



Thèse

POUR OBTENIR LE DIPLOME DE
Doctorat 3ème Cycle

Filière : Hydraulique

Spécialité : Hydraulique Urbaine

Thème :

Calcul des profondeurs normale et critique dans les canaux en forme de polygone semi-régulier et dans les canaux à parois brisées par la méthode du modèle rugueux

Présenté Par :
Ramdani Imene

Thèse soutenue le 31/10/2024 devant le jury composé de :

N°	Nom et prénom	Grade	Etablissement	Qualité
01	Zeroual Abdelatif	MCA	Université de Oum El Bouaghi	Président
02	Lakehal Moussa	Prof.	Université de Annaba	Rapporteur
03	Sekiou Fateh	Prof.	Université de Oum El Bouaghi	Co-rapporteur
04	Berreksi Ali	Prof.	Université de Bejaïa	Examineur
05	Mokhtari Elhadj	MCA	Université de M'sila	Examineur
06	Sehtal Sabah	MCA	Université de Oum El Bouaghi	Examinatrice

REMERCIEMENTS

En tout premier lieu, je remercie ALLAH, le Tout-Puissant et Miséricordieux, de m'avoir donné la force et la patience d'accomplir le présent travail.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse, le Professeur *Lakehal Moussa*, de l'université Badji Mokhtar-Annaba, pour ses orientations et ses conseils inestimables. Il a m'a initié au travail de recherche, et je tiens à lui assurer de mon profond respect et ma sincère gratitude.

Dans les expressions de remerciements, je remercie mon co-directeur de thèse, le Professeur *Sekiou Fateh*, de l'université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi, pour son soutien précieux.

Je remercie les membres du jury pour avoir aimablement accepté de juger et d'évaluer cette thèse. Leur expertise et leurs commentaires constructifs ont grandement contribué à la qualité de ce travail.

J'exprimer ma gratitude envers le Professeur *Achour Bachir* pour sa contribution scientifique.

Je tiens à remercier particulièrement *M. Marouf Nadir* pour son soutien constant.

un grand merci à tous les enseignants du département de l'hydraulique des universités de Annaba et de Oum El Bouaghi pour leur soutien académique et leurs encouragements.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance envers Madame *Berrahal Lilia* et tous les staffs administratifs de la faculté, ainsi que les staffs administratifs du département de l'hydraulique des universités de Annaba et de Oum El Bouaghi pour leur précieuse aide.

Enfin, Je remercie profondément mes parents et ma famille pour leur soutien indéfectible et leurs encouragements constants, sans lesquels je n'aurais jamais pu arriver au bout de mes projets.

RAMDANI IMENE

DEDICACE

A l'âme précieuse de ma mère "*Hdoud*",

Ma mère bien-aimée, amie fidèle, jardin de mes secrets,

Qui a été et reste une source d'inspiration et de force pour moi. Ma mère qui m'a enseigné la signification de la patience et de la persévérance, grâce à elle j'ai appris à affronter les difficultés et à surmonter les défis. Dans les derniers moments de sa vie, elle m'a encouragé à continuer et à ne jamais abandonner, ses paroles ont été un phare illuminant mon chemin à chaque pas.

A cette grande femme qui ne m'a jamais privé de son amour et de sa tendresse, qui a toujours été à mes côtés pour me soutenir et me guider, je dédie ce travail.

Ton départ, maman, a laissé un vide que rien ne pourra combler, mais ton souvenir et tes enseignements resteront vivants dans mon cœur et mon esprit.

Je te promets, maman, de toujours poursuivre tes rêves et les miens, et de rester forte comme tu m'as appris. Cette réussite est le fruit de ton travail et de tes sacrifices, et elle est un témoignage de ma gratitude et de mon respect pour ton âme pure.

Que Dieu ait ton âme et t'accueille dans son vaste paradis, que ton lieu de repos soit le paradis.

RESUMES

ملخص

يشغل السيالان المنتظم مكانة هامة في عمل مهندس الري. لقد قمنا من خلال هذه الرسالة الأكاديمية بدراسة السيالان المنتظم في قنوات مفتوحة ذات شكل مضلع نصف منتظم وفي قنوات ذات جدران منكسرة لعدة أجزاء خطية متساوية مع قعر أفقي (PNSL). يمكن اعتبار أشكال هذه القنوات كحل بديل للشكل نصف دائري الذي لا يتناسب مع القنوات الترابية. المعادلتان القاعديتان المستخدمتان من أجل إنجاز هذا العمل هما علاقة دارسي- وايزباخ وعلاقة مانينغ. تم تطبيق كل معادلة من هاتي المعادلتين مجتمعة مع طريقة MMR. لقد نوهنا بأن علاقة مانينغ قابلة للاستخدام في ظل نظام الجريان الاضطرابي الخشن فقط. وعليه فقد كان الهدف الرئيسي من هذا العمل هو اقتراح مقاربات نظرية لحساب كل من العمق الطبيعي و الحرج للسيالان في مختلف وجوه الفنتين الأساسيتين من القنوات المختارة مع تعميم استخدام علاقة مانينغ على كافة مجال نظام الجريان الاضطرابي بما في ذلك المجال الخشن، الأملس و الانتقالي. وتم بالفعل تطويع علاقات مباشرة لحساب العمق الطبيعي للسيالان في القنوات المختارة بالنسبة لكل حالة مدروسة. وقد تم أيضا بنجاح من خلال هذه الدراسة إنشاء علاقات لحساب العمق الحرج في القنوات المعنية. تم استخلاص استنتاجات بالغة الأهمية من مختلف دراسات المقارنة التي أجريت.

الكلمات المفتاحية : السيالان المنتظم، العمق الطبيعي، العمق الحرج، قناة ذات جدران منكسرة مع قعر أفقي، قناة على شكل مضلع نصف منتظم.

Abstract

Uniform flow holds a significant place in the practice of hydraulic engineering. In this thesis, we studied uniform flow in open channels with shape polygonal semi-regular and in channel with horizontal bottom and N -segment identical linear sides (NSLS). These shapes can be considered an alternative solution to the semi-circular shape, which is unsuitable for earthy channels. The fundamental equations used in our work are the *Darcy-Weisbach* and *Manning* equations. Each of these relationships was applied in conjunction with the RMM method. It was noted that the *Manning* formula is applicable only to the rough turbulent domain. The main objective of our