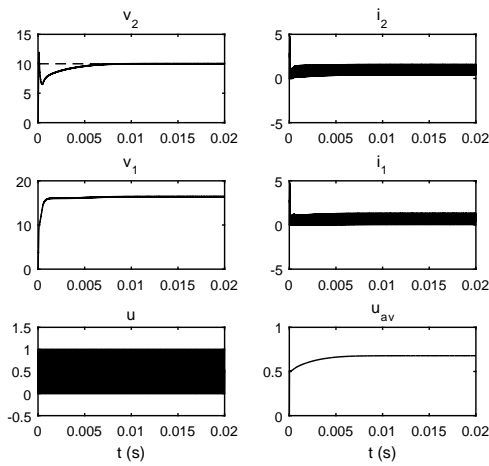


FIGURE 2.51 – Comportement nominale en BF.

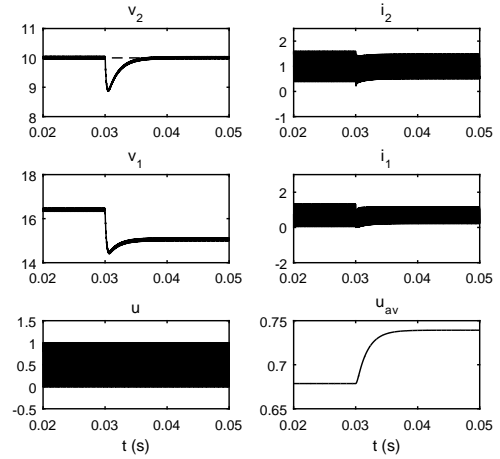


FIGURE 2.52 – Comportement en BF avec variation de l'alimentation.

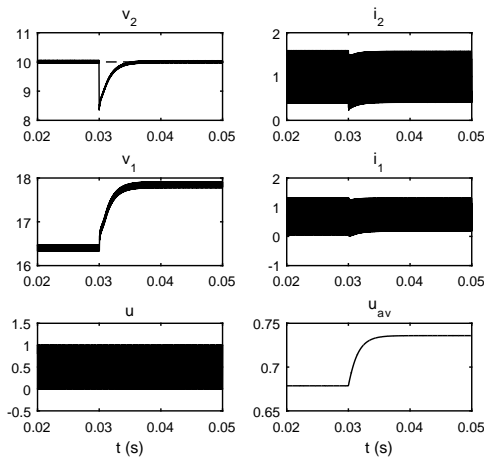


FIGURE 2.53 – Comportement en BF sous variation de charge.

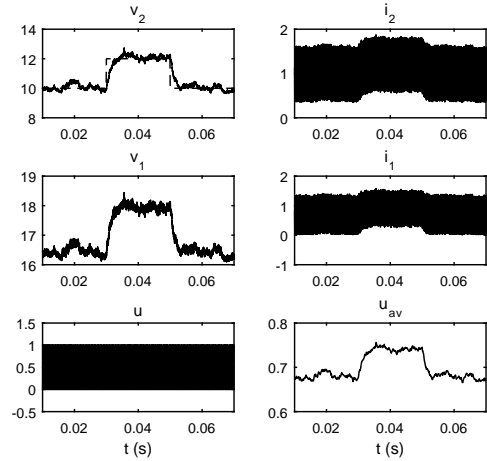


FIGURE 2.54 – Comportement en BF sous variation de référence avec bruit.

2.8 Convertisseur ZETA

2.8.1 Analyse en boucle ouverte

En appliquant la transformée de Laplace au modèle (1.59), la fonction de transfert tension de sortie (aux bornes de la charge) au signal de commande est obtenu comme :

$$G(s) = M \frac{(1 + \omega_{z1})(1 + \omega_{z3})(1 + \omega_{z3})}{\left(1 + \frac{s}{Q_1\omega_{01}} + \left(\frac{s}{\omega_{01}}\right)^2\right) \left(1 + \frac{s}{Q_2\omega_{02}} + \left(\frac{s}{\omega_{02}}\right)^2\right)} \quad (2.25)$$

En substituant les paramètres par ses valeurs (voir annexe A), la fonction de transfert décrit le convertisseur ZETA idéal est obtenu comme (2.26), et celle estimée décrit le convertisseur comprenant les éléments parasites est donnée par (2.27).

$$G(s) = \frac{3.788 \cdot 10^8 s^2 - 2.066 \cdot 10^{10} s + 3.826 \cdot 10^{15}}{s^4 + 111.1s^3 + 1.915 \cdot 10^7 s^2 + 7.244 \cdot 10^8 s + 5.102 \cdot 10^{13}} \quad (2.26)$$

$$G_i(s) = \frac{-723.4s^4 + 1.42 \cdot 10^8 s^3 + 7.006 \cdot 10^{11} s^2 + 1.546 \cdot 10^{15} s + 7.639 \cdot 10^{16}}{s^5 + 1357s^4 + 1.647 \cdot 10^7 s^3 + 1.806 \cdot 10^{10} s^2 + 1.275 \cdot 10^{13} s + 1.211 \cdot 10^{15}} \quad (2.27)$$

La Fig. 2.55 montre la distribution des pôles et zéros constituant les fonctions de transfert (2.26) et (2.27) sur le plan complexe. Le numérateur de la fonction de transfert (2.27) est composé d'une paire de zéros complexes à partie réelle positive (RHPZ) à $\omega = 3.18 \cdot 10^3 \text{ rad/sec}$.

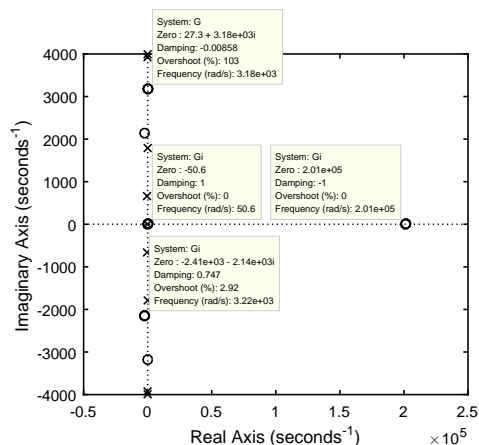


FIGURE 2.55 – Pole-Zero Map du Zeta

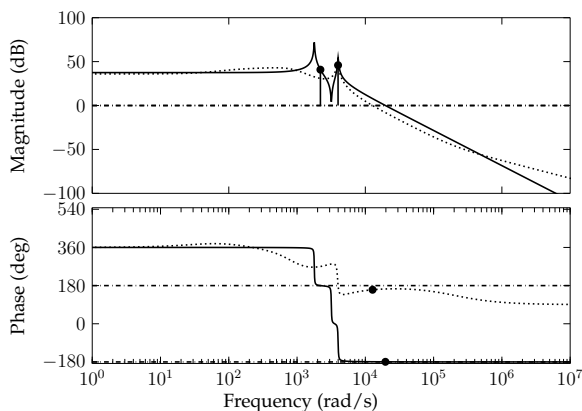


FIGURE 2.56 – Réponse fréquentielle en BO du Zeta.

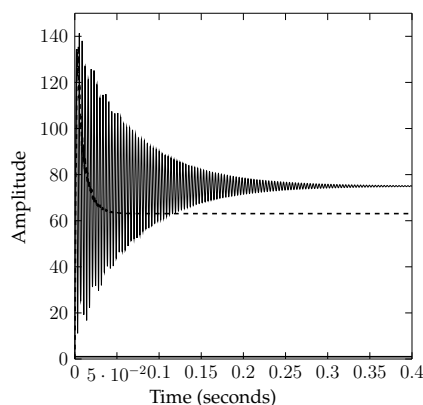


FIGURE 2.57 – Réponse indicielle en BO du Zeta.

L'évolution des réponses fréquentielles des FT. (2.26), et (2.27) sont présentées dans la Fig. 2.56. La valeur élevée du facteur de qualité ($Q_1 = 34.5 \text{ dB}$) dû de l'absence des RES des éléments $L_{1,2}$ et $C_{1,2}$ qui forment des zéros stables (à partie réel négative), les zéros stables formés par ces RES sert à abaisser le gain lors de l'action des pôles, en effet, il suffit un proportionnel avec un simple effet intégrale en basse fréquence pour composer (absorber) ce pic en boucle fermée. le problème s'impose dès la successions d'un paire de RHPZ, suivie par un paire de pôles au cours de la bande passante, cela provoque un deuxième pic à $\omega_{02} = 3.99 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$, ce qui enrichie de plus en plus, le régime transitoire de la réponse temporelle par les harmoniques comme le montre la réponse indicielle de la Fig. 2.57. En effet, la bande passante doit être limité de tel sorte à rejeter le scénario RHPZ hors de la bande passante, d'autre

part, le contrôleur doit injecter un gain négatif à la fréquence au RHPZ s'actionne pour absorber le pic de gain. Un PD est nécessaire, et pour composer le retard de phase, un effet intégrale doit être ajouté.

Dans la Fig. 2.57, des oscillations amorties du régime transitoire au coure de $0.258s$, un dépassement très important (88.6%) à $t = 5.4ms$.

2.8.2 Régulation

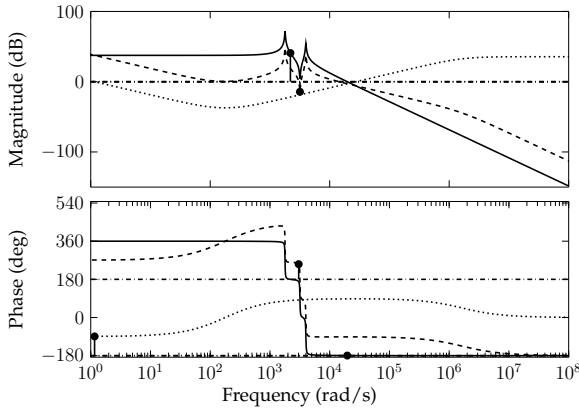


FIGURE 2.58 – Réponse fréquentielle en BO avec PID.

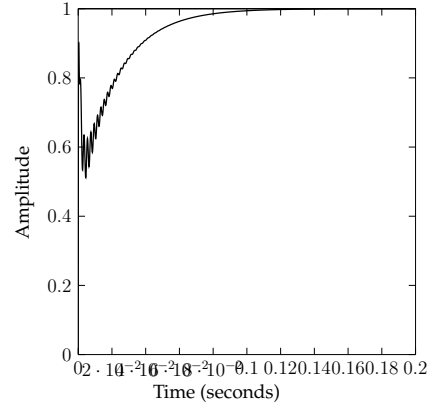


FIGURE 2.59 – Réponse indicielle en BF du Zeta.

Pour corriger le comportement analysée précédemment, nous proposons le PID filtré de la forme (2.28).

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \frac{\tau_d}{\frac{\tau_d}{N} s + 1} \right) \quad (2.28)$$

où : $K_p = 0.0138$, $\tau_i = 0.0119$, $\tau_d = 0.00264$, $N = 4.35 \cdot 10^3$.

On lit, sur la réponse fréquentielle en BO avec le PID dans la Fig. 2.58 les marges de phase et de gain : $\Delta_\phi = 71^\circ$ et $\Delta_g = 14.4dB$ respectivement.

La réponse indicielle du Zeta en BF dans la Fig. 2.59 montre un régime transitoire avec des oscillations au départ causé par le pic de gain qui n'as pas absorbé par le PID.

2.8.3 Simulation

En boucle fermée, sous les coditions de fonctionnement nominal, le convertisseur Zeta se comporte comme le montre la Fig. 2.60. Les deux tensions sont caractérisées par un temps de réponse $0.3s$, le courant de charge i_2 se stabilise à sa valeur nominale apres $0.08s$ d'un régime transitoire oscillatoire sous amortie.

Une chute de tension $1.5V$ est appliquée à la source d'alimentation à l'instant $t = 0.7s$, en résulte, la Fig. 2.61 montre une chute de v_2 par $0.5V$ (2.8%) se compense dans $0.3s$, la tension v_1 s'abaisse en valeur absolue par $0.5V$ (2.8%) et prend $0.3s$ pour se maintiens sa valeur nominale.

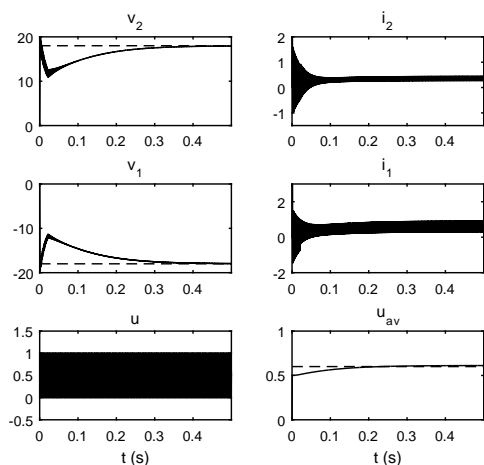


FIGURE 2.60 – Comportement nominal en BF du Zeta.

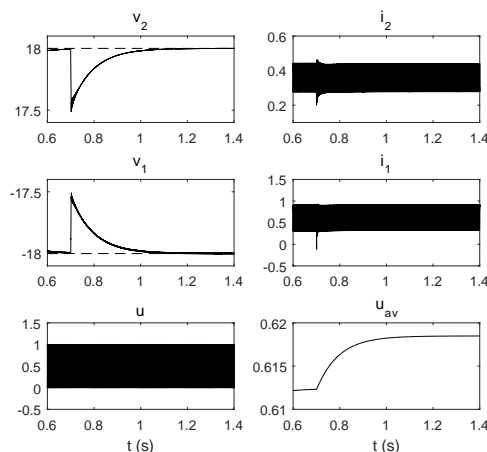


FIGURE 2.61 – Comportement sous perturbation d'alimentation du Zeta.

Dans le cas où la charge est perturbée en l'augmentant à 100% de sa valeur nominale à l'instant $t = 0.7$, la Fig. 2.62 nous montre des perturbations sur les tensions prennent $0.1s$ après pour se stabilisent. Le courant de charge s'abaisse de sa valeur nominale ($0.4A$) et se balance autour de $0.1A$ après une rgime transitoire pendant $0.06s$.

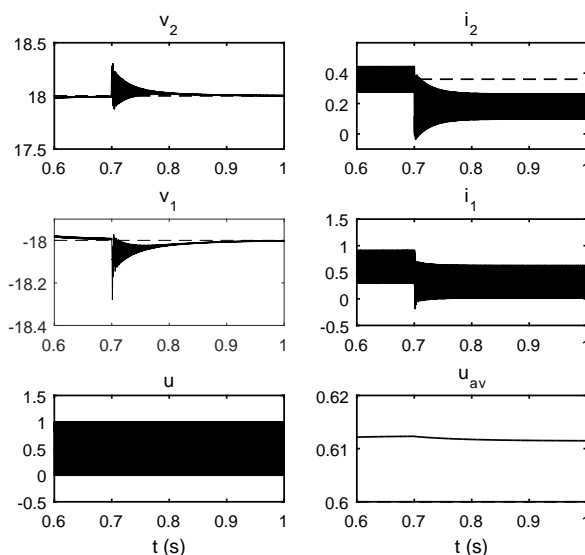


FIGURE 2.62 – Comportement en BF sous variation de charge.

2.9 Convertisseur Boost-Boost

2.9.1 Analyse en boucle ouverte

Le convertisseur double Boost ou "Boost-Boost" appartient à la classe des systèmes multi entrées multi sortie (en anglais MIMO : Multi Inputs Multi Outputs). En appliquant la transformée de Laplace au model moyen linéarisé (1.79), nous obtenons la matrice de transfert suivante :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

La substitution des paramètres par ses valeurs numériques, la matrice de transfert décrit le convertisseur idéal est :

$$G_{11}(s) = \frac{-9.615e04s^3 - 1.568e06s^2 - 2.792e09s + 9.178e111}{s^4 + 580.4s^3 + 9.786e05s^2 + 1.758e08s + 1.912e10} \quad (2.30)$$

$$G_{12}(s) = \frac{-1.123e10s + 1.836e122}{s^4 + 580.4s^3 + 9.786e05s^2 + 1.758e08s + 1.912e10} \quad (2.31)$$

$$G_{21}(s) = \frac{-2.5e07s^2 - 8.986e09s + 0.00051081}{s^4 + 580.4s^3 + 9.786e05s^2 + 1.758e08s + 1.912e10} \quad (2.32)$$

$$G_{22}(s) = \frac{-1.725e04s^3 - 1.305e06s^2 - 1.239e10s + 1.836e122}{s^4 + 580.4s^3 + 9.786e05s^2 + 1.758e08s + 1.912e10} \quad (2.33)$$

A l'aide du "Simspace Toolbox" du Ssimulink, le Boost-Boost est schématisé par les composants comprenant les éléments parasites (annexe B), et la matrice de transfert estimée est tirée comme :

$$G_i(s) = \begin{bmatrix} G_{i11}(s) & G_{i12}(s) \\ G_{i21}(s) & G_{i22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$G_{i11}(s) = \frac{-2810s^3 + 1.287e07s^2 + 2.187e09s + 3.179e121}{s^4 + 541.4s^3 + 1.076e06s^2 + 2.653e08s + 5.304e10} \quad (2.35)$$

$$G_{i12}(s) = \frac{-487.7s^3 + 2.969e07s^2 + 6.031e09s + 1.09e122}{s^4 + 606.1s^3 + 1.961e06s^2 + 3.85e08s + 4.866e10} \quad (2.36)$$

$$G_{i21}(s) = \frac{-97.95s^3 + 375600s^2 - 1.309e09s + 3.334e121}{s^4 + 554.6s^3 + 1.107e06s^2 + 2.752e08s + 5.713e10} \quad (2.37)$$

$$G_{i22}(s) = \frac{-123.5s^3 - 83900s^2 - 1.926e07s + 2.381e122}{s^4 + 545.7s^3 + 1.72e06s^2 + 3.358e08s + 4.227e10} \quad (2.38)$$

2.9.2 Régulation

Supposons que le Boost-Boost est destiné à alimenter deux charges indépendantes, pour cela, il est mieux si les deux commandes sont parfaitement indépendantes, en outre, la variation du signal de commande u_1 (variation de consigne, changement de charge,...) ne doit pas agir sur le signal u_2 , et vice versa. En effet, pour calculer une loi de commande, considérons les fonctions de transfert G_{21} et G_{12} comme des termes de corrélation (couplage), et cherchons un contrôleur qui rend les gains statiques des fonctions de transfert (2.36) et (2.37) faible le plus possible, avec la correction des fonctions de transfert (2.35) et (2.38).

En se basant sur cet objectif, nous allons analyser la matrice de transfert, commençons par sa réponse fréquentielle illustrée dans la Fig. 2.64. La partie gauche en haut, présente le tracé de Bode de la fonction de transfert (2.35) où nous lire un gain statique 33.6dB, et une haute surtension : $Q_{11} = 14dB$ qui signifie un facteur d'amortissement faible, en conséquence, un régime transitoire oscillant amortie. L'existence d'un RHPZ à $\omega_{z1} = 163rad/s$ exige une limitation de la bande passante en BF.

La partie droite en bas, illustre le tracé de Bode de la fonction de transfert (2.38), on peut retirer de cette figure un facteur de qualité raisonnable ($Q = 1.4dB$), c'est-à-dire un régime transitoire amortie avec moins d'oscillations, l'existence d'un RHPZ dedans la bande passante provoque un retard de phase, en conséquence, la bande

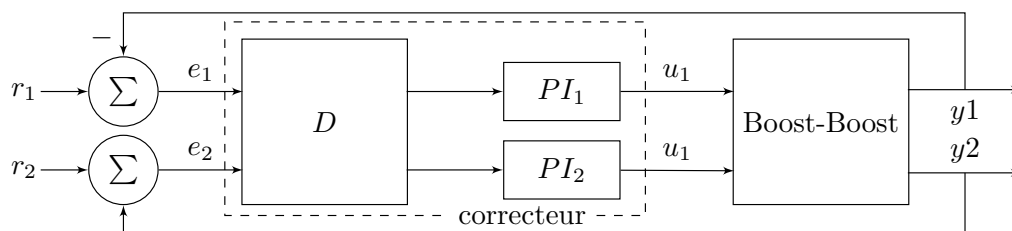


FIGURE 2.63 – Structure du correcteur pour le BB.

passante doit limitée à un tiers de la fréquence ou le RHPZ s'actionne ($\omega_{c2} = 124rad/s$).

Ce qui concernant les deux autres tracés, ne nous intéresse que leurs gains statiques qui doivent minimiser le maximum possible en BF, car le gain statique de ces fonctions de transferts présente les gains en régime permanent dans la réponse indicielle, en d'autre terme, le gain statique des fonctions de transferts (2.36) et (2.37) présentent les gains de couplage.

En se basant sur les hypothèses dans le paragraphe précédent, nous proposons le régulateur ayant l'architecteur dans Fig. 2.63. Le correcteur est composé d'une matrice de découplage D (2×2) en cascade avec deux PI en parallèles. Le premier PI sert à corriger la FT. (2.35), et le second corrige le FT. (2.38).

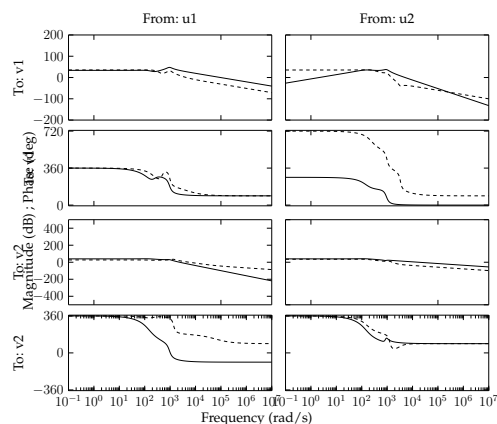


FIGURE 2.64 – Réponse fréquentielle : $G_i \dots$, G —.

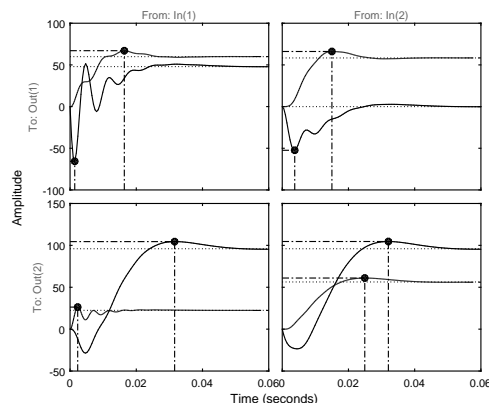


FIGURE 2.65 – Réponse indicielle en BO.

La FT. (2.35) décrit un système à déphasage non minimale causé par le RHPZ ($\omega_{z1} = 163rad/sec$) dedans la bande passante, en effet, le premier PI doit limiter la bande passante de la FT. (2.35) pour être inférieur à $\omega_{z1}/2$. D'autre part, le déphasage non minimale s'apparaisse sur la phase de la FT. (2.38) tracé dans le lieux de Bode dans la Fig. 2.64 (coté gauche en bas), alors, le second PI doit limiter la bande passante de la FT. (2.38) pour être inférieur à $\omega_{z2}/2$, avec $\omega_{z2} = 142rad/sec$ (voir Fig. 2.64).

Pour atteindre ces objectifs, les deux PI sont définis comme (2.39) et (2.40). Pour un découplage parfait entres les signaux de commandes, les gains statiques des FT. (2.36) et FT. (2.37) doivent être nulles. En effet, la matrice gains D est déterminée comme (2.41).

$$PI_1(s) = K_{p1} + K_{i1} \frac{1}{s} \quad (2.39)$$

aec : $K_{p1} = 8 \cdot 10^{-18}$, $K_{i1} = 0.001$.

$$PI_2(s) = K_{p2} + K_{i2} \frac{1}{s} \quad (2.40)$$

avec : $K_{p2} = -0.00117$, $K_{i2} = 0.000166$.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0.6535 \\ 0.2461 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

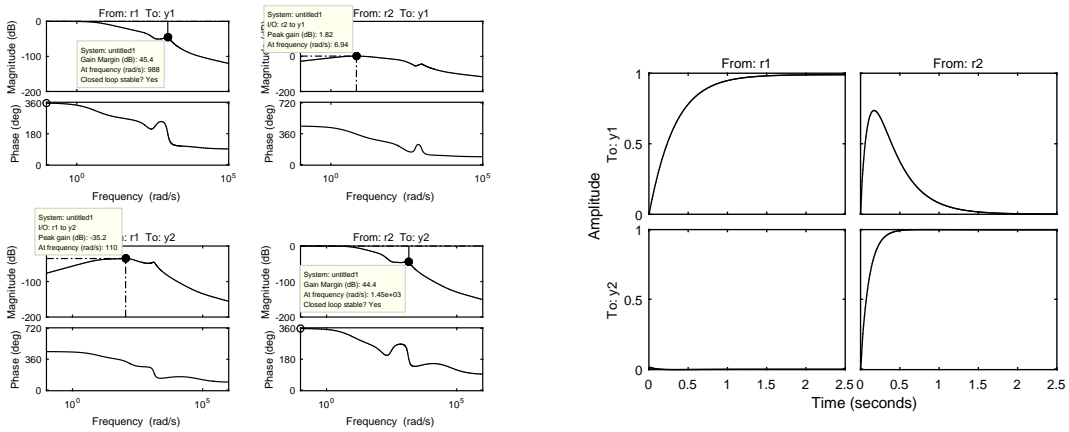


FIGURE 2.66 – Réponse fréquentielle en BO corrigée.

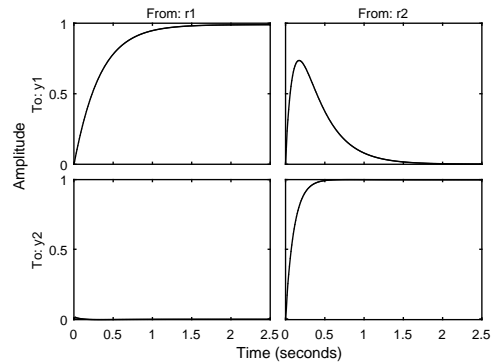


FIGURE 2.67 – Réponse indicielle en BF.

La réponse indicielle en BF dans la Fig. 2.67 montre que le découplage total est inatteignable. Les réponses de FT corrigées sont satisfaisantes.

2.9.3 Simulation

La Fig. 2.68 montre le comportement du convertisseur BB sous les conditions de fonctionnement nominales. On peut tirer de cette figure un temps de réponse $0.03s$ pour la tension v_1 et $0.04s$ pour la tension v_2 qui fait 4.2% comme dépassement pour se stabilise à sa valeur nominale $48V$. Dans $0.03s$, le courant i_1 atteint sa valeur nominale $5A$, et i_2 atteint $1.95A$.

La Fig. 2.69 montre le comportement du convertisseur BB sous perturbation de la source d'alimentation par une chute de tension $1.5V$ appliquée à l'instant $t = 0.3s$, avec les résistances de charges nominales. La tension de la première charge v_1 se descend par $1V$ puis remonte à sa référence $24V$ dans $0.3s$. La tension de la deuxième charge v_2 fait une chute de $2V$ à l'instant de la perturbation, et se compense dans moins de $1s$. Le courant traversant la première inductance s'abaisse de sa valeur nominale $5.1A$ à $4.9A$, puis se remonte pour stabiliser à la valeur $5.35A$ dans un régime transitoire de $0.6s$. Le courant i_2 stabilise à sa valeur nominale $0.95A$ après une abaisse de $0.1A$ à $t = 3s$.

La Fig. 2.70 montre le comportement du convertisseur BB lors de la perturbation de la première résistance de charge R_1 en l'augmentant à 100% de sa valeur nominale, les autres paramètres sont maintenus à leurs valeurs nominales. A l'instant $t = 3s$ où la perturbation s'exerce, la tension de première charge v_1 atteint un pic

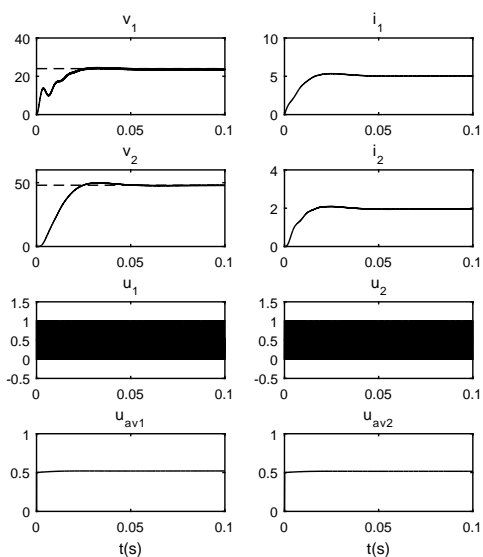


FIGURE 2.68 – Comportement nominal en BF du BB.

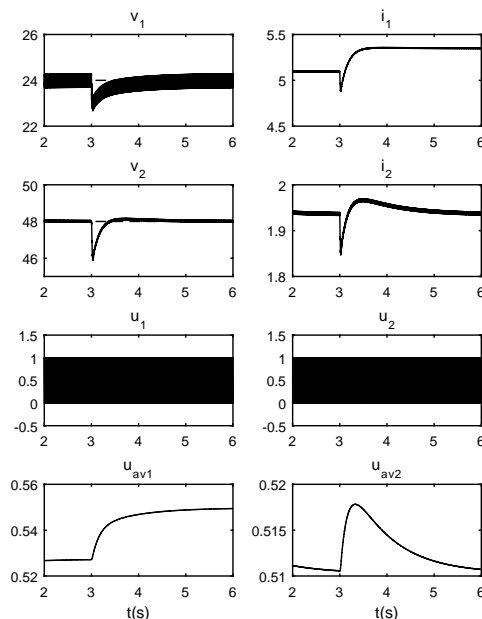


FIGURE 2.69 – Comportement sous perturbation d'alimentation en BF du BB.

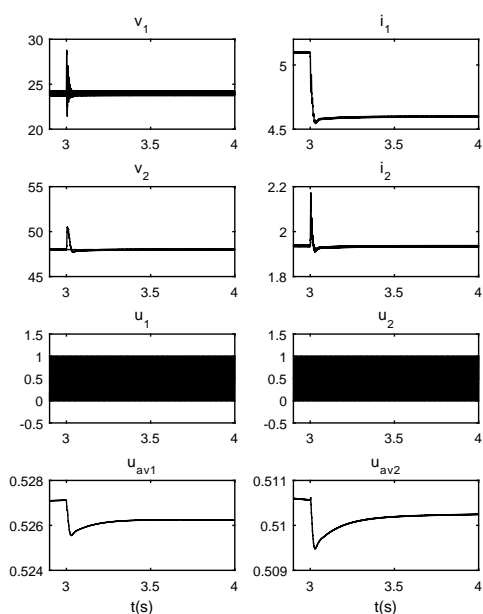


FIGURE 2.70 – Comportement sous perturbation de charge R_1 en BF du BB.

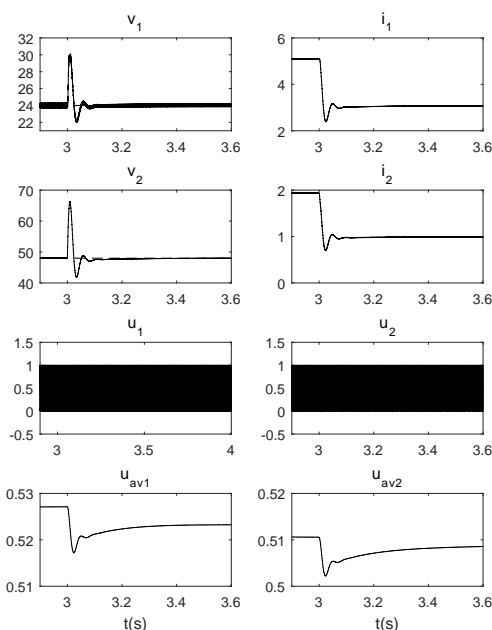


FIGURE 2.71 – Comportement sous perturbation de charge R_2 en BF du BB.

de 16.7% (29V), la tension de la second charge v_2 atteint un pic de 5% (50.5V), cela signifie que le découplage désiré entre les deux charges n'est pas satisfait. En effet, le courant i_1 s'abaisse de sa valeur nominale 5A à 4.6A, et le courant i_2 fait un pic de 2.2A puis se stabilise à sa valeur nominale 2A.

La Fig. 2.71 montre le comportement du convertisseur BB sous perturbation de la seconde charge (R_2 augmentée à 100% de sa valeur nominale), on maintient la

première charge à sa valeur nominale. Par conséquent, un pic 25% de la tension v_1 est remarqué, ce là qui confirme que les deux charges sont fortement couplées. Cependant, la deuxième tension atteint un pic 20.1% et prend 0.1s pour se stabilise. Concernant les courants, dès $t = 0.3s$, i_1 s'abaisse de sa valeur nominale 5A pour se stabilise à la valeur 3A, et le second courant s'abaisse de sa valeur nominale pour deviens 1A.

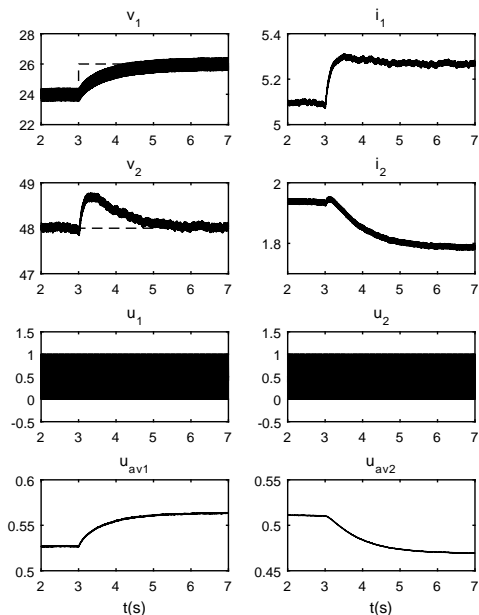


FIGURE 2.72 – Comportement sous variation de référence v_1 en BF du BB.

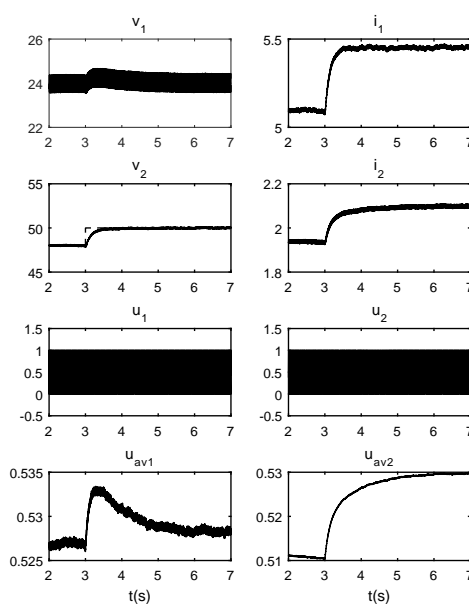


FIGURE 2.73 – Comportement sous variation de référence v_2 en BF du BB.

Dans la Fig. 2.72, le comportement du convertisseur BB sous perturbation de la tension d'alimentation, et le bruit de mesure. A l'instant $t = 0.3s$, on augmente la première consigne pour être 26V, la tension v_1 suit leur référence, et prend 1s pour atteindre la consigne. En effet, une perturbation s'apparaît sur la tension v_2 par une augmentation de 0.8V, et prend 2s pour se revient à sa consigne d'origine, cela signifie que les deux signaux de commandes sont pas parfaitement découplés. Concernant l'atténuation de bruit, la qualité des signaux dite acceptable.

La Fig. 2.73 montre la réponse du convertisseur BB sous bruit de mesure, et variation de la second référence de 48V pour être 50V. Par conséquence, une légère perturbation s'apparaît sur la tension v_1 .

2.10 Conclusion

L'analyse fréquentielle a montrée la non linéarité des convertisseurs DC-DC, sauf le convertisseur Buck. Ainsi que les performances des ces convertisseurs en boucle ouverte sont médiocre (facteur d'amortissement faible, marges de phase et de gains insuffisantes, pics de gain et retard de phase provoqués par la présence des RHPZ près de la bande passante), ce qui amène a un comportement défavorable dans le domaine temporel. Malgré notre analyse s'effectuer en se basant sur des modèles linéarisés sans prise en compte les RSE des éléments constituant ces modèles, c'est-à-dire des model plus éloigné du celui réel. Nous utiliserons les techniques H-infinie

de la commande robuste où nous allons reperdre tout ces contrainte lors de la synthèse de loi de commande grâce aux techniques H- infini de la commande robuste, en origine dédié au cet effet, elle est efficace beaucoup plus pour les systèmes MIMO, comme nous allons voir dans les chapitres : Chap. 3 et Chap. 4.

L'analyse fréquentielle nous aide à choisir les fonctions de pondérations qui sont des critères fréquentielles traduisent les performances désirés.

Chapitre 3

Commande par Sensibilité Mixte Loop-Shaping

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on traite la commande par sensibilité mixte Loop-Shaping. Dans la première partie, seront brièvement exposés les outils nécessaires à la définition de la norme H_∞ ainsi que les propriétés importantes de cette norme. Nous décrivons les notations utilisées et nous définissons les valeurs singulières d'une matrice de transfert afin d'introduire le problème H_∞ standard et sa résolution. Nous introduisons les fonctions de sensibilités et nous montrerons leurs intérêts dans le calcul d'une loi de commande robuste en performance. Nous procéderons dans la deuxième partie du chapitre à l'application de la méthodologie de conception d'un contrôleur H_∞ aux différents convertisseurs tout en étudiant sa validité dans le rejet des bruits et sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques.

3.2 Valeurs singulières

Les valeurs singulières d'une matrice $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, notées $\sigma_i(A)$, sont les racines des valeurs propres de la matrice $A^T A$, si $m > n$, si non de AA^T

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^T A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^T)} \quad (3.1)$$

Elles sont des quantités réelles positives ou nulles. Le nombre de valeurs singulières non nulles est égale au rang de la matrice A .

Considérons un système MIMO avec une matrice de transfert $G(s)$ de dimensions $p \times m$

$$y(s) = G(s) u(s) \quad (3.2)$$

où $y(s)$ et $u(s)$ sont les vecteurs de sorties et d'entrées, respectivement. Soit le vecteur d'entrées être sinusoïdale avec la fréquence ω

$$u(t) = e^{j\omega t} a_u \quad (3.3)$$

où

$$a_u = [a_{u1} \quad a_{u2} \quad \dots \quad a_{um}]^T \quad (3.4)$$

Les tracés des amplitudes dans le lieu de Bode pour un système SISO sont généralisés à un système MIMO en traçant toutes les valeurs singulières de la matrice $G(j\omega)$ en fonction des fréquences ω . Les traces des valeurs singulières maximums

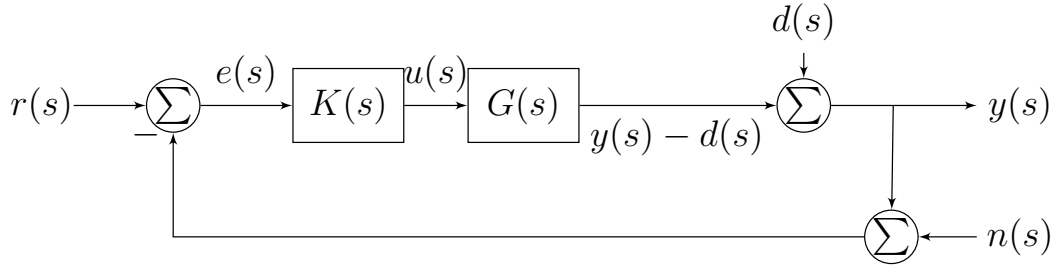


FIGURE 3.1 – Système MIMO avec perturbation.

($\bar{\sigma}(G(j\omega))$) et minimums ($\underline{\sigma}(G(j\omega))$) ayons une spécification à cause de la relation suivante [56]

$$\underline{\sigma}(G(j\omega)) \leq \frac{\|G(j\omega) a_u\|}{\|a_u\|} = \frac{\|a_y(\omega)\|}{\|a_u\|} \leq \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (3.5)$$

donc, les valeurs singulières maximale et minimales de $G(j\omega)$ sont les limites supérieur et inférieur du rapport des deux normes des vecteurs amplitudes du régime permanent de sortie et l'entrée sinusoïdale des fréquences ω .

3.3 Robustesse : sensibilité et sensibilité complémentaire

Dans la Fig. 3.1, la matrice de transfert pour un système MIMO est désignée par $G(s)$. La matrice de transferts du contrôleur est dénoté par $K(s)$. Les autres variables sont décrits comme suit :

$$y(s) - d(s) = G(s) K(s) e(s) \quad (3.6)$$

et

$$e(s) = r(s) - (y(s) + n(s)) \quad (3.7)$$

substituons Eq. (3.7) dans Eq. (3.6),

$$y(s) = T(s) [r(s) - n(s)] + S(s) d(s) \quad (3.8)$$

où

$$T(s) = (I + G(s) K(s))^{-1} G(s) K(s) \quad (3.9)$$

$$S(s) = (I + G(s) K(s))^{-1} \quad (3.10)$$

en plus, de (3.7)

$$e(s) = r(s) - n(s) - d(s) - (y(s) - d(s)) \quad (3.11)$$

utilisons Eq. (3.6)

$$e(s) = S(s) (r(s) - d(s)) - S(s) n(s) \quad (3.12)$$

alors

$$u(s) = K(s) e(s) = K(s) S_0(s) (r(s) - d(s)) - K(s) S_0(s) n(s) \quad (3.13)$$

Définition 1 On appelle la fonction de sensibilité :

$$S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \quad (3.14)$$

Définition 2 On appelle la fonction de sensibilité complémentaire :

$$T(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}G(s)K(s) \quad (3.15)$$

de plus, nous avons,

$$S(s) + T(s) = I \quad (3.16)$$

voir la démonstration dans [57]

La relation (3.16) représente le compromis fondamental dans la synthèse d'un système de commande, elle implique que les deux fonctions $T(s)$ et $S(s)$ ne doivent pas être petites simultanément. Nous tirons les observations suivantes [58] :

1. supposons que $d(s)$ et $n(s)$ sont nuls, l'équation (3.12) donne

$$e(s) = S(s)r(s) \quad \text{où} \quad e(s) = r(s) - y(s) \quad (3.17)$$

Le signal d'erreur $e(s) = r(s) - y(s)$ c'est l'erreur de la poursuite. Alors, la fonction de sensibilité $S(s)$ doit être petite pour une faible erreur de poursuite. Plus spécifiquement, la condition suivante doit être satisfaite pour une bonne poursuite

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) \ll 1 \quad \text{à la fréquence } \omega \quad (3.18)$$

2. d'après Eq. (3.8) l'effet de la perturbation (à la sortie) est petit dans la sortie si la fonction de sensibilité est petite. Donc, pour une bonne réjection de bruit,

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) \ll 1 \quad \text{à la fréquence } \omega \quad (3.19)$$

3. d'après Eq. (3.8), l'effet du bruit du capteur est petit dans la sortie si la fonction de sensibilité complémentaire $T(s)$ est petite, alors pour une bonne réjection de bruit,

$$\bar{\sigma}(T(j\omega)) \ll 1 \quad \text{à la fréquence } \omega \quad (3.20)$$

4. supposons que $\bar{\sigma}(S(j\omega)) \ll 1$ pour une certaine gamme des fréquences ω . Dans ce cas, $G(s)K(s)$ est large, et

$$S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \approx (G(s)K(s))^{-1} \quad (3.21)$$

Supposons que le nombre des entrées égale à celui des sorties, $K(s)$ et $G(s)$ seront être matrices carrées et Eq. (3.21) donne :

$$S(s) = K^{-1}(s)G^{-1}(s) \quad (3.22)$$

En utilisant Eq. (3.13) et Eq. (3.22)

$$u(s) = G^{-1}(s)(r(s) - n(s) - d(s)) \quad (3.23)$$

D'autre part, l'entrée est reliée à l'inverse de la fonction de transfert du système. Si $S(s)$ est petite en dehors de la bande passante du système, l'équation (3.23) va être applicable à la gamme des fréquences où

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) \ll 1 \quad (3.24)$$

Cette condition équivalente à

$$\underline{\sigma}(G^{-1}(j\omega)) \gg 1 \quad (3.25)$$

Par conséquent, l'équation (3.23) suggère que l'entrée de la commande sera grande.

3.3.1 Robustesse à l'incertitude

Comme il est connue, un modèle parvenir les équations physiques, ou d'un processus d'identification est munie des incertitudes sur certains paramètres physiques, non linéarités négligées, hypothèses simplificatrices, erreurs de mesure à l'identification, ect. On distingue alors deux classes de facteurs incertains, une classe des actions qui ne modifie pas le comportement dynamique interne du système, mais seulement la trajectoire de la sortie qui est les aléas des perturbations externes :

- les perturbations de la commande (au cours de la conversion PWM pour les convertisseurs DC/DC).
- les perturbations en sortie (perturbations sur la charge par exemple).
- les perturbations de mesure aux niveaux des capteurs

La deuxième classe des facteurs incertains réunis les imperfections et variation du modèle dynamique du système. A noter que les techniques de la commande robuste utilisent des modèles linéarisés qui négligent donc les non linéarités, et n'est valable que dans une bande de fréquence limitée. Il dépend de plus des paramètres physiques dont la valeur peut fluctuer et n'est souvent connue que approximativement. On distingue :

3.3.2 Incertitudes paramétriques structurées

Ces incertitudes se réfèrent aux erreurs des paramètres dans le modèle du système. Comme ces paramètres apparaissent dans le modèle en fonction de sa structure, les erreurs paramétriques sont appelées incertitudes structurées. Les outils pour appréhender ce type d'incertitudes seront discutés au chapitre suivant.

Pour discuter la robustesse à l'incertitude structurée, considérons le système multi variable en boucle fermée montré dans la Fig. 3.2

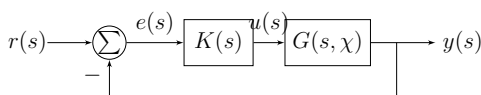


FIGURE 3.2 – Feedback d'un system MIMO avec incertitudes structurés.

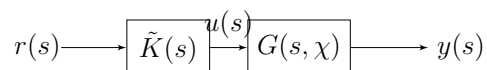


FIGURE 3.3 – System MIMO équivalent en BO.

D'après l'équation (3.8)

$$y(s) = G(s, \chi) K(s) (I + G(s, \chi) K(s))^{-1} r(s) \quad (3.26)$$

où la fonction de transfert du système $G(s, \chi)$ a le paramètre χ qui est incertain. L'équation (3.26) peut être aussi montré comme un système en B.O. équivalent [59], montré dans la Fig. 3.3 où

$$y(s) = G(s, \chi) \tilde{K}(s) r(s) \quad (3.27)$$

et

$$\tilde{K}(s) = K(s) S(s) \quad (3.28)$$

il convient de noter que $\tilde{K}(s)$ est le contrôleur en BO équivalent et n'est pas en fonction de χ . donc

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BO} = \frac{\partial G}{\partial \chi} \tilde{K}(s) r(s) \quad (3.29)$$

à partir de Eq. (3.26) et Eq. (3.15),

$$y(s) = (I + G(s, \chi) K(s))^{-1} G(s, \chi) K(s) r(s) \quad (3.30)$$

l'équation (3.30) peut être aussi réécrite comme

$$(I + G(s, \chi) K(s)) y(s) = G(s, \chi) K(s) r(s) \quad (3.31)$$

la dérivation de l'équation de la boucle fermée Eq. (3.31) par rapport au χ donne :

$$(I + GK) \left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BF} + \frac{\partial G}{\partial \chi} K y(s) K r(s) = \frac{\partial G}{\partial \chi} K r(s) \quad (3.32)$$

où

$$(I + GK) \left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BF} = \frac{\partial G}{\partial \chi} K (-y(s) + r(s)) \quad (3.33)$$

à partir Eq. (3.30) et Eq. (3.16),

$$r(s) - y(s) = S(s) r(s) \quad (3.34)$$

à partir Eq. (3.33), Eq. (3.28) et Eq. (3.34),

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BF} = S(s) \frac{\partial G}{\partial \chi} \tilde{K}(s) r(s) \quad (3.35)$$

en utilisant (3.29) et (3.35)

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BF} = S(s) \left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BO} \quad (3.36)$$

Par conséquent, la sensibilité à une variation structurée d'un paramètre du modèle dans un système en boucle fermée est inférieure à celle du système en boucle ouverte équivalent lorsque la fonction de sensibilité S est faible. En outre, d'après Eq. (3.36),

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \chi} \right)_{BF} = S(s) \frac{\partial G}{\partial \chi} K(s) S(s) r(s) \quad (3.37)$$

Une faible $S(s)$ implique d'habitude un gain de BF important. Par conséquent, dans le cas d'un système carré, l'équation Eq. (3.37) donne :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \chi}\right)_{BF} \approx K^{-1}(s) G^{-1}(s) \frac{\partial G}{\partial \chi} G^{-1}(s) r(s) \quad (3.38)$$

L'équation (3.38) indique que la valeur élevée du gain va réduire la sensibilité de la sortie aux erreurs paramétriques. Mais en dehors de la bande passante du système où $G^{-1}(s)$ est grand, la sensibilité de sortie aux erreurs paramétriques peut être importante.

3.3.3 Incertitudes non structurées (dynamiques)

Rassemble les dynamiques négligées dans le modèle dans la gamme des hautes fréquences ce qui traduit le fait que le système est connu en basse fréquences qu'en hautes fréquences. Pour les présenter, on utilise la forme multiplicative en entrée comme :

$$G_{réel}(s) = (I + \Delta(s)) G(s) \quad (3.39)$$

où $G_{réel}(s)$ et $G(s)$ sont les fonctions de transferts du modèle réel et nominal, respectivement.

3.3.4 Stabilité robuste

La stabilité en boucle fermée est sensible aux erreurs de modélisation du système ($\Delta G(s)$) et aux dérivées de la commande ($\Delta K(s)$). Assurer la stabilité du modèle nominal bouclé n'est donc pas suffisant. Il faut également garantir la stabilité de tous les systèmes atteignables par les perturbations $\Delta G(s)$ et $\Delta K(s)$ admissibles, parmi lesquels se trouve le système réel lui-même. La stabilité est dite "robuste" lorsque cette garantie supplémentaire est fournie.

3.3.5 Normes H_∞

Définition 3 Considérons une matrice de transfert $G(s)$ sachant que chaque élément étant fonction de transfert propre et stable. La norme H_∞ de la matrice de transfert est donnée par

$$\|G(s)\|_{H_\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (3.40)$$

Lemme 4 Lemme réel borné

La condition :

$$\|G(s)\|_{H_\infty} < \gamma \quad (3.41)$$

est satisfaite si et seulement si il existe une matrice $P = P^T \geq 0$ qui répond aux critères suivants :

1. Est une solution de

$$PA + A^T P + C^T C + \frac{1}{\gamma^2} P B B^T P = 0 \quad (3.42)$$

2. La matrice

$$A + \frac{1}{\gamma^2} B B^T P \quad (3.43)$$

est stable.

3.3.5.1 Significations de la norme H_∞

Soit

$$u(t) = a_u e^{j\omega t} \quad (3.44)$$

où

$$a_u = [a_{u1} \ a_{u2} \ \dots \ a_{um}]^T \quad (3.45)$$

en régime permanent,

$$y(t) = a_y e^{j\omega t} \quad (3.46)$$

où

$$a_y = [a_{y1} \ a_{y2} \ \dots \ a_{yp}]^T \quad (3.47)$$

et a_u et a_y sont dans des vecteurs complexes généraux, alors

$$a_y = G(j\omega) a_u \quad (3.48)$$

en utilisant la définition de la valeur singulière maximale,

$$\frac{\|a_y\|_2}{\|a_u\|_2} \leq \|G(s)\|_{H_\infty} \quad (3.49)$$

et

$$\sup_{a_u} \frac{\|a_y\|_2}{\|a_u\|_2} = \bar{\sigma}(G(j\omega)) = \|G(s)\|_{H_\infty} \quad (3.50)$$

3.3.5.2 Calcul de la norme H_∞

La norme H_∞ d'une matrice de transfert est donnée par :

$$\|G(s)\|_{H_\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (3.51)$$

un théorème est plus important décrit par :

Théorème 5

$$\|G(s)\|_{H_\infty} < \gamma \quad (3.52)$$

si et seulement si la matrice Hamiltonienne

$$H = \begin{bmatrix} A & \frac{1}{\gamma^2} B B^T \\ -C^T C & -A^T \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

n'a pas des valeurs singulières dans l'axe $j\omega$ [59].

en utilisant le Théorème 5, une procédure itérative pour calculer la norme H_∞ est développée comme suit

1. sélectionner $\gamma = \gamma_1$ arbitrairement, et trouver les valeurs singulières de la matrice H .
2. s'il n'y a pas des valeurs singulières sur l'axe imaginaire, $\|G(s)\|_{H_\infty} < \gamma_1$, et sélectionner $\gamma = \frac{\gamma_1}{2}$, et définir les valeurs singulières de la matrice H . répéter ce processus jusqu'à $\|G(s)\|_{H_\infty} > \gamma$. Mettre

$$\gamma_l = \gamma \text{ et } \gamma_u = \gamma_1 \quad (3.54)$$

3. S'il y a au moins une valeur singulière dans l'axe imaginaire, $\|G(s)\|_{H_\infty} > \gamma_1$, et sélectionner $\gamma = 2\gamma_1$, et trouver les valeurs singulières de la matrice H . répéter ce processus jusqu'à $\|G(s)\|_{H_\infty} < \gamma$. Mettre

$$\gamma_l = \gamma_1 \text{ et } \gamma_u = \gamma \quad (3.55)$$

dans ce stade, il est connue que

$$\gamma_l \leq \|G(s)\|_{H_\infty} \leq \gamma_u \quad (3.56)$$

4. Soit ε être la précision désirée

$$\gamma_u - \gamma_l \leq \varepsilon \quad (3.57)$$

le processus de calcul se termine. Si non, mettre

$$\gamma = \frac{\gamma_l + \gamma_u}{2} \quad (3.58)$$

et trouver les valeurs singulières de la matrice H .

5. S'il n'y a pas des valeurs singulières sur l'axe imaginaire, $\|G(s)\|_{H_\infty} \leq \gamma$. mettre

$$\gamma_u = \gamma \quad (3.59)$$

s'il ya au moins une valeur singulière sur l'axe imaginaire, $\|G(s)\|_{H_\infty} \geq \gamma$. Mettre

$$\gamma_l = \gamma \quad (3.60)$$

6. allez à l'étape 4.

3.4 Bien posé, stabilité interne, et théorème du petit gain

3.4.1 Bien posé, et stabilité interne d'un système en boucle fermée générale

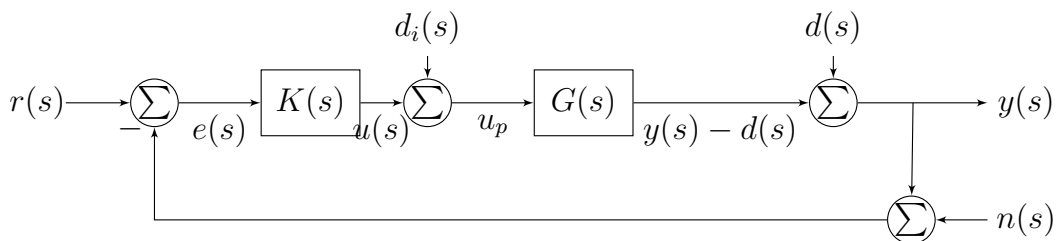


FIGURE 3.4 – System MIMO générale avec perturbations.

Considérons le système dans la Fig. 3.4. On rupture de la boucle à l'entrée du système, et ignorant d, n et d_i , la différence entre le variable retourné u et le variable injecté u_p est (voir [60]) :

$$u_p - u = (I + L_i) u_p \quad (3.61)$$

où $(I + L_i)$ est appelée matrice de différence de retour d'entrée "input return difference matrix" et

$$L_i = KG \quad (3.62)$$

est appelée la matrice de transfert de la boucle d'entrée "input loop transfer matrix". De manière similaire, rupture la boucle à la sortie du système, la matrice de transfert de la boucle de sortie "the output loop transfer matrix" L est obtenu comme :

$$L = GK \quad (3.63)$$

et $(I + L)$ est appelée la matrice de différence de retour de sortie "output return transfer matrix" Les relations suivantes peuvent être développés facilement :

$$y = T(r - n) + SGd_i + Sd \quad (3.64)$$

$$r - y = S(r - d) + Tn - SGd_i \quad (3.65)$$

$$u = KS(r - n) - KSd - T_i d_i \quad (3.66)$$

où

$$u_p = KS(r - n) - KSd - S_i d_i \quad (3.67)$$

$$S = (I + L)^{-1} \quad (3.68)$$

$$T = I - S = L(I + L)^{-1} = (I + L)^{-1}L \quad (3.69)$$

$$S_i = (I + L_i)^{-1} \quad (3.70)$$

$$T_i = I - S_I = L_i(I + L_i)^{-1} = (I + L_i)^{-1}L_i \quad (3.71)$$

Définition 6 S et S_i sont les fonctions de sensibilité d'entrée et de sortie, respectivement.

Définition 7 T et T_i sont les fonctions de sensibilité complémentaires d'entrées et de sortie, respectivement

3.4.2 Bien posé du système en boucle fermée

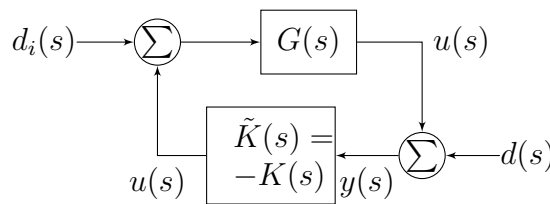


FIGURE 3.5 – Feedback d'un system MIMO avec deux entrées externes.

Le système en boucle fermée est dit bien posé si et seulement si toutes les matrices de transferts des boucles fermées sont bien définies et propres [56]. Le système en boucle fermée dans la Fig. 3.5 est bien posé si et seulement les matrices de transferts de $[d_i^T \quad d^T]^T$ à u_p existent et propres.

Le système en boucle fermée dans la Fig. 3.5 est bien posé si et seulement si la matrice

$$I - \hat{K}(\infty)G(\infty) \quad (3.72)$$

est inversible.

Pour une fonction de transfert strictement propre $G(s)$, $G(\infty) = 0$. Pour $G(s)$ strictement propre, le bien posé du système dans la Fig. 3.4 est assurée.

3.4.3 Stabilité interne d'un système

Le concept de la stabilité interne est définie le système montré dans la Fig. 3.5, qui est une représentation générique du système en boucle fermée, c'est-à-dire le système $G(s)$ avec le correcteur $K(s)$.

3.4.3.1 Description dans l'espace d'état

Premièrement, supposons que la réalisation pour $G(s)$ et $\hat{K}(s)$,

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad \hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A_{\hat{K}} & B_{\hat{K}} \\ C_{\hat{K}} & D_{\hat{K}} \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

est stabilisable et détectable. Deuxièmement, car les entrée externes n'influencent pas sur la stabilité du système linéaire, d et d_i sont mis à zéro. Pour le système $G(s)$, la réalisation d'état est

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.74)$$

$$y = Cx + Du \quad (3.75)$$

et pour le système $\hat{K}(s)$, la réalisation d'état est

$$\dot{\xi} = A_{\hat{K}}\xi + B_{\hat{K}}y \quad (3.76)$$

$$u = C_{\hat{K}}\xi + D_{\hat{K}}y \quad (3.77)$$

combinons Eq. (3.76) à Eq. (3.74)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = A_{cl} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

où

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_{\hat{K}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_{\hat{K}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -D_{\hat{K}} \\ D_{\hat{K}} & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & C_{\hat{K}} \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Le système est dit stable à l'intérieur "internally stable" à condition que le model d'espace d'état d'origine (3.79) est assyptotiquement stable, ce qui exigera que toutes les valeurs propres de A_{cl} soient dans le moitié gauche du plant complexe.

3.4.4 Théorème de petit gain (small gain theorem)

Soit $M(s)$ être une matrice de transfert $p \times q$, et soit $\gamma > 0$. Ensuite, le système interconnecté, Fig. 3.6, est bien-posé et stable en interne pour la matrice de transfert propre et stable $\Delta(s)$ lorsque l'un des deux conditions suivant est satisfait :

1.

$$\|\Delta\|_{\infty} \leq \frac{1}{\gamma} \text{ si et seulement si } \|M\|_{\infty} < \gamma \quad (3.80)$$

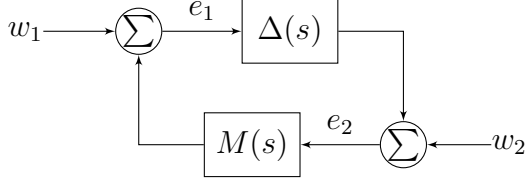
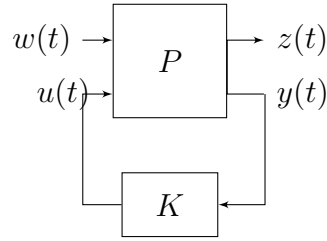


FIGURE 3.6 – Système interconnecté.

FIGURE 3.7 – Problème H_∞ sous forme standard.

2.

$$\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{\gamma} \text{ si et seulement si } \|M\|_\infty \leq \gamma \quad (3.81)$$

Pour chaque un des deux conditions Eq. (3.80) et Eq. (3.81)

$$\|M(s)\|_\infty \|\Delta(s)\|_\infty < 1 \quad (3.82)$$

à cause de (3.82)

$$\|M(s)\Delta(s)\|_\infty < 1 \quad (3.83)$$

Puisque les entrées externes n'influent pas sur la stabilité des systèmes linéaires, mettons $w_1 = w_2 = 0$. Dans ce cas, e_1 et e_2 sont les sorties de $M(s)$ et $\Delta(s)$, respectivement.

Considérons le cas de e_1 non nul, qui est équivalent à des conditions initiales non nulles. à cause de (3.82), la norme du signal de sortie de $M(s)$ sera être inférieur à celle du signal entrant à , ou la norme de la sortie précédente de $M(s)$. Ce processus se poursuivra de manière cyclique, et la norme du signale sera asymptotiquement tend vers zéro. Sanas perte de généralités, soit $\gamma = 1$, et la relation (3.82) devient :

$$\|\Delta\|_\infty \leq 1 \text{ si et seulement si } \|M(s)\|_\infty < 1 \quad (3.84)$$

démonstration voir [57]

3.5 Problème H_∞ standard

Soit le système P décrit par le schéma bloc représenté par la Fig. 3.7 où :

- $z(t)$ est le vecteur des sorties commandés de dimension p_1 ;
- $w(t)$ est le vecteur des entrées de critère de dimension m_1 ;
- $y(t)$ est le vecteurs des sorties mesurées de dimension p_2 ;
- $u(t)$ est le vecteur des entrées de commande de dimension m_2 .

La représentation d'état du système P est :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{aligned} \quad (3.85)$$

L'entier n est l'ordre de la représentation d'état. La fonction de transfert $P(s)$ décrit les interconnexions entre w , u , z et y est :

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

On appelle P le système augmenté "généralisé" et on le supposera propre. Lorsque ce système est rebouclé sur la commande $u = K(s)y$, le transfert en boucle fermée w à z est donné par la Transformation Linéaire Fractionnelle LFT

$$F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (3.87)$$

3.5.1 Le problème H_∞ standard

1. étant donné $\gamma > 0$, existe-il un correcteur K telle que
 - (a) le système bouclé $F_l(P, K)$ soit asymptotiquement stable.
 - (b) $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$
2. si oui, construire un correcteur K assurant pour le système en boucle fermée les deux propriétés précédentes.

Le problème décrit ci-dessus peut se formuler mathématiquement comme suit :

3.5.1.1 Problème H_∞ optimal

Minimiser $\|F_l(P, K)\|_\infty$ sur l'ensemble des correcteurs $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne.

3.5.1.2 Problème H_∞ Sous - Optimal

Etant donné $\gamma > 0$, trouver un correcteur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$.

3.5.2 Formulation H_∞ du loop shaping

La plupart des spécifications fréquentielles peuvent s'exprimer par des contraintes sur le profil de la plus petite est plus grande valeur singulière du transfert en boucle ouverte $G(s)K(s)$. De façon équivalente puisque :

$$\sigma_{\min}(G(j\omega)K(j\omega)) \gg 1 \Leftrightarrow \sigma_{\max}(S(j\omega)) \ll 1 \quad (3.88)$$

$$\sigma_{\max}(G(j\omega)K(j\omega)) \ll 1 \Leftrightarrow \sigma_{\max}(T(j\omega)) \ll 1 \quad (3.89)$$

On peut raisonner en termes de contraintes sur l'allure des fonctions $\sigma_{\max}(S(j\omega))$ et $\sigma_{\max}(T(j\omega))$.

Ces contraintes sont de la forme :

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}(S(j\omega)) &\leq l_S(\omega) \\ \sigma_{\max}(T(j\omega)) &\leq l_T(\omega) \end{aligned} \quad (3.90)$$

où l_S et l_T sont des fonctions scalaires spécifiant l'allure désirée. Si l'on définit $W_1 = l_S^{-1}$ et $W_3 = l_T^{-1}$, (3.90) s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} \|W_1 S\|_\infty &< 1 \\ \|W_3 T\|_\infty &< 1 \end{aligned} \quad (3.91)$$

Les fonctions W_1 et W_3 sont appelées fonctions de pondérations. Déterminer directement un correcteur $K(s)$ qui assure Eq. (3.91) est un problème ouvert. Cependant, on peut substituer Eq. (3.91) par une condition proche qui conduit à un

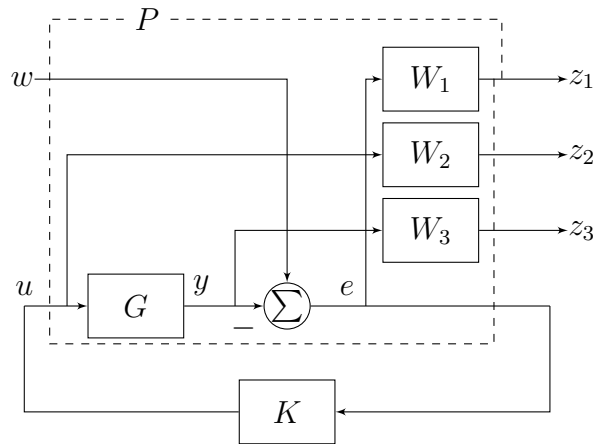


FIGURE 3.8 – Problème de sensibilité mixte.

problème H_∞ sous – optimal. En effet Eq. (3.7) est impliquée par :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{pmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3.92)$$

Pour obtenir les profils désirés pour $\sigma_{\max}(S(j\omega))$ et $\sigma_{\max}(T(j\omega))$, il est donc raisonnable de chercher à réaliser Eq. (3.8) en résolvant le problème de sensibilité mixte :

3.5.2.1 Problème de Sensibilité Mixte

Trouver un correcteur $K(s)$ qui assure la stabilité interne de la boucle et satisfasse Eq. (3.92).

3.5.2.2 Problème de Sensibilité Mixte Généralisé

Trouver un correcteur $K(s)$ qui assure la stabilité interne de la boucle et satisfasse :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{pmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3.93)$$

Pour conclure cette section, notons que les problèmes introduits ci-dessus sont des cas particuliers du problème H_∞ sous – optimale. En effet, les critères utilisés sont du type $\|F_l(P, K)\|_\infty < 1$, où $P(s)$ est construit à partir du système G et des fonctions de pondération comme suit :

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 R \\ W_3 T \end{bmatrix} \rightarrow P = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G \\ I & -G \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

Le terme "système augmenté" est utilisé pour $P(s)$.

Par cette approche, le problème admet une solution si les quatre hypothèses suivantes sont vérifiées. Seules les 3 dernières hypothèses sont liées à l'approche choisie qui est basée sur la résolution des équations de Riccati.

- A1. la paire (A, B_2) est stabilisable et la paire (C_2, A) est détectable : cela garantit l'existence d'un correcteur $K(s)$ qui stabilise le système en boucle fermée ;

- A2. $\text{rang}(D_{12}) = 1 = m_2$ et $\text{rang}(D_{21}) = 1 = p_2$: ce sont des conditions suffisantes pour assurer que le correcteur $K(s)$ est propre.
- A3. $\forall \omega, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$ garantit que le transfert P_{12} n'as pas de zéros sur l'axe imaginaire. $\forall \omega, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$ garantit que le transfert P_{21} n'as pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Ces trois hypothèses doivent être impérativement vérifiées. Pour obtenir des expressions plus simples, on introduit les conditions supplémentaires "hypothèses de régularité" suivantes dite de normalisation :

- A4. normalisation : $D_{12}^T (D_{12}, C_1) = (I, 0)$ et $D_{21} (D_{21}^T, B_1^T) = (I, 0)$.
- A5. $D_{22} = 0$ et $D_{11} = 0$.

Théorème 8 *Sous les hypothèses (A1)- (A5) ci-dessus, il existe un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty$ pour le problème normalisé.*

Théorème 9 *Sous les hypothèses (A.1)- (A.5) ci-dessus, il existe un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ si, et seulement si :*

1. la matrice Hamiltonienne $\begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire et l'équation de Riccati :

$$A^T X + X A + X (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X + C_1^T C_1 = 0 \quad (3.95)$$

a une solution stabilisante $X_\infty \geq 0$.

2. La matrice Hamiltonienne $\begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire et l'équation de riccati :

$$A Y + Y A^T + Y (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y + B_1 B_1^T = 0 \quad (3.96)$$

a une solution stabilisante $Y_\infty \geq 0$.

3. Ces deux solutions vérifient de plus $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$. $\rho(\cdot)$ correspond au module de la plus grande valeur propre (rayon spectral).

Le Théorème 8 suggère un algorithme de dichotomie [61] pour calculer le gain H_∞ optimal γ_{opt} . Cet algorithme est connu sous le nom de γ - itération, c'est-à-dire qu'on suit le processus suivant :

- a. on initialise le processus de dichotomie avec un intervalle $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ et on chois un niveaux de tolérance ε sur le calcul de la valeur γ_{opt} contenant dans $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ telles que, pour $\gamma = \gamma_{\max}$, le problème H_∞ admet une solution et que, pour $\gamma = \gamma_{\min}$, le problème H_∞ n'admette pas une solution;
- b. on teste si pour $\gamma = \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2}$, le problème H_∞ admet une solution. Si oui alors $\gamma_{\max} = \gamma$; sinon $\gamma_{\min} = \gamma$;
- c. si $(\gamma_{\max} - \gamma_{\min}) > \varepsilon$ alors retourne en (b) sinon continuer;
- d. ce schéma itératif s'arrête lorsque la longueur de l'intervalle tombe en-dessous de la précision désirée pour γ_{opt} .

Théorème 10 Supposons (A.1)- (A.5) et soit $\gamma > \gamma_{opt}$. Alors le compensateur :

$$K_C(s) = C_C(sI - A_C)^{-1}B_C \quad (3.97)$$

avec

$$A_C = A + (\gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T)X_\infty - (I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}Y_\infty C_2^T C_2 \quad (3.98)$$

$$B_C = A(I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}Y_\infty C_2^T \quad (3.99)$$

$$C_C = -B_2^T X_\infty \quad (3.100)$$

stabilise le système de manière interne et satisfait $\|F_l(P, K_C)\|_\infty < \gamma$.

Cette solution particulière du problème H_∞ sous-optimal est appelée compensateur central. On notera que le compensateur central est strictement propre et d'ordre égal à celui du système $P(s)$.

3.6 Fonctions de pondération

Les critères qui déterminent le choix des fonctions de pondération sont décrit brièvement dans ce qui suit : $W_1(s)$ s'écrit sous la forme :

$$W_1 = \frac{s/M_s + \omega_s}{s + \omega_s \varepsilon_s} \quad (3.101)$$

Pour respecter les hypothèses restrictives de résolution du problème H_∞ , nous fixons ε à une valeur faible mais non nulle. Ce choix donne naissance à une action presque intégrale au sens du correcteur assurant ainsi un gain élevé en basses fréquences, ce qui implique une minimisation de S dans cette bande, donc une bonne précision en régime permanent. La pulsation ω_s sera choisie de telle sorte à limiter la bande passante pour le système corrigé en boucle ouverte. La valeur de M_s limite le maximum de $\bar{\sigma}(S(j\omega))$ en hautes fréquences.

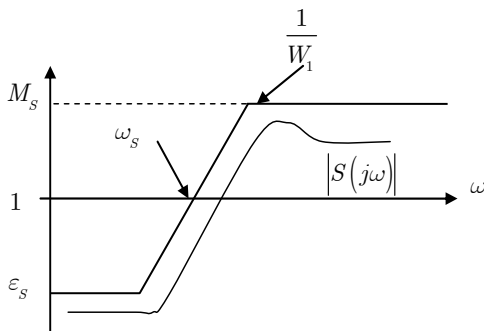


FIGURE 3.9 – Allure de la fonction de sensibilité désirée.

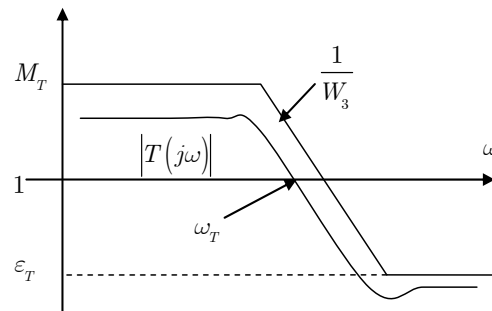


FIGURE 3.10 – Fonction de sensibilité supplémentaire désirée.

Dans le cas des convertisseurs DC – DC, W_2 est utilisé pour minimiser le mauvais effet de la commutation de la PWM sur le signal de commande, alors, dans ce travail, W_2 est toujours choisie comme un petit constant positif. W_3 s'écrit sous la forme :

$$W_3 = \frac{s + \omega_T/M_T}{\varepsilon_T s + \omega_T} \quad (3.102)$$

Le choix de ε_T faible nous assure l'atténuation de T aux hautes fréquences et par suite le rejet des erreurs de mesure et la limitation de l'énergie de commande. La pulsation ω_T limite la plage d'amplification des bruits de mesure. Cette pulsation doit être choisie suffisamment éloignée de la pulsation propre désirée pour l'asservissement en boucle fermée. La valeur M_T limite le maximum de $T(j\omega)$

3.6.1 Limitations de la bande passante

Puisque la majorité des fonctions de transferts des convertisseurs DC – DC ont des RHP zéros (Right Half Plan), c'est-à-dire sont des systèmes à déphasage non minimal, la pente de $|L|$ près de la fréquence de coupure n'est pas supérieure à l'unité, cela signifie que la phase due de partie minimum de phase de $|L|$ ne sera pas être supérieur à -90° , la fréquence de coupure (ou la bande passante en boucle fermée) doit satisfaire [56] :

$$\omega_c < \begin{cases} |z|/4, & \text{Re}(z) \gg \text{Im}(z) \\ |z|/3, & \text{Re}(z) \approx \text{Im}(z) \\ |z|, & \text{Re}(z) \ll \text{Im}(z) \end{cases} \quad (3.103)$$

pour garantir la stabilité et les performances de la fonction de transfert en boucle fermée.

3.7 Modélisations des incertitudes

Pour illustrer l'influence des incertitudes sur la boucle fermée, deux types d'incertitudes sont prises en compte :

3.7.1 Incertitudes structurées "paramétriques"

Qui est lié aux variations ou erreur d'estimation sur certains paramètres physiques du convertisseur (résistances, inductance, capacité,..), ou des incertitudes de nature dynamique, mais entrant dans la boucle en différents points. L'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir des équations de la physique. La manière dont les paramètres influent sur le comportement du système détermine la "structure" de l'incertitude. Différents outils pour appréhender ce type d'incertitudes sont développés au Chapitre 1.

3.7.2 Incertitudes non structurées

Rassemblant les dynamiques négligées, les bruits des capteurs. La représentation de ces incertitudes reflète notre connaissance des phénomènes physiques qui les causent et notre capacité à les représenter sous forme simple et facile à manipuler. Il y a plusieurs méthodes de représentation des incertitudes non structurées, dans ce travail, nous utilisons la méthode des incertitudes multiplicatives en entrée sous forme directe car elle est plus adaptée aux convertisseurs DC – DC. Cette méthode permet de définir les écarts en termes de variation par rapport au modèle nominal comme représenté la Fig. 3.11. La case en pointillé représente le véritable convertisseur G_u . À l'intérieur de la case le modèle nominal des dynamiques de convertisseur G . Et deux éléments W_{del} et Δ_G qui paramètrent l'incertitude multiplicative à l'entrée du convertisseur. La fonction de transfert Δ_G est supposée stable

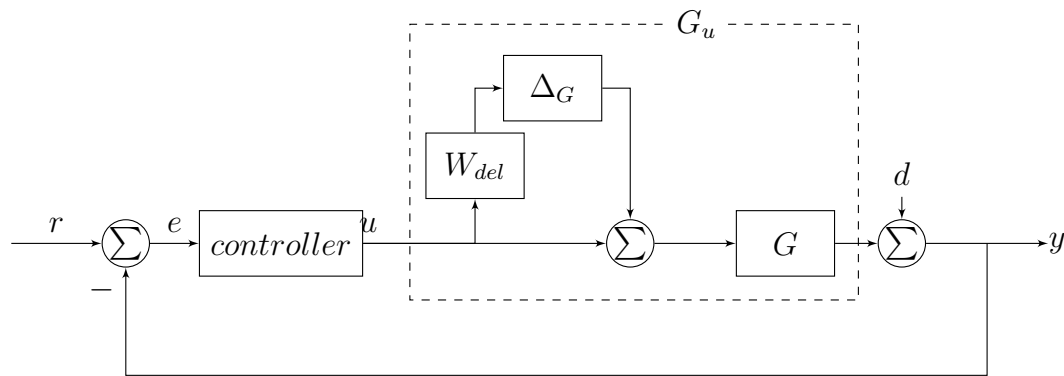


FIGURE 3.11 – Incertitudes multiplicatives en entré.

et inconnue, sauf pour la condition : $\|\Delta_G\|_\infty < 1$. La fonction de transfert W_{del} est supposé connue et reflète la quantité d'incertitude dans le modèle.

3.8 Convertisseur Buck

◦ Etape 1 : construction du système augmenté "généralisé"

* Choix des fonctions de pondération :

En utilisant la formule (3.101), et le critère décrit par la section 3.6, nous choisissons : $\varepsilon_S = 0.001$, $\omega_S = 130$ rad/sec, $M_S = 2$, et W_1 est obtenu comme :

$$W_1 = \frac{0.5(s + 260)}{s + 0.13} \quad (3.104)$$

Pour le convertisseur Buck, nous choisissons W_2 comme :

$$W_2 = 0.01 \quad (3.105)$$

Pour la fonction W_3 , la valeur 10^{-5} est choisie pour $\varepsilon_T, \omega_T = 300$ rad/sec, et $M_T = 2$, ce là amène à :

$$W_3 = \frac{10^5(s + 150)}{s + 3 \cdot 10^7} \quad (3.106)$$

En utilisant la fonction de transfert (2.3) du convertisseur Buck, et les fonctions de pondérations (3.104), (3.105) et (3.106), le système augmenté prend la forme :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.13 & 0 & 0 & -5765 & 8.06 & 0 \\ 0 & -3 \cdot 10^7 & 0 & 1.003 \cdot 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -833.3 & -1.526 \cdot 10^4 & 0 & 512 \\ 0 & 0 & 1.638 \cdot 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 16.12 & 0 & 0 & -357.6 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \\ 0 & -2.14 \cdot 10^6 & 0 & 7.153 \cdot 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -715.3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

★ La réalisation minimale

$$\begin{aligned}
 P &= \left[\begin{array}{c|c|c} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \\
 &= \left[\begin{array}{cc|cc} -1.1398 & 8535.2 & -1.9536 & 165.45 \\ -8592.6 & -832.02 & 0.063453 & -4469.3 \\ \hline -69.905 & 2.5014 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \\ 142.74 & 4469.3 & 0 & 0 \\ \hline -45.991 & 0.5599 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3.108)
 \end{aligned}$$

○ Etape 2 : vérification des hypothèses (A1) – (A5)

La paire (A, B_2) est de rang 3 "plein" donc commandable "stabilisable". La paire (A, C_2) est de rang 3 "plein" donc observable "détectable".

$\text{rang}(D_{12}) = 1 = m_2$ et $\text{rang}(D_{21}) = 1 = p_2$

$$\begin{aligned}
 \forall \omega, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} \\
 = \text{rang} \begin{bmatrix} -j\omega - 1.1398 & 8538.2 & 165.45 \\ -8592.6 & -j\omega - 832.02 & 4469.3 \\ -34.95 & 2.5041 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \\ 142.74 & 4469.3 & 0 \end{bmatrix} \\
 = 3 = n + m_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \forall \omega, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \\
 = \text{rang} \begin{bmatrix} -j\omega - 1.1398 & 8535.2 & -1.9536 \\ -8592.6 & -j\omega - 832.02 & 6.3453 \cdot 10^{-2} \\ -45.991 & 0.5599 & 1 \end{bmatrix} \\
 = 3 = n + p_2
 \end{aligned}$$

○ Etape 3 : vérification d'existence d'un contrôleur K et calcul de γ

L'algorithme de Glover-Doyle pour la minimisation de la norme H_∞ donne :

```

gamma hamx_eig xinf_eig hamy_eig yinf_eig nrho_xy p/f
1.358 1.7e+02 9.7e-01 1.3e-01 -2.4e-27 0.0000 p
0.929 1.6e+02 9.7e-01 1.3e-01 -6.1e-18 0.0000 p
0.714 1.4e+02 -8.3e+03# 1.3e-01 0.0e+00 0.0000 f
0.822 1.6e+02 -9.3e+04# 1.3e-01 0.0e+00 0.0000 f
0.875 1.6e+02 9.7e-01 1.3e-01 -6.1e-22 0.0000 p
0.848 1.6e+02 9.7e-01 1.3e-01 0.0e+00 0.0000 p
0.835 1.6e+02 -6.0e+07# 1.3e-01 0.0e+00 0.0000 f
0.842 1.6e+02 9.7e-01 1.3e-01 0.0e+00 0.0000 p

```

Le programme va sortir à chaque itération la valeur actuelle de gamma testée, et les informations des valeurs singulières des matrices hamiltoniennes, et les solutions des équations de Riccati (3.95) et (3.96) : X_∞ et Y_∞ respectivement. À la fin de chaque itération, 'p' désigne que le teste de gamma est passé, si non, 'f' est affiché. Dans le cas du convertisseur Buk, la valeur gamma atteinte est : $\gamma = 0.8418$. La substitution de la valeur gamma atteinte et les solutions des équations de Riccati (3.95) et (3.96) dans (3.98), (3.99) et (3.100) donne K sous la forme espace d'état :

$$K = \begin{bmatrix} A_C & B_C \\ C_C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.826 \cdot 10^{10} & 6.018 \cdot 10^8 & -0.1985 \\ -4.932 \cdot 10^{11} & 1.626e+10 & 0.006446 \\ -1.086 \cdot 10^9 & 3.581 \cdot 10^7 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

en utilisant Eq. (3.97), la fonction de transfert de K est obtenu comme :

$$K(s) = \frac{2.158 \cdot 10^8 s + 1.807 \cdot 10^{11}}{s^2 + 2.002 \cdot 10^9 s + 4.229 \cdot 10^{15}} \quad (3.110)$$

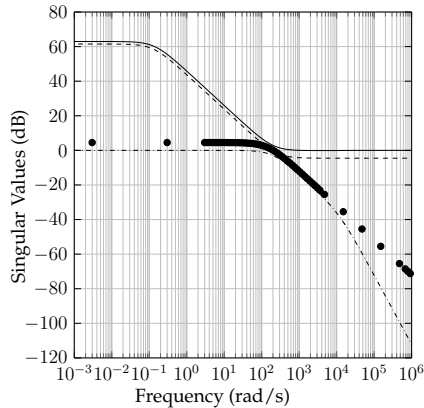


FIGURE 3.12 - Résultats de la synthèse :
 $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -,
 $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$ ···.

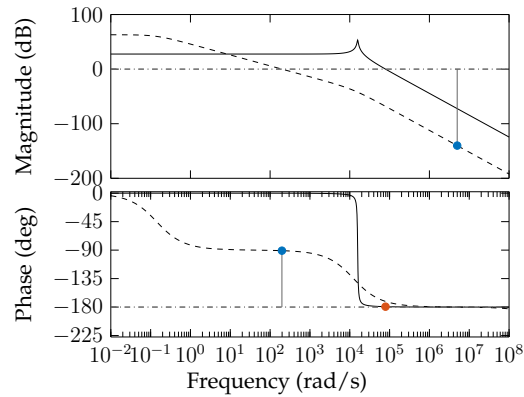


FIGURE 3.13 - Réponses fréquentielles en
 B.O. : G —, GK - -.

La Fig. 3.12 nous montre les valeurs singulières de S et T et les limites de robustesse et de performance W_1 et W_3^{-1} , respectivement. On voit que la valeur singulière minimale de S^{-1} est inférieure à l'amplitude de W_1 et la valeur singulière maximale de T est inférieure à l'amplitude de W_3^{-1} . Cela signifie que les exigences de performance et robustesse spécifiées par les fonctions de pondération W_1 et W_3 , sont satisfaites, alors la condition Eq. (3.92) est assurée.

On lit sur la réponse fréquentielle de la Fig. 3.13, une fréquence de coupure de 300 rad/sec , et une marge de phase 98° environ, et une marge de gain de 140 dB , ce la signifie que les performances imposées au convertisseur sont acquises.

Pour que le modèle du convertisseur nominale se rapproche de la dynamique du convertisseur réel; nous pouvons modéliser les variations entre le modèle de convertisseur et le circuit réel en tant que échantillon de modèles de convertisseurs. L'échantillon résultant des modèles comprend un modèle nominal avec des incertitudes dans les paramètres du convertisseur, et incertitude de fréquence dépendante. Pour créer un modèle incertain qui présente cette famille de modèles :

Robustesse vis-à-vis des incertitudes

Incertaines paramétriques

Considérons que chaque'un des paramètres du convertisseur R , L et C peut s'écarter en pourcentage de 5% de sa valeur nominale, la tension d'alimentation E peut s'écarter en 1%. Ces incertitudes sont introduites au modèle à l'aide de la commande MATLAB : "ureal"

Incertitudes dynamiques

Supposons que le comportement du convertisseur modélisé par la fonction de transfert G s'écarte considérablement de son comportement nominal à basse fréquence, par environ de 3% d'erreur relative potentielle, la variation en pourcentage commence à augmenter. L'incertitude retransverse 100% à 200% rad/s et atteinte 1000% à haute fréquence où G se déroule. Pour modéliser l'incertitude du domaine fréquentiel comme décrit ci-dessus en utilisant la fonction de pondération :

$$W_{del} = \frac{2s + 20.79}{s + 693.1} \quad (3.111)$$

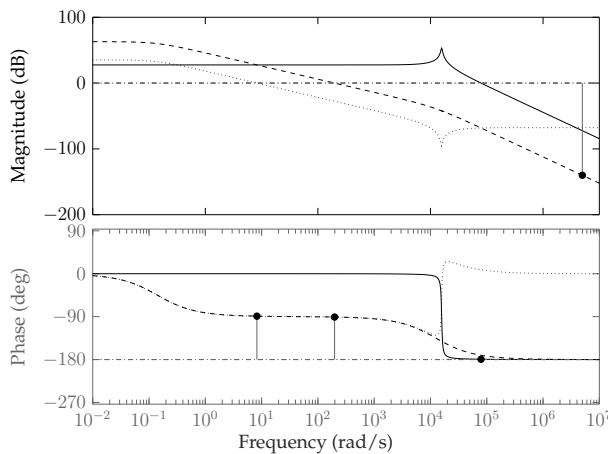


FIGURE 3.14 - Réponse : G —, KG - -, K ···.

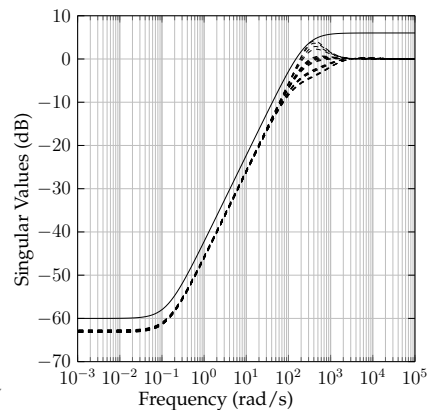


FIGURE 3.15 - Fonction de sensibilité : S - -, $1/W_1$ —.

La Fig. 3.14 nous montre le diagramme de bode du convertisseur Buck en boucle ouverte KG . En effet d'affectation des marges de stabilités suffisantes en BO, le correcteur présente une bonne correction du comportement du convertisseur.

La comparaison entre la fonction de sensibilité et l'inverse de la fonction de pondération W_1 (Fig. 3.15) montre que tous les systèmes engendrés par la variation des valeurs des paramètres incertains sont inférieurs à la limite définie par $1/W_1$, ce qui signifie la garantie de la stabilité robuste du convertisseur. En plus, la fonction de sensibilité montre un gain très faible (-50 dB à 1 rad/sec) ce qui implique une erreur statique très faible et une bonne rejection des perturbations.

La fonction de sensibilité complémentaire illustrée dans la Fig. 3.16 montre un gain très faible en hautes fréquences -50 dB à 10^4 rad/sec et -150 dB à 10^6 rad/sec ce qui nous assure une très bonne atténuation des bruits. D'autre part, l'allure de la fonction de sensibilité complémentaire montre que pour certains valeurs des paramètres incertains, l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire dépasse légèrement la limite déterminé par W_3^{-1} autour de fréquence de résonance, qui conduit à la violation des conditions de la robustesse en performance.

Les performances d'un système peuvent être évaluées approximativement par le maximum de la réponse fréquentielle de la plus grande valeur singulière (norme H_∞) de la fonction de sensibilité ou la fonction de sensibilité auxiliaire. Pour les systèmes incertains, il est important de déterminer la plus grande valeur de ce maximum pour l'incertitude autorisée. Cette valeur, représente la plus grande valeur possible du gain dans le domaine fréquentiel, est défini par (W.C.G.) "Worst Case Gain".

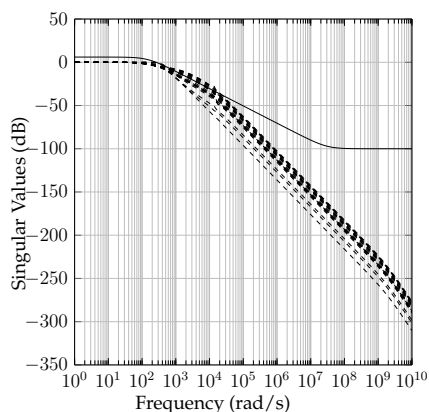


FIGURE 3.16 – Sensibilité supplémentaire : T - , $1/W_3$ - -.

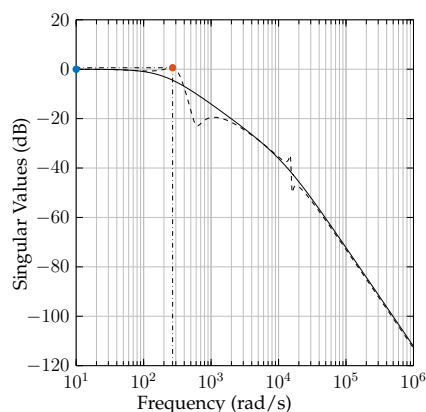


FIGURE 3.17 – Analyse W.C.G : $\sigma(T)$ - , $\sigma(T_{wcg})$ - -.

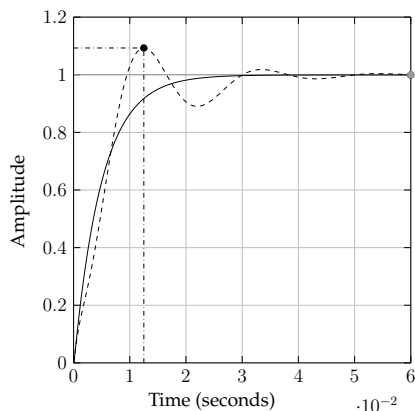


FIGURE 3.18 – Réponse indicielle en B.F : nominale—, wcg - -.

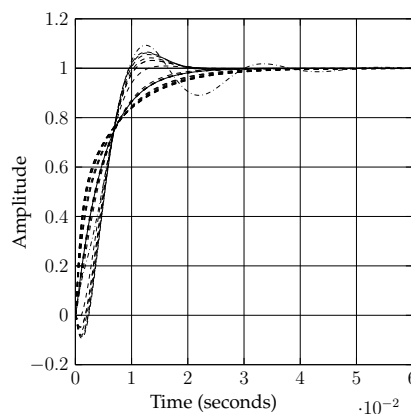


FIGURE 3.19 – Réponse indicielle en B.F : nominale—, wcg - ., incertitudes aléatoires - -.

Dans le cas du convertisseur Buck, la Fig. 3.17 montre que le plus grand gain d'incertitude autorisé "W.C.G" est 1.07 (0.6dB) à la fréquence critique 260rad/sec, avec une structure des valeurs des paramètres incertains : $C = 1.05 \cdot 10^{-4}F$, $E = 24.24V$, $L = 4.2 \cdot 10^{-5}H$, $R = 11.4\Omega$. La substitution des paramètres incertains par ces valeurs "wcg" donne la fonction de transfert (3.113) :

$$G_{wcg} = \frac{-368.5s^2 + 1.545 \cdot 10^4s}{s^3 + 410.4s^2 + 8.335 \cdot 10^4s + 2.847 \cdot 10^6} \tag{3.112}$$

La Fig. 3.18 présente la réponse indicielle du convertisseur Buck en B.F. avec la F.T. (3.113), et avec la F.T. nominale (2.3) en continu. La Fig. 3.19 présente la réponse indicielle d'une échantillon de 20 modèle du convertisseur Buck générés par des valeurs aléatoires des paramètres incertains.

Simulations

La Fig. 3.20 montre l'allure de la réponse temporelle du convertisseur Buck pour les paramètres nominaux, cette figure nous permet de tirer un temps de réponse inférieur à $1ms$. Un dépassement de $3V$ pour la tension, et $0.3A$ pour le courant avec une erreur statique nulle.

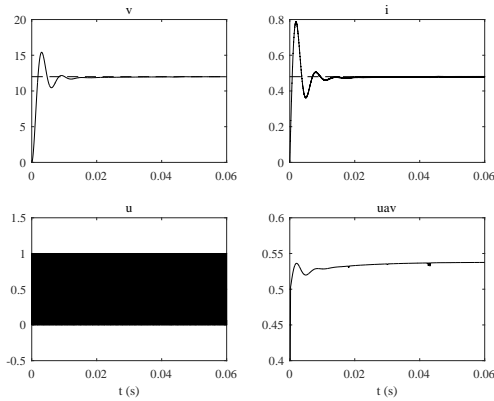


FIGURE 3.20 – Comportement nominale du convertisseur Buck corrigé.

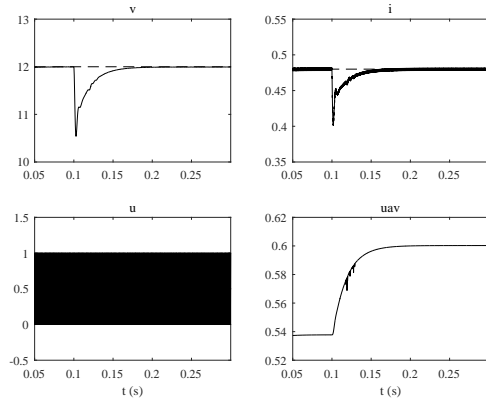


FIGURE 3.21 – Réponse temporelle sous une chute de tension d'alimentation de $1.5V$.

La Fig. 3.21 montre la réponse du convertisseur corrigé avec les paramètres nominaux, sous une shunte de tension d'alimentation $1.5V$ appliqué à $0.1s$. Les principaux résultats tirés de cette figure c'est que le convertisseur prend $5ms$ pour remonter à la consigne après une shunte de tension de $3V$, et une décroissance du courant par $6mA$ environ.

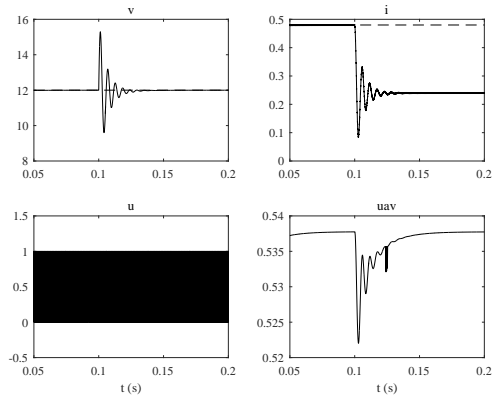


FIGURE 3.22 – Réponse du convertisseur Buck sous une perturbation de la charge.

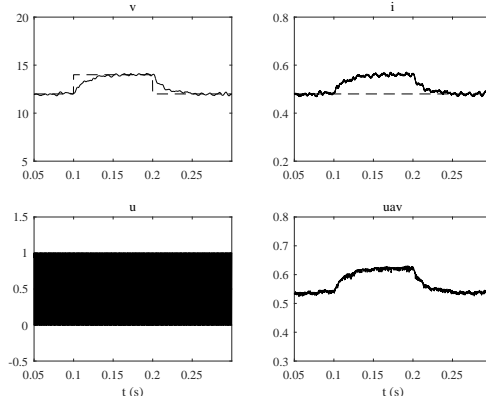


FIGURE 3.23 – Réponse du convertisseur Buck avec bruit de mesure et variation de référence.

La Fig. 3.22 montre la réponse du convertisseur à une augmentation de la résistance à 100% dès $0.1s$, cela provoque un régime transitoire oscillatoire pendant $3ms$, avec un pic de tension de $5.5V$. Le courant prend $3ms$ pour se stabiliser de $0.49A$ à $0.25A$

La tension d'alimentation est perturbée par une composante sinusoïdale de fréquence $100Hz$, et d'amplitude $0.2V$ crête à crête, de plus, le bruit blanc du capteur

avec une puissance 10^{-5} et fréquence de 10KHz supposé être à la tension de sortie. La Fig. 3.23 montre que le correcteur présente un bon rejet de perturbation dans cette bande de fréquences. Si la tension de référence est variée de 10 à 12V pendant l'intervalle temporel de 0.1 à 0.2sec, la tension de sortie prend 3ms pour atteindre la consigne, même que le courant comme le montre la Fig. 3.23.

3.9 Convertisseur Boost

Choix des fonctions de pondérations

En utilisant la formule (3.101), nous choisissons : $M_S = 2$, $\varepsilon_S = 10^{-4}$, $\omega_s = 15\text{rad/sec}$

$$W_1 = \frac{0.5(30s + 30)}{s + 0.0015} \quad (3.113)$$

La fonction W_2 est choisit comme suit :

$$W_2 = 10^{-4} \quad (3.114)$$

Concernant W_3 , la valeur $\varepsilon_T = 10^{-4}$ est choisie pour $\varepsilon_T, \omega_T = 30\text{rad/sec}$, et $M_T = 2$, et nous aboutissons :

$$W_3 = \frac{10^4(s + 15)}{s + 3 \cdot 10^5} \quad (3.115)$$

Système augmenté

$$P = \left[\begin{array}{cccc|cc} -0.0015 & 0 & 798.9 & -118.2 & 2.739 & 0 \\ 0 & -3 \cdot 10^5 & -2.045 \cdot 10^7 & 3.025 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3676 & -543.8 & 0 & 512 \\ 0 & 0 & 512 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 5.477 & 0 & 145.9 & -21.58 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & -4.279 \cdot 10^4 & -2.917 \cdot 10^6 & 4.315 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 291.7 & -43.15 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad (3.116)$$

Réalisation minimale

$$P = \left[\begin{array}{cc|cc} -0.0015 & 0.0022 & -0.6075 & 24.6828 \\ -0.0099 & -1.3037 & 0.0001 & 81.5480 \\ \hline -24.6903 & 17.0470 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \\ \hline 0.0025 & 72.4732 & 0 & 0 \\ \hline -0.0049 & 33.2733 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad (3.117)$$

Calcul de γ et K

On vérifie aisément que ces paramètres satisfont (A1)-(A5). L'algorithme de γ - itération donne alors :

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
1.800	1.8e+01	2.7e-02	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.150	1.7e+01	3.2e-02	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.825	1.5e+01	-2.4e+01#	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	f
0.987	1.7e+01	-1.1e+03#	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	f
1.069	1.7e+01	-5.9e+03#	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	f
1.109	1.7e+01	3.3e-02	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.089	1.7e+01	-1.4e+04#	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	f
1.099	1.7e+01	-4.0e+04#	1.5e-03	-5.9e-13	0.0000	f
1.104	1.7e+01	-2.4e+05#	1.5e-03	0.0e+00	0.0000	f

Pour $\gamma = 1.1093$, le calcul des paramètres du compensateur central donne :

$$K = \frac{0.6803s + 47.95}{s^2 + 127.9s + 0.1918} \quad (3.118)$$

La Fig. 3.24 montre que le critère (3.93) est satisfait. Le tracé de bode dans la Fig. 3.25 montre une marge de gain de 13dB et celle de phase de 71° à une fréquence de coupure de 15rad/sec. Pour illustrer l'influence des incertitudes sur la boucle fermée, créons les paramètres incertains R , L et C qui peuvent se varier jusqu'à $\pm 5\%$ de leurs valeurs nominales.

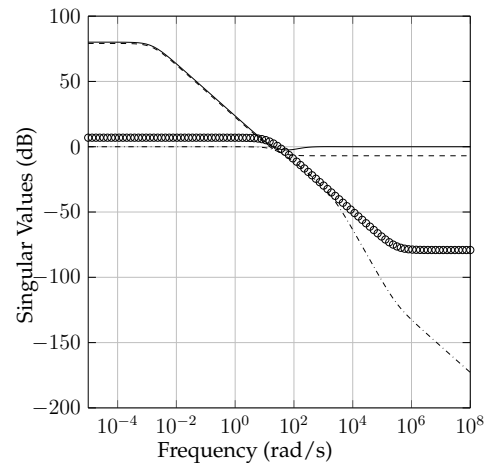


FIGURE 3.24 – Résultat de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$

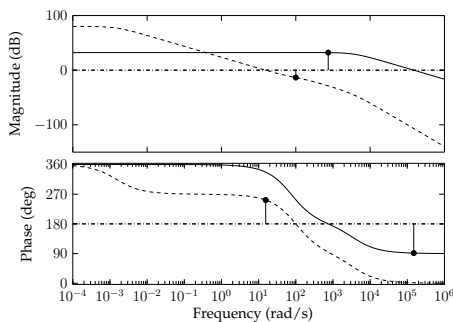


FIGURE 3.25 – Réponse fréquentielle en B.O : G —, KG - - .

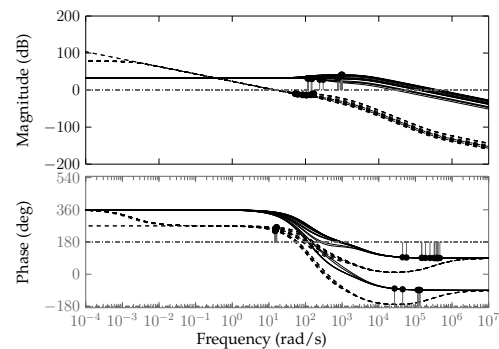


FIGURE 3.26 – Réponse fréquentielle : G_u —, KG_u - - .

D'ailleurs, pour objectif de se rapprocher au dynamique réelle de Boost, créons la fonction de pondération d'incertitude fréquentielle Eq. (3.119) qui reflète à la dynamique nominale modélisée par G une erreur relative environ de 3% à basses fréquences inférieur à 400rad/sec , la variation en pourcentage commence à augmenter. L'incertitude retrace 100% à 400rad/s et atteint 200% à haute fréquence où G se déroule.

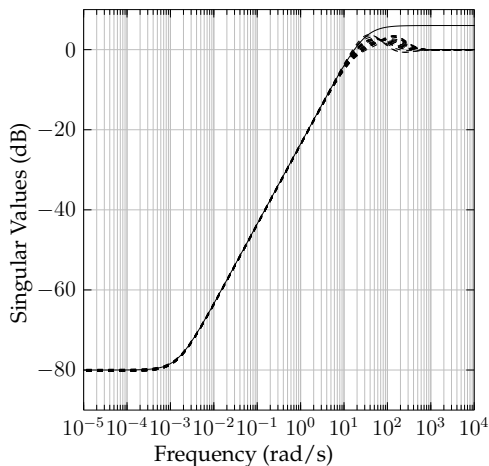


FIGURE 3.27 – Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

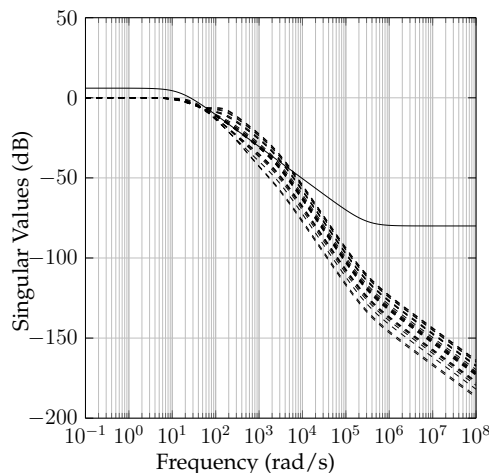


FIGURE 3.28 – Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

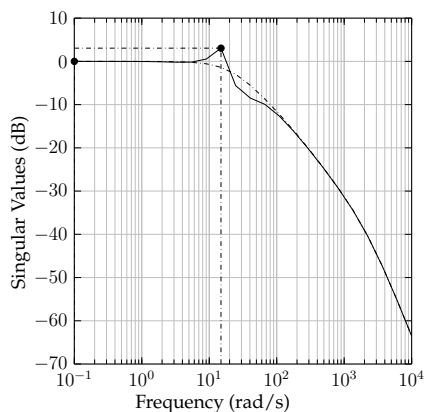


FIGURE 3.29 – Analyse W.C.A. : T —, T_u - - -.

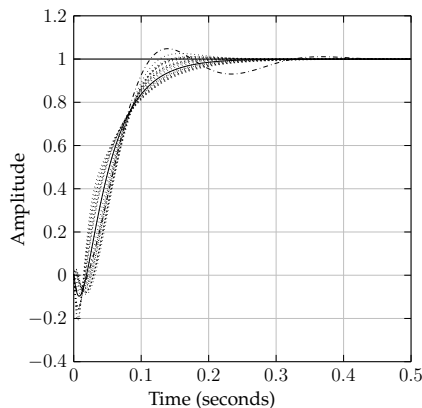


FIGURE 3.30 – Réponse indicielle en BF : nominale —, wcg - -, incertitudes aléatoires - - -.

$$W_{del} = \frac{2s + 5.198}{s + 173.3} \tag{3.119}$$

Le tracé de bode dans la Fig. 3.26 nous illustre une vingtaine des fonctions de transferts pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains, nous voisis que toutes ces fonctions de transferts sont bien corrigées.

Pour l'évaluation de la robustesse en stabilité, la comparaison entre la fonction de sensibilité et l'inverse de la fonction de pondération W_1^{-1} est montré sur la Fig. 3.27.

La fonction de sensibilité a un gain très faible ($-40\text{db}1\text{rad}/\text{sec}$) qui implique une bonne réjection de perturbations.

La Fig. 3.28 montre que pour certains valeurs des paramètres incertains, l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire dépasse sensiblement la limite déterminé par W_3^{-1} autour de la fréquence de résonance, qui conduit à la violation des conditions de la robustesse en performances. Les gains très faibles en hautes fréquences de la famille des fonctions de sensibilité complémentaire affichées dans la Fig. 3.28 impliquent une bonne atténuation de bruit.

La Fig. 3.29 montre que le plus grand gain d'incertitude "WCG" autorisé dans les conditions (incertitudes paramétriques et dynamiques) définies précédemment est 1.02 (0.2dB) à la fréquence critique $23\text{rad}/\text{sec}$, avec une structure des valeurs des paramètres incertains : $C = 7.14\mu\text{F}$, $E = 12.0012\text{V}$, $L = 0.1683\text{H}$, $R = 38\Omega$. La fonction de transfert du convertisseur incertain en wcg est donnée par Eq. (3.120). Les réponses indicielles en BF sont montrées dans la Fig. 3.30. Il est vu de la figure que le Boost en cas de WCG a un régime transitoire oscillant avec un temps de réponse assez – important en comparant par le Boost nominale.

$$G_{wcg} = \frac{-34.55s^2 + 338.8s}{s^3 + 44.36s^2 + 935.7s + 5853} \quad (3.120)$$

Simulations

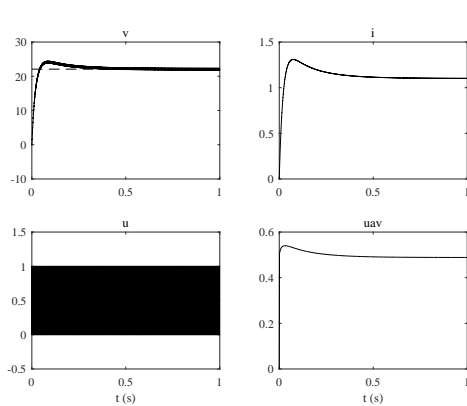


FIGURE 3.31 – Comportement de Boost nominal.

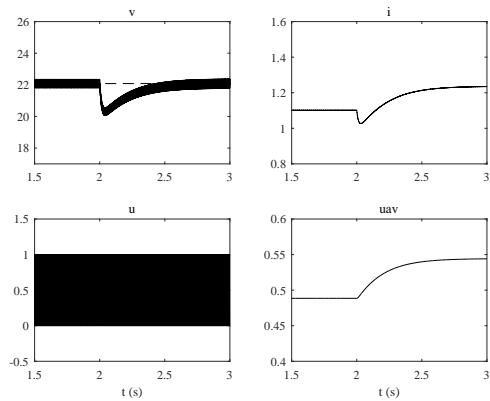


FIGURE 3.32 – Comportement de Boost sous perturbation sur la charge.

La Fig. 3.31 montre le comportement du convertisseur boost sous les conditions de fonctionnement nominales, l'allure de la tension montre un dépassement de 1V (4%), le courant se stabilise à près 0.3s . Une bonne précision est constatée.

Dans le cas où la charge est augmentée à 100% de sa valeur nominale, la Fig. 3.32 montre que la tension est subit à un pic de 8% , le courant se décent de sa valeur nominale (1.1A) pour se stabiliser à 1A dans un temps moins de 0.3s .

La Fig. 3.33 montre la réponse du convertisseur boost vis-à-vis une baisse de la tension d'alimentation E par 2V à $t = 2\text{s}$. Nous constatons une chute de 2V (8%) provoquée sur la tension de sortie, le correcteur prend 0.3s pour rejeter cette perturbation.

Lorsque le signal mesuré est associé par un bruit blanc de puissance 10^{-4} , et de fréquence 10^4 , le correcteur présente une bonne rejet de brui (voir Fig. 3.34), la sortie

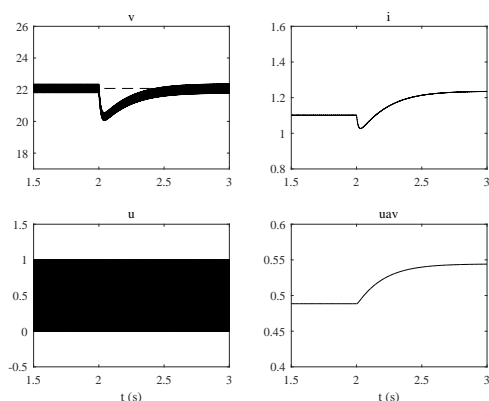


FIGURE 3.33 – Comportement de Boost sous perturbation sur la tension d'alimentation E .

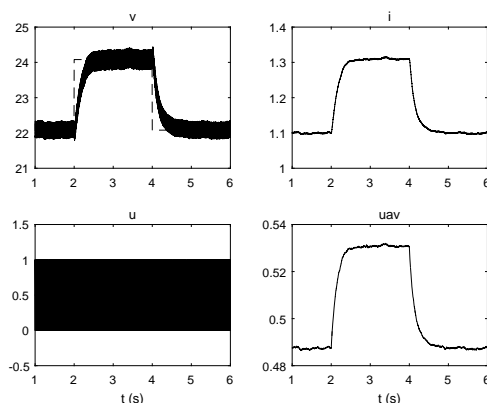


FIGURE 3.34 – Réponse de Boost à un bruit de mesure et variation de consigne.

sous la référence variée de 22V à 24V avec une bonne précision comme le montre la Fig. 3.34.

3.10 Convertisseur Buck- Boost

Fonctions de pondérations

Le choix des paramètres : $M_S = 2$, $\varepsilon_S = 10^{-5}$, $\omega_S = 10^3 \text{rad/sec}$, dans le model (3.101) nous conduit à la fonction suivante :

$$W_1 = \frac{0.5 (s+2000)}{s+0.01} \quad (3.121)$$

Pour améliorer le signal de commande, la fonction W_2 est choisie :

$$W_2 = 0.01 \quad (3.122)$$

concernant W_3 , nous avons : $M_T = 2$, $\varepsilon = 10^{-5}$, $\omega_T = 10^4 \text{rad/sec}$, et la fonction W_3 est abouti à

$$W_3 = \frac{10^5 (s+5000)}{s+10^9} \quad (3.123)$$

Système augmenté

Le système augmenté (3.124) est obtenu en utilisant la fonction de transfert (2.11) du convertisseur Buck-Boost, et les fonctions de pondérations (3.121), (3.122) et (3.123)

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} -0.01 & 0 & 0 & -22.36 & 22.36 & 0 & \\ 0 & -10^9 & 0 & 8.095 \cdot 10^6 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 2.583 \cdot 10^4 & 0 & 1.25 \cdot 10^6 & \\ 0 & 0 & -483.6 & -177.3 & 0 & 4681 & \\ \hline 44.72 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 & \\ 0 & -9.879 \cdot 10^4 & 0 & 10^5 & 0 & 0 & \\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & \end{array} \right] \quad (3.124)$$

Réalisation minimale (normalisation)

$$P = \begin{bmatrix} -0.01 & -0.0043723 & 0.018214 & -4.545 & -219.98 \\ -0.030293 & -86.597 & 3522.2 & 3.9863e-05 & -333.34 \\ -0.030322 & -3543.6 & -90.643 & -3.8128e-05 & -333.6 \\ -220.03 & -48.181 & 200.29 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \\ 21.996 \cdot 10^{-4} & 21.572 & -41.734 & 0 & 0 \\ 43.98910^{-4} & -249.51 & 263.5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.125)$$

Pour le système augmenté caractérisé par les fonctions de pondération sélectionnées, la réalisation minimale décrit par Eq. (3.125) satisfait les conditions (A1) – (A5), et l'algorithme de γ - itération donne :

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
1.037	1.4e+03	2.1e-07	1.0e-02	-2.2e-33	0.0000	p
0.769	1.3e+03	2.3e-07	1.0e-02	-7.3e-34	0.0000	p
0.634	1.1e+03	2.6e-07	1.0e-02	-5.4e-33	0.0000	p
0.567	9.0e+02	-4.7e+01#	1.0e-02	-1.2e-32	0.0000	f
0.601	1.0e+03	-4.3e+02#	1.0e-02	0.0e+00	0.0000	f
0.618	1.1e+03	2.6e-07	1.0e-02	-5.5e-40	0.0000	p
0.609	1.0e+03	2.6e-07	1.0e-02	-8.7e-34	0.0000	p

La valeur atteinte de gamma est : $\gamma = 0.6092$, et le compensateur obtenu est décrit par Eq. (3.126)

$$K(s) = \frac{-1.735e05s^2 - 2.458 \cdot 10^7s - 2.164 \cdot 10^{12}}{s^3 + 3.734 \cdot 10^5s^2 + 3.644 \cdot 10^{10}s + 3.644 \cdot 10^8} \quad (3.126)$$

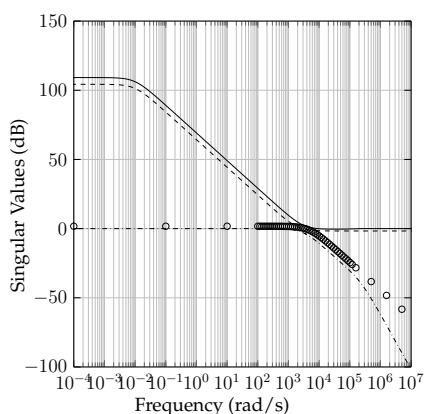


FIGURE 3.35 – Résultats de la synthèse :
 $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -,
 $\sigma(T)$.-. , $1/\sigma(W_3)$ ···.

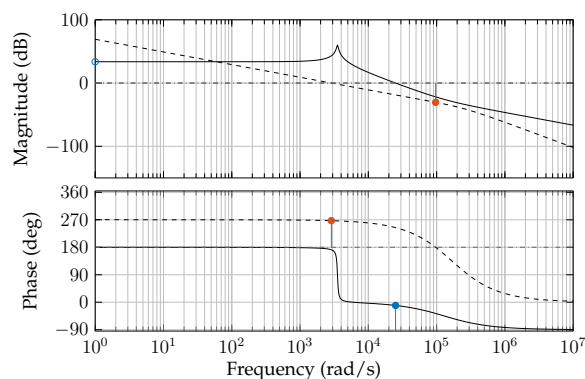


FIGURE 3.36 – La réponse fréquentielle :
 G —, KG - - -.

Les résultats de la synthèse montrée par la Fig. 3.35 confirment que la condition (3.92) est satisfaite.

Le tracé de bode présenté dans la Fig. 3.36 montre l'effet du compensateur robuste sur la boucle ouverte, où on lit une marge de gain de 30dB, et une marge de phase de 87° à une fréquence de coupure 2800rad/sec. Les marges de stabilité obtenues sont largement suffisantes.

La Fig. 3.37 nous montre la réponse fréquentielle de la boucle ouverte incertaine pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains ($\pm 5\%$ d'certitudes sur R, L et C ; et $\pm 1\%$ pour E). La fonction de pondération d'incertitude Eq. (3.127) sert à refléter des incertitudes dans le domaine fréquentiel avec 50% d'erreur en basse fréquences, 100% à $3 \cdot 10^5$ rad/sec au-delà des hautes fréquences jusqu'à 10000% d'écart par rapport à la fonction de transfert nominale.

$$W_{del} = \frac{10 s + 1.723 \cdot 10^6}{s + 3.447 \cdot 10^6} \tag{3.127}$$

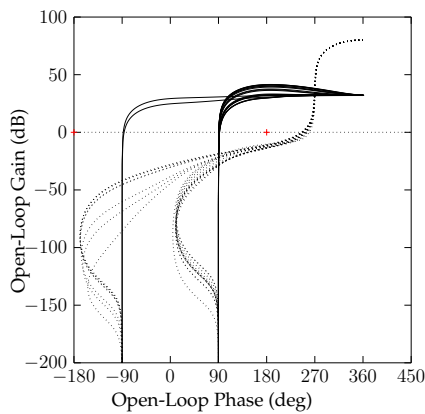


FIGURE 3.37 - Diagramme de nichols : G_u —, KG_u - - -.

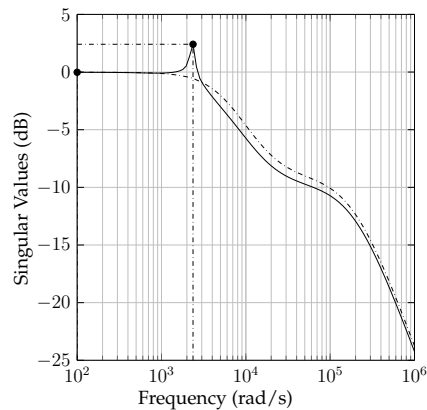


FIGURE 3.38 - Analyse W.C.G. : T —, T_wcg - - -.

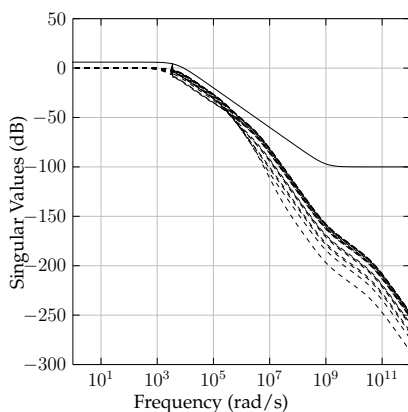


FIGURE 3.39 - Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

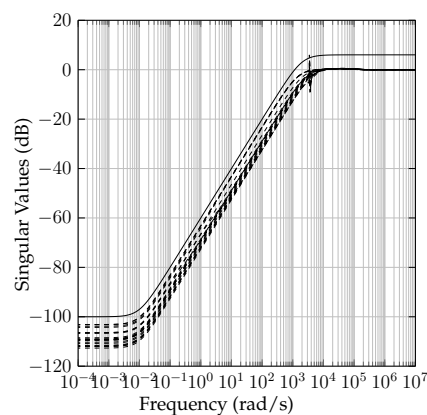


FIGURE 3.40 - Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

Nous voyons sur la Fig. 3.37 que la famille de 20 échantillons des fonctions de transferts engendrées par des valeurs aléatoires des paramètres incertains a des marges de stabilité suffisantes. Selon la Fig. 3.38, le plus grand gain d'incertitude

autorisé est 2.63 (8.4dB) à la fréquence critique 3430rad/sec. Les valeurs des paramètres incertains conduisant le Buck – Boost à avoir ce wcg sont : $C = 9.87 \cdot 10^{-4} F$; $E = 9.9V$; $L = 1.8480 \cdot 10^{-5} H$; $R = 5.7 \Omega$. La substitution des paramètres incertains par les valeurs wcg donne la fonction de transfert Eq. (3.128) :

$$G_{wcg} = \frac{-2401s^2 + 1.711 \cdot 10^6 s}{s^3 + 5524s^2 + 1.5 \cdot 10^7 s + 8.246 \cdot 10^9} \quad (3.128)$$

D'après les figures : Fig. 3.39 et Fig. 3.40 , la robustesse en stabilité et en performance est assurée, car tout les fonctions de sensibilité et celles de sensibilités complémentaires se situe sous les limites définies par $1/W_1$ et $1/W_3$ respectivement. Les gains très fiables des fonctions S en basses fréquences assurent le bon rejet des perturbations, les gains très faibles des fonctions T en hautes fréquences assurent la bonne atténuation de bruit.

Simulations

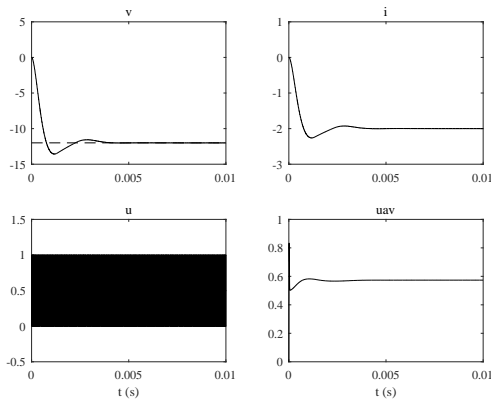


FIGURE 3.41 – Comportement nominal de Buck-Boost.

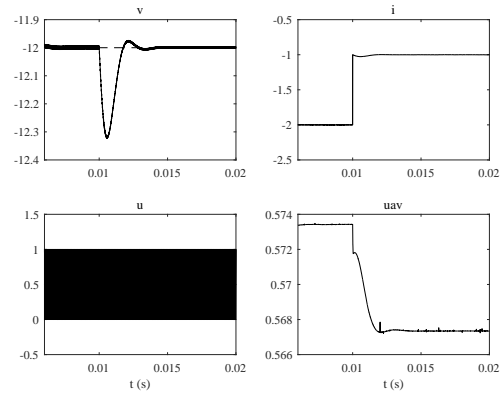


FIGURE 3.42 – Réponse de Buck-Boost à une perturbation de R à 100%.

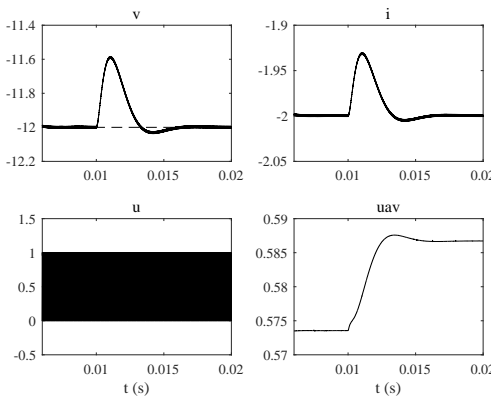


FIGURE 3.43 – Réponse de Buck-Boost à une chute de tension d'alimentation E par 1.5V.

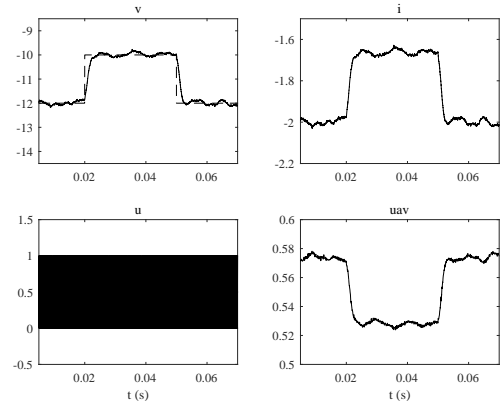


FIGURE 3.44 – Réponse de Buck-Boost au variation de référence et bruit de mesure.

La Fig. 3.41 présente le comportement du convertisseur Buck- Boost en BF contrôlé par le régulateur Eq. (3.126) sous les conditions de fonctionnement nominales. Nous

tirons de cette figure un temps de réponse $0.004s$, un dépassement d'environ 8% de la tension de sortie, et le signal de commande moyen est stable à presque $0.6V$.

La réponse du convertisseur Buck-Boost vis-à-vis une perturbation de la charge, à $t = 0.01s$ une augmentation de R à 100% provoque un pic 2.5% de la tension (Fig. 3.42). Le courant s'augmente de $-2A$ à $t = 0.01s$ pour atteindre $-1A$.

La Fig. 3.43 montre la réponse du convertisseur Buck-Boost en BF vis-à-vis une perturbation de la tension d'alimentation E par une baisse de $1.5V$ appliquée à $t = 0.01s$. Nous constatons une chute de tension de 3.3%, rejeté rapidement par le correcteur robuste. Concernant le courant, il se stabilise à sa valeur initiale $-2A$ à près une légère oscillation.

La Fig. 3.44 montre que le contrôleur présente une bonne atténuation de bruit avec une bonne précision.

3.11 Convertisseur Quadratique

Fonctions de pondération

Dans le cas du convertisseur Quadratique, nous choisissons : $M_S = 2, \varepsilon_S = 10^{-5}, \omega_S = 10^3$.

$$W_1 = \frac{0.5(s+2000)}{s+0.01} \quad (3.129)$$

La fonction W_2 est choisie comme

$$W_2 = 0.1 \quad (3.130)$$

En utilisant la formule (3.102), nous choisissons : $M_S = 2, \varepsilon_S = 10^{-5}, \omega_T = 5 \cdot 10^4$

$$W_3 = \frac{10^5(s+2.5 \cdot 10^4)}{s+5 \cdot 10^9} \quad (3.131)$$

Système augmenté

le système augmenté est obtenu comme

$$P_{11} = \begin{bmatrix} -0.01 & 0 & 0 & -1.062 \cdot 10^4 & 844.1 & -3.091 \cdot 10^4 \\ 0 & -5 \cdot 10^9 & 0 & 8.598 \cdot 10^9 & -6.833 \cdot 10^8 & 2.502 \cdot 10^{10} \\ 0 & 0 & -5556 & -6.996 \cdot 10^4 & -6537 & -4.569 \cdot 10^4 \\ 0 & 0 & 6.554 \cdot 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.277 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.277 \cdot 10^4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_{12}^T = \begin{bmatrix} 22.36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1024 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; P_{22}^T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 44.72 & 0 & 0 & -237.5 & 18.87 & -691.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.762 \cdot 10^7 & 0 & 4.75 \cdot 10^7 & -3.755 \cdot 10^6 & 1.382 \cdot 10^8 \\ 0 & 0 & 0 & -475 & 37.75 & -1382 \end{bmatrix}$$

Réalisation minimale

$$P = \begin{bmatrix} -0.01 & -0.025845 & 0.037072 & -5.6796 & 175.98 \\ -0.092334 & -1759.9 & 29098 & 1.6337e-05 & 813.3 \\ -0.079747 & -29604 & -1437.7 & -1.6867e-05 & 702.37 \\ -176.07 & -227.61 & 326.27 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.001759 & 599.63 & -6.6734 & 0 & 0 \\ -0.0035177 & -500.09 & 621.95 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

Contrôleur

Pour le système augmenté caractérisé par les fonctions de pondération sélectionnées, la réalisation minimale décrit par (3.132) satisfait les conditions (A1) – (A5), et l'algorithme de γ - itération donne :

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
0.550	1.1e+03	2.8e-06	1.0e-02	0.0e+00	0.0000	p
0.525	7.7e-02#	*****	1.0e-02	0.0e+00	*****	f
0.538	1.6e-01#	*****	1.0e-02	0.0e+00	*****	f
0.544	8.6e+02	2.8e-06	1.0e-02	0.0e+00	0.0000	p
Gamma value achieved:		0.5439				

$$K(s) = \frac{207.7s^2 - 4.7 \cdot 10^5 s + 4.237 \cdot 10^{11}}{s^3 + 3822s^2 + 3.251 \cdot 10^9 s + 3.251 \cdot 10^7} \quad (3.133)$$

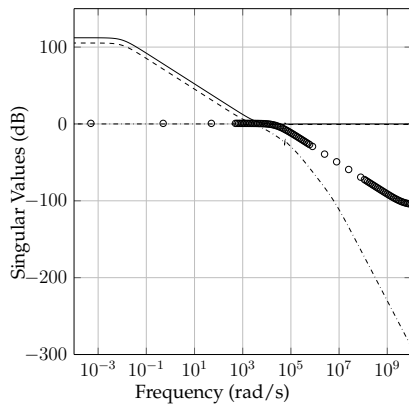


FIGURE 3.45 – Résultats de synthèse :
 $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -,
 $\sigma(T)$ ···, $1/\sigma(W_3)$ ····.

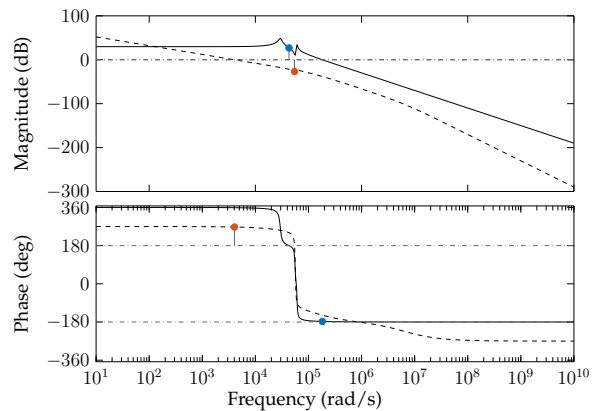


FIGURE 3.46 – Réponse fréquentielle : G —,
 KG ---.

La Fig. 3.45 montre que la condition Eq. (3.92) est satisfaite.

On lit sur la Fig. 3.46 une marge de gain de 25dB et une marge de phase de 87° à la fréquence de coupure 4000rad/sec, ce qui signifie une stabilité robuste. Dans le cas de la présence de $\pm 5\%$ des incertitudes dans les paramètres $R_1, R_2, C_1, C_2, L_1, L_2$, et $\pm 1\%$ pour E , avec l'incertitude fréquentielle définie par Eq. (3.134) qui reflète une

erreur de modèle de 30% aux fréquences inférieures à 10^5 rad/sec , l'erreur s'augmente jusqu'à s'atteindre 100% à 10^5 rad/sec et 10000% au-delà des hautes fréquences

$$W_{del} = \frac{10 s + 3.129 \cdot 10^5}{s + 1.043 \cdot 10^6} \tag{3.134}$$

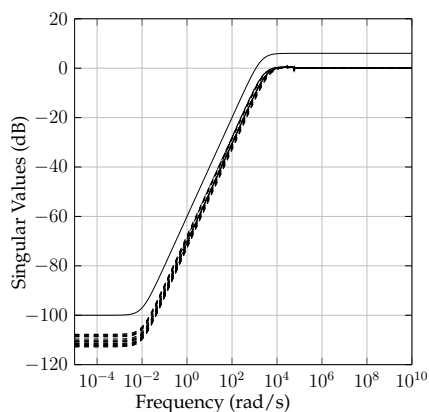


FIGURE 3.47 – Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

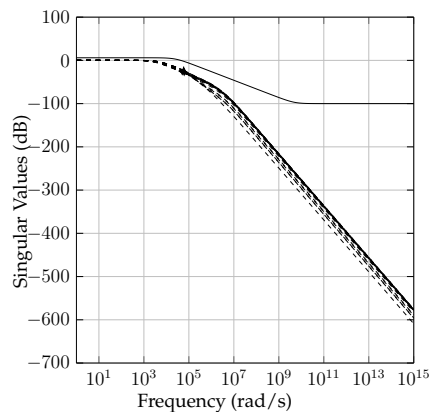


FIGURE 3.48 – Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

La fonction de sensibilité du convertisseur incertain obtenu est illustrée sur la Fig. 3.47. Toutes les amplitudes des fonctions de sensibilité engendrées par des valeurs aléatoires des paramètres incertains sont inférieure à la limite définie par $1/W_1$, avec des gains très faibles en basses fréquences (-80 dB à 1 rad/sec), ce qui implique un rejet optimale des perturbations.

Toutes Les amplitudes des fonctions de sensibilités complémentaires (Fig. 3.48) sont inférieure à la limite définie par $1/W_3$ avec des gains très faibles en hautes fréquences (-50 dB à 105 rad/sec et -400 dB à 1010 dB) ce qui implique une très bonne atténuation de bruit. L'analyse W.C.G. montre que le Quadratique ne doit pas dé-

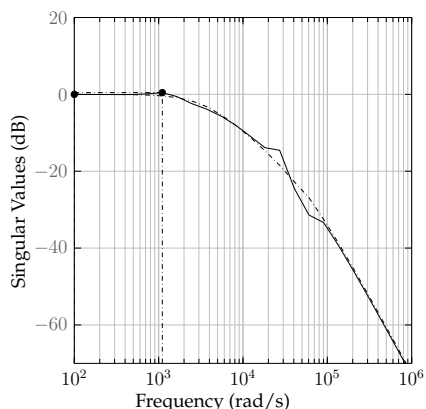


FIGURE 3.49 – Analyse W.C.G. : G —, KG - - -

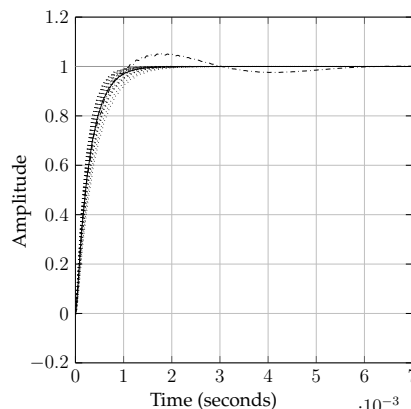


FIGURE 3.50 – Réponse indicielle avec W.C.G.

passer un gain d'incertitude de 1.05 (0.46 dB) comme le montre la Fig. 3.49, ce maximum de gain est engendré par les valeurs des paramètres incertains : $C_1 = 0.16 \mu F$,

$C_2 = 0.189 \mu F$; $E = 25.2 V$; $L_1 = 0.42 \mu H$; $L_2 = 0.2835 \mu H$; $R = 9.5 \Omega$. La fonction de transfert en wcg est donnée par Eq. (3.135)

$$G_{wcg} = \frac{-1602s^2 + 1.308 \cdot 10^6 s + 2.974 \cdot 10^{-7}}{s^3 + 2419s^2 + 2.592 \cdot 10^6 s + 1.048 \cdot 10^9} \quad (3.135)$$

La Fig. 3.50 représente la réponse indicielle du convertisseur Quadratique en boucle fermée avec la fonction de transfert nominale, 20 échantillons obtenus pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains, et dans le cas de wcg.

Simulations

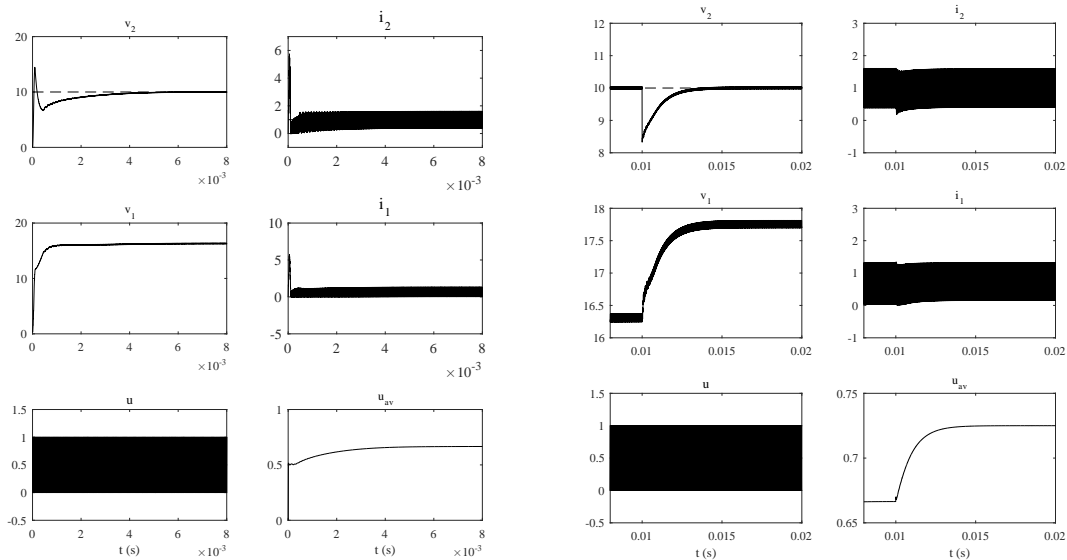


FIGURE 3.51 – Réponse de Quadratique sous les conditions nominales.

FIGURE 3.52 – Réponse de Quadratique sous perturbation de E .

La Fig. 3.51 montre la réponse nominale du convertisseur Quadratique en BF. Nous constatons un pic important (40%) de la tension contrôlée due de l'absence de RES dans le model de simulation. La tension v_1 est stable à 16V.

La Fig. 3.52 montre une chute 17% vis-à-vis la perturbation de la tension d'alimentation par une chute de 1.5V à $t = 0.01$ s. Le correcteur rejette la perturbation sur la tension contrôlée rapidement.

La Fig. 3.53 montre la réponse du convertisseur quadratique vis-à-vis une perturbation de la charge à $t = 0.1$ s. Le contrôleur prend un temps très court pour compenser la chute (10%) de la tension contrôlée.

La Fig. 3.54 montre le comportement du convertisseur Quadratique sous variation de la consigne. Nous constatons que le contrôleur présente une bonne atténuation de bruit, avec une bonne précision.

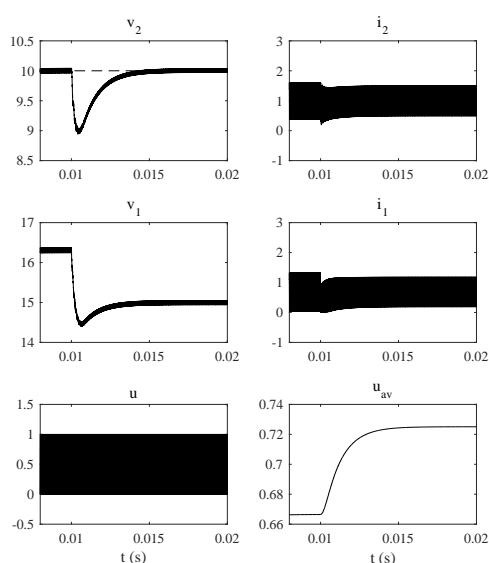


FIGURE 3.53 – Réponse de Quadratique à perturbation de R .

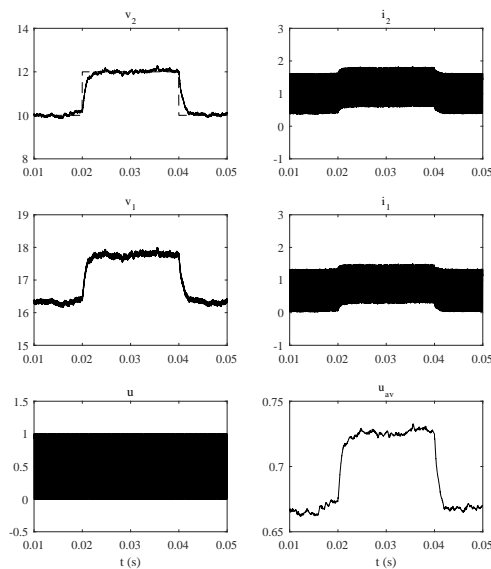


FIGURE 3.54 – Réponse de Quadratique au bruit de mesure et variation de référence.

3.12 Convertisseur Sepic

Fonctions de pondérations

Pour le convertisseur SEPIC, en utilisant la formule (3.101), nous choisissons : $M_S = 2$, $\varepsilon_S = .001$, $\omega_S = 300 \text{ rad/sec}$.

$$W_1 = \frac{0.5(s+600)}{s+0.3} \quad (3.136)$$

afin d'obtenir un système augmenté plus simple, nous choisissons à dispenser la fonction de pondération W_2 , et concernant W_3 , nous avons : $M_T = 2$, $\varepsilon_T = 10^{-4}$, $\omega_T = 10^3 \text{ rad/sec}$.

$$W_3 = \frac{10000(s+500)}{s+10^7} \quad (3.137)$$

Système augmenté

on aboutit au système augmenté :

$$P_{11} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 672.6 & -4926 & 1203 & -6525 \\ 0 & -10^7 & 2.223 \cdot 10^7 & 1.628 \cdot 10^8 & -3.976 \cdot 10^7 & 2.157 \cdot 10^8 \\ 0 & 0 & -500 & -6836 & -566.2 & -2910 \\ 0 & 0 & 8192 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4096 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2048 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P_{12}^T = \begin{bmatrix} 12.24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1024 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; P_{22}^T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 24.49 & 0 & 27.47 & -201.2 & 49.11 & -266.5 \\ 0 & -2.47 \cdot 10^5 & -5.493 \cdot 10^5 & 4.023 \cdot 10^6 & -9.823 \cdot 10^5 & 5.329 \cdot 10^6 \\ 0 & 0 & 54.93 & -402.3 & 98.23 & -532.9 \end{bmatrix}$$

Normalisation "réalisation minimale"

$$A = \begin{bmatrix} -0.30054 & 0.17164 & 0.52125 & -0.065174 \\ -3.3456 & -86.559 & 7150.7 & 80.4 \\ -2.7703 & -7288.6 & -57.654 & 63.288 \\ 1.6989 & 80.754 & 66.14 & -238.41 \end{bmatrix}; C_2 = [-0.47652 \quad -157.64 \quad 169.04 \quad 69.762];$$

$$B_1^T = [-1.2646 \quad 4.8217 \cdot 10^{-4} \quad -5.7933 \cdot 10^{-4} \quad -6.5851 \cdot 10^{-4}];$$

$$B_2^T = [237.33 \quad 1313.8 \quad 1072 \quad -670.56]; C_1 = \begin{bmatrix} -237.33 & -71.114 & 90.241 & -19.815 \\ 0.24629 & 1302.4 & 1054.7 & -666.62 \end{bmatrix};$$

$$D_{11}^T = [0.5 \quad 0]; D_1^2 = [0 \quad 0]; D_{21} = 1; D_{22} = 0.$$

Calcul de gamma

On vérifie aisément que ces paramètres satisfont (A1)-(A5). L'algorithme de γ - itération donne alors :

```
Test bounds:          0.2557 < gamma <=          0.7177
 gamma   hamx_eig  xinf_eig  hamy_eig   yinf_eig   nrho_xy   p/f
0.781   4.1e+02   1.3e-03   3.0e-01   0.0e+00   0.0009   p
0.641   4.1e+02  -3.1e+00#   2.9e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.711   4.1e+02  -1.1e+01#   3.0e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.746   4.1e+02  -7.4e+01#   3.0e-01   0.0e+00   0.0001   f
0.764   4.1e+02  -5.1e+02#   3.0e-01   0.0e+00   0.0002   f
0.772   4.1e+02  -1.3e+04#   3.0e-01   0.0e+00   0.0005   f
Gamma value achieved: 0.7812
```

Régulateur

$$K = \frac{6.796s^3 + 2057s^2 + 3.369 \cdot 10^7 s + 3.899 \cdot 10^7}{s^4 + 657.6s^3 + 1.269 \cdot 10^7 s^2 + 1.838 \cdot 10^7 s + 4.341 \cdot 10^6} \quad (3.138)$$

La Fig. 3.55 montre que la condition Eq. (3.92) est vérifiée. La réponse fréquentielle présentée dans la Fig. 3.56 montre que le compensateur assure la stabilité de la boucle.

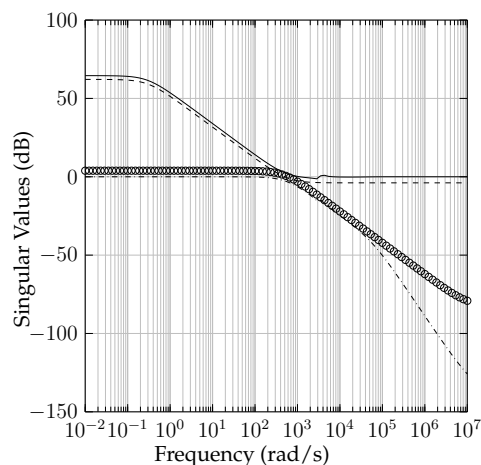


FIGURE 3.55 - Résultats de synthèse :
 $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -,
 $\sigma(T)$.-. , $1/\sigma(W_3)$ ···.

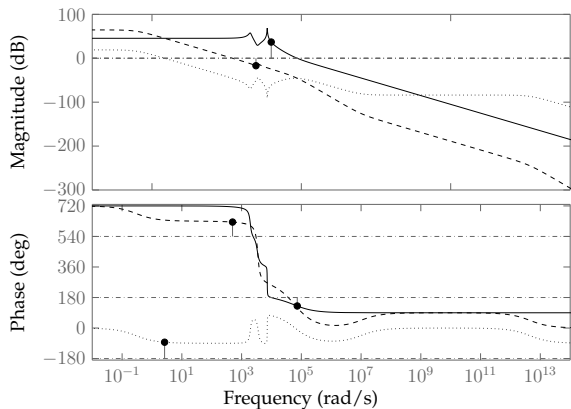


FIGURE 3.56 – Tracé de Bode : G —, GK - -, K ···.

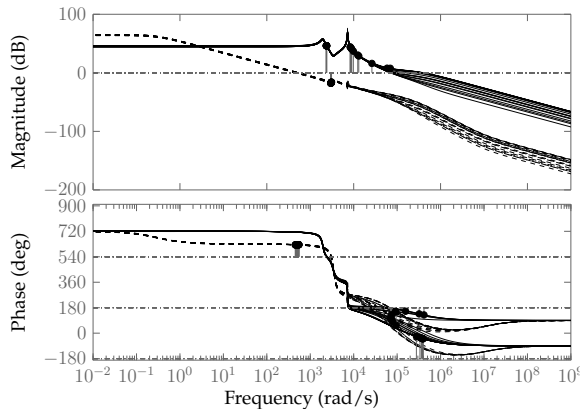


FIGURE 3.57 – Tracé de Bode : G_u —, KG_u - -, K ···.

Considérons que chaque un des paramètres de sepic $C_1; C_2; L_1; L_2; R_1; R_2$ peut s'écarter à $\pm 2\%$ de son valeur nominale (en créant des paramètres incertains), E peut s'écarter à $\pm 0.1\%$ de sa valeur nominale. D'autre part, choisissons la fonction d'incertitude W_{del} de forme Eq. (3.139) pour refléter 10% d'erreur relative au modèle nominal aux basses fréquences (inférieur à $3 \cdot 10^4 rad/sec$), l'erreur s'augmente pour traverser 100% à la fréquence $3 \cdot 10^4 rad/sec$ jusqu'à s'atteindre 1000% au-delà des hautes fréquences.

$$W_{del} = \frac{10s + 30000}{s + 300000} \tag{3.139}$$

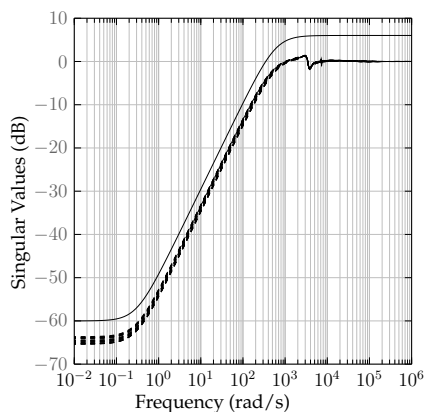


FIGURE 3.58 – Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

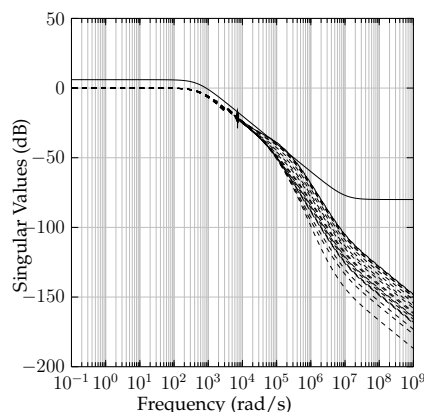


FIGURE 3.59 – Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

La réponse fréquentielle du modèle résultant en B.O. avec le compensateur pour un échantillon de valeurs aléatoires des paramètres incertains est présentée dans la Fig. 3.57. Il est montré que toutes les fonctions de transfert aient des bons indicateurs de stabilité. L'échantillon des fonctions de sensibilité ne dépasse pas la limite définie par $1/W_1$ comme le montre la Fig. 3.58. Nous lisons des amplitudes d'environ $-60dB$ à $1rad/sec$ sur les allures de S ce qui implique une bonne rejection de perturbations. Sur la Fig. 3.59, nous voyons que toutes les fonctions T sont inférieures à la limite

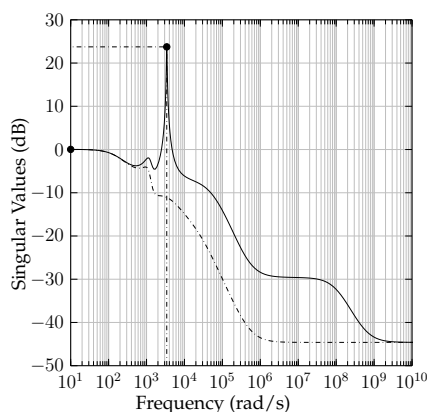


FIGURE 3.60 – Analyse W.C.G : T —, T_{wcg} ---.

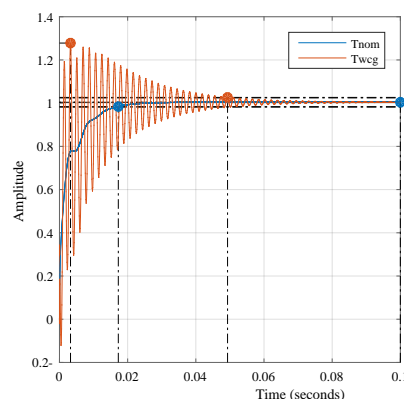


FIGURE 3.61 – Réponse indicielle en BF : nominale —, wcg ---.

définie $1/W_3$, nous tirons des amplitudes d'enverrons $-60dB$ à $105rad/sec$, ces très faibles gains en hautes fréquences implique la bonne atténuation de bruit .

Selon la Fig. 3.60, le plus grand gain d'incertitude autorisé est 15.85 ($24dB$) à la fréquence critique $3000rad/sec$.

La Fig. 3.61 montre la réponse indicielle du convertisseur nominal, et celle WCG. Le convertisseur corrigé (nominal et incertain) semble qu'il se comporte bien.

Simulations

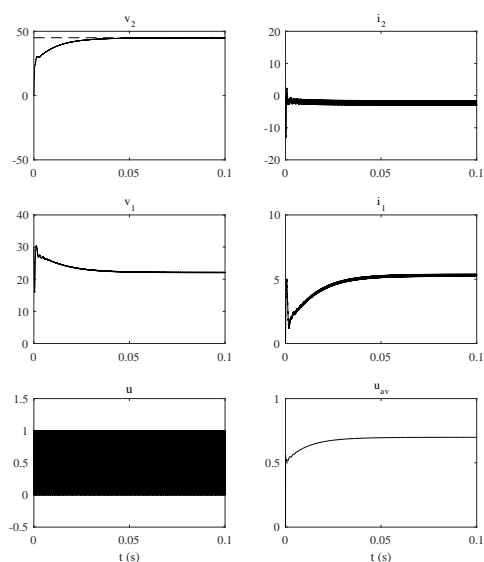


FIGURE 3.62 – Comportement de SEPIC sous conditions nominales.

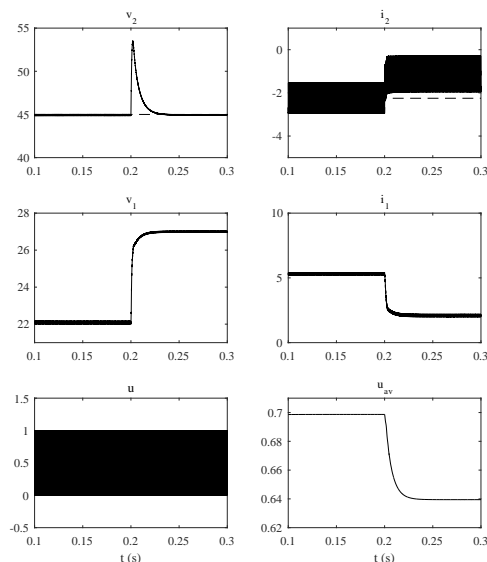


FIGURE 3.63 – Réponse de SEPIC sous variation de charge.

Le comportement du convertisseur SEPIC sous les conditions de fonctionnement nominales est présenté dans la fig. 3.62. L'allure de la tension contrôlée v_2 montre un comportement typique. Nous remarquons un pic important (26%) sur l'allure de la tension v_1 .

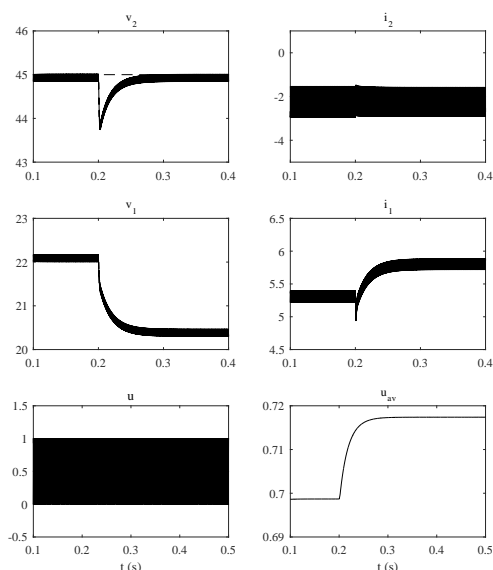


FIGURE 3.64 – Réponse de SEPIC sous perturbation de E .

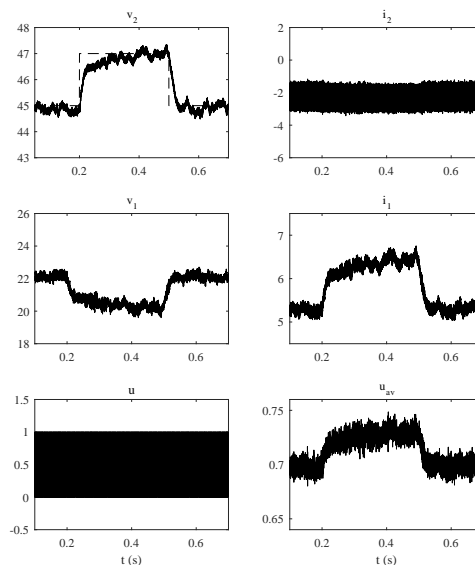


FIGURE 3.65 – Fonction de sensibilité complémentaire de Quadratique incertain.

La forme d'onde dans la Fig. 3.63 montre le comportement du convertisseur SEPIC vis-à-vis la perturbation de la charge en augmentant la valeur de R à 100% de sa valeur nominale, nous constatons un pic d'environ 17% de la tension contrôlée v_2 .

Lors de la perturbation de la tension d'alimentation E , la Fig. 3.64 montre la réponse du convertisseur SEPIC vis-à-vis la chute de $1.5V$ appliquée sur E à $t = 0.2s$. Nous constatons que le contrôleur présente une bonne compensation, car la perturbation provoque une chute de 2% de la tension contrôlée, puis se compense dans un temps très court.

Dans la Fig. 3.65, le comportement du convertisseur SEPIC en BF sous un bruit blanc de puissance 10^{-4} , et de fréquence 10^5 avec une composante sinusoïde de $2V$ crête à crête, et de fréquence $100Hz$. La forme d'onde montre que le contrôleur présente une mauvaise atténuation de bruit, avec l'absence de la précision, ça revient au mauvais choix des fonctions de pondération.

3.13 Convertisseur Cuk

Fonction de pondérations

Nous choisissons les paramètres : $M_S = 2$, $\varepsilon_S = 10^{-4}$, $\omega_S = 60 \text{ rad/sec}$, pour obtenir la fonction :

$$W_1 = \frac{0.5(s+120)}{s+0.006} \quad (3.140)$$

Afin de minimiser le signal de commande nous prenons :

$$W_2 = 10^{-3} \quad (3.141)$$

Les paramètres de la fonction W_3 sont choisis comme : $M_T = 2$, $\varepsilon_T = 10^{-4}$, $\omega_T = 200 \text{ rad/sec}$

$$W_3 = \frac{10000 (s+100)}{s+2 \cdot 10^6} \quad (3.142)$$

Système augmenté

$$P_{11} = \begin{bmatrix} -0.006 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.477 \\ 0 & -2 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 & 1.81 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & -757.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1010 & 0 & 2020 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3704 & 0 & -8333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5556 & -111.1 \end{bmatrix};$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 10.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.105 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; P_{22}^T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 \end{bmatrix}; P_{12}^T =$$

$$\begin{bmatrix} 5.477 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.182 \cdot 10^4 & -4361 & -3 \cdot 10^5 & 0 \end{bmatrix}$$

Réalisation minimale

$$A = \begin{bmatrix} -0.0060012 & 0.049273 & -0.0096201 & 0.00015985 \\ -0.48701 & -94.903 & -7335.3 & -24.105 \\ 0.030008 & 7346 & -0.34424 & 1.1724 \\ -0.069687 & -24.158 & 1.4931 & -14.559 \end{bmatrix}$$

;

$$B_1^T = [-0.8451 \quad 3.455e-06 \quad 5.602e-05 \quad 2.1534e-05]; D_{11}^T = [0.5 \quad 0 \quad 0],$$

$$B_2^T = [-70.996 \quad -2851.4 \quad 171.72 \quad -412.25]; D_{12}^T = [0 \quad 0.001 \quad 0];$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -71.001 & -2.0534 & -38.806 & -4.735 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0074417 & 2851.4 & -148.2 & 411.52 \end{bmatrix}; D_{21} = 1$$

$$C_2 = [-0.014256 \quad -5.3794 \quad -77.592 \quad -24.141]; D_{22} = 0.$$

Calcul de gamma

Pour le système augmenté caractérisé par les fonctions de pondération sélectionnées, la réalisation minimale satisfait les conditions (A1) – (A5), et l'algorithme de γ - itération donne :

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
1.223	2.7e+01	2.4e-06	6.0e-03	-1.4e-16	0.0000	p
0.862	2.7e+01	2.4e-06	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.681	2.7e+01	-1.4e+04#	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	f
0.771	2.7e+01	2.4e-06	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.726	2.7e+01	-5.7e+04#	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	f
0.749	2.7e+01	2.4e-06	6.0e-03	-5.7e-28	0.0000	p
0.737	2.7e+01	-1.7e+05#	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	f
0.743	2.7e+01	-1.2e+06#	6.0e-03	0.0e+00	0.0000	f

Gamma value achieved: 0.7487

$$K = \frac{-4.867 \cdot 10^6 s^3 - 2.526 \cdot 10^8 s^2 - 9.047 \cdot 10^{12} s - 4.314 \cdot 10^{14}}{s^4 + 1.826 \cdot 10^8 s^3 + 1.307 \cdot 10^9 s^2 + 3.367 \cdot 10^{14} s + 2.019 \cdot 10^{12}} \quad (3.143)$$

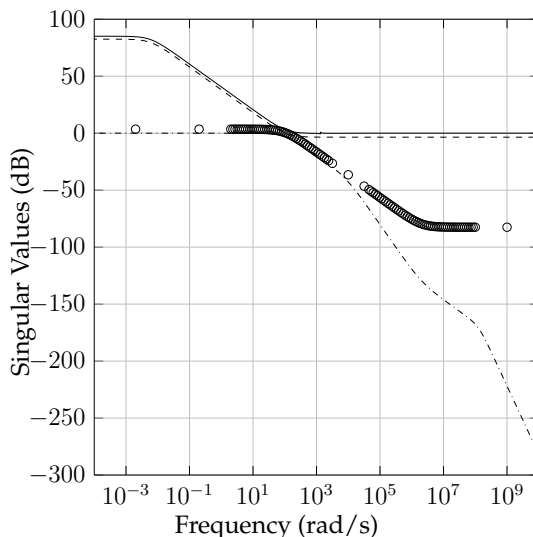


FIGURE 3.66 – Résultats de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ --, $\sigma(T)$. - ., $1/\sigma(W_3)$ ···.

La Fig. 3.66 montre que la condition (3.92) est vérifiée. Le tracé de Bode en BO corrigée dans la Fig. 3.67 montre des marges de gain et de phase largement suffisante pour assurer la bonne stabilité du convertisseur dans les conditions de fonctionnement nominales.

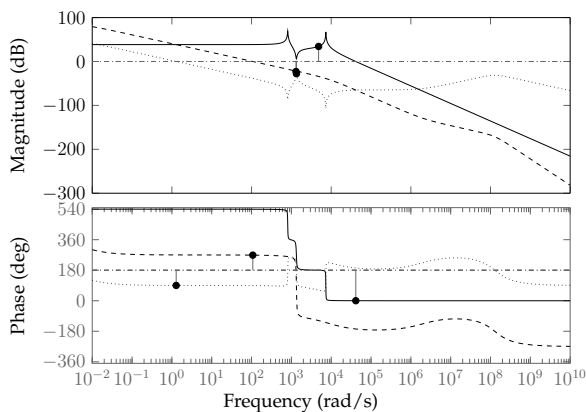


FIGURE 3.67 – Réponse fréquentielle de Cuk en B.O. : G —, GK --, K ···.

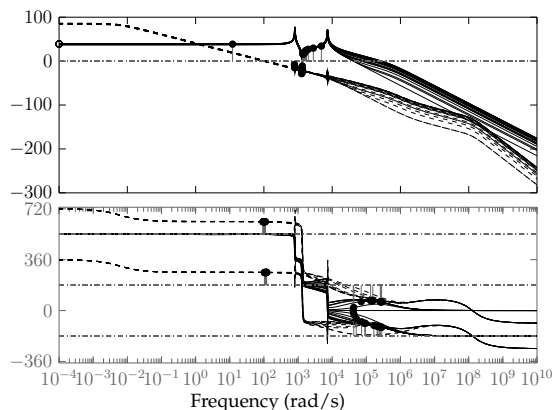


FIGURE 3.68 – Réponse fréquentielle : G_u —, KG_u --, G_u ···.

La Fig. 3.68 montre la réponse fréquentielle d’un échantillon de 20 modèles du convertisseur Cuk obtenus par des valeurs aléatoires des paramètres incertains, tous les systèmes aient des marges de stabilité suffisantes.

Concernant le rejet de perturbation et l’atténuation de bruit, la Fig. 3.69 montre que la fonction de sensibilité est caractérisée par des gains faibles en basse fréquence, qui implique un bon rejet de perturbation.

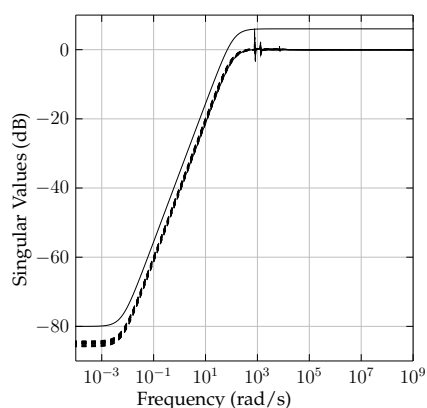


FIGURE 3.69 – Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

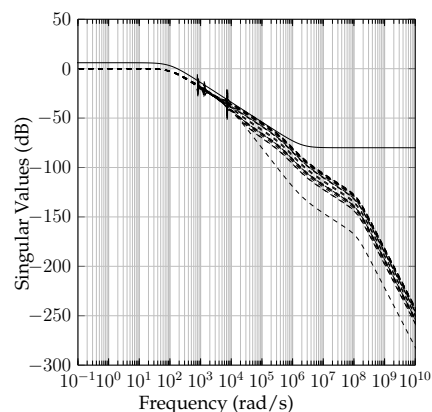


FIGURE 3.70 – Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

La Fig. 3.70 montre que la fonction de sensibilité complémentaire est caractérisée par des gains faibles en haute fréquence qui implique une bonne atténuation de bruit.

Simulations

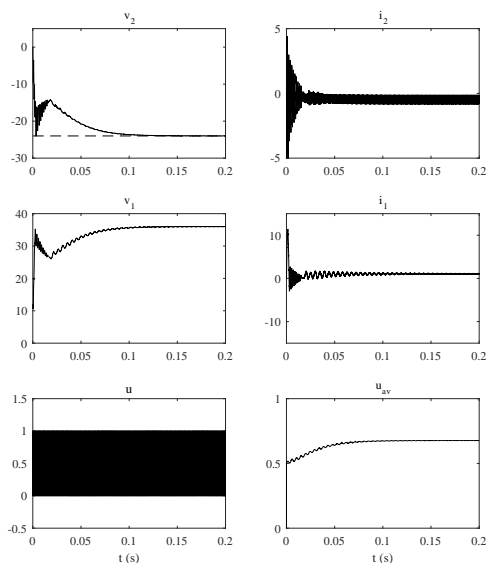


FIGURE 3.71 – Comportement de Cuk corrigé sous conditions nominales.

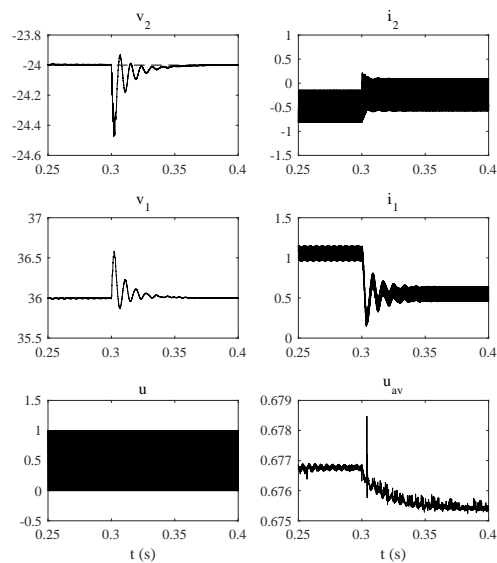


FIGURE 3.72 – Réponse de Cuk sous perturbation de résistance de charge.

Le comportement du convertisseur Cuk en BF sous les conditions de fonctionnements nominales est montré dans la Fig. 3.71, la tension de charge fait des oscillations initialement, et remonte à la référence désiré $-24V$ dans un temps de réponse moins de $0.08s$.

L'augmentation de la charge à 100% de sa valeur nominale dès $t = 0.3s$ (voir Fig. 3.72), provoque une chute 1.7% de tension v_2 , et une surtension 1.4% de v_1 . En

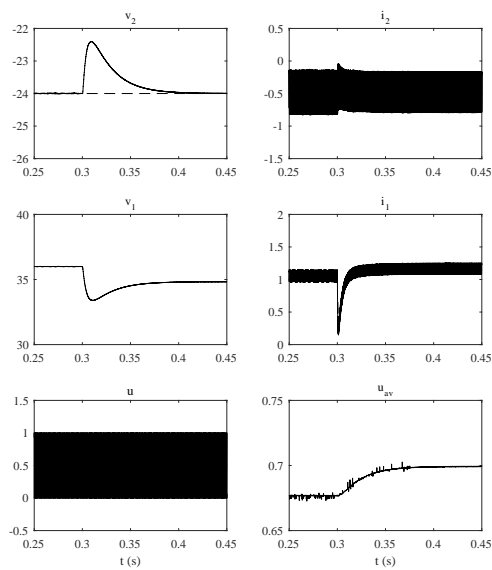


FIGURE 3.73 – Comportement de Cuk sous perturbation de la tension d'alimentation.

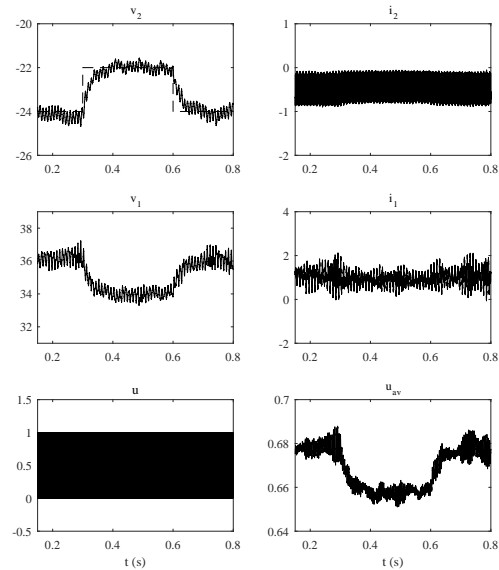


FIGURE 3.74 – Comportement de Cuk sous variation de référence et bruit blanc.

effet, le courant i_2 augmente de $-0.5A$ à $-0.25A$ en valeur moyenne, et le courant i_1 de sa valeur nominale $1A$ pour se stabilise à $0.5A$.

Lorsqu'une chute $1.5V$ est appliquée à la tension d'alimentation dès $t = 0.3s$, la Fig. 3.73 montre une surtension 11.6% de v_2 , s'annule par $0.07s$. La tension v_1 fait une chute 5.5% , puis se maintient à $34.9V$ après $0.05s$. Par conséquent, le courant i_2 balance autour de $-0.5A$, et le courant i_1 s'abaisse de sa valeur nominale $1A$ pour à $0.1A$ puis se remonte pour se stabilise à $1.1A$ prenant $0.03s$.

La réponse du convertisseur Cuk en BF au bruit, et perturbation de la tension d'alimentation, est montrée dans la Fig. 3.74, les allures des tensions et des courants montrent une bonne atténuation de bruit et de rejet de perturbation en comparant par les régulateur PID classiques.

3.14 Convertisseur ZETA

Fonctions de pondérations

Le choix des paramètres : $M_S = 2$; $\varepsilon_S = 10^{-4}$; $\omega_S = 150rad/sec$, dans le modèle (3.101) nous conduit à la fonction suivante

$$W_1 = \frac{5(s + 300)}{s + 0.015} \quad (3.144)$$

$$W_2 = 0.01 \quad (3.145)$$

Les paramètres : $M_T = 2$; $\varepsilon_T = 0.001$; $\omega_T = 10^3$, dans le modèle (3.103) nous conduit à la fonction suivante.

$$W_3 = \frac{333.33(s + 1500)}{s + 10^6} \quad (3.146)$$

Système augmenté

L'utilisation des fonctions de pondérations Eq. (3.144), Eq. (3.145), Eq. (3.146), et la fonction de transfert (1.27) amènes au système augmenté :

$$P = \left[\begin{array}{cccccc|cc} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -22.36 & 22.36 & 0 \\ 0 & -10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3333 & 0 & 0 & 0 & 2.5 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & -1212 & 0 & 1818 & 0 & 0 & 2727 \\ 0 & 0 & 0 & -1364 & 0 & -2237 & 0 & 6.818 \cdot 10^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5556 & -111.1 & 0 & 0 \\ \hline 44.71 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & -2.082 \cdot 10^4 & 0 & 0 & 0 & 333.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad (3.147)$$

Contrôleur

En utilisant la commande MATLAB : `hinsyn`, on peut calculer le compensateur K directement à partir du système augmenté :

```

gamma      hamx_eig  xinf_eig  hamy_eig  yinf_eig  nrho_xy  p/f
1.467      6.2e+02   1.3e-03   6.0e-01   0.0e+00   0.0000   p
0.984      5.7e+02   1.7e-03   6.0e-01   0.0e+00   0.0000   p
0.742      4.2e+02  -1.1e-01# 6.0e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.863      5.2e+02  -4.5e-01# 6.0e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.923      5.5e+02   1.8e-03   6.0e-01   0.0e+00   0.0000   p
0.893      5.4e+02  -1.0e+00# 6.0e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.908      5.4e+02  -2.3e+00# 6.0e-01   0.0e+00   0.0000   f
0.916      5.5e+02  -5.9e+00# 6.0e-01   -1.5e-12  0.0000   f
Gamma value achieved:      0.9233

```

$$K = \frac{2.966e06s^3 + 2.452e12s^2 + 1.84e14s + 1.869e15}{s^4 + 8.742e06s^3 + 3.671e13s^2 + 3.668e14s + 5.495e12} \quad (3.148)$$

En première étape, nous devons vérifier si la condition (3.93) est satisfaite, pour cela, on trace les amplitudes des fonctions de sensibilité et celle de sensibilité complémentaire, l'allure de l'amplitude de la fonction S ne dépasse pas la limite définie par $1/W_1$, l'amplitude de la fonction T ne dépasse pas l'allure limite définie par $1/W_3$ comme illustre la Fig. 3.75, cela signifie que la condition (3.93) est satisfaite.

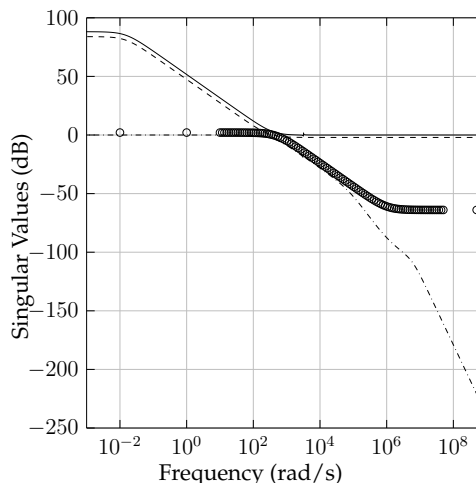


FIGURE 3.75 – Résultat de synthèse : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - -, $\sigma(T)$ ···, $1/\sigma(W_3)$ ····.

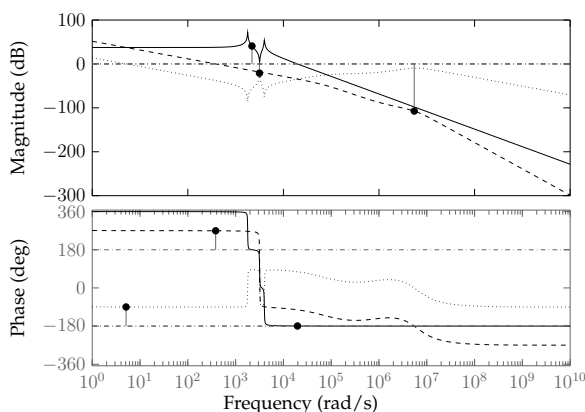


FIGURE 3.76 – Tracé de bode : G —, KG - - -, K ···.

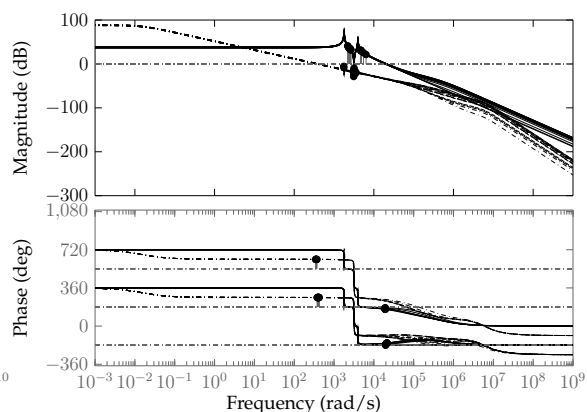


FIGURE 3.77 – Réponse fréquentielle : G_u —, KG_u - - -, K ···.

La réponse fréquentielle en B.O. (Fig. 3.76) montre que le compensateur sert à obtenir $21dB$ comme marge de gain, et presque 89° comme marge de phase avec une bande passante de $380rad/sec$.

Pour objectif de se rapprocher beaucoup plus à la dynamique réelle du convertisseur, nous devons prendre en considération les erreurs possibles sur les paramètres du convertisseur, en créant des paramètres incertains avec $\pm 3\%$ d'erreur relative par rapport aux valeurs nominales pour les paramètres C_1, C_2, L_1, L_2 et R . Ainsi que les erreurs de modèle, en utilisant les incertitudes dans le domaine fréquentielle, à travers la fonction de pondération d'incertitude (3.149), nous pouvons refléter une erreur relative de 10% d'écart au model nominal à basses fréquences (fréquences inférieurs à $5 \cdot 10^4 rad/sec$), cette erreur s'augmente jusqu'à s'atteindre 100% à la fréquence $5 \cdot 10^4 rad/sec$, et 1000% au-delà des hautes fréquences.

$$W_{del} = \frac{10s + 50000}{s + 500000} \tag{3.149}$$

La réponse fréquentielle d'une famille de 20 échantillons obtenus pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains est vue dans la Fig. 3.77. Nous tirons de cette figure que tous les échantillons sont bien corrigés.

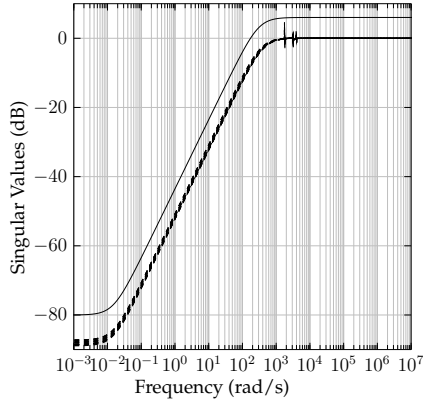


FIGURE 3.78 – Fonction de sensibilité : S - - -, $1/W_1$ —.

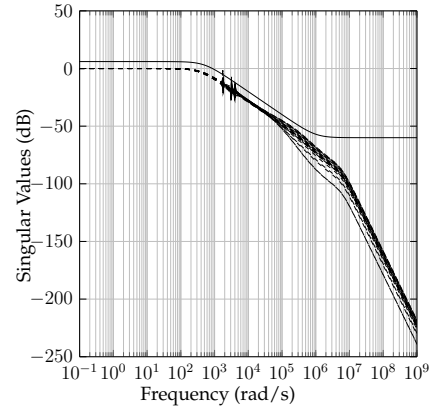


FIGURE 3.79 – Fonction de sensibilité complémentaire : T - - -, $1/W_3$ —.

La fonction de sensibilité du système incertain est tracée sur la Fig. 3.78. Toutes les fonctions de sensibilités ne dépassent pas la limite définie par $1/W_1$ ce qui signifie la satisfaction de la condition (3.92) pour cette famille de modèles. De plus, les très faibles gains à basse fréquence (environ de $-70dB$ à $1rad/sec$) implique la bonne rejection de perturbations pour toute la famille de modèles.

Les allures des fonctions de sensibilité complémentaire affichées sur la Fig. 3.79 montre que toutes les amplitudes sont inférieures à $1/W_3$ ce qui signifie que la condition (3.92) est satisfaite. On lit des amplitudes très faibles en hautes fréquences ce qui implique une très bonne atténuation de bruit.

La limite maximale d'incertitude autorisée est 1.94 ($5.8dB$) à la fréquence critique $1750rad/sec$ comme le montre la Fig. 3.80, les valeurs wcg des paramètres incertains sont : $R = 51.5\Omega$; $C_1 = 3.3821 \cdot 10^{-4}F$; $C_2 = 1.797 \cdot 10^{-4}F$; $L_1 = 1.236 \cdot 10^{-4}H$; $L_2 = 4.4053 \cdot 10^{-4}H$; et la fonction de transfert en cas wcg est donnée par (3.150).

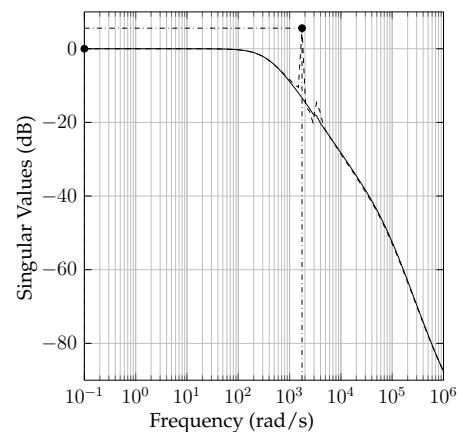


FIGURE 3.80 – Analyse W.C.G. : $1/\sigma(S)$ —, $\sigma(W_1)$ - - -, $\sigma(T)$ · · ·, $1/\sigma(W_3)$ · · ·.

$$G_{wgc} = \frac{-2476s^2 + 1.489 \cdot 10^7 s}{s^3 + 8489s^2 + 1.796 \cdot 10^7 s + 2.843 \cdot 10^{10}} \quad (3.150)$$

Simulations

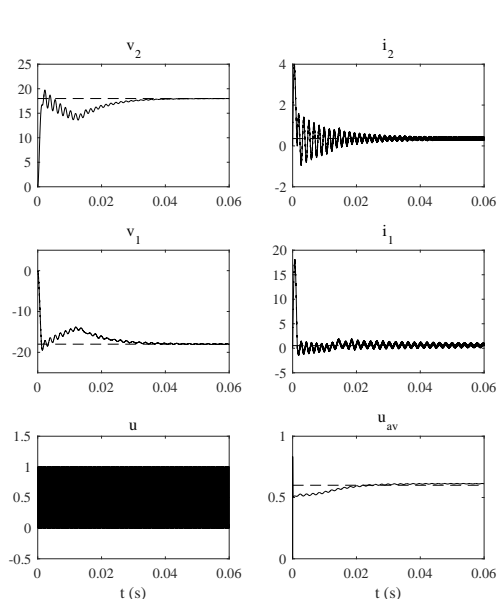


FIGURE 3.81 – Comportement nominal de Zeta.

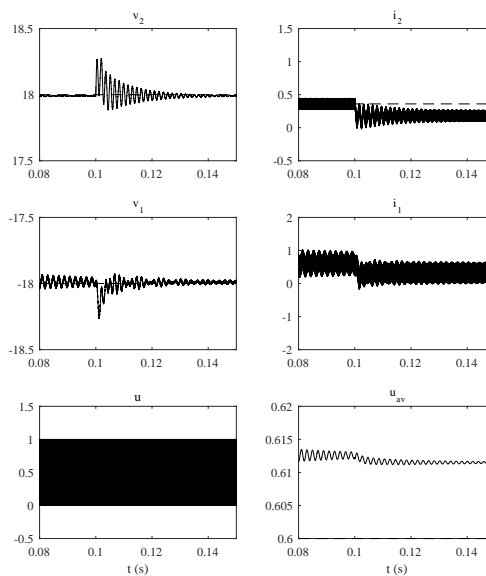


FIGURE 3.82 – Comportement de Zeta sous perturbation de résistance de charge R .

La Fig. 3.81 montre que le contrôleur calculé via MS-LS présente un bon temps de réponse (0.03), avec une bonne précision.

Les allures de la Fig. 3.82 montrent la réponse du convertisseur ZETA vis-à-vis la perturbation de la charge. Nous constatons que le contrôleur présente une bonne rejection de la perturbation appliquée à $t = 0.1s$.

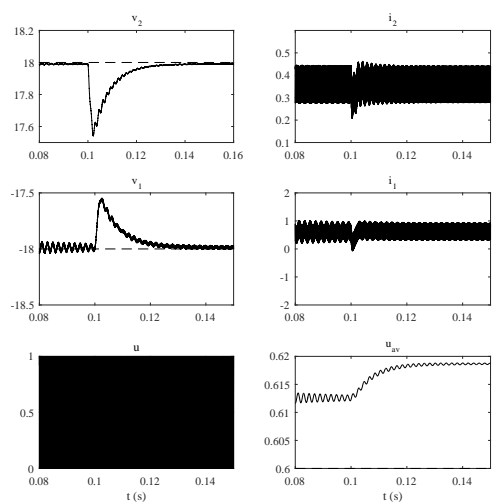


FIGURE 3.83 – Comportement de Zeta sous perturbation de tension d'alimentation E .

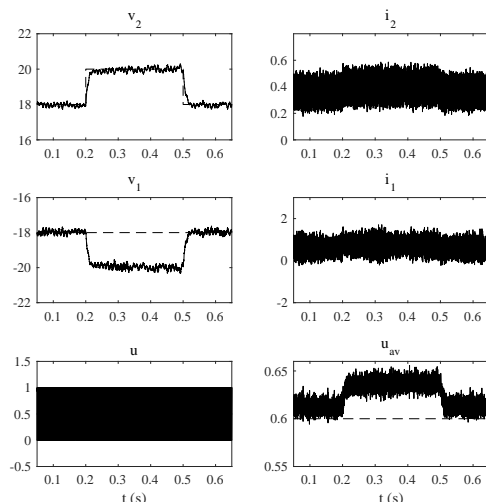


FIGURE 3.84 – Comportement de Zeta sous bruit de mesure et variation de référence.

Comme le montre la Fig. 3.83, la perturbation de la tension d'alimentation E provoque une chute 2% de tension contrôlée v_2 .

La Fig. 3.84 montre le comportement du convertisseur ZETA sous bruits de mesure (bruit blanc de puissance 10^{-5} , et de fréquence 10^4). Concernant les tensions,

nous constatons que le contrôleur présente une bonne atténuation de bruit, mais le signal de commande reste riche en harmoniques, à cause du mauvais choix des fonctions de pondérations W_2 et W_3 .

3.15 Convertisseur Boost-Boost

Fonctions de pondération

Les paramètres de la fonction de pondération W_2 décrit par le model (3.101) sont choisis comme $M_S = 2; \varepsilon_S = 0.2; \omega_S = 17rad/sec$

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.5(s+34)}{s+0.34} & 1 \\ 1 & \frac{0.5(s+34)}{s+0.34} \end{bmatrix} \quad (3.151)$$

Concernant la fonction de pondération W_3 décrit par la formule (3.103), nous choisissons : $M_T = 2; \varepsilon_T = 0.3; \omega_T = 29$.

$$W_3 = \begin{bmatrix} \frac{33.333(s+14.5)}{s+966.7} & 1 \\ 1 & \frac{33.333(s+14.5)}{s+966.7} \end{bmatrix} \quad (3.152)$$

Calcul de K

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
0.994	1.6e+01	-3.6e-08	3.4e-01	0.0e+00	0.0036	p
0.747	1.3e+01	-7.9e+01#	3.4e-01	0.0e+00	0.0001	f
0.870	1.5e+01	-5.7e+02#	3.4e-01	0.0e+00	0.0003	f
0.932	1.6e+01	-3.0e+04#	3.4e-01	0.0e+00	0.0003	f
0.963	1.6e+01	-1.3e+05#	3.4e-01	0.0e+00	0.0004	f
0.978	1.6e+01	-3.8e+05#	3.4e-01	0.0e+00	0.0009	f
0.986	1.6e+01	-1.1e+06#	3.4e-01	0.0e+00	0.0023	f
gamma value achieved:			0.9935			

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{-0.04379s^4 + 14.64s^3 + 4275s^2 + 134.8s + 0.44921}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{12} &= \frac{-0.0366s^4 - 14.34s^3 - 4267s^2 - 134.8s - 0.45582}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{21} &= \frac{0.03174s^4 + 23.9s^3 - 30.88s^2 - 1.506s - 0.017321}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{22} &= \frac{0.07622s^4 + 0.9644s^3 + 2123s^2 + 66.54s + 0.21262}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \end{aligned} \quad (3.153)$$

Les résultats de la synthèse du convertisseur BB sont affichés dans la Fig. 3.85, il est claire de cette figure que le critère (3.92) est satisfait.

La Fig. 3.86 montre la réponse indicielle du convertisseur BB nominale en BF, on tire de cette figure que les deux signaux de commandes sont bien découplés.

La Fig. 3.87 montre la réponse indicielle d'un échantillon de 20 modèles du BB en BF obtenus pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains. La figure montre qu'il y a un découplage dit faible pour quelques cas.

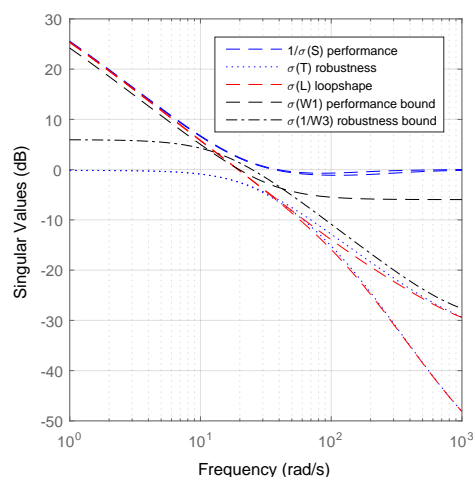


FIGURE 3.85 – Résultats de synthèse de BB

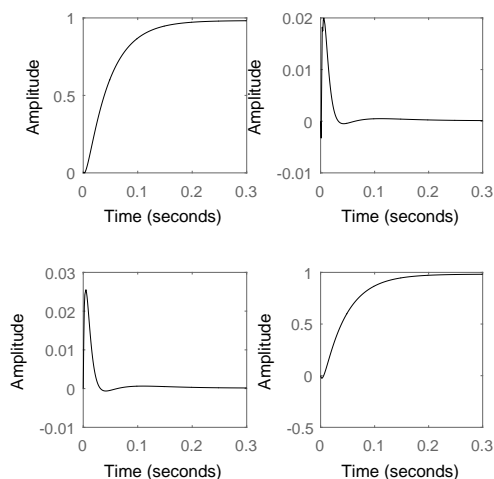


FIGURE 3.86 – Réponse indicielle du BB nominal.

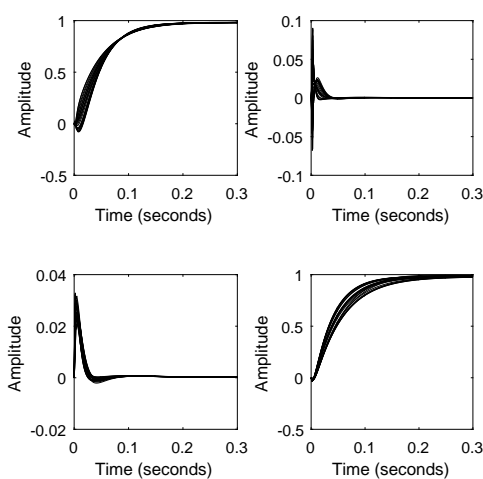


FIGURE 3.87 – Réponse indicielle du BB incertain.

Simulation

La Fig. 3.88 Montre le comportement du convertisseur BB en BF sous les conditions de fonctionnement nominales. La tension v_1 atteint un pic 4% et se stabilise à sa référence 24V dans moins de 0.5s. La tension v_2 atteint un pic de 4% puis se stabilise à sa valeur de référence 48V. D'autre part, les courants prennent moins de 0.7s pour se stabiliser à leurs valeurs nominales. Nous remarquons un bon comportement dans les conditions nominales du convertisseur BB en BF.

Lors d'une perturbation de la tension d'alimentation par une chute 1.5V appliquée à l'instant $t = 3s$, le BB se comporte comme le montre la Fig. 3.89 la tension v_1 fait une chute 8%, et prend moins d'une seconde pour se stabiliser à sa référence 24V, la tension aux bornes de la deuxième charge fait une chute 4% pour se compenser dans moins d'une seconde, le courant i_1 augmente de sa valeur nominale 5A pour atteindre 5.4A après un court régime transitoire (0.7s) dit moins d'oscillations.

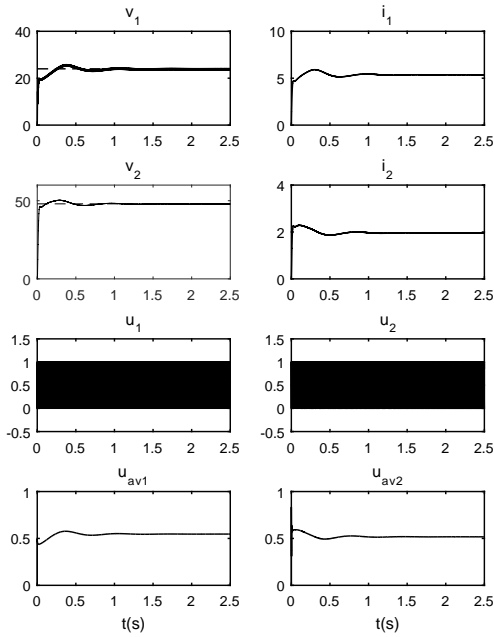


FIGURE 3.88 – Réponse du BB en BF sous conditions de fonctionnement nominales.

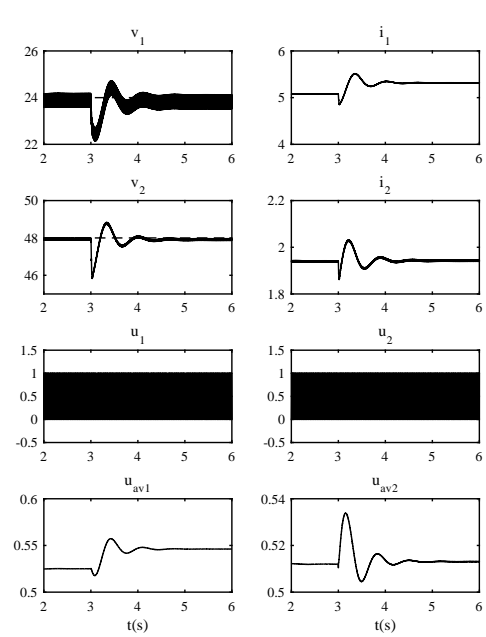


FIGURE 3.89 – Réponse du BB en BF sous perturbation d'alimentation.

en comparant par celui obtenu par le PI. Le courant i_2 se stabilise après une légère perturbation dès $t = 3s$ à $t = 3.8s$.

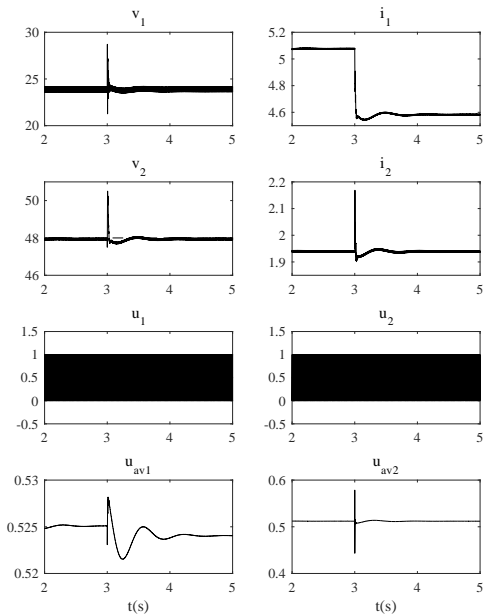


FIGURE 3.90 – Réponse à variation de R_1 en BF du BB.

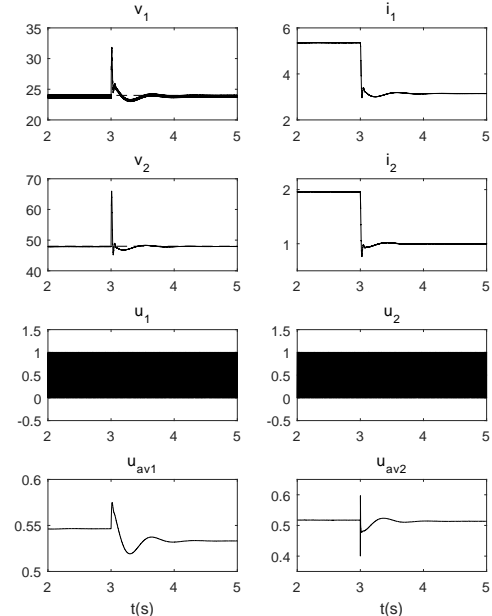


FIGURE 3.91 – Réponse à variation de R_1 en BF du BB.

La Fig. 3.90 montre le comportement du convertisseur BB en BF sous perturbation de la première charge par l'augmenter à 100% de sa valeur nominale, en maintenant la seconde charge et la tension d'alimentation à leurs valeurs nominales. Lors de la perturbation, la tension v_1 atteint un pic 16%, et la tension v_1 atteint un pic 4%.

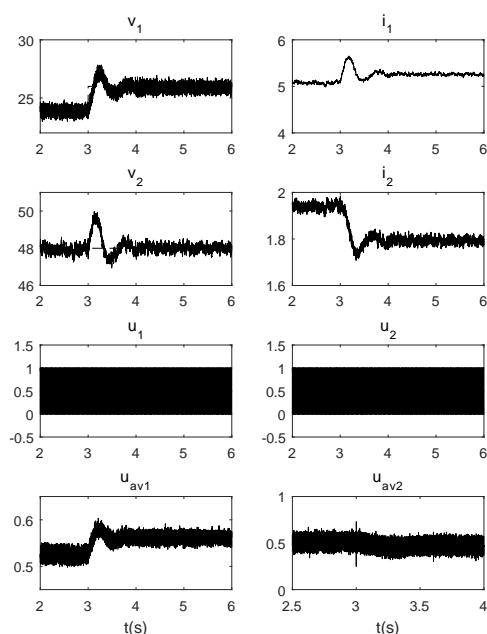


FIGURE 3.92 – Comportement sous bruit de mesure et variation de référence v_1 .

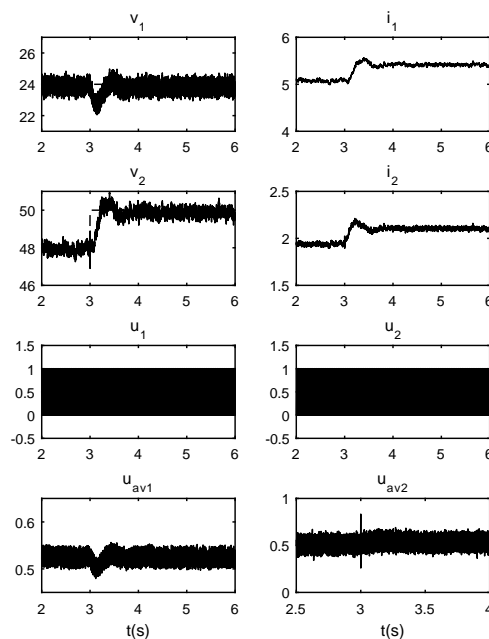


FIGURE 3.93 – Comportement sous bruit de mesure et variation de référence v_2 .

La Fig. 3.91 montre le comportement du convertisseur BB en BF sous perturbation de la charge R_2 par augmentation de leur valeur à 100% de sa valeur nominale en maintenant la première à sa valeur nominale. La tension v_2 atteint un pic 33.3% et v_1 atteint un pic 39.5%. En conséquence, le courant i_2 s'abaisse de sa valeur nominale à 3A, et le courant i_1 se décent de sa valeur nominale 2A pour se stabiliser à 1A.

La Fig. 3.92 montre le comportement du convertisseur BB en BF sous bruit de mesure sur les tensions $v_{1,2}$, avec une composante sinusoïdale ajoutée à la tension d'alimentation. Les allures des tensions et du courant montrent un bon rejet de bruit. Lorsque la première référence est augmentée de 24V à 26V dès $t = 3$ s, la tension v_1 suit sa référence pour l'atteindre dans moins de 0.7s.

La Fig. 3.93 montre la réponse du convertisseur BB lors de la variation de la deuxième référence de 48V à 50V, en maintenant la première référence à sa valeur nominale, le bruit sur $v_{1,2}$ et la perturbation de la source d'alimentation sont considérés. On remarque une bonne atténuation de bruit, concernant les commandes, le découplage entre eux est acceptable.

3.16 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé le principe de la commande robuste par l'approche Hinfini, ainsi que le calcul des contrôleurs par la méthode Sensibilité Mixte Loop-Shaping. Dans un autre volet, nous introduisons les incertitudes structurées dans le but de vérifier la robustesse en performance des convertisseurs corrigés et perturbés. L'application des règles de calcul des correcteurs robustes des convertisseurs DC/DC nous a permis de tirer les conclusions suivantes sur la méthode utilisée :

- les convertisseurs DC/DC forment des réalisations non minimales avec les fonctions de pondérations, qui nécessitent des simplifications du système augmenté en utilisant des méthodes mathématiques différentes.
- la difficulté de déterminations des fonctions de pondérations qui répondent au cahier des charges.
- la Sensibilité Mixte par Loop-Shaping a donnée des bons résultats côté structurel (ordre du contrôleur raisonnable).

Chapitre 4

L'approche μ - synthèse pour la commande des convertisseurs DC/DC

4.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la synthèse des lois de commandes des convertisseurs DC/DC se fait en se basant sur les modèles nominaux, à posteriori, nous vérifions que les boucles fermées demeurent stable en présences des erreurs de modélisation, que ce soit paramétriques (variations des valeurs des éléments constituant les convertisseurs), et dynamiques méconnue ou négligée (non linéarités négligées, méconnaissances des dynamique hautes fréquences,...). Grace à la μ analyse, nous pouvons étudier la robustesse des boucles fermées soumises à ces deux types d'incertitudes des modèles.

Dans ce chapitre, nous introduisons la formulation du problème de la commande robuste en présences des incertitudes structurés, et on traite également de problème de mise sous forme de LFT de processus incertitudes paramétrique, en appliquant sur le buck comme un exemple illustratif, car le processus est un peut compliquer. Dans le deuxième paragraphe, on introduit le problème d'analyse de la stabilité robuste (robustesse paramétrique, robustesse aux dynamiques négligées), et la valeur singulière structurée (VSS) μ est définie formellement, nous nous intéressons ensuite au problème de la performance robuste. Puis nous introduisons l'algorithme D-K itération pour le calcul effectif de la VSS. Enfin de la première partie de ce chapitre, nous exposons brièvement l'exploitation de cet outil d'analyse pour définir la technique de synthèse systématique de compensateur robuste : μ - synthèse. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous appliquons la technique μ - synthèse pour le calcul des lois de commande robuste pour les divers convertisseurs DC/DC, avec une validation en utilisant simulik vis-à-vis des variation paramétriques, bruit de mesure, etc,...

4.2 Formulation du problème de la commande robuste avec les incertitudes structurées

4.2.1 Incertitudes paramétriques structurées

Considérons un système linéaire ($A_\delta, B_\delta, C_\delta$ et D_δ) avec k maréomètres incertains $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$ [56]

$A_\delta = A + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{A}_i$, $B_\delta = B + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{B}_i$, $C_\delta = C + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{C}_i$, $D_\delta = D + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{D}_i$ où (A, B, C, D) est le modèle du système. Les matrices \hat{A}_i , \hat{B}_i , \hat{C}_i , et \hat{D}_i sont connues, et ils décrivent comment les incertitudes $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$ entre dans le modèle. Il sera être supposé qu'il ya n états, m entrées, et p sorties. L'équation (4.1) suivante

$$G_\delta(s) = D_\delta + C_\delta(sI - A_\delta)^{-1}B_\delta + F_u \left(N_\delta, \frac{1}{s}I \right) \quad (4.1)$$

où

$$N_\delta = \begin{bmatrix} A + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{A}_i & B + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{B}_i \\ C + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{C}_i & D + \sum_{i=1}^k \delta_i \hat{D}_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

l'équation peut s'écrire comme

$$N_\delta = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k \delta_i P_i \quad (4.3)$$

où

$$P_i = \begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \\ \hat{C}_i & \hat{D}_i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

si le rank de la matrice P_i est q_i [56],

$$P_i = \begin{bmatrix} L_i \\ W_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i^T & Z_i^T \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

où L_i, W_i, R_i et Z_i sont des matrices $n \times q_i, p \times q_i, n \times q_i$, et $m \times q_i$, respectivement. par conséquent,

$$\delta_i P_i = \begin{bmatrix} L_i \\ W_i \end{bmatrix} \delta_i I_{q_i} \begin{bmatrix} R_i^T & Z_i^T \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

substituons Eq. 4.6 dans Eq. 4.3

$$N_\delta = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_k \\ W_1 & W_2 & \dots & W_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 I_{q_1} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \delta_k I_{q_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1^T & Z_1^T \\ R_2^T & Z_2^T \\ \cdot & \cdot \\ R_k^T & Z_k^T \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

La représentation haut LFT avec respect à Δ_u est donnée comme (4.8) :

$$N_\delta = F_l(M_\delta, \Delta_P) \quad (4.8)$$

où

$$M_\delta = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

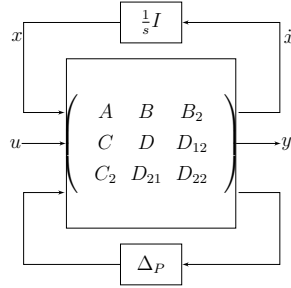


FIGURE 4.1 – Extraction des incertitudes paramétriques.

$$M_{11} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, M_{12} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_k \\ W_1 & W_2 & \dots & W_k \end{bmatrix}, M_{22} = 0, M_{21} = \begin{bmatrix} R_1^H & Z_1^H \\ R_2^H & Z_2^H \\ \vdots & \vdots \\ R_k^H & Z_k^H \end{bmatrix},$$

$$\Delta_P = \begin{bmatrix} \delta_1 I_{q_1} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \delta_k I_{q_k} \end{bmatrix}.$$

Substituons Eq. (4.8) dans Eq. (4.1)

$$G_\delta(s) = F_u \left(F_i(M_\delta, \Delta_P), \frac{1}{s} I \right) \quad (4.10)$$

Réécrivons Eq. (4.9) comme

$$M_\delta = \begin{bmatrix} A & B & B_2 \\ C & D & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$B_2 = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_k]; D_{12} = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_k]; C_2^T = [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_k];$$

$$D_{21}^T = [Z_1 \ Z_2 \ \dots \ Z_k]; D_{22} = 0.$$

La relation Eq. (4.10) peut visualisée comme montrée dans la Fig. 4.1

Exemple : convertisseur Buck

La Fig. 4.2 présente le model du convertisseur Buck décrit par Eq. (1.15), où E , R , L et C sont les valeurs nominales des paramètres du convertisseur. Si on considère que L et C sont de paramètres incertain, et peut se varier de δ_L et δ_C , respectivement, sur une certaine gamme, Eq. (1.13) s'écrit comme Eq. (4.12). notez que $\frac{1}{L+\delta_L}$ peut être réarranger comme un feedback en terme de $\frac{1}{L}$ et δ_L . La Fig. 4.3 peut être redessinée comme dans la Fig. 4.4 en retirant toutes les variations incertaines.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L+\delta_L} \\ \frac{1}{C+\delta_C} & -\frac{1}{R(C+\delta_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L+\delta_L} \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{av\delta 1} \\ \dot{x}_{av\delta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{av\delta 1} \\ x_{av\delta 2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (4.13)$$

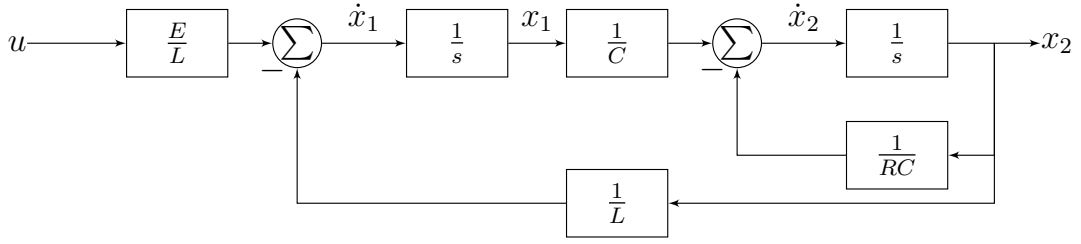


FIGURE 4.2 – Schéma block du convertisseur Buck nominal.

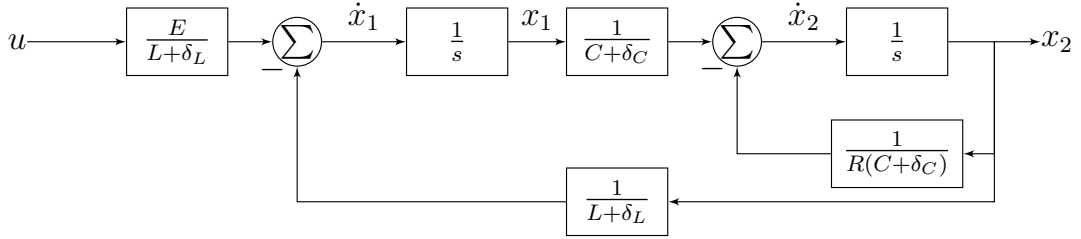


FIGURE 4.3 – Schéma block du convertisseur Buck incertain.

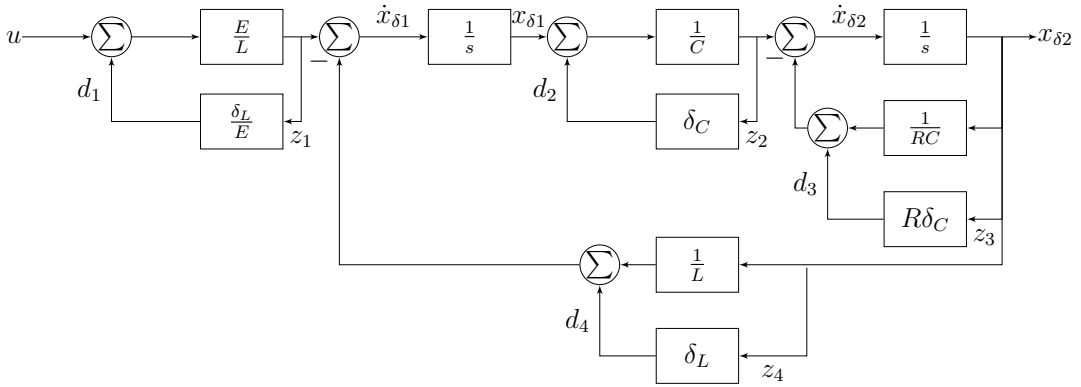


FIGURE 4.4 – Schéma block des incertitudes structurées du convertisseur Buck.

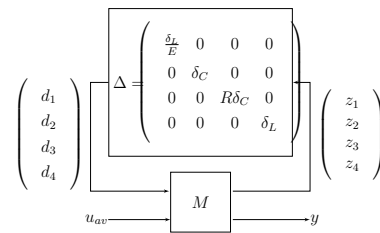
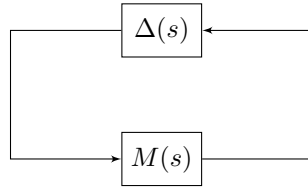


FIGURE 4.5 – Schéma block des incertitudes structurées du convertisseur Buck.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{av\delta 1} \\ x_{av\delta 2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av\delta} \quad (4.14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \hat{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C} = 0,$$

FIGURE 4.6 – Système $M - \Delta$.

$$\hat{D} = 0, P_1 = \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \frac{E}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} \hat{A}_2 & \hat{B}_2 \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, P_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \frac{E}{L} \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \end{bmatrix}.$$

4.3 Définition et propriétés des valeurs singulières structurées

Soit Δ la perturbation structurée de modèle :

$$\Delta = \text{diag} (\delta_1 I_{k_1}, \dots, \delta_{m_r} I_{k_{m_r}}, \Delta_1^C, \dots, \Delta_{m_C}^C) \quad (4.15)$$

Cette perturbation contient donc m_r scalaires réels δ_i (éventuellement répétés si $k_i > 1$) et m_C blocks complexes pleins Δ_j^C (de dimension k_j^C). La structure de la perturbation est donc entièrement définie par les entiers $m_r, m_C, (k_i)_{i \in [1, m_r]}, (k_j^C)_{j \in [1, m_C]}$. Les scalaires δ_i présentent des incertitudes paramétriques, tandis que les blocks complexes pleins représentent des dynamiques négligées à une pulsation ω donnée.

Si Δ ne contient que des blocs complexes pleins, on parle de perturbation complexe de modèle. Si Δ contient simultanément des blocs complexes pleins et des scalaires réelles, on parle alors de perturbation mixte.

Définition 11 La valeur singulière structurée

$$\mu_\Delta(M) = \begin{cases} 0 & \text{si } \det(I - M\Delta) \neq 0 \text{ pour tout } \Delta \in \Delta \\ \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta): \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0\}} & \end{cases} \quad (4.16)$$

4.4 Analyse de la robustesse via μ

4.4.1 Théorèmes de base

Théorème 12 soit $M(s)$ et $\Delta(s)$ être fonctions de transfert stables MIMO de dimensions $p_1 \times q_1$ et $q_1 \times p_1$ respectivement. Ainsi, soit être une matrice block diagonale ayant la structure de Δ définie par Eq. (4.17) et satisfaisant :

$$\|\Delta\|_\infty < \beta^{-1}; \quad \beta > 0 \quad (4.17)$$

Le problème de robustesse en performance peut être converti en le problème de la robustesse en stabilité ([62]) en introduisant des fictifs de perturbation $\Delta_p(s)$, figure, tel que

$$\|\Delta_p\|_\infty < 1 \quad (4.26)$$

Rupture des boucles à d_p et e_p ,

$$e_p(s) = (I + P_{\Delta_u}K)^{-1}W_P d_p \quad (4.27)$$

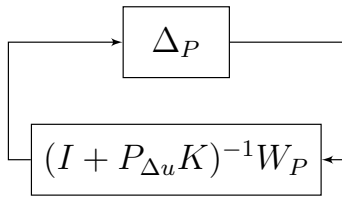


FIGURE 4.9 – Equivalent à la Fig. 4.7.

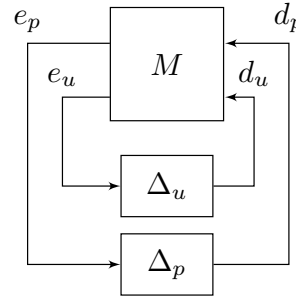


FIGURE 4.10 – Equivalent à la Fig. 4.9.

D'après le théorème de petit gain, le système vue dans la Fig. 4.7 est stable pour tout Δ_P si et seulement si la condition Eq. (4.28) est satisfaite. D'où, le critère de la robustesse en performance est équivalent à la robustesse en stabilité du système vu dans la Fig. 4.8. Pour résoudre ce problème, raturant les boucle à d_u , e_u , et e_p dans la Fig. 4.7.

$$\begin{bmatrix} e_p \\ e_u \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} d_p \\ d_u \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} d_p \\ d_u \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} e_p \\ e_u \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Où

$$M = \begin{bmatrix} (I + PK)^{-1}W_p & (I + PK)^{-1}P \\ -WK(I + PK)^{-1}W_p & -WK(I + PK)^{-1}P \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_P & 0 \\ 0 & \Delta_P \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Comparant la Fig. 4.8 et Fig. 4.9

$$F_l(M, \Delta_u) = (I + P_{\Delta_u}K)^{-1}W \quad (4.31)$$

Où $F_l(M, \Delta_u)$ est la LFT inferieur définie comme :

$$F_l(M, \Delta_u) = M_{11} + M_{12}\Delta_u(I - M_{22}\Delta_u)^{-1}M_{21} \quad (4.32)$$

Appliquant le théorème de boucle (théorème 13), la robustesse en performance est atteinte lorsque

$$\mu_\Delta(M) \leq 1 \quad (4.33)$$

Pour la structure de Δ , $S = 0$ et $F = 2$. Donc $2S + F = 2$, et

$$\mu_\Delta(M) = \inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}(DM D^{-1}) \quad (4.34)$$

où

$$D = \text{diag} [d_1 I_{m_1} \quad I_{m_2}] \quad (4.35)$$

où Δ_P et Δ_u sont des matrices $m_1 \times m_1$ et $m_2 \times m_2$, respectivement.

4.5 La synthèse : itérations D-K

Considérons le cas de Δ structuré sans aucun block ; i.e., $S = 0$. dans ce cas,

$$D(s) = \text{diag} [d_1(s) I_{m_1} \quad \dots \quad d_{F-1}(s) I_{m_{F-1}} \quad I_{m_F}] \quad (4.36)$$

donc

$$D(s) \Delta(s) D^{-1}(s) = \Delta(s) \quad (4.37)$$

puisque

$$\mu_{\Delta}(M) \leq \inf_D \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (4.38)$$

Le système $M - \Delta$ montré dans la Fig. 4.10 peut être converti en le système montré dans la Fig. 4.11. D'ailleurs, pour maximiser la robustesse du système, $K(s)$ et $D(s)$ sont cherché à minimiser la fonction suivante

$$\|DMD^{-1}\|_{\infty} \quad (4.39)$$

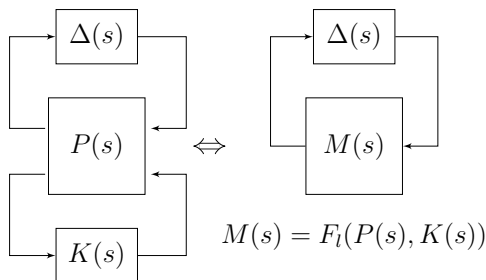


FIGURE 4.11 – Conduite du système $M - \Delta$.

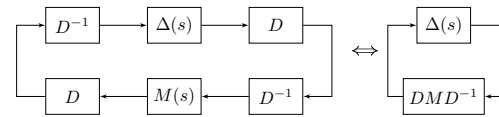


FIGURE 4.12 – Système $M - \Delta$ avec la matrice de mise à l'échelle diagonale D .

où

$$M = F_l(P(S), K(s)) \quad (4.40)$$

Le problème de minimisation est résolu via D-K itération

- 1 prônant $D(s) = D_0$ point à travers les fréquences
- 2 avec cette $D(s)$, trouver un $K(s)$ pour minimiser $\|DMD^{-1}\|_{\infty}$. La commande Matlab "hinftopt" peut être utilisée pour cela :
- 3 avec ce $K(s)$, trouver $D(s)$ diagonale pour minimiser . Ce processus est équivalent à trouver $\mu_{\Delta}(M)$. La commande Matlab "ssv" peut être utilisée dans ce but. La sortie de cette commande va être le tercé de bode d'escaillage diagonal optimal $D_{new}(j\omega)$.
- 4 en utilisant une méthode d'ajustement de courbes, trouver une fonction de transfert d'ordre bas par approximation à l'escaillage diagonal optimal . La fonction Matlab "fitd" peut être utilisé dans ce but.

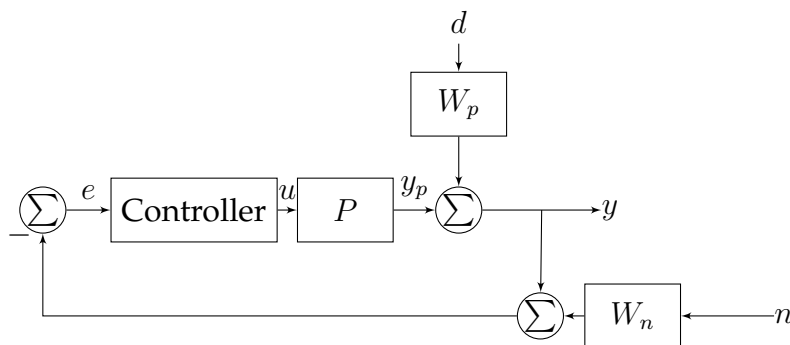


FIGURE 4.13 – Structure de la commande.

4.6 Convertisseur Buck

Pour faire la synthèse du correcteur robuste pour le convertisseur incertain P , nous choisissons une bande passante désirée en BF, et nous effectuons une conception de minimisation de la sensibilité en utilisant un modèle simplifié du système incertain. La structure de la commande est montrée dans la Fig. 4.13. Les principaux signaux sont la perturbation d , le bruit de mesure n , le signal de commande u , et la tension de sortie y . Les filtres W_p et W_n reflètent le contenu en fréquences des signaux de perturbation et de bruit, où d'une manière équivalente, les bandes des fréquences où de bonnes propriétés de perturbation et de rejet de bruit sont nécessaires.

Notre objectif est de garder y tends vers zéro par rejet de la perturbation d et de minimiser l'impact du bruit de mesure n . D'une manière équivalente, nous voulons faire la synthèse d'un contrôleur qui maintient le gain $[d, n]$ à y faible. Noter que

$$y = W_p \frac{1}{1 + PK} d + W_n \frac{PK}{1 + PK} n \quad (4.41)$$

Alors la fonction de transfert (4.41) se compose des versions des fonctions de sensibilité $\frac{1}{1+PK}$ et de sensibilité complémentaire $\frac{PK}{1+PK}$ pondérées par le bruit et performance.

Etape 1 : Construction du système incertain P

Incertitudes paramétriques

Considérons que chacun des paramètres du convertisseur R , L et C peut s'écarter en pourcentage à 5% de sa valeur nominale, la tension d'alimentation E peut s'écarter à 1%. Les paramètres incertains sont spécifiés en appliquant l'action perturbatrice présentée dans le paragraphe 4.2.2 au modèle nominale donné par Eq. (1.15). Le modèle incertain résultant noté par G_u . La collection des réponses indicelles pour des valeurs incertaines échantillonnées au hasard montre la variabilité du système G_u est montrée dans la Fig. 4.14a.

Incertitudes dynamiques (erreurs de modélisation)

Supposons que le comportement du convertisseur modélisé par la fonction de transfert G s'écarte considérablement de son comportement nominal à basse fréquence, par environ de 5% d'erreur relative potentielle, la variation en pourcentage

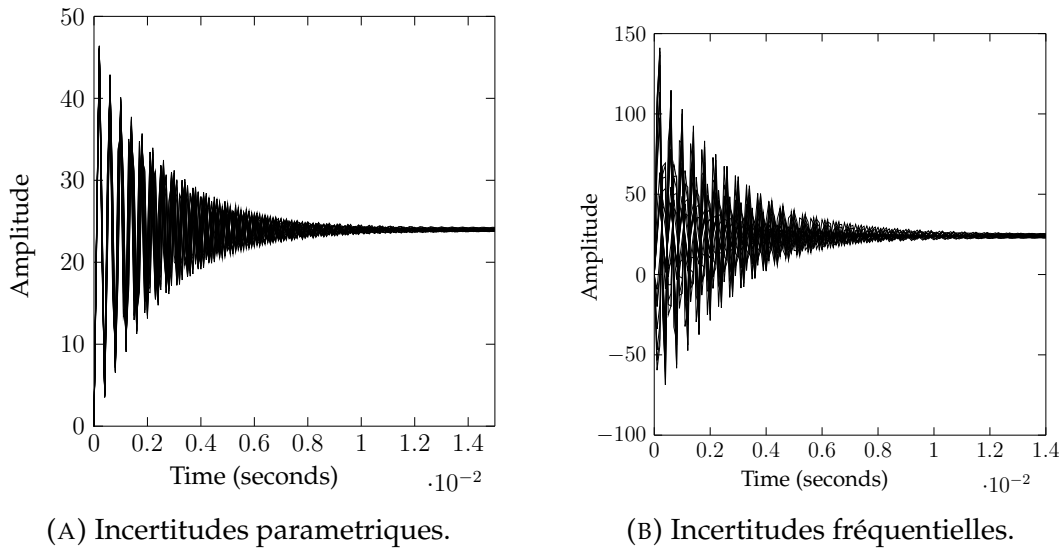


FIGURE 4.14 – Modélisation des incertitudes

commence à augmenter. L'incertitude retransverse 100% à 1000 rad/s et atteint 500% à haute fréquence où G se déroule. Pour modéliser l'incertitude du domaine fréquentiel comme décrit ci-dessus en utilisant la fonction de pondération :

$$W_u = \frac{10s + 498.1}{s + 9962} \quad (4.42)$$

Nous avons maintenant le système incertain avec les incertitudes multiplicatives en entrée (Fig. 4.14b)

$$P = G_u (1 + W_u \Delta_u) \quad (4.43)$$

Δ_u c'est une fonction de transfert fictif, supposé stable est inconnue, sauf sa norme : $\|\Delta_u\|_\infty < 1$.

Etape 2 : Couverture du modèle incertain (simplification)

Lors de la synthèse d'une loi de commande, il est toujours désirable de simplifier le modèle incertain en gardant approximativement l'ensemble de leur variabilité. En effet, nous prenons un vecteur P_a des réponses LTI du system incertain P , et la réponse nominale G pour modéliser la différence $P_a - G$ comme incertitudes multiplicative dans la dynamique du convertisseur. Alors, premièrement nous traçons une famille des réponses LTI du système incertain P , en conséquence, nous aurons un vecteur des modèles LTI où chaque modèle représente un comportement possible du système incertain. Dans le cas du convertisseur Buck, nous générons 30 échantillons (combinaisons) de valeurs pour P . Par suite, nous choisissons les valeurs du modèle G "paramètres nominales" comme le centre de P_a du couvercle, et nous utilisons un filtre d'échappement W_t d'ordre quatre pour capter comment l'erreur relative entre P_a et G varie avec les fréquences, et le model du convertisseur incertain deviens comme décrit la relation Eq. (4.44). La Fig. (4.15) montre que l'amplitude du filtre couvre les variations relatives de la réponse fréquentielle

$$P = G (1 + W_t \Delta_u) \quad (4.44)$$

$$W_t = \frac{5.146s^4 + 8.262e05s^3 + 3.437e09s^2 + 1.701e14s + 1.701e16}{s^4 + 1.699e05s^3 + 2.09e09s^2 + 3.923e13s + 3.332e17} \quad (4.45)$$

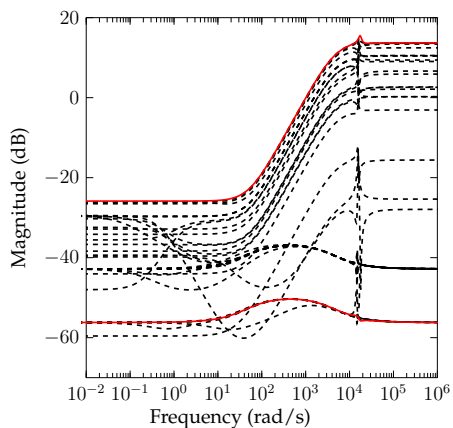


FIGURE 4.15 – Filtre d’incertitudes.

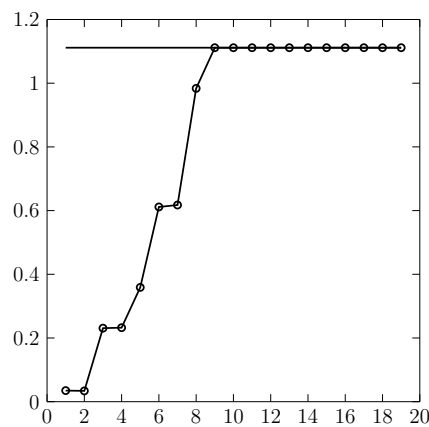


FIGURE 4.16 – Performances robustes en fonction de l’ordre du contrôleur.

Fonctions de pondérations

Pour spécifier les performances désirées, nous utilisons la fonction de pondération W_p comme un filtre passe-bas du premier ordre de la forme Eq. (4.46), avec une amplitude supérieure à un aux basses fréquences (inférieur de la bande passante) en boucle fermée ($\omega_d = 130rad/sec$).

$$W_p = \frac{0.13s + 128.9}{s + 0.2578} \quad (4.46)$$

Pour l’atténuation de bruit, on utilise un filtre de bruit de capteur du second ordre, avec une amplitude supérieure à un à des fréquences supérieures à ω_d .

$$W_n = \frac{1 + \frac{2\xi}{\omega_n^2}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2}{1 + \frac{2\xi}{\omega_c^2}s + \frac{1}{\omega_c^2}s^2} \quad (4.47)$$

où $\omega_d = 130rad/sec$; $\xi = 0.707$; $\omega_n = \frac{\omega_d}{2}$; $\omega_c = \frac{\omega_d}{5}$.

$$W_n = \frac{0.0002367s^2 + 0.02175s + 1}{9.467e-08s^2 + 0.008702s + 400} \quad (4.48)$$

En utilisant la commande Matlab "sysic", on peut connecter les fonctions de pondérations précédentes pour obtenir le système M (Fig. 4.10), puis la commande dkdyn, pour décomposer le système comme le montre la Fig. 4.11 et calculer le régulateur par D-K itération. Les résultats de calcul sont illustrés comme :

Calcul du correcteur

Après 6 itérations (D-K itération) nous avons :

Iteration Summary

Iteration #	3	4	5	6
Controller Order	17	19	19	19
Total D-Scale Order	8	10	10	10
Gamma Acheived	61.389	14.377	3.639	8.414
Peak mu-Value	27.405	3.096	0.852	2.280

Le correcteur obtenu dans la cinquième itération est d'ordre 19, comme le montre le verbatim précédent, en effet, la réduction d'ordre du contrôleur est nécessaire pour obtenir une forme acceptable, alors, nous recourons à une des divers outils mathématiques qui sert à réduire l'ordre du système sans perd leur caractéristiques, dans ce travail, nous utilisons la méthode "Balenced Truncation" [63] [64]. Concernant l'ordre du correcteur réduit, la Fig. 4.16 montre les performance du Buck en fonction de l'ordre du correcteur en BF, l'évaluation des performance se fait par le calcul des valeurs singulières pour chaque ordre, dans la cas du Buck, à partir de l'ordre 5 et plus, les performances du systèmes sont assurés dans le cadre de cette gamme. En se basant sur la Fig. 4.16, nous choisissons réduire à l'ordre 5 notre correcteur.

$$K_r = \frac{0.0222s^4 - 71.68s^3 + 1.078e06s^2 + 2.271e09s + 1.114e10}{s^5 + 1326s^4 + 1.019e06s^3 + 3.351e08s^2 + 1.699e09s + 7.983e07} \quad (4.49)$$

Nous nous intéressons maintenant au correcteur d'ordre réduit, la Fig. 4.17 montre le tracé de Bode du convertisseur Buck en BF, les marges de phases et de gains sont largement suffisantes pour assurer la stabilité du système en BF. D'autre part, nous avons intérêt à vérifier la robustesse en performance et en stabilité à l'aide des valeurs singulières structurées et de la μ analyse. La Fig. 4.19 nous renseigne sur la stabilité robuste de notre boucle, la valeur maximale de μ est de 0.118 (les bornes supérieur et inférieur sont très proches) se produit à $\omega = 343\text{rad/sec}$. Alors, la stabilité est garantie pour toutes les perturbations avec une structure appropriée, et $\max_{\omega} \sigma[\Delta(j\omega)] < \frac{1}{0.118} \approx 8.47$

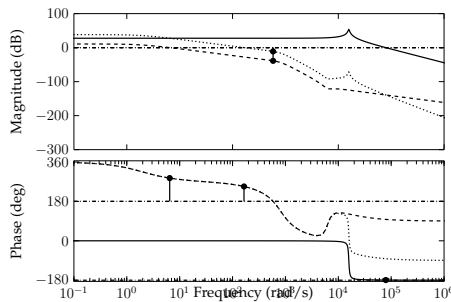


FIGURE 4.17 – Réponse fréquentielle : G —, GK --, GK_r ...

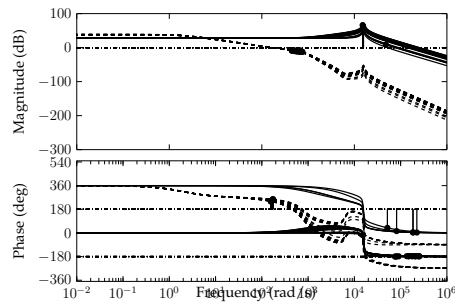


FIGURE 4.18 – Réponse fréquentielle : $-G_u$ —, $.G_u K_r$...

Le calcul de la robustesse en performance se fait en incluant la pondération de performance W_p sur l'erreur de la régulation. Le tracé de la valeur singulière structurée est montré dans la Fig. 4.20. La valeur maximale (des deux bornes supérieure et inférieure) est autour 0.85. Cela implique que le système est robuste en performance pour chaque perturbation Δ satisfait $\max_{\omega} \sigma[\Delta(j\omega)] < \frac{1}{0.85}$, nous avons garantie la stabilité avec une marge de robustesse de 1.17 ($1/0.85$). C'est-à-dire que le système maintient les performances définies par le gabarit W_p^{-1} sur la sensibilité en sortie

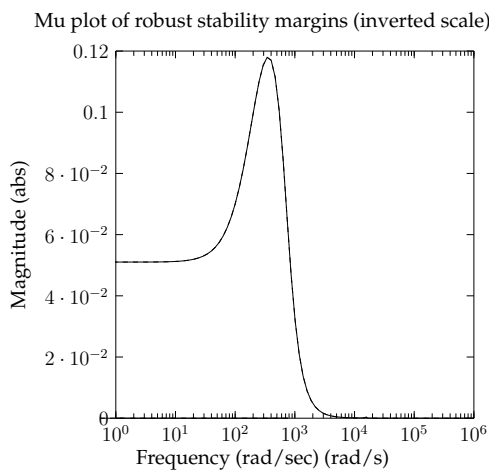


FIGURE 4.19 – Robustesse en stabilité.

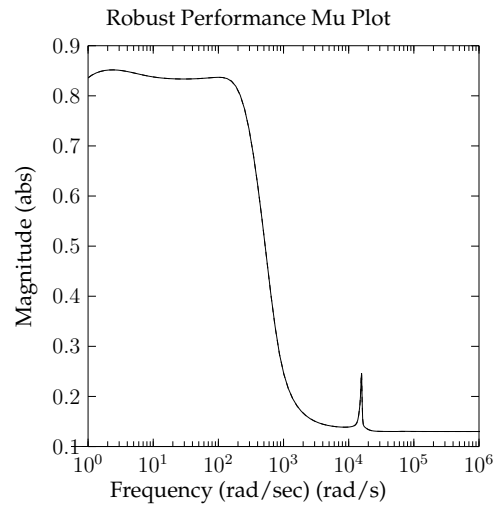


FIGURE 4.20 – Robustesse en performance.

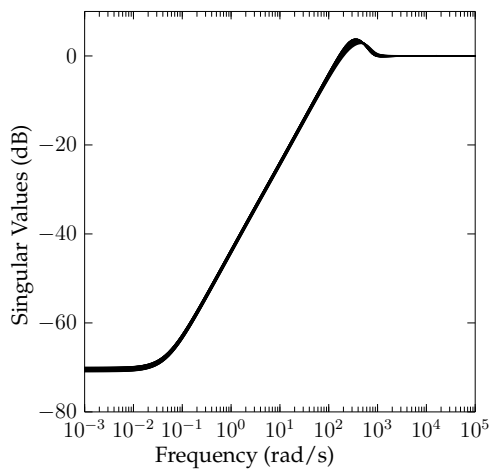


FIGURE 4.21 – Fonction de sensibilité.

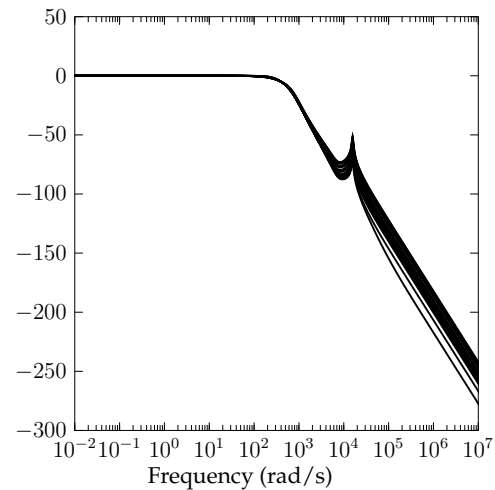


FIGURE 4.22 – Fonction de sensibilité auxiliaire.

(le transfert entre la référence et l'erreur de régulation) pour toutes les valeurs des paramètres dans les intervalles prédéfinis.

La Fig. 4.21 montre la fonction de sensibilité pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains, on observe des gains très faibles en basses fréquences qui impliquent un bon rejet de perturbation.

La Fig. 4.22 montre une bonne atténuation de bruit, car la fonction de sensibilité complémentaire est caractérisée par un gain faible en haute fréquence.

La réponse indicielle du Buck incertain illustrée dans la Fig. 4.23 montre un bon comportement du convertisseur nominal, ainsi les sous systèmes obtenus pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains.

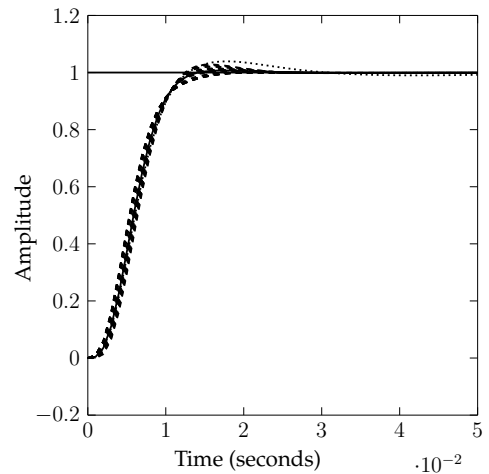


FIGURE 4.23 – Réponse indicielle en BF.

Simulations

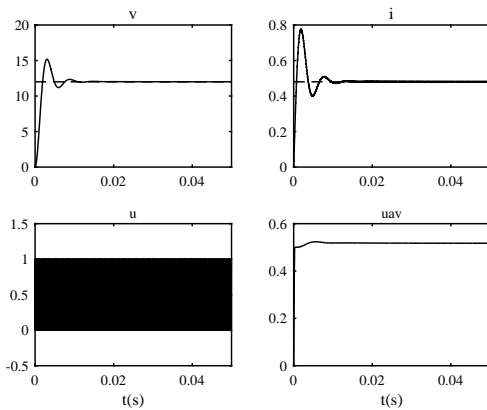


FIGURE 4.24 – Comportement nominal.

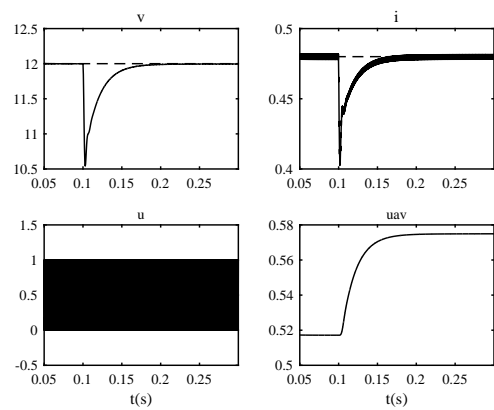


FIGURE 4.25 – Perturbation de E .

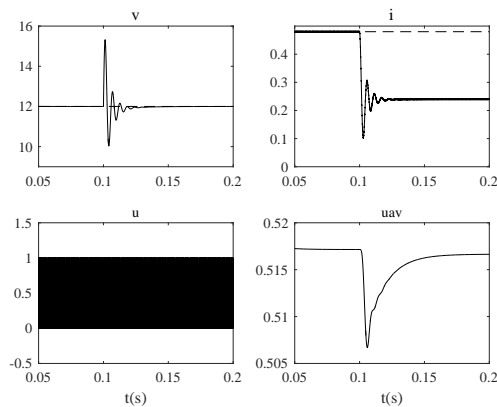


FIGURE 4.26 – Perturbation sur R

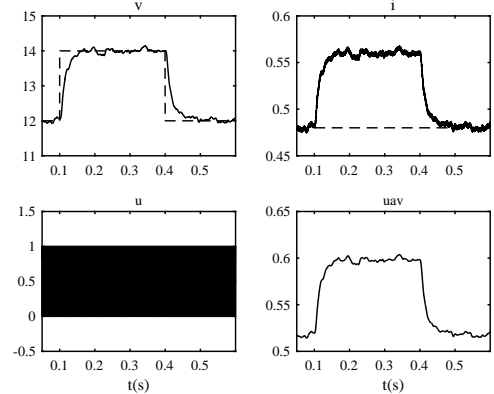


FIGURE 4.27 – Variation de référence et bruit blanc.

Dans la Fig. 4.24, le comportement du convertisseur Buck sous les conditions de fonctionnement nominales montre un temps de réponse moins de $0.01s$. Nous observons un dépassement assez important 25% de la tension de sortie. Concernant le comportement du convertisseur Buck en BF nominale, celui obtenu avec le correcteur calculé via la méthode μ -synthèse présente une meilleure stabilité par rapport au celui calculé via Loop Shaping, cela est bien clair d'après le signal de commande.

La Fig. 4.25 montre le comportement du convertisseur Buck en BF sous perturbation de la tension d'alimentation par une chute $1.5V$ appliquée dès $t = 0.1s$, en effet, une chute 12.5% de v_1 , et $0.05s$ suffit pour s'annuler.

La Fig. 4.26 montre la réponse du convertisseur Buck à une perturbation de charge en augmentant sa valeur à 100% à l'instant $t = 0.1s$. En conséquence, la tension atteint un pic de 30.8%, c'est un pic important, mais il est raisonnable vis-à-vis la perturbation de charge à 100%, la tension contrôlée prend moins de $0.05s$ pour se stabilise à sa valeur nominal. Le courant se descend de sa valeur nominale pour se stabilise à $0.91A$.

Lorsque un bruit de puissance 10^{-4} et de fréquence $10^{-4}rad/sec$ est ajouté à la tension mesurée, la tension d'alimentation est perturbée par une composante sinusoïdale de $0.2V$ crête à crête avec une fréquence $100rad/sec$, le Buck en BF se comporte comme le montre la Fig. 4.27. A l'incident $t = 0.1s$ la référence était augmenté de $12V$ à $14V$, en effet, nous remarquons un bon rejet de perturbation, et un bon atténuation de bruit, où le contrôleur présente une robustesse meilleur (en stabilité et en performance) en comparant par Loop-Shaping et le PI.

4.7 Convertisseur boost

Comme dans le cas du convertisseur Buck, en se basant sur la structure de la commande présenté dans la Fig. 4.13, nous suis les mêmes étapes.

Construction du système incertain

Pour prendre en compte la variation paramétrique des éléments constituent le model du convertisseur Boost, nous considérons que chaque paramètre peut s'écarter à $\pm 5\%$ de sa valeur nominale, la tension d'alimentation peut s'écarter par $\pm 1\%$ de sa valeur nominale. D'autre part, pour objectif de prendre les erreurs de modélisation (les hypothèses simplificatrices) en compte lors de la synthèse, nous utilisons la fonction W_u de la forme Eq. (4.50) qui reflète au modèle nominale 3% d'erreur relative en basse fréquences, et 100% autour de la fréquence $\omega = 100rad/sec$, l'erreur est considérée qu'elle atteint 2000% en hautes fréquences où le convertisseur se déroule. Les incertitudes sont considérés toujours comme multiplicatives en entrées, c'est-à-dire $P = G_u (1 + W_u \Delta_u)$.

$$W_u = \frac{10 s + 100000}{s + 1e06} \quad (4.50)$$

Couvrement des incertitudes (simplification du model incertain)

Pour simplifier le model d'incertitude, nous utilisons le filtre W_t d'ordre deux. La Fig. 4.28 montre qu'il y a certains échantillons sont dessus de l'amplitude de W_t , en effet, nous doit augmenter l'ordre du filtre d'ordre pour couvrir toute les variabilités,

par conséquent, nous aurons un correcteur plus compliqué.

$$W_t = \frac{9.431s^2 + 1.813e05s + 4.969e08}{s^2 + 8.325e05s + 3.955e09} \quad (4.51)$$

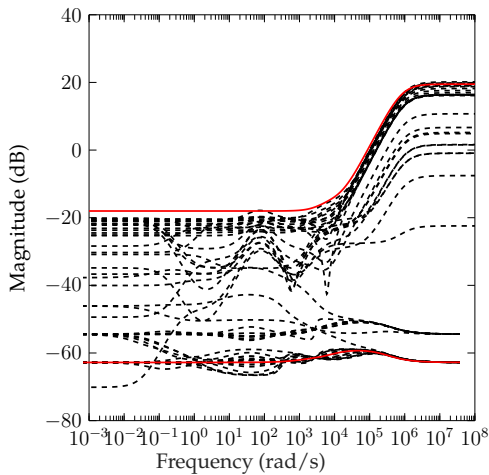


FIGURE 4.28 - Filtre d'incertitudes.

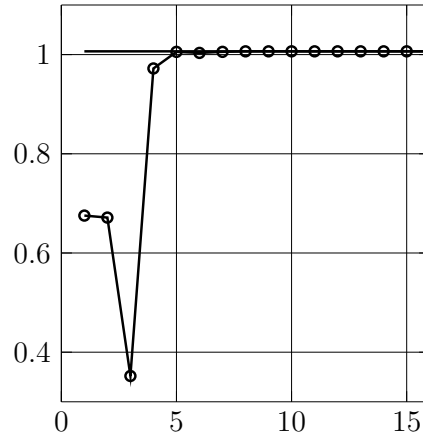


FIGURE 4.29 - Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.

Choix des fonctions de pondération

En effet que le convertisseur Boost est un système à déphasage non minimal, il est préférable de limiter la bande passante du convertisseur en BF de telle sorte à éloigner la bande passante du RHPZ, la fréquence de coupure désiré en BF est choisie à être $\omega_d = 25rad/sec$, cela sert à choisir la fonction de pondération de performance comme un filtre passe-bas avec une amplitude supérieur à un en fréquences inférieur à $\omega_d = 25rad/sec$, soit 500 (50dB), et 0.5 (-6dB) au fréquences au-delà de ω_d .

$$W_p = \frac{0.5 s + 21.65}{s + 0.0433} \quad (4.52)$$

Nous choisissons W_n comme un modèle de bruit d'ordre deux de la forme Eq. (4.53) avec : $\omega_d = 25rad/sec$; $\xi = 0.707$; $\omega_n = \frac{\omega_d}{2}$; $\omega_c = \frac{\omega_d}{5}$.

$$W_n = \frac{0.0064s^2 + 0.1131s + 1}{2.56e - 06s^2 + 0.04525s + 400} \quad (4.53)$$

4.7.0.1 Calcul de K

Iteration Summary

Iteration #	3	4	5	6
Controller Order	18	16	16	16
Total D-Scale Order	10	8	8	8
Gamma Acheived	1.120	1.029	1.007	0.993
Peak mu-Value	1.107	1.028	1.006	0.993

Le correcteur obtenu cette fois ci est d'ordre 16, qu'il nécessite une simplification (réduction d'ordre), les valeurs singulières en fonction d'ordre du contrôleur sont montrés dans la Fig. 4.29, il est calier qu'on peut réduire l'ordre du correcteur à quater, toute en assurant la robustesse en stabilité.

$$K_r = \frac{-0.3398s^3 + 1037s^2 + 8.536e04s + 4811}{s^4 + 324.5s^3 + 1.392e05s^2 + 1.383e04s + 334.6} \tag{4.54}$$

Tests de robustesse

En groupant $P(s)$ et $K(s)$ pour obtenir la forme générale comme dans la Fig. 4.10. Avec M construit, il faut ensuite décrire clairement la structure de l'élément incertain Δ . La structure des matrices de perturbation doit être transmise à la commande "mu". Le calcul de la valeur singulière structurée sur un ensemble de valeurs de pulsation se fait à l'aide de la commande "mu" sous Matlab, et donne le tracé de la Fig. ?? . On note un majorant de 0.125 de la borne supérieur (les bondes supérieur et inférieur sont très proches), d'où une marge de robustesse de l'ordre de 8.

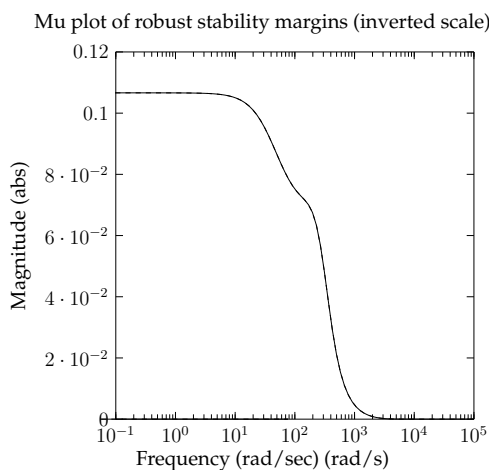


FIGURE 4.30 – Fonction de sensibilité.

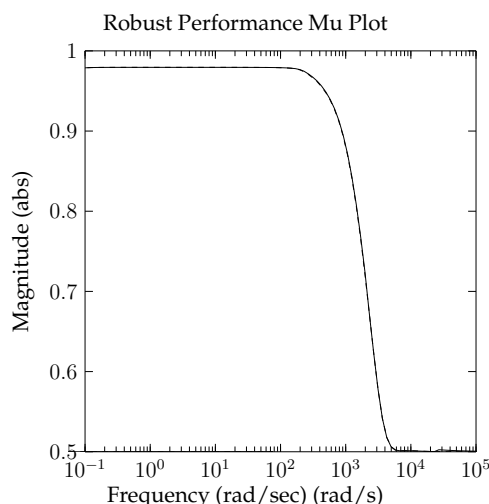


FIGURE 4.31 – Fonction de sensibilité auxiliaire.

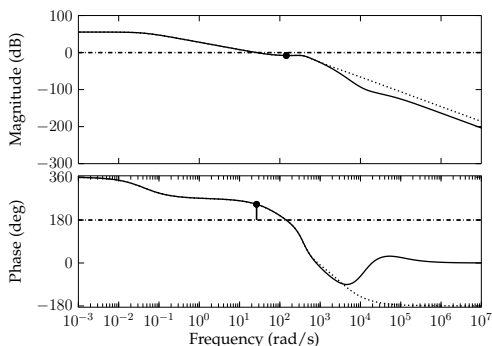


FIGURE 4.32 – Réponse fréquentielle nominale : $GK-, GK_r \dots$.

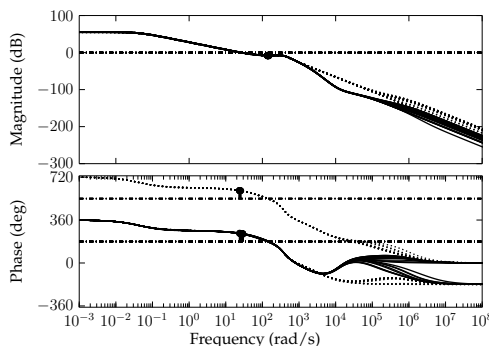


FIGURE 4.33 – Réponse fréquentielle nominale : $G_uK-, G_uK_r \dots$.

La Fig. 4.31 montre la robustesse en performance, nous remarquons que le convertisseur est bien robuste en performance car la valeur maximale est 0.99 (ne dépasse pas un).

La réponse fréquentielle nominale du convertisseur Boost en BO corrigée en utilisant le correcteur d'ordre réduit est la même que celle obtenu en utilisant le correcteur d'ordre complet (Fig. 4.32) dans les basses fréquences, où nous tirons 8dB et 66° comme des marges de gain et phase respectivement. En haut fréquences, nous remarquons que le gain en utilisant le correcteur d'ordre complet est inférieur à celui obtenu par le correcteur d'ordre réduit, ce qui traduit par une rejection de perturbation meilleur du correcteur d'ordre complet par rapport au celui d'ordre réduit. La même observation est marquée pour la phase, où le correcteur d'ordre réduit présente une phase inférieure à celui délivrée par le correcteur d'ordre complet, qui implique une déférence lors de la réjection des perturbations avec légère avantage du contrôleur d'ordre complet.

Le correcteur d'ordre réduit présent un bon comportement en présences des incertitudes comme le montre la réponse fréquentielle dans la Fig. 4.33, où nous observons que tout les sous systèmes engendrés pour des valeurs aléatoires des paramètres incertains ont presque les mêmes caractéristiques (marges de stabilité, gains en basse fréquences,..). La réponse fréquentielle de la fonction de sensibilité en utili-

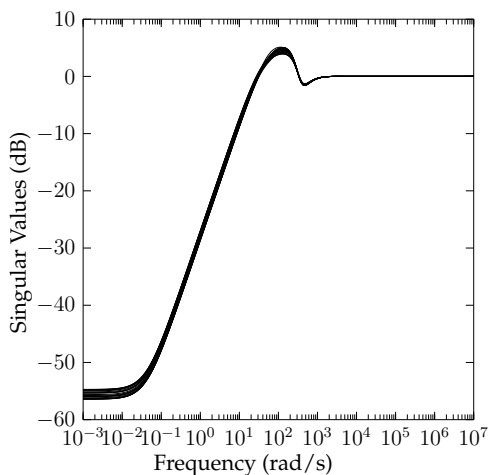


FIGURE 4.34 – Fonction de sensibilité.

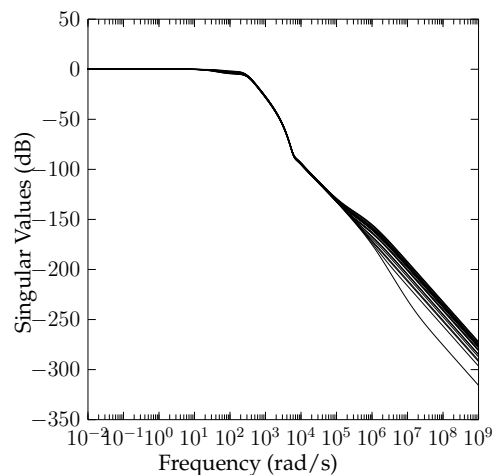


FIGURE 4.35 – Fonction de sensibilité auxiliaire.

sant le correcteur d'ordre réduit est présentée dans la Fig. 4.34 montre un gain très faible en haut fréquence qui implique une bonne rejection de perturbation, et la réponse fréquentielle de la fonction de sensibilité complémentaire dans la Fig. 4.35 montre un gain très faible en basse fréquence ce qui traduit par une bonne atténuation de bruit.

La réponse indicielle du convertisseur Boost en BF en utilisant le correcteur d'ordre réduit est illustrée dans la Fig. 4.36. Nous tirons un bon temps de réponse avec une bonne précision.

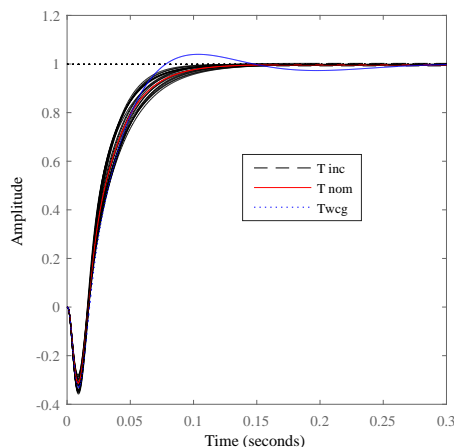


FIGURE 4.36 – Réponse indicielle.

Simulations

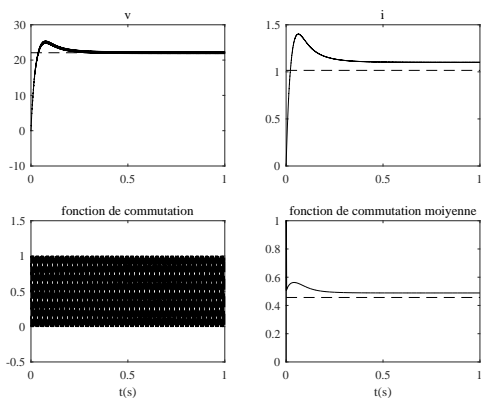


FIGURE 4.37 – Comportement nominal.

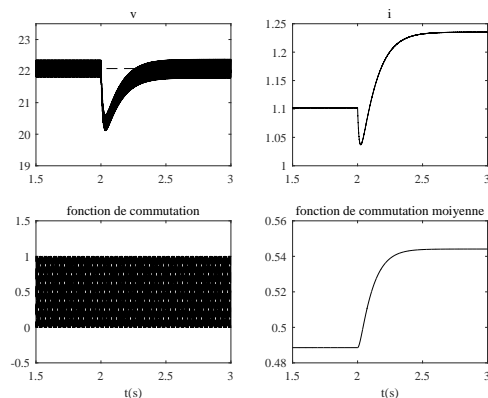


FIGURE 4.38 – Perturbation de E .

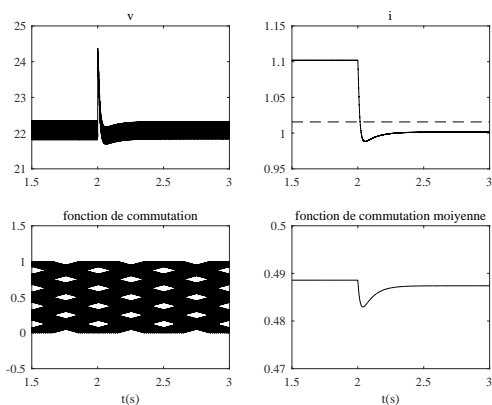


FIGURE 4.39 – Perturbation sur la charge.

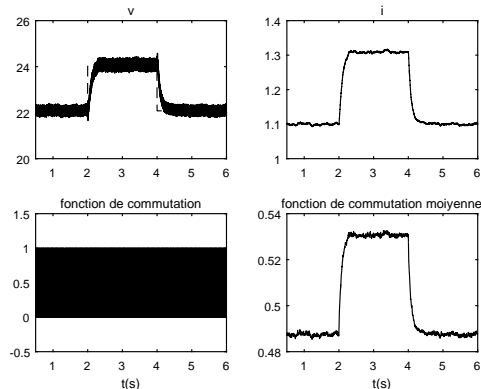


FIGURE 4.40 – Variation de référence avec bruit de mesure.

Dans la Fig. 4.37, le comportement du convertisseur Boost en BF dans les conditions de fonctionnement nominal est montré. L'allure de la tension montre une bonne

précision en comparant par celui obtenu par Loop-Shaping et PI. Concernant le courant, une légère erreur est remarquée.

La Fig. 4.38 montre le comportement du convertisseur Boost en exerçons une chute de tension sur la source d'alimentation E à $t = 2s$. Cette perturbation provoque une chute de tension de 8%, et le contrôleur prend moins de 0.4s pour composer la chute. Le courant traversant l'inductance se monte de 1.1A à 1.24A .

Lorsque la résistance de charge est augmentée à 100% de sa valeur nominale à $t = 2s$; la Fig. 4.39 montre un pic 9% de la tension aux bornes de la charge. Le courant se descend de sa valeur nominale pour se stabilise à 1A. Le signal de commande moyen est plus stable en comparant par celui obtenu par Loop-Shaping et PI.

Si la tension mesurée est dotée par un bruit blanc de fréquence 10^{-4} , et de fréquence $10^{-4}rad/sec$, avec une composante sinusoïdale de 0.1V crête à crête, et de fréquence $100rad/sec$, le correcteur calculé par la méthode μ synthèse présente la meilleur atténuation de bruit et rejection de perturbation comme le montre la Fig. 4.40, où la qualité des signaux sont mieux que celui obtenteurs par les autres correcteurs.

4.8 Convertisseur Buk-Boost

La structure de commande est toujours celle présentée dans la Fig. 4.13. Nous essayons construire le système augmenté :

Construction du système incertain

Les incertitudes paramétriques sont introduite dans le modèle nominale du convertisseur Buck-Boost en utilisant la commande Matlab : "ureal", où une erreur de $\pm 5\%$ pour chaque paramètre est considérée. A l'aide de la fonction de pondération W_u (Eq. (4.55)), on ajoutons 5% d'erreur relative du model nominal en basses fréquences, 100% autour de la fréquence $\omega = \omega_d = 650rad/sec$, et 1000% en hautes fréquences.

$$W_u = \frac{10s + 1.723e06}{s + 3.447e06} \quad (4.55)$$

Couvrement des incertitudes

Pour objectif de simplifier le model incertain, on utilise un filtre d'ordre 3 pour couvrir toutes les erreurs relatives engendrées par les incertitudes

$$W_t = \frac{10.21s^3 + 1.759e06s^2 + 1.881e09s + 2.079e13}{s^3 + 3.361e06s^2 + 6.54e08s + 4.068e13} \quad (4.56)$$

Choix des fonctions de pondération

Nous utilisons la fonction de pondération W_p (Eq. (4.57)) pour limiter la bande passante en boucle fermée, dans le cas du convertisseur Buck Boost, nous choisissons une fréquence de coupure en BF $\omega_d=650rad/sec$, pour un bon rejet de perturbations, nous choisissons une amplitude de 500 (54dB) en basses fréquences, et 0.01 (-40dB) en hautes fréquences

$$W_p = \frac{0.01s + 650}{s + 1.3} \quad (4.57)$$

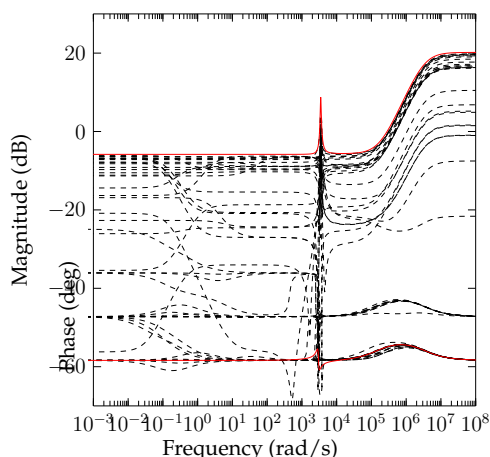


FIGURE 4.41 – Filtre d'incertitudes.

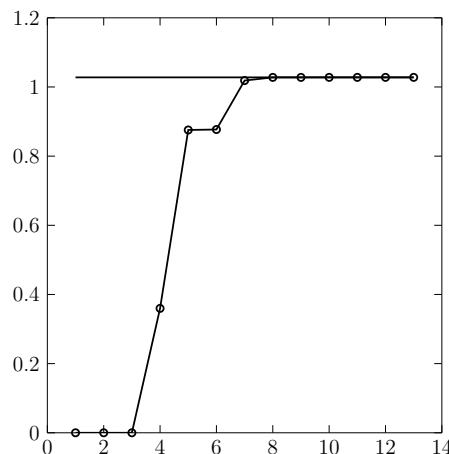


FIGURE 4.42 – Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.

Pour une meilleure atténuation de bruit de mesure, on utilise un filtre de passe bas du second ordre comme décrit la formule Eq. (4.47), avec $\omega_d = 650 \text{ rad/sec}$; $\xi = 0.707$; $\omega_n = \frac{\omega_d}{2}$; $\omega_c = \frac{\omega_d}{5}$.

$$W_n = \frac{9.467e-06s^2 + 0.004351s + 1}{3.787e-09s^2 + 0.00174s + 400} \quad (4.58)$$

Calcul de K

Iteration Summary

Iteration #	3	4	5	6
Controller Order	19	17	13	19
Total D-Scale Order	10	8	4	10
Gamma Acheived	2.484	1.569	0.973	16.669
Peak mu-Value	2.176	1.353	0.973	1.745

Le contrôleur obtenu après la septième itération est d'ordre 14, en utilisant la méthode "Balenced Trunction", nous pouvons réduire l'ordre à 5 sans perdre les performances comme le montre la Fig. 4.42.

$$K_r = \frac{-33.81s^3 + 1.483e04s^2 - 3.773e08s - 5.396e08}{s^4 + 2566s^3 + 1.241e07s^2 + 3.033e07s + 1.716e07} \quad (4.59)$$

La Fig. 4.43 montre que le comportement du convertisseur Buck-Boost en utilisant le contrôleur d'ordre réduit sa défaire légèrement avec celui obtenu en utilisant le contrôleur d'ordre complet. Concernant les marges de stabilité sont les mêmes (marge de phase 60° à $1.4e3 \text{ rad/sec}$, et marge de gain 10 dB). La Fig. 4.44 montre que le contrôleur l'ordre réduit corrige tous les modèles engendrés par des valeurs aléatoires des paramètres incertains.

Comme l'un des objectifs prioritaires dans notre étude est d'assurer la réjection de la perturbation, et l'atténuation de bruit, il est judicieux de tenir compte de la gamme de fréquences dans laquelle cette perturbation excite la sortie du convertisseur. La Fig. 4.45 montre l'amplitude de la fonction de sensibilité avec un gain très

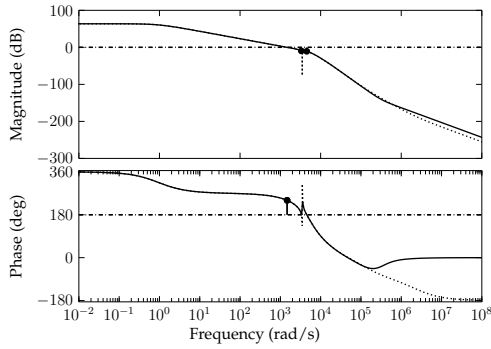


FIGURE 4.43 – Réponse fréquentielle nominale : GK —, GK_r ···.

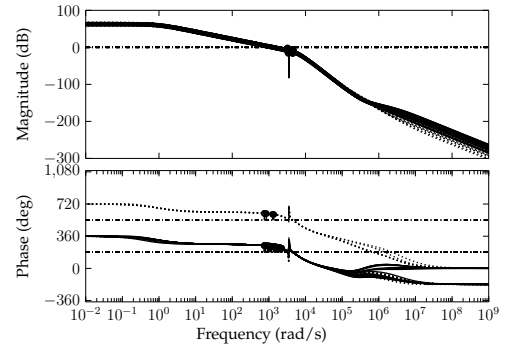


FIGURE 4.44 – Réponse fréquentielle : G_uK —, G_uK_r ···.

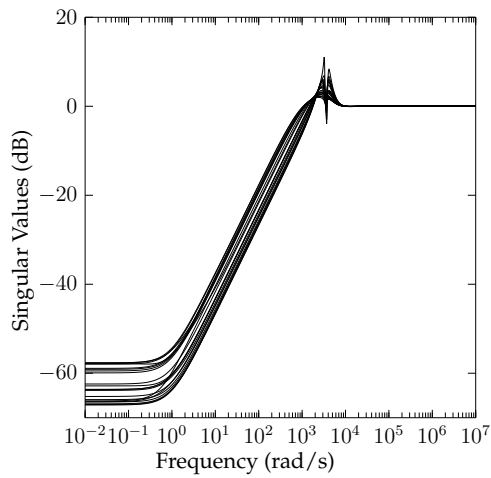


FIGURE 4.45 – Fonction de sensibilité.

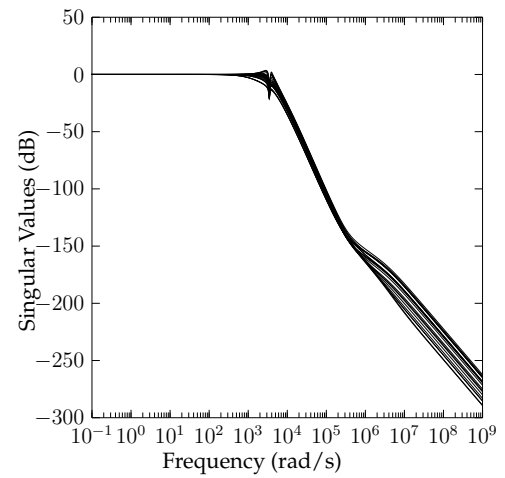


FIGURE 4.46 – Fonction de sensibilité auxiliaire.

faible en hautes fréquences. La Fig. 4.46 nous montre que le gain de la fonction de sensibilité complémentaire est caractérisé par un gain faible en basses fréquences, ce qui signifie une bonne atténuation de bruit de mesure.

Mu plot of robust stability margins (inverted scale)

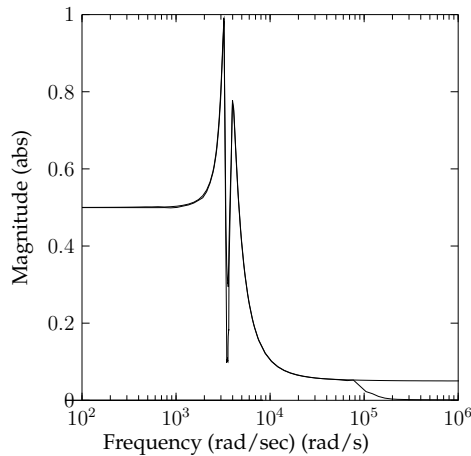


FIGURE 4.47 – Robustesse en stabilité.

Robust Performance Mu Plot

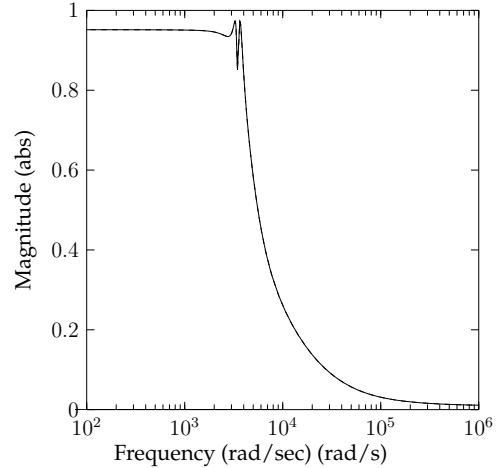


FIGURE 4.48 – Robustesse en performance.

La Fig. 4.47 nous montre que la valeur maximale de μ est de $0.61 < 1$, il est donc clair que notre système est stable, en plus, il reste stable pour toute perturbation dont la norme ne dépasse pas $1/0.61$. la Fig. 4.48 montre la robustesse en performance, nous remarquons que le système est bien stable ($\mu = 0.95$) alors que la contrainte sur la performance robuste est vérifiée .

Simulations

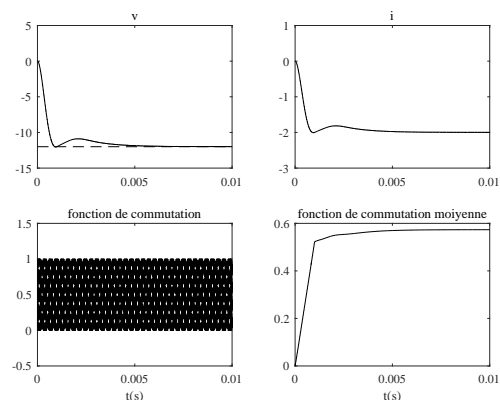


FIGURE 4.49 – Comportement nominal.

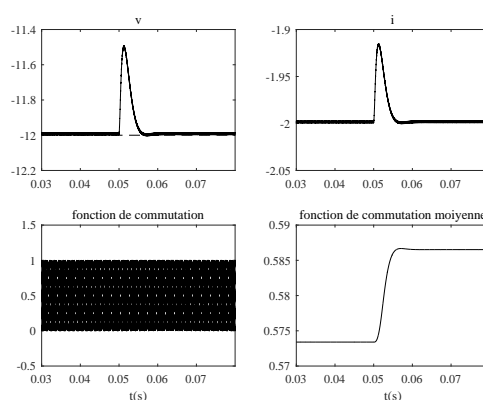


FIGURE 4.50 – Perturbation de E .

Nous procédons à la commande du convertisseur Buck-Boost avec le correcteur robuste d'ordre réduit obtenu par la méthode μ synthèse. La Fig. 4.49 Nous montre le comportement du convertisseur pour les conditions de fonctionnement nominales, où un temps de réponse $5ms$ et une bonne précision sont constatés.

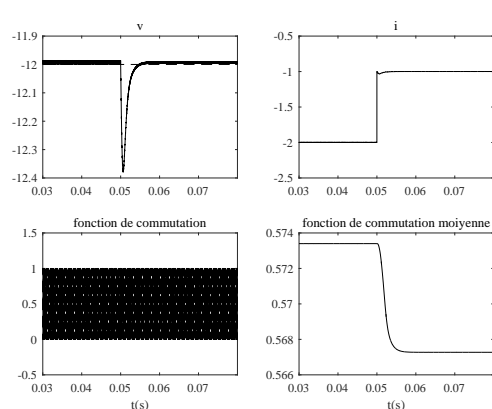


FIGURE 4.51 – Perturbation sur la charge.

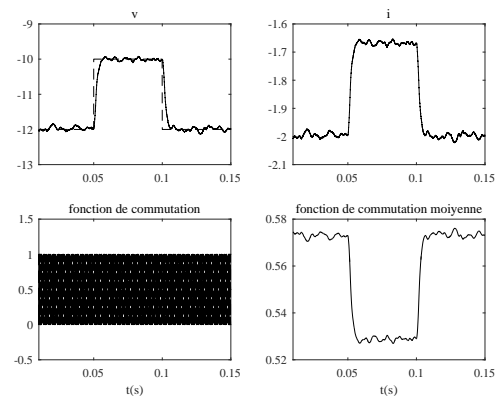


FIGURE 4.52 – Variation de référence avec bruit de mesure.

Lorsque la tension d'alimentation est subit à une chute à $t = 0.05s$, la Fig. 4.50 montre le contrôleur présente une meilleur réaction de perturbation .

Lors de l'augmentation de la charge à 100% de sa valeur nominale dès $t = 0.05s$ (Fig. 4.51), une chute de tension 3.3% induite, cette chute est inférieure à celle trouvée lors de la correction classique et en utilisant Loop shaping. Le temps d'établissement de la tension est très court, contre celui obtenu dans les corrections précédentes. Le signal de commande est le plus stable en comparant par celui obtenu par les corrections précédentes.

Dans le cas où le signal mesuré est associé avec un bruit blanc de fréquence 10^{-5} et de puissance 10^{-4} , le contrôleur présente une bonne atténuation du bruit comme le montre la Fig. 4.52.

4.9 Convertisseur Quadratique

Construction du système incertain

Les incertitudes des paramètres constituant le modèle du convertisseur sont toujours dans la gamme de $\pm 5\%$ de ses valeurs nominales. Concernant les erreurs de modélisation, nous utilisons la fonction W_u (Eq. (4.60)) pour refléter une erreur de 3% en basse fréquences, 100% autour de la fréquence $\omega = \omega_d = 3e5 rad/sec$, et 1000% au-delà de ω_d .

$$W_u = \frac{10s + 29.86}{s + 995.4} \quad (4.60)$$

Couvrement des incertitudes

Pour simplifier le modèle incertain, nous utilisons un filtre d'ordre 4 (Eq. (4.61)) qui couvre approximativement l'ensemble de variabilité relative. La Fig. 4.53 montre que l'amplitude du filtre (Eq. (4.61)) couvre les variations relatives de la réponse fréquentielle du system.

$$W_t = \frac{11.94s^4 + 2.918e07s^3 + 1.113e12s^2 + 1.472e17s + 3.494e21}{s^4 + 3.017e06s^3 + 1.737e12s^2 + 2.208e16s + 6.432e21} \quad (4.61)$$

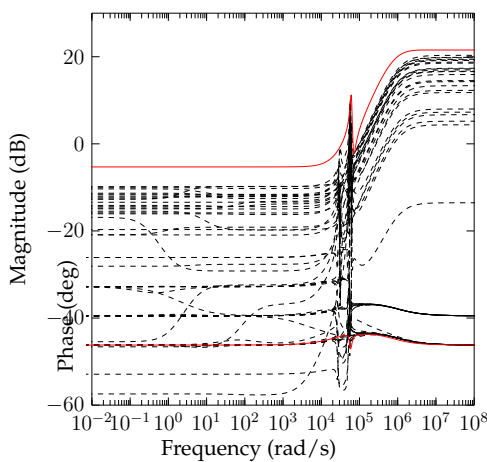


FIGURE 4.53 – Filtre d'incertitudes.

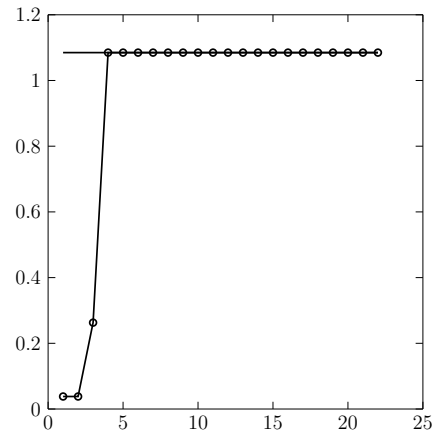


FIGURE 4.54 – Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.

Choix des fonctions de pondérations

Nous procédons maintenant à créer le système de commande en BO présenté dans la Fig. 4.13. Pour la fonction de pondération de performance, $\omega_d = 500 rad/sec$,

L'amplitude en basse fréquence est 500 (54dB), l'amplitude en haute fréquence est 0.1 (-20dB), soit :

$$W_p = \frac{0.1 s + 497.5}{s + 0.995} \quad (4.62)$$

Pour une bonne atténuation de bruit, nous choisissons : $\omega_d = 500 \text{ rad/sec}$; $\xi = 0.707$; $\omega_n = \frac{\omega_d}{2}$; $\omega_c = \frac{\omega_d}{5}$.

$$W_n = \frac{1.6e - 05s^2 + 0.005656s + 1}{6.4e - 09s^2 + 0.002262s + 400} \quad (4.63)$$

Calcul de K

Iteration #	3	4	5	6
Controller Order	37	37	22	37
Total D-Scale Order	25	25	10	25
Gamma Acheived	16.452	4.256	1.010	1.409
Peak mu-Value	3.148	1.561	0.922	1.111

La meilleure valeur de gamma est celle obtenu dans la cinquième itération (1.01), alors un contrôleur d'ordre 22 est généré, ce qui nécessite la réduction de modèle. En utilisant la méthode Balanced Truncation, nous pouvons éliminer les 18 derniers états, pour obtenir un correcteur d'ordre raisonnable (4) sans perdre la performance du système (voir la Fig. 4.54).

La Fig. 4.55 montre la réponse fréquentielle du convertisseur Quadratique en BO en utilisant le correcteur d'ordre complet et celui d'ordre réduit, le tracé de Bode montre que les deux correcteur présentes presque les mêmes caractéristiques concernant les marges de stabilité, constatons que le correcteur d'ordre réduit présente un gain élevé par rapport a celui présenté par le contrôleur d'ordre complet en haute fréquence. La réponse fréquentielle d'un ensemble de vingtaines des modèles du convertisseur quadratique engendrés par des valeurs aléatoire des paramètres incertains est montrée dans la Fig. 4.56. Nous tirons de cette figure que le correcteur d'ordre réduit présente des bonnes marges de stabilité.

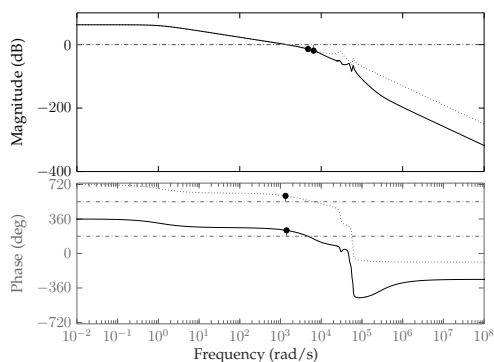


FIGURE 4.55 – Réponse fréquentielle nominale : $-GK, ..GK_r$.

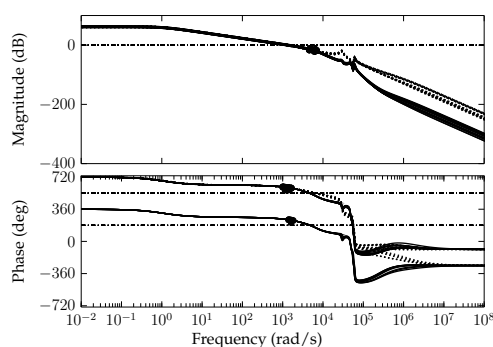


FIGURE 4.56 – Réponse fréquentielle : $-G_uK, ..G_uK_r$.

Les réponses fréquentielles des fonctions de sensibilité et de sensibilité auxiliaire dans la Fig. 4.57 et la Fig. 4.58, respectivement, montrent que le correcteur présente une bonne rejection de perturbation et une très bonne atténuation de bruit.

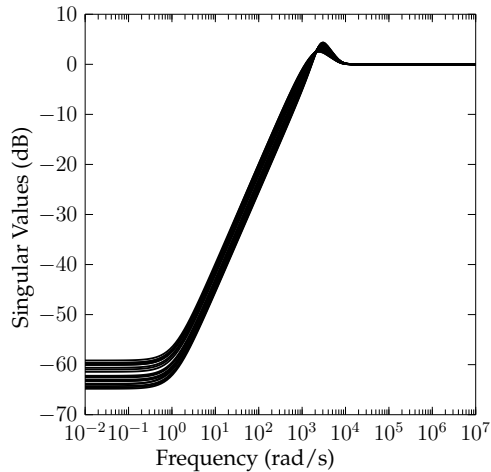


FIGURE 4.57 – Fonction de sensibilité.

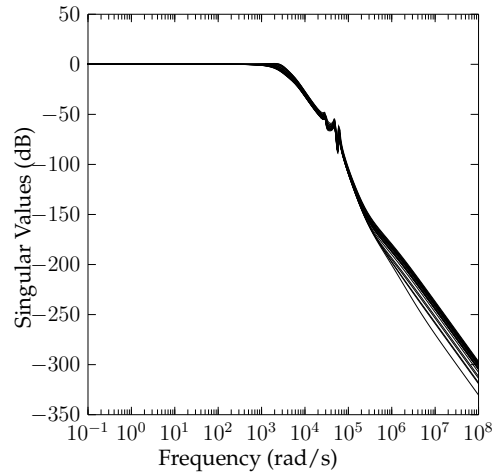


FIGURE 4.58 – Fonction de sensibilité auxiliaire .

Simulations

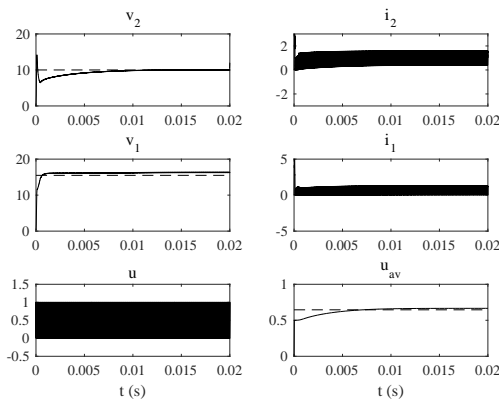


FIGURE 4.59 – Comportement nominal.

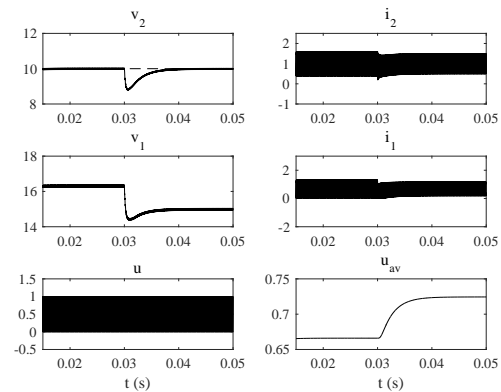


FIGURE 4.60 – Perturbation de E .

La Fig. 4.59 montre le comportement nominal du convertisseur Quadratique en utilisant le correcteur calculé à l'aide de la technique μ synthèse, il est calcaire que les résultats obtenus sont les meilleurs en comparant avec celles obtenues en utilisant la technique Loop-Shaping et le PI.

La Fig. 4.60 montre l'influence de la perturbation de la tension d'alimentation sur la tension de sortie contrôlée par le correcteur obtenu par lé technique μ synthèse. On remarque la tension de sortie est subit à une chute de 2V componée en 0.005s, ce qui confirme la préférence de la μ synthèse par rapport aux autres méthodes de commandes.

La Fig. 4.61 montre le comportement du convertisseur vis-à-vis une augmentation de la charge à 100% de sa valeur nominale à $t = 0.03s$. Le correcteur montre une meilleur rejection de perturbation en comparant par le PI et Loop Shaping.

Lors de la variation de la tension de référence, la Fig. 4.62 montre que la sortie suit la consigne avec une bonne précision. Et lorsque le signalé mesuré (la tension de charge) est associé avec un bruit blanc, et une composante sinusoidale, la Fig. 4.62 montres que le correcteur calculé par la μ synthèse présente une atténuation de bruit

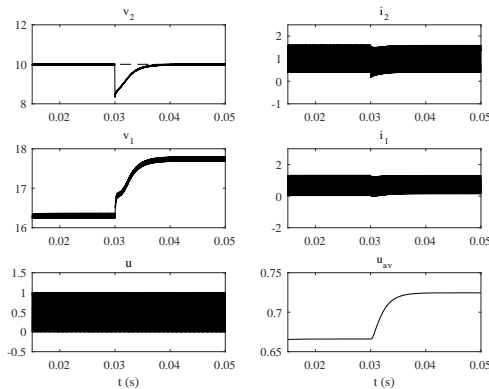


FIGURE 4.61 – Perturbation de la charge.

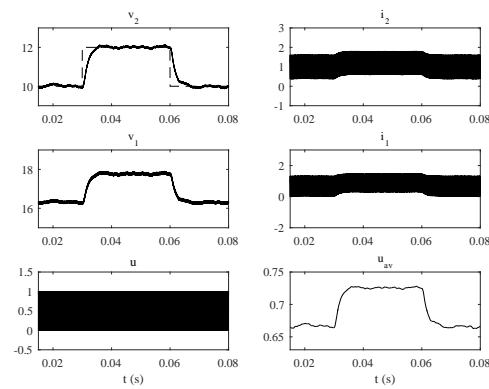


FIGURE 4.62 – Variation de la consigne.

idéale en comparant par les deux autres techniques. La Fig. 4.62 montre que le correcteur déterminé par la μ synthèse présente une atténuation de bruit. La tension contrôlée suit sa référence avec une bonne précision.

4.10 Convertisseur SEPIC

Construction du système incertain P

Conformément à la structure de commande présentée dans la Fig. 4.13, nous cherchons aborder (4.45), sachant que chaque un des paramètres constituant le convertisseur SEPIC peut varier à $\pm 5\%$ de sa valeur nominale, la fonction Eq. (4.64) a pour objectif refléter 3% d'erreur relative au modèle nominal en basse fréquences, et 100% autour de la fréquence $\omega = 100 \text{ rad/sec}$, l'erreur est considérée qu'elle atteins 2000% en hautes fréquences où le convertisseur se déroule.

$$W_u = \frac{10s + 30000}{s + 300000} \quad (4.64)$$

Couvrement des incertitudes

L'échappement de l'erreur relative entre le système nominal et celui incertain se fait à l'aide du filtre (4.65) comme le montre la Fig. 4.63

$$W_t = \frac{9.945s^3 + 1.192e06s^2 + 1.749e10s + 4.175e13}{s^3 + 4.168e05s^2 + 3.652e10s + 4.219e14} \quad (4.65)$$

Choix des fonctions de pondérations

Dans le cas du convertisseur SEPIC, la fonction de pondération de performance est choisie comme Eq. 4.66. Pour l'atténuation de bruit de mesure, nous utilisons le filtre passe bas comme décrit Eq. (4.67)

$$W_p = \frac{0.1s + 497.5}{s + 0.995} \quad (4.66)$$

$$W_n = \frac{1.6e - 05s^2 + 0.005656s}{6.4e - 09s^2 + 0.002262s + 400} \quad (4.67)$$

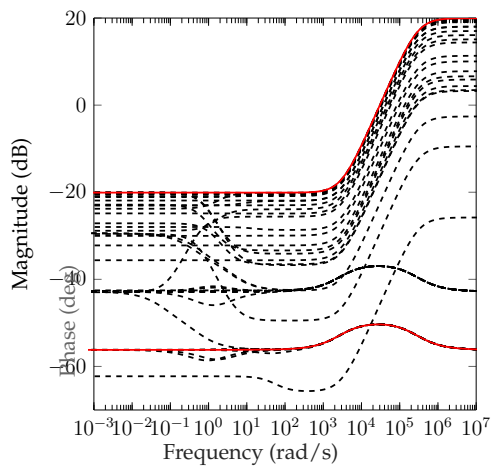


FIGURE 4.63 – Filtre d'incertitudes.

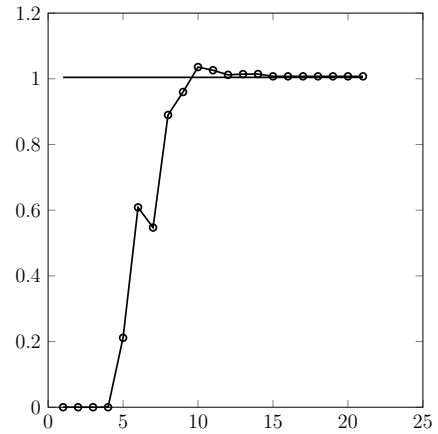


FIGURE 4.64 – Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.

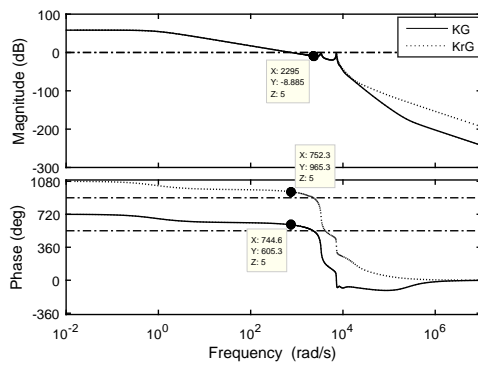


FIGURE 4.65 – Réponse fréquentielle nominale : GK —, GK_r ····.

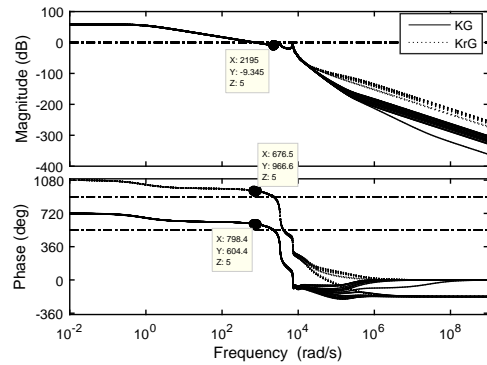


FIGURE 4.66 – Réponse fréquentielle : $G_u K$ —, $G_u K_r$ ····.

Calcul de K

Après 4 itérations (D-K itération), le correcteur est achevé :

Iteration Summary

Iteration #	1	2	3	4
Controller Order	11	21	21	21
Total D-Scale Order	0	10	10	10
Gamma Acheived	15.866	18.382	2.012	1.447
Peak mu-Value	15.836	2.873	1.727	0.996

En fonction de l'ordre du correcteur, la Fig. 4.64 montre qu'à partir de l'ordre huit, le correcteur d'ordre réduit assure la bonne robustesse.

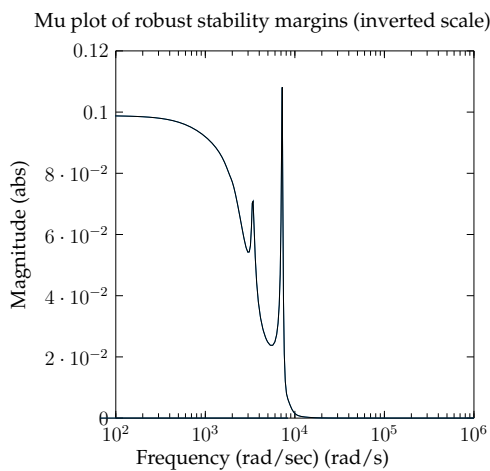


FIGURE 4.67 – Robustesse en stabilité.

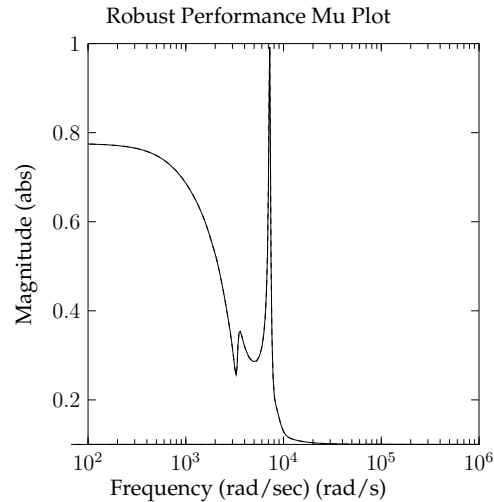


FIGURE 4.68 – Robustesse en performance.

$$Kr = \frac{N}{D} \quad \text{avec :}$$

$$N = 0.3701s^7 - 5140s^6 + 1.168e08s^5 - 1.063e10s^4 + 1.72e15s^3 + 2.956e17s^2 + 4.912e21s + 1.189e22 \quad (4.68)$$

$$D = s^8 + 4407s^7 + 3.451e07s^6 + 9.785e10s^5 + 3.732e14s^4 + 5.41e17s^3 + 1.256e21s^2 + 4.26e21s + 2.743e21$$

La Fig. 4.65 nous montre la réponse fréquentielle en B.O du convertisseur SEPIC en utilisant le correcteur d'ordre réduit, et celui d'ordre complet, nous constatons que les deux assurent les mêmes marges de stabilités, mêmes en présence des incertitudes comme le montre la Fig. 4.66.

Analyse de la robustesse

La Fig. 4.67 montre un système robustement stable ($\mu < 1$), la Fig. 4.68 montre que le système est robuste en performance.

Simulations

La Fig. 4.69 montre le comportement du convertisseur SEPIC en BF en utilisant le correcteur d'ordre réduit sous les conditions de fonctionnement nominales. Nous constatons un temps de réponse de $0.02s$ avec une bonne précision.

La Fig. 4.70 montre la réponse du convertisseur SEPIC à une perturbation de la tension d'alimentation à $t = 0.2s$. Nous constatons que le correcteur calculé via μ synthèse présente un rejet de perturbation meilleur, où la tension v_2 prend moins de $0.01s$ pour remonter à la consigne après une chute de 2% à $t = 0.2s$.

La Fig. 4.71 montre la réponse du convertisseur SEPIC vis-à-vis une augmentation de la charge à 100% à $t = 0.2s$. Nous remarquons que le régulateur présente une bonne compensation car la tension contrôlée prend $0.02s$ pour se stabilise à $45V$.

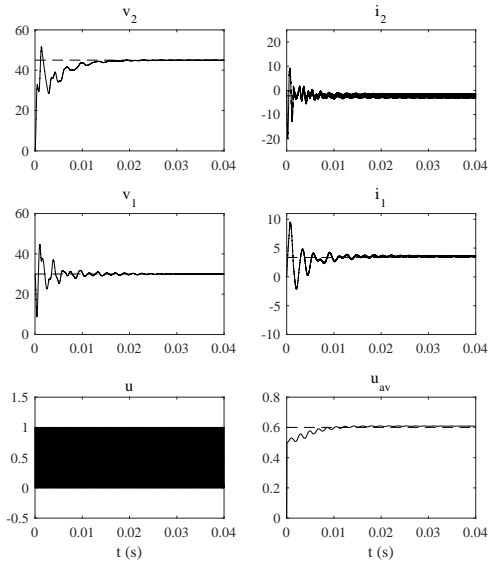


FIGURE 4.69 – Comportement nominal.

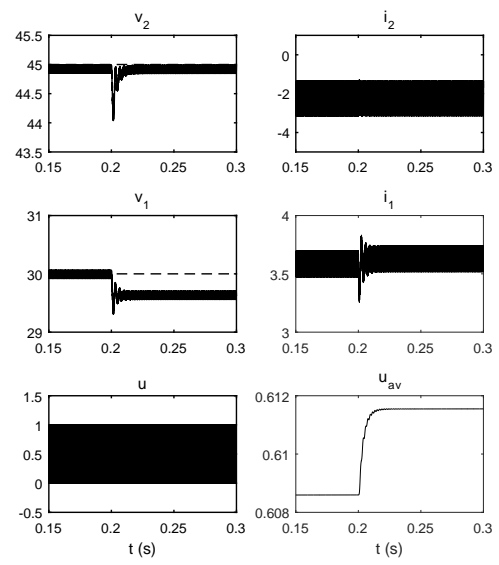


FIGURE 4.70 – Perturbation de E .

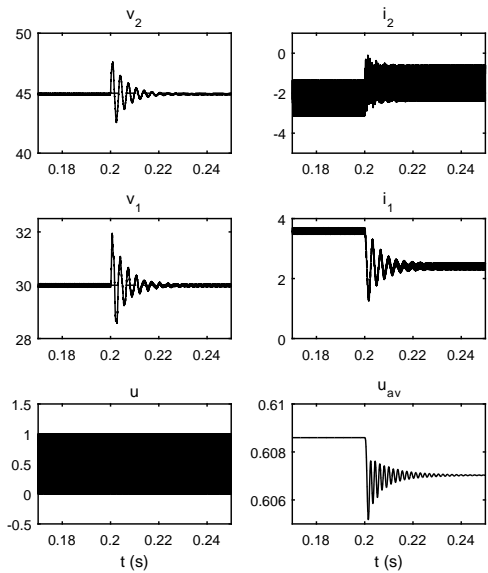


FIGURE 4.71 – Perturbation de la charge.

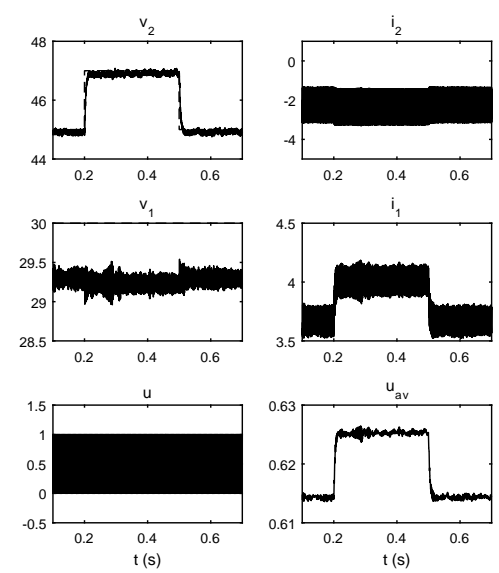


FIGURE 4.72 – Variation de la consigne.

La Fig. 4.72 présente la réponse du convertisseur SEPIC à une mesure associée avec un bruit blanc de fréquence $1e4$, et de puissance $10e - 5$, avec la perturbation de la tension d'alimentation par une composante sinusoïdale de $1V$ crête à crête et de fréquence $100Hz$. Nous constatons une meilleure atténuation de bruit. Nous remarquons aussi que la tension contrôlée suit la référence avec une bonne précision.

4.11 Convertisseur Boost- Boost

Construction du système incertain P

Pour aboutir le système de commande présenté par la Fig. 4.13, comme le cas des convertisseurs SISO, nous commençons par la modélisation de défient incertitudes. Les effets des variations de paramètres dans (Eq. (1.79)) peuvent être décrits en appliquant une des actions perturbatrices sous Matlab (« ureal ») au système nominale (1.79). Le système nominal est choisi en sélectionnant des valeurs particulières des paramètres de la fonction de transfert donnée dan l'annexe A. une fourchette de $\pm 2\%$ des valeurs nominales est affecté à aux paramètres $E, L_1, L_2, C_1, C_2, R_1, R_L$. D'autre part, les erreurs de modélisation (les hypothèses simplificatrices) sont modélisés en utilisant la fonction W_u de la forme Eq. 4.69 qui reflète au modèle nominale 3% d'erreur relative en basse fréquences, et 100% autour de la fréquence $\omega = 100\text{rad/sec}$, l'erreur est considérée qu'elle atteins 2000% en hautes fréquences où le convertisseur se déroule. Les incertitudes sont considérés toujours comme multiplicatives en entrés, c'est-à-dire $P = G_u (1 + W_u \Delta_u)$.

$$W_u = \begin{bmatrix} \frac{50s + 100.5}{s + 1005} & 0 \\ 0 & \frac{50s + 459.2}{s + 2296} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

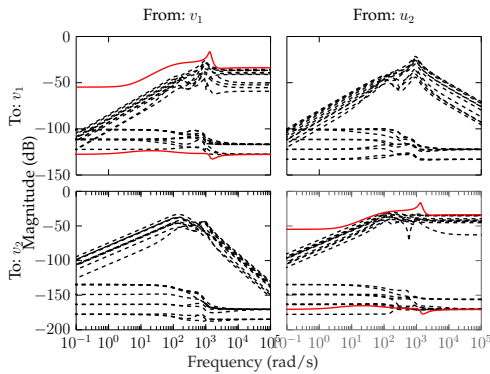


FIGURE 4.73 – Couvrement des incertitudes.

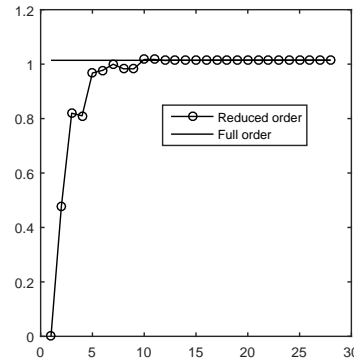


FIGURE 4.74 – Performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur.

Sélection des fonctions de pondérations

Le choix des fonctions de pondérations W_p et W_n entraîne un compromis parmi les différentes performances désirées, spécialement, une bonne régulation contre le pic de l'action de commande. La pondération sur l'erreur de la commande est toujours choisie à être toujours très large aux basses fréquences pour objectif à obtenir une bonne poursuite.

$$W_p = \begin{bmatrix} W_p & 0 \\ 0 & W_p \end{bmatrix}; \text{ et } W_n = \begin{bmatrix} W_u & 0 \\ 0 & W_u \end{bmatrix}$$

avec.

$$W_p = \frac{s/M_s + w_s}{s + w_s \varepsilon_s} \quad (4.70)$$

$$W_u = \frac{s + w_b/M_s}{\varepsilon_b s + w_b} \quad (4.71)$$

En se basons sur les résultats obtenus dans la phase analyse, nous choisissons $w_s = 12Hz$ pour $M_s = 2$ et $\varepsilon_s = 0,002$, et $w_b = 15Hz$ pour $M_b = 2$ et $\varepsilon_b = 0,003$, alors les fonctions de pondérations reprendrant les formes Eq. (4.72) et Eq. (4.73)

$$W_u = \frac{333.33(s + 7.5)}{s + 5000} \quad (4.72)$$

$$W_p = \frac{0.5(s + 24)}{(s + 0.024)} \quad (4.73)$$

Couvrement des incertitudes

En utilisant le filtre décrit par Eq. (4.74), le model du convertisseur incertain de- viens comme décrit la relation (4.43) . La Fig. 4.7 montre que l'amplitude du filtre couvre les variations relatives de la réponse fréquentielle.

$$W_t = \begin{bmatrix} \frac{0.02038s^3+27.62s^2+7.418e04s+3.308e05}{s^3+361.7s^2+1.839e06s+1.81e08} & 1 \\ 1 & \frac{0.02038s^3+27.62s^2+7.418e04s+3.308e05}{s^3+361.7s^2+1.839e06s+1.81e08} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Calcul de K

Après avoir effectue dix itérations, on obtient le rapport

Iteration Summary

Iteration #	6	7	8	9	10
Controller Order	36	32	28	36	28
Total D-Scale Order	20	16	12	20	12
Gamma Acheived	0.994	0.984	0.986	1.067	0.990
Peak mu-Value	0.993	0.987	0.989	1.029	0.993

Ce rapport montre que, lors de la sixième itération, le système en BF réalise pra- tiquement des performances robustes pour une valeur de μ proche de 1. L'ordre du contrôleur à cette itération devient 36. Comme le montre la Fig. 4.74, dix états du contrôleur obtenu peuvent éliminées en maintenant les performances désirées. Le graphique des valeurs singulières du contrôleur d'ordre complet, et celui d'ordre réduit sont représentés sur la Fig. 4.75. Comme le montre la Fig. 4.76, le système en boucle fermée reste stable même pour les incertitudes.

$$\begin{aligned} K_{r11} &= \frac{-0.04379s^4 + 14.64s^3 + 4275s^2 + 134.8s + 0.44921}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{r12} &= \frac{-0.0366s^4 - 14.34s^3 - 4267s^2 - 134.8s - 0.45582}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{r21} &= \frac{0.03174s^4 + 23.9s^3 - 30.88s^2 - 1.506s - 0.017321}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \\ K_{r22} &= \frac{0.07622s^4 + 0.9644s^3 + 2123s^2 + 66.54s + 0.21262}{s^5 + 177.2s^4 + 3.025e04s^3 + 1056s^2 + 6.391s + 0.01069} \end{aligned} \quad (4.75)$$

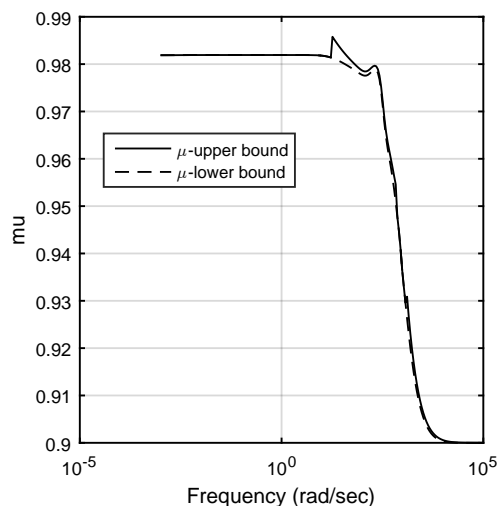


FIGURE 4.75 – Robustesse en stabilité.

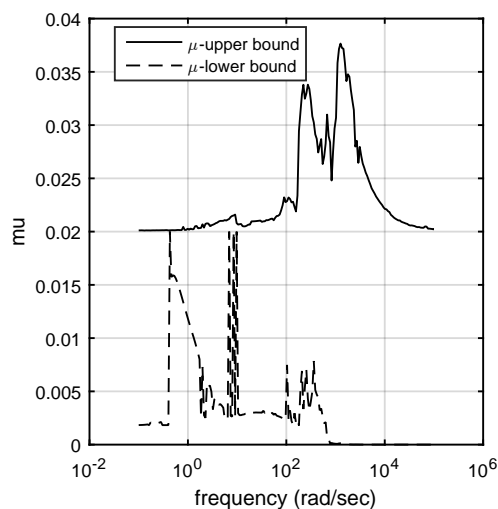


FIGURE 4.76 – Robustesse en performance.

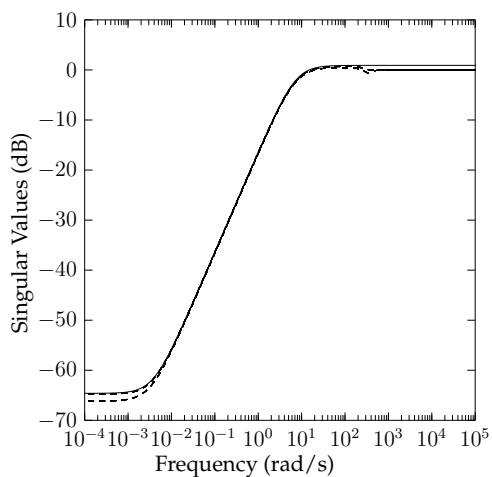


FIGURE 4.77 – Fonction de sensibilité.

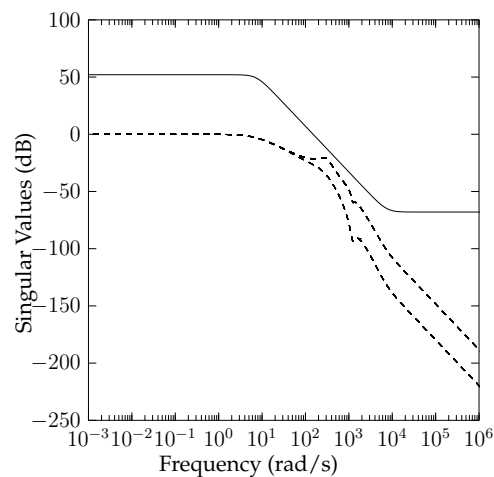


FIGURE 4.78 – Fonction de sensibilité auxiliaire.

Étant donné que le système en boucle fermée atteint des performances robustes, la condition $\|W_n T\|_\infty < 1$ est satisfaite pour chaque incertitude, et les valeurs singulières de la sensibilité de sortie S se situent donc en dessous des valeurs singulières de W_n^{-1} (Fig. 4.77). De même, les valeurs singulières de la matrice de transfert $W_p S$ se situent en dessous des valeurs singulières de W_p^{-1} (Fig. 4.78), c'est-à-dire que les contraintes sur l'action de contrôle sont respectées.

La partie transitoire de la réponse du système en boucle fermée en raison de la référence est représentée sur la Fig. 4.79. Il est clair que le découplage entre les deux commandes est réalisé.

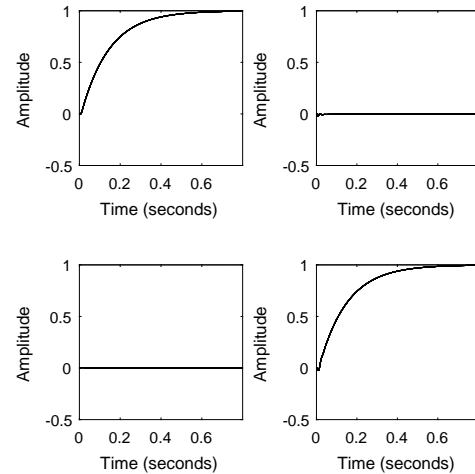


FIGURE 4.79 – Réponse indicielle.

Simulations

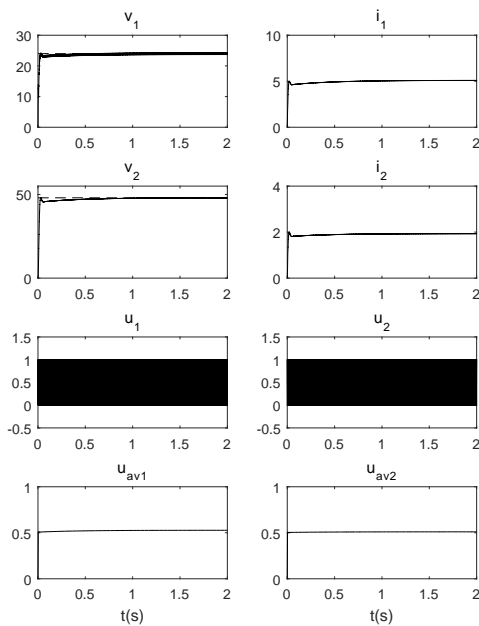


FIGURE 4.80 – Comportement nominal.

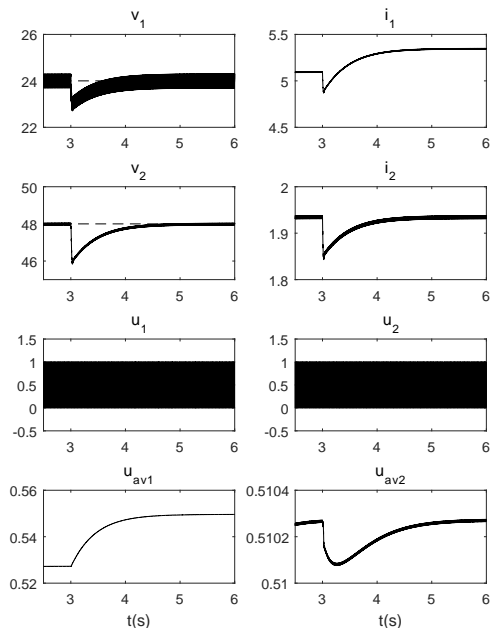
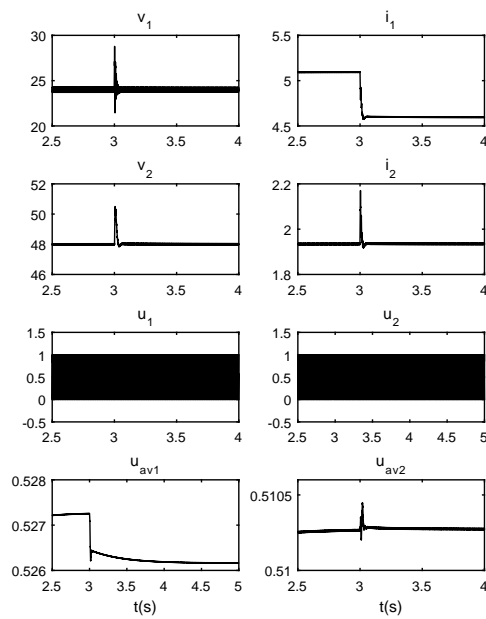
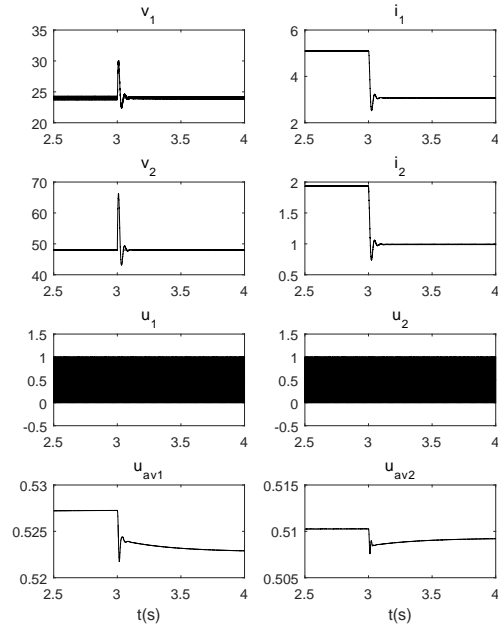
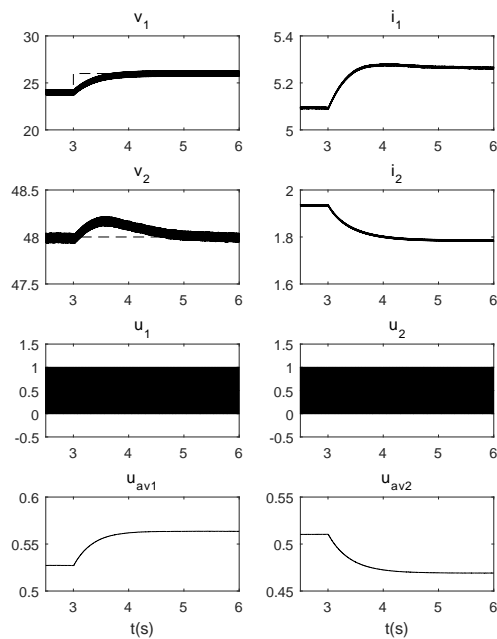
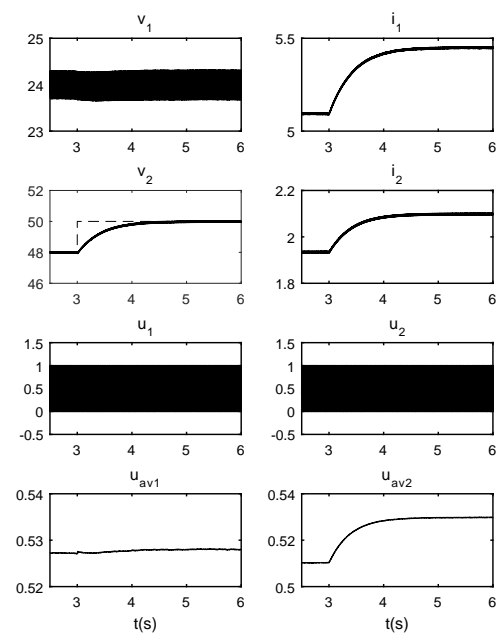


FIGURE 4.81 – Perturbation de E .

La Fig. 4.80 présente la réponse temporelle du convertisseur Boost-Boost en BF sous les conditions de fonctionnements nominales. Les formes d'ondes des grandeurs contrôlées (les tensions) présentent une bonne précision avec un bon temps de réponse (inférieur à $0.5s$). Concernant les courants, leur formes d'ondes semblent stables, mêmes les signaux de commandes moyennes, sont stables à $0.5V$.

Lorsque une chute de $2V$ est introduite sur la tension d'alimentation E à $t = 3s$, la Fig. 4.81 montre une chute 4% de v_1 , et 4% de v_2 , la tension v_1 prend $0.5s$ pour remonter à $24V$, et v_2 prend $1.2s$ pour remonter à $48V$.

La Fig. 4.82 montre la réponse du convertisseur Boost-Boost vis-à-vis une augmentation de la résistance R_1 à 100% de sa valeur nominale, avec le maintien de la

FIGURE 4.82 – Perturbation de R_1 .FIGURE 4.83 – Perturbation de R_2 .FIGURE 4.84 – Comportement du convertisseur BB en BF sous bruit de mesure avec variation de la référence v_1 .FIGURE 4.85 – Comportement du convertisseur BB en BF sous bruit de mesure avec variation de la référence v_2 .

seconde charge, la tension d'alimentation et les consignes à ses valeurs nominales. A $t = 3s$ (le temps d'application de la perturbation sur R_1), nous remarquons un régime transitoire court, avec les pics des tensions 8% de v_1 , et 4% de v_2 . Le courant i_1 se descend de sa valeur nominale pour se stabilise à 4.6A, le courant i_2 fait un pic du courant de 7%. Concernant les signaux de commande, ils sot subit à des variations très petites vis-à-vis la perturbation appliquée.

Lors de la perturbation de la seconde charge par l'augmenter à 100% de sa valeur nominale, pour les valeurs nominales des autres paramètres, la Fig. 4.83 montre des régimes transitoires courts, avec les pics 20% et 40% des tensions v_1 et v_2 , respectivement. Concernant les courants, i_1 se descend de 5.4A pour se stabilise à 2.95A, et i_2 se descend de 1.95A pour se stabilise à 1A. Concernant les signaux de commandes, nous constatons des perturbations négligeables vues sur les allures moyennes.

La Fig. 4.84 montres la réponse du convertisseur Boost-Boost vis-à-vis l'augmentation de la première consigne de 24V à 26V, sous les conditions de fonctionnement nominales. Nous remarquons sur l'allure de v_1 , que la tension suit la consigne avec une bonne précision. La forme d'onde de v_2 montre une faible surtension (0.5% de v_2), ce qui confirme le découplage entre les deux tensions.

Comme le montre la Fig. 4.85, la variation de la second consigne (de 48V à 50V) ne provoque pas aucune perturbation sure la première tension, nous constatons ici que le régulateur calculé via la μ synthèse présente un découplage dit parfait entre les deux tensions v_1 et v_2 .

4.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit la technique de μ -synthèse, des résultats très satisfaisantes ont été obtenues, elle s'avère très performante pour les convertisseurs DC/DC. La μ -synthèse offre la meilleure robustesse en stabilité et en performance au déterminant d'un correcteur d'ordre trop élevé.

Conclusion générale

Le travail que nous avons présenté dans cette thèse, a amené une contribution à la commande robuste des convertisseurs DC-DC en mode de conduction continu. Notre travail commence par l'introduction de la modélisation des convertisseurs DC-DC. Les modèles petits signaux sont obtenus sans prise en compte des RSE des composants, cela n'affecte pas considérablement la robustesse en boucles fermées.

Dans une deuxième partie, l'analyse fréquentielle des convertisseurs DC-DC en boucle ouverte nous a aidé pour le choix des fonctions de pondérations permettant d'exprimer les contraintes liées au cahier de charges.

Dans les deux dernières parties, notre objectif s'oriente vers la synthèse d'une commande robuste des tensions de sorties. Il s'agit de trouver des correcteurs assurant une robustesse en stabilité ainsi que des performances acceptables. Le correcteur synthétisé pour chaque topologie doit garantir, à la tension de sortie, une dynamique rapide, une sensibilité réduite par rapport aux variations paramétriques et une bonne atténuation des bruits. Pour atteindre ce but, nous avons étudié et comparé deux méthodes de synthèse d'un correcteur robuste par l'approche H_∞ : la méthode de sensibilité mixte Loop-Shaping, et la méthode de la μ -synthèse. L'objectif consiste à trouver le correcteur qui minimise la norme H_∞ du système commande, augmenté de ses incertitudes, en boucle fermée et qui vérifie les contraintes de robustesse et de performances imposées.

Notre travail, sur la synthèse H_∞ , s'est porté essentiellement sur le choix des fonctions de pondérations. De plus, nous nous sommes servis de la μ -analyse pour étudier la robustesse, en stabilité et en performance, des convertisseurs DC-DC en boucle fermée. Cette analyse associée à la taille du correcteur, nous ont amené à opter pour les correcteurs obtenus par la méthode de la μ -synthèse. Les performances des convertisseurs corrigées, à l'aide des correcteurs obtenus par la μ -synthèse, ont dépassé, en réjection de bruit et réponse dynamique, celles des convertisseurs corrigées à l'aide de la méthode de la sensibilité mixte Loop-Shaping. Ces avantages sont contrebalancés en partie par le problème de la taille du correcteur obtenu. Cette thèse a montré que, dans la plupart des cas des convertisseurs DC-DC, les contrôleurs à ordre réduit peuvent assurer un bon compromis entre le coût d'implémentation et les performances obtenues du comportement du convertisseur contrôlé.

Comme nous l'avons vu, la commande H_∞ permet de résoudre de nombreux problèmes de commande sur différents types de convertisseurs. Elle apporte des solutions pour les systèmes à déphasage non minimal alors que ces systèmes posent des difficultés pour d'autres méthodes (PID classiques). Elle permet de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et de performance grâce au réglage des filtres de pondération. La commande H_∞ est bien connue pour ses propriétés de robustesse issues du théorème du petit gain. Il faut toutefois rappeler que cette propriété générale peut ne pas être pertinente suivant l'application considérée. Ainsi, dans le cas des convertisseurs DC-DC, nous avons observé que la commande H_∞ permet d'améliorer les performances nominales du système mais ne permet pas d'élargir

le domaine de stabilité. Pour ce genre de système dont le comportement évolue en fonction du point de fonctionnement, la synthèse H_∞ donne un correcteur qui a des propriétés intéressantes sur un sous domaine de travail. Il est alors nécessaire de faire une analyse a posteriori de la robustesse de la loi de commande.

Pour effectuer la synthèse d'un correcteur, il est pertinent d'utiliser un modèle relativement simple qui ne prend en compte que les phénomènes principaux. Cela a l'avantage d'aboutir à une loi de commande plus simple. La question de savoir si les performances prévues avec le modèle de synthèse se retrouveront sur le système réel dans les différentes conditions de fonctionnement nécessite alors une étape d'analyse de robustesse. La méthodologie que nous avons utilisée, basée sur la notion de valeur singulière structurée, s'applique à de nombreux systèmes. Elle s'appuie sur un modèle de type LFR qui doit être développé avec quelques précautions afin d'aboutir à un modèle d'ordre minimal ou quasi-minimal. Pour les convertisseurs SISO, il a été possible de déterminer assez simplement ce modèle. Pour les convertisseurs DC-DC qui ont des comportements non linéaires, il a été nécessaire de passer par une phase de linéarisation. Cette étape a le désavantage de faire apparaître les valeurs des états au point d'équilibre, considérées comme de nouveaux paramètres incertains, ce qui peut augmenter considérablement l'ordre du modèle. Dans le cas des convertisseurs DC-DC, un modèle simplifié a été développé qui fait l'hypothèse que le point de fonctionnement correspond à un équilibre. Pour l'application considérée, nous avons montré que l'optimisme introduit est raisonnable. Dans le cas des convertisseurs MIMO, la complexité du modèle est telle qu'il semble illusoire de développer des modèles LFR.

Les simulations effectuées sur les deux méthodes ont montrés l'avantage de la méthode de conception par la μ -synthèse par rapport au celui obtenu par de la méthode de la sensibilité mixte Loop-Shaping. Les principaux avantages de la commande robuste sont :

- Un niveau de bruit plus faible sur les grandeurs régulées et de commande.
- Une amplitude maximale plus faible du signal de commande tout en ayant les mêmes performances des boucles de régulation.
- Une meilleure robustesse des sorties vis-à-vis des variations paramétriques des convertisseurs.

Les inconvénients des techniques H_∞ résident dans :

- Les contrôleurs résultants sont complexes (ordre élevé), ce qui rend leurs mise en œuvre plus gourment en en temps de calcul et espace mémoire.
- Les fonctions de pondérations sont difficiles à déterminer.

La synthèse de contrôleurs pour les convertisseurs DC-DC peut être entreprise à l'aide des techniques des Inégalités Matricielles Linéaires (LMI). La synthèse LPV permet d'obtenir un contrôleur séquencé par les paramètres variants du convertisseur si ces paramètres peuvent être mesurés à chaque instant (la version la plus employée est le séquençement de gains par interpolation des pôles et zéros ou des matrices d'état). En raison principalement de leur caractère évolutif, ces contrôleurs peuvent satisfaire un niveau de performance accru par rapport aux contrôleurs robustes classiques de type LTI. De plus, ils permettent de garantir la stabilité et les performances d'une manière globale pendant l'évolution du procédé et non plus

une stabilité locale liée au point de fonctionnement. Il faut également noter que le surcoût de calcul pour la mise en oeuvre de telles structures de commande est faible. Un autre problème, que la synthèse d'un contrôleur LPV peut résoudre, est le découplage des perturbations et le découplage des dynamiques.

Annexe A

Paramètres des convertisseurs

A.1 Convertisseur Buck

A.1.1 Paramètres

$$f = 100e3Hz; E = 24V; C = 100e - 6F; R = 12\Omega; L = 40e - 6H.$$

A.1.2 Point de fonctionnement

$$\bar{v} = 12V; \bar{i} = 1A; \bar{u}_{av} = 0.500V.$$

A.2 Convertisseur Boost

A.2.1 Paramètres

$$E = 12V; L = 156e - 3H; C = 6.8e - 6F; R = 12\Omega; r_l = 0.19\Omega; r_c = 0.111\Omega.$$

A.2.2 Point de fonctionnement

$$\bar{v} = 22.0800V; \bar{i} = 1.0157A; \bar{u}_{av} = 0.4565V.$$

A.3 Convertisseur Buck- Boost

A.3.1 Paramètres

$$f = 100e3Hz; E = 10V; R = 6\Omega; L = 17.6e - 6H; C = 940e - 6; f = 100e3Hz.$$

A.3.2 Point de fonctionnement

$$\bar{v} = -12V; \bar{i} = 4.40007A; \bar{u}_{av} = 0.5455V.$$

A.4 Convertisseur Cuk

A.4.1 Paramètres

$$E = 12V; L_1 = 440e - 6H; L_2 = 120e - 6H; C_1 = 330e - 6F; C_2 = 180e - 6F; R = 50\Omega; r_1 = 0.01\Omega; r_2 = 0.01\Omega; f = 100e3Hz.$$

A.4.2 Poin de fonctionnement

$$\bar{i}_1 = 0.9600A; \bar{v}_1 = 36V; \bar{v}_2 = -24V; \bar{i}_2 = -2.2500A; \bar{u}_{av} = 0.6667V$$

A.5 Convertisseur Quadratic

A.5.1 Paramètres

$$f = 110e3Hz; E = 24V; L_1 = 40e - 6H; L_2 = 27e - 6H; C_1 = 16e - 6F; C_2 = 18e - 6F; R = 10\Omega; r_{l1} = 0.25\Omega; r_{l2} = 0.25\Omega; r_{c1} = 0.05\Omega; r_{c2} = 0.05\Omega.$$

A.5.2 Point de fonctionnement

$$\bar{i}_1 = 0.6455A; \bar{v}_1 = 15.4919V; \bar{v}_2 = 10V; \bar{i}_2 = 1A; \bar{u}_{av} = 0.6455V$$

A.6 Convertisseur Sepic

A.6.1 Paramètres

$$E = 30V; L_1 = 800e - 6H; L_2 = 100e - 6F; C_1 = 100e - 6F; C_2 = 100e - 6F; R = 20\Omega; f = 100e3Hz;$$

A.6.2 Point de fonctionnement

$$\bar{i}_1 = 3.3750A; \bar{v}_1 = 30V; \bar{v}_2 = 18V; \bar{i}_2 = -2.2500A; \bar{u}_{av} = 0.6000V$$

A.7 Convertisseur ZETA

A.7.1 Paramètres

$$E = 12V; L_1 = 120e - 6; L_2 = 440e - 6H; C_1 = 330e - 6F; C_2 = 180e - 6F; R = 50\Omega; f = 100e3Hz; r_{c1} = 0.019\Omega; r_{c2} = 0.019\Omega; r_{l1} = 0.01\Omega; r_{l2} = 0.01\Omega.$$

A.7.2 Point de fonctionnement

$$\bar{i}_1 = 0.5400A; \bar{v}_1 = -18V; \bar{v}_2 = 18V; \bar{i}_2 = 0.3600A; \bar{u}_{av} = 0.6000V$$

A.8 Convertisseur Boost- Boost

A.8.1 Paramètres

$$E = 12V; R_1 = 52\Omega; R_2 = 52\Omega; L_1 = 15.91e-3H; L_2 = 40e-3H; C_1 = 48e-6F; C_2 = 107e - 6F; f = 45e3Hz.$$

A.8.2 Point de fonctionnement

$$\bar{i}_1 = 4.6154A; \bar{v}_1 = 24V; \bar{v}_2 = 48V; \bar{i}_2 = 1.8462A; \bar{u}_{av1} = 0.5000V; \bar{u}_{av2} = 0.5000V.$$

Annexe B

Paramètres de simulation

B.1 Fonctions de transferts estimées

B.1.1 Convertisseur Buck

Paramètres de simulation

Solver :ode23tb (stiff/TR-BDF2); Type :Variable-step; Relative tolerance : 1e-6;
Absolute tolerance : auto; Algorithm : Nonadaptative; Solver reset method : Fast.

```
[num, den]=stmcb(xout, xin, 2, 3)
Gd=tf(num, den, 1e-5);
Gi=d2c(Gd);
>> Gi=d2c(Gd)
```

Gi =

$$\frac{-204600 s^2 + 1.171e10 s + 1.565e13}{s^3 + 24660 s^2 + 3.131e08 s + 6.124e11}$$

Continuous-time transfer function.

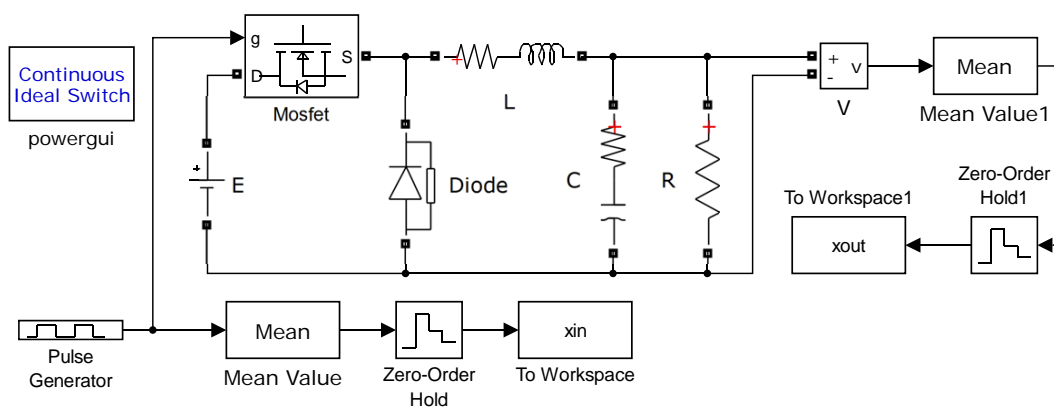


FIGURE B.1 – Estimation de la FT du convertisseur Buck.

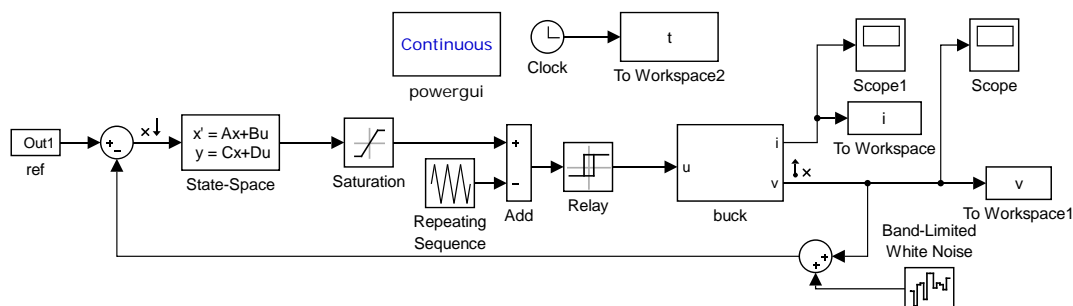


FIGURE B.2 – Convertisseur Buck en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état.

B.1.2 Convertisseur Quadratique

Paramètres de simulation

Solver :ode23tb (stiff/TR-BDF2); Type :Variable-step; Relative tolerance : 1e-6;
Absolute tolerance : auto; Algorithm : Nonadaptive; Solver reset method : Fast.

```
[numA,denA]=stmcb(xu,xd,3,4);
Gd=tf(numA,denA,1e-5);
Gi=d2c(Gd);
>> Gi
```

Gi =

$$\frac{420500 s^3 + 3.615e09 s^2 + 1.68e15 s + 1.394e19}{s^4 + 29250 s^3 + 3.335e09 s^2 + 8.032e13 s + 4.095e17}$$

Continuous-time transfer function.

B.1.3 Convertisseur BB

Paramètres de simulation

Solver :ode23tb (stiff/TR-BDF2); Type :Variable-step; Relative tolerance : 1e-6;
Absolute tolerance : auto; Algorithm : Nonadaptive; Solver reset method : Fast.

```
[Bg11,Ag11]=stmcb(xout1,xin,4,5);
Gd11=tf(Bg11,Ag11,1e-6);
G11=d2c(Gd11);
G1=tf(numG11,denG11);
```

```
[Bg12,Ag12]=stmcb(xout3,xin,4,5);
Gd12=tf(Bg12,Ag12,1e-6);
G12=d2c(Gd12);
G2=tf(numG12,denG12);
```

```
[Bg21,Ag21]=stmcb(xout2,xin,4,5);
```

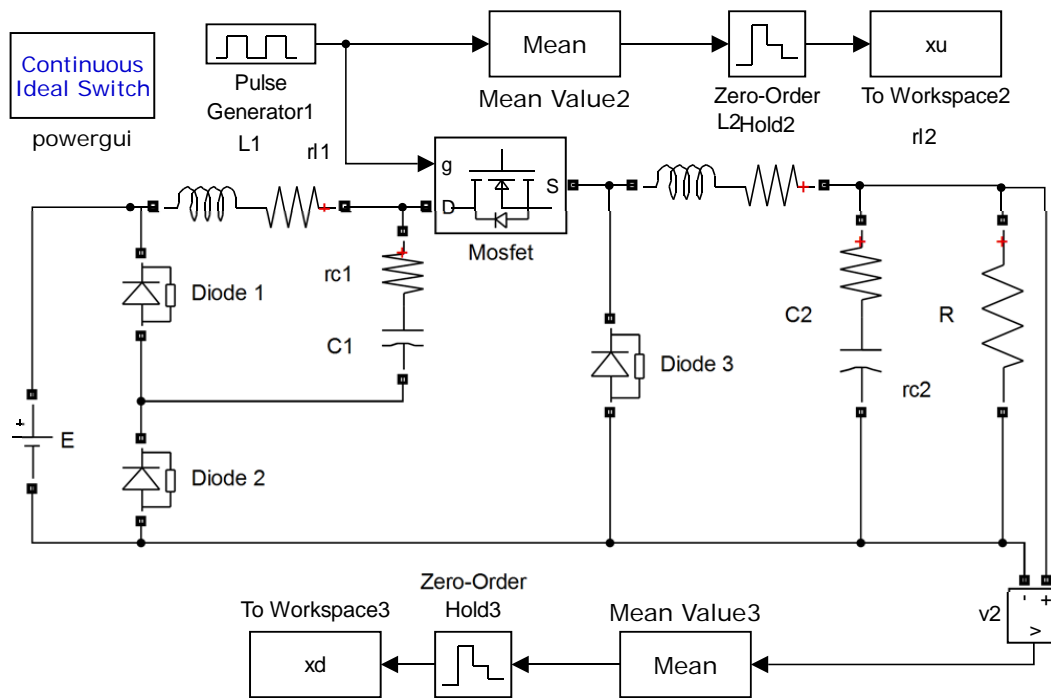


FIGURE B.3 – Estimation de la FT du convertisseur Quadratique.

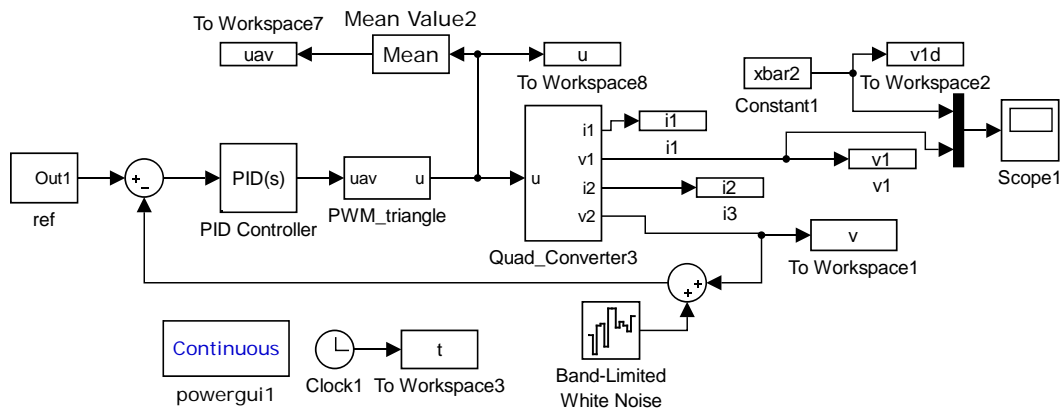


FIGURE B.4 – Convertisseur Quadratique en BF avec PID.

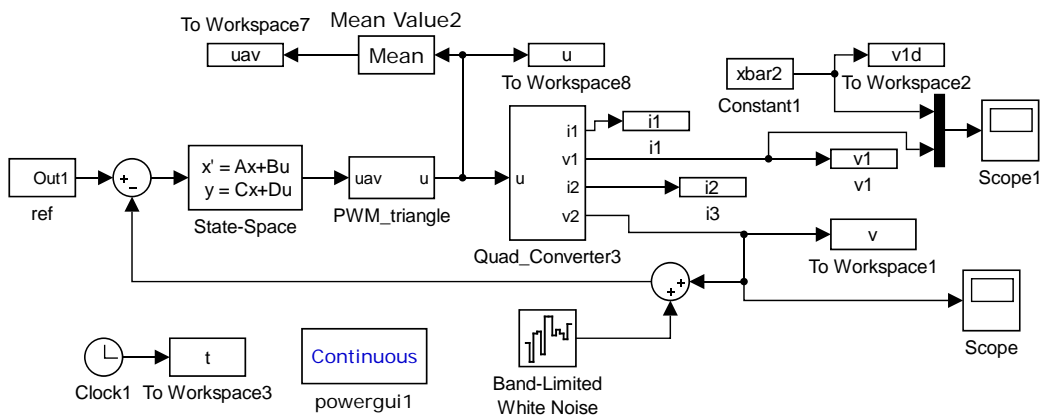


FIGURE B.5 – Convertisseur Quadratique en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état

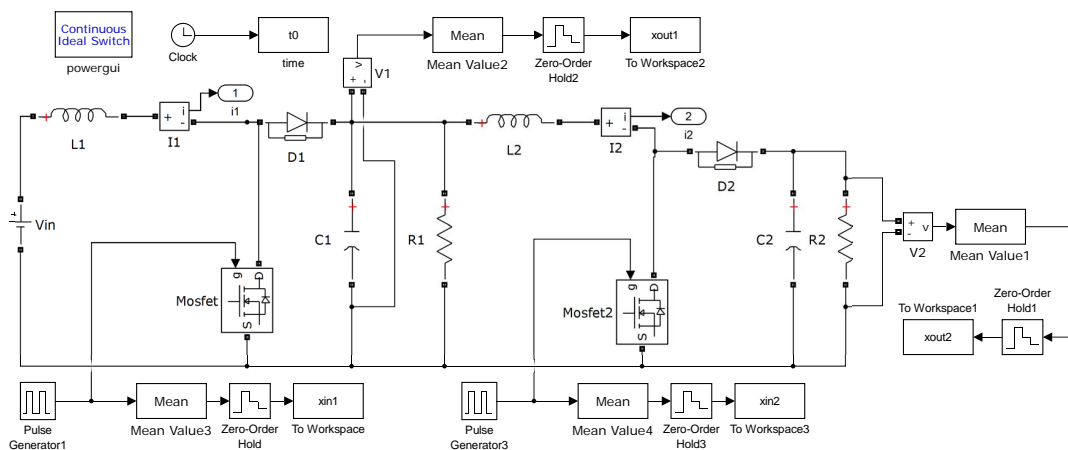


FIGURE B.6 – Estimation du modèle Boost — Boost

```
Gd21=tf(Bg21,Ag21,1e-6);
G21=d2c(Gd21);
G1=tf(numG21,denG21);
G1=tf(numG21,denG21);
```

```
[Bg22,Ag22]=stmcb(xout,xin,4,5);
Gd22=tf(Bg22,Ag22,1e-6);
G22=d2c(Gd22);
G2=tf(numG22,denG22);
```

```
>> G=[G1 G2;G3 G4]
```

```
G =
```

```
From input 1 to output...
```

```

      -2810 s^3 + 1.287e07 s^2 + 2.187e09 s + 3.179e12
1:  -----
      s^4 + 541.4 s^3 + 1.076e06 s^2 + 2.653e08 s + 5.304e10

      -487.7 s^3 + 2.969e07 s^2 + 6.031e09 s + 1.09e12
2:  -----
      s^4 + 606.1 s^3 + 1.961e06 s^2 + 3.85e08 s + 4.866e10
```

```
From input 2 to output...
```

```

      -97.95 s^3 + 375600 s^2 - 1.309e09 s + 3.334e12
1:  -----
      s^4 + 554.6 s^3 + 1.107e06 s^2 + 2.752e08 s + 5.713e10

      -123.5 s^3 - 83900 s^2 - 1.926e07 s + 2.381e12
2:  -----
      s^4 + 545.7 s^3 + 1.72e06 s^2 + 3.358e08 s + 4.227e10
```

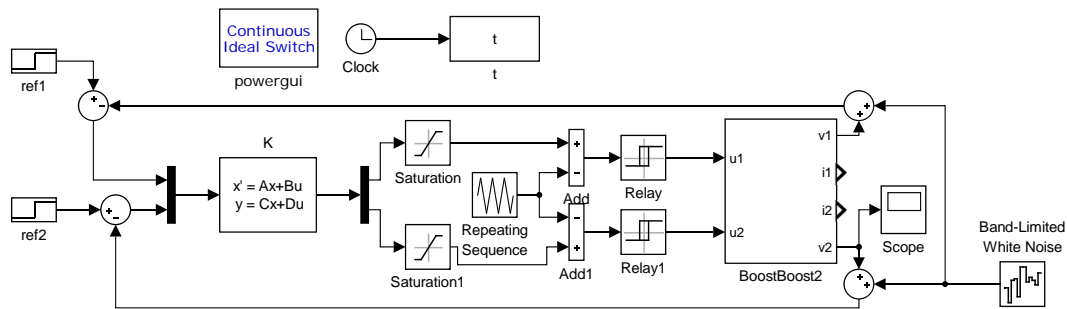
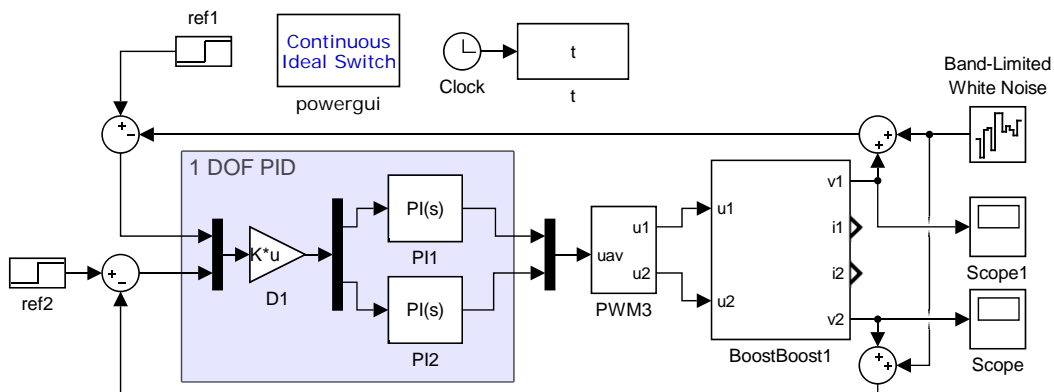
FIGURE B.7 – Convertisseur BB en BF avec un contrôleur robuste K sous forme d'espace d'état.

FIGURE B.8 – Convertisseur Buck en BF avec 1DOF PI

B.2 Calcul de K via $D - K$ iteration

```

RandStream.setGlobalStream(RandStream('mt19937ar','seed',0));
Garray=usample(Guss,10);
orderWt=3;
Garrayg=frd(Garray,logspace(1,4,10));
[Usys,Info]=ucover(Garrayg,Gn,orderWt,'in');
Wt=Info.W1;
bodemag((Gn-Garray)/Gn,'k--',Wt*eye(2),'r'),title('')
%
desBW=15;
Wperf = makeweight(1700,desBW,0.9);
tf(Wperf)
%calcul du model de bruit de mesure
% Wnoise=makeweight(0.2,desBW,500);
% tf(Wnoise)
NF = (10*desBW)/20; % fréquence de coupure Numérateur
DF = (10*desBW)*50; % fréquence de coupure Dénominateur
Wnoise = tf([1/NF^2 2*0.707/NF 1],[1/DF^2 2*0.707/DF 1]);
Wnoise = Wnoise/abs(freqresp(Wnoise,10*desBW))
%
bodemag(Wperf,'b',Wnoise,'r'), grid;
title('Performance weight and sensor noise model')
legend('Wperf','Wnoise','Location','SouthEast')

```

```

% % Construction de l'interconnection de la boucle ouverte
%
[ny, nu]=size(Guss);      % size
M=iconnect;              % sys interconnect
d=icsignal(ny);          % signal de perturbation
n=icsignal(ny);          % signal de bruit
u=icsignal(nu);          % signal de commande
y=icsignal(ny);          % signal de sortie mesuré
M.Input = [d;n;u];       % signaux d'entrée
M.Output = [y;-(y+Wnoise*n)]; % signaux de sortie
M.Equation{1} = equate(y,Usys*u+Wperf*d); % équation du sys en BO
% Calcul de correcteur*****
opt = dksynOptions('DisplayWhileAutoIter','on',...
                  'NumberOfAutoIterations',10);

[Kmu,CLmu,muBound] = dksyn(M.System,ny,nu,opt);
muBound
size(Kmu)
[akmu,bkmu,ckmu,dkmu]=ssdata(Kmu);

```

B.3 Simplification du modèle

```

% Create array of reduced-order controllers
K=Kmu;
NS = order(K);
StateOrders = 1:NS;
K = reduce(K,StateOrders);

% Compute robust performance margin for each reduced controller
CLP = lft(M.System,Kred);
ropt = robustperfOptions('Sensitivity','off','Display',\...
'off','Mussv','a');
PM = robustperf(CLP,ropt);

% Compare robust performance of reduced- and full-order controllers
plot(StateOrders,[PM.LowerBound],'k-o',...
      StateOrders, repmat(1/muBound,[1 NS]),'k');
title('Robust performance as a function of controller order')
legend('Reduced order','Full order'),title('');

Kr=reduce(K,5);
KG=K*Gn;KrG=Kr*Gn;
bode(KG,'k',KrG,'k:'),title(''),legend('KG','KrG')

```

Annexe C

Normes et valeurs singulières

C.1 Normes d'un vecteur

Pour un vecteur complexe ou réel, la norme $\|\cdot\|$ est une fonction réelle valorisée avec les propriétés suivantes (Vidyasagar, 1993) :

- $\|x\| > 0$ pour tout $x \neq 0$. (C.1)

- $\|x\| = 0 \Rightarrow x = 0$ pour tout $x \neq 0$ (C.2)

- $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$ pour α réel ou complexe (C.3)

- $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ pour tout vecteur réel ou complexe x et y (C.4)

Trois normes couramment utilisées pour un vecteur x réel ou complexe sont définies comme :

$$\|x\|_p = (|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p)^{1/p} \quad (C.5)$$

où $p = 1, 2$ et ∞

Notez que

$$\|x\|_\infty = \max_i |x_i| \quad (C.6)$$

C.2 Normes d'une matrice

Pour une norme vectorielle, la norme induite d'une matrice complexe ou réelle A définie comme

$$\|A\|_p = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p} = \sup_{|x|=1} \|Ax\|_p \quad (C.7)$$

Il a été démontré que [65]

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_i |a_{ij}|; \text{ Somme de colonne maximale} \quad (C.8)$$

$$\|A\|_\infty = \max_i \sum_j |a_{ij}|; \text{ Ligne maximale} \quad (C.9)$$

C.3 Valeurs singulières d'une matrice

Les valeurs singulières $\sigma_1(A)$ de la matrice réelle ou complexe A $n \times n$ sont les racines carrées non négatives des valeurs propres de $A^T A$, A^T est la matrice transposée de A . Les dimensions de $A^T A$ sont $n \times n$. Par conséquent, il y aura n valeurs propres de $A^T A$. Cependant, si le rang de la matrice $A^T A$ est r , $n - r$ valeurs propres seront nulles. Ainsi, notez que

$$r \leq p \text{ ou } p = \min(m, n) \quad (\text{C.10})$$

Par conséquent, le nombre des valeurs singulières est choisi pour être p , qui est le rang maximal que la matrice A peut l'avoir. Ensuite, s'il y a une matrice nulle, la matrice ne sera pas du rang complet. Ces valeurs singulières sont généralement classées par ordre décroissant.

Les valeurs singulières d'une matrice réel ou complexe A sont données comme

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^H A)}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (\text{C.11})$$

$$\sigma_1(A) \geq \sigma_2(A) \geq \dots \geq \sigma_p(A) \quad (\text{C.12})$$

Les valeurs singulières maximales et minimales sont également notées $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$, respectivement. Par conséquent,

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \|A\|_2 \quad (\text{C.13})$$

et

$$\underline{\sigma}(A) = \left(\max_{x \neq 0} \frac{\|A^{-1}x\|_2}{\|x\|_2} \right)^{-1} = (\|A^{-1}\|_2)^{-1} \quad (\text{C.14})$$

La valeur singulière minimale $\underline{\sigma}$ est une mesure de la proximité de la matrice A pour être singulière ou déficiente. La valeur singulière maximale $\bar{\sigma}$ est aussi la norme-2 de la matrice $\|A\|_2$.

C.4 Propriétés des valeurs singulières

Voir [66]

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \|A\|_2 \quad (\text{C.15})$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad (\text{C.16})$$

$$\text{Si } A^{-1} \text{ existe, } \underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})} \text{ et } \bar{\sigma}(A) = \frac{1}{\underline{\sigma}(A^{-1})} \quad (\text{C.17})$$

$$\bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B) \quad (\text{C.18})$$

$$\bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B) \quad (\text{C.19})$$

$$\bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A) \bar{\sigma}(B) \quad (\text{C.20})$$

$$\max \left[0, \left(\underline{\sigma}(A) - \bar{\sigma}(B) \right) \right] \leq \underline{\sigma} \quad (\text{C.21})$$

$$(A + B) \leq \underline{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B) \quad (\text{C.22})$$

$$\underline{\sigma}(A) \leq |\lambda(A)| \leq \bar{\sigma}(A) \text{ où } \lambda(A) \text{ Est une valeur propre de } A \quad (\text{C.23})$$

Bibliographie

- [1] Richard D Middlebrook and Slobodan Ćuk. A general unified approach to modelling switching-converter power stages. *International Journal of Electronics Theoretical and Experimental*, 42(6) :521–550, 1977.
- [2] Gene Ward Wester and Richard D Middlebrook. Low-frequency characterization of switched dc-dc converters. *IEEE Transactions on Aerospace and electronic Systems*, AES-9.
- [3] RD Middlebrook. Small-signal modeling of pulse-width modulated switched-mode power converters. *Proceedings of the IEEE*, 76(4) :343–354, 1988.
- [4] Ali H Nayfeh. *Perturbation methods*. John Wiley & Sons, 2008.
- [5] Philip T Krein, Joseph Bentsman, Richard M Bass, and Bernard L Lesieutre. On the use of averaging for the analysis of power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(2) :182–190, 1990.
- [6] Brad Lehman and Richard M Bass. Switching frequency dependent averaged models for pwm dc-dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(1) :89–98, 1996.
- [7] Seth R Sanders, J Mark Noworolski, Xiaojun Z Liu, and George C Verghese. Generalized averaging method for power conversion circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(2) :251–259, 1991.
- [8] J Mahdavi, A Emaadi, MD Bellar, and M Ehsani. Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 44(8) :767–770, 1997.
- [9] YS Lee. A systematic and unified approach to modeling switches in switch-mode power supplies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IE -32(4) :445–448, 1985.
- [10] Vatché Vorpérian. Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch. ii. discontinuous conduction mode. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, 26(3) :497–505, 1990.
- [11] Robert W Erickson. Advances in averaged switch modeling. In *Fourth Brazilian Congress of Power Electronics (COBEP97)*, 1997.
- [12] Jian Sun. Unified averaged switch models for stability analysis of large distributed power systems. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2000. APEC 2000. Fifteenth Annual IEEE*, volume 1, pages 249–255. IEEE, 2000.
- [13] Romeo Ortega, Julio Antonio Loría Perez, Per Johan Nicklasson, and Hebertt Sira-Ramirez. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems : mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [14] Gerardo Escobar, Arjan J Van Der Schaft, and Romeo Ortega. A hamiltonian viewpoint in the modeling of switching power converters. *Automatica*, 35(3) :445–452, 1999.

- [15] C Olalla, R Leyva, A El Aroudi, P Garces, and I Queinnec. Lmi robust control design for boost pwm converters. *IET Power Electronics*, 3(1) :75–85, 2010.
- [16] Ali Jaafar. *Contribution à la modélisation, l'analyse et l'optimisation de lois de commande pour convertisseurs DC-DC de puissance*. PhD thesis, Supélec, 2011.
- [17] FH Frank Leung, Peter Kwong-Shun Tam, and CK Li. An improved lqr-based controller for switching dc-dc converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(5) :521–528, 1993.
- [18] Frank HF Leung, Peter KS Tam, and CK Li. The control of switching dc-dc converters—a general lqr problem. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 38(1) :65–71, 1991.
- [19] Mengting Zhang, Xiuliang Li, Jia Liu, and Hongye Su. Dual-mode lqr-feedforward optimal control for non-minimum phase boost converter. *IET Power Electronics*, 10(1) :92–102, 2017.
- [20] Herbertt Sira-Ramirez. Nonlinear pi controller design for switchmode dc-to-dc power converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(4) :410–417, 1991.
- [21] Vadim Utkin. Sliding mode control of dc/dc converters. *Journal of the Franklin Institute*, 350(8) :2146–2165, 2013.
- [22] Vadim I Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE transactions on industrial electronics*, 40(1) :23–36, 1993.
- [23] Siew-Chong Tan, Yuk-Ming Lai, and Chi K Tse. A unified approach to the design of pwm-based sliding-mode voltage controllers for basic dc-dc converters in continuous conduction mode. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, 53(8) :1816–1827, 2006.
- [24] Y He and FL Luo. Sliding-mode control for dc–dc converters with constant switching frequency. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 153(1) :37–45, 2006.
- [25] Ali Jaafar, Emmanuel Godoy, Pierre Lefranc, Xuefang Lin Shi, Akram Fayaz, and Nan Li. Nonlinear sliding mode observer and control of high order dc-dc converters. In *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 180–186. IEEE, 2010.
- [26] Mohamed Chebaani, Amar Goléa, Med Toufik Benchouia, and Noureddine Goléa. Sliding mode predictive control of induction motor fed by five-leg ac–dc–ac converter with dc-link voltages offset compensation. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, pages 1–15, 2017.
- [27] Jianyong Yao, Zongxia Jiao, and Dawei Ma. Extended-state-observer-based output feedback nonlinear robust control of hydraulic systems with backstepping. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(11) :6285–6293, 2014.
- [28] A Jaafar, G Bergna, J-C Vannier, and P Lefranc. Energy concept-based nonlinear stabilization and control for modular multilevel converters for voltage oscillation reduction. In *Power Electronics and Applications (EPE'14-ECCE Europe), 2014 16th European Conference on*, pages 1–10. IEEE, 2014.
- [29] Richard Stadlmayr and Kurt Schlacher. An energy-based control strategy for dc/dc power converters. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, pages 3967–3972. IEEE, 2009.

- [30] Hebertt Sira-Ramirez, RA Perez-Moreno, Romeo Ortega, and M Garcia-Esteban. Passivity-based controllers for the stabilization of dc-to-dc power converters. *Automatica*, 33(4) :499–513, 1997.
- [31] Benjamin J Patella, Aleksandar Prodic, Art Zirger, and Dragan Maksimovic. High-frequency digital pwm controller ic for dc-dc converters. *IEEE Transactions on Power electronics*, 18(1) :438–446, 2003.
- [32] K Ramash Kumar and S Jeevananthan. Hysteresis modulation based sliding mode control for positive output elementary super lift luo converter. *International Journal of Electrical and Electronics Engineering*, 2(3) :131–138, 2009.
- [33] LS RTP Malesani, RG Spiazzi, and P Tenti. Performance optimization of cuk converters by sliding-mode control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(3) :302–309, 1995.
- [34] George Zames. Feedback and optimal sensitivity : Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on automatic control*, 26(2) :301–320, 1981.
- [35] JS Freudenberg and DP Looze. Some remarks on H_∞ -sensitivity minimization. In *Decision and Control, 1983. The 22nd IEEE Conference on*, volume 22, pages 634–635. IEEE, 1983.
- [36] John C Doyle. Synthesis of robust controllers and filters. In *Decision and Control, 1983. The 22nd IEEE Conference on*, volume 22, pages 109–114. IEEE, 1983.
- [37] George Zames and Bruce Francis. Feedback, minimax sensitivity, and optimal robustness. *IEEE transactions on Automatic Control*, 28(5) :585–601, 1983.
- [38] Hidenori Kimura. Robust stabilizability for a class of transfer functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(9) :788–793, 1984.
- [39] John C Doyle, Joseph E Wall, and Gunter Stein. Performance and robustness analysis for structured uncertainty. In *Decision and Control, 1982 21st IEEE Conference on*, volume 21, pages 629–636. IEEE, 1982.
- [40] Bruce A Francis and John C Doyle. Linear control theory with an H_∞ optimality criterion. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 25(4) :815–844, 1987.
- [41] Pascal Gahinet and Pierre Apkarian. An lmi-based parametrization of all H_∞ controllers with applications. In *Decision and Control, 1993., Proceedings of the 32nd IEEE Conference on*, pages 656–661. IEEE, 1993.
- [42] John Doyle. Robust and optimal control. In *Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE Conference on*, volume 2, pages 1595–1598. IEEE, 1996.
- [43] Harry Dym, J William Helton, and Orlando Merino. Algorithms for solving multidisk problems in H_∞ optimization. In *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, volume 3, pages 3156–3161. IEEE, 1999.
- [44] Keith Glover and John C Doyle. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters*, 11(3) :167–172, 1988.
- [45] Carles Jaen, Josep Pou, Rafael Pindado, Vicenç Sala, and Jordi Zaragoza. A linear-quadratic regulator with integral action applied to pwm dc-dc converters. In *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, pages 2280–2285. IEEE, 2006.
- [46] Tobias Geyer, Georgios Papafotiou, and Manfred Morari. On the optimal control of switch-mode dc-dc converters. In *HSCC*, volume 4, pages 342–356. Springer, 2004.

- [47] John C Doyle, Keith Glover, Pramod P Khargonekar, and Bruce A Francis. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic control*, 34(8) :831–847, 1989.
- [48] Margareta Stefanovic and Michael G Safonov. Safe adaptive switching control : Stability and convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(9) :2012–2021, 2008.
- [49] Pascal Gahinet and Pierre Apkarian. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. *International journal of robust and nonlinear control*, 4(4) :421–448, 1994.
- [50] Pierre Apkarian, Pascal Gahinet, and Greg Becker. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems : a design example. *Automatica*, 31(9) :1251–1261, 1995.
- [51] Christophe Basso. *Switch-Mode Power Supplies Spice Simulations and Practical Designs*. 2008.
- [52] Seddik Bacha, Iulian Munteanu, Antoneta Iuliana Bratcu, et al. Power electronic converters modeling and control. *Advanced textbooks in control and signal processing*, 454 :454, 2014.
- [53] Bo Zhang and Dongyuan Qiu. *Sneak circuits of power electronic converters*. John Wiley & Sons, 2014.
- [54] Andre Kislovski. *Dynamic analysis of switching-mode DC/DC converters*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [55] Marian K Kazimierczuk. *Pulse-width modulated DC-DC power converters*. John Wiley & Sons, 2015.
- [56] Kemin Zhou and John Comstock Doyle. *Essentials of robust control*, volume 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [57] Alok Sinha. *Linear systems : optimal and robust control*. CRC Press, 2007.
- [58] Brian DO Anderson and John B Moore. *Linear optimal control*, volume 197. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1971.
- [59] Bruce Francis and George Zames. On H_∞ -optimal sensitivity theory for siso feedback systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 29(1) :9–16, 1984.
- [60] Huibert Kwakernaak and Raphael Sivan. *Linear optimal control systems*, volume 1. Wiley-Interscience New York, 1972.
- [61] Roberto Tempo, Giuseppe Calafiore, and Fabrizio Dabbene. *Randomized algorithms for analysis and control of uncertain systems : with applications*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [62] M Dahleh, A Tesi, and A Vicino. Robust stability and performance of interval plants. *Systems & control letters*, 19(5) :353–363, 1992.
- [63] Michael G Safonov and RY Chiang. A schur method for balanced-truncation model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(7) :729–733, 1989.
- [64] Denis Mustafa and Keith Glover. Controller reduction by hH_∞ -balanced truncation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(6) :668–682, 1991.
- [65] Mathukumalli Vidyasagar. *Nonlinear systems analysis*. SIAM, 2002.
- [66] RY Chiang and MG Safonov. H_∞ synthesis using a bilinear pole shifting transform. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 15(5) :1111–1117, 1992.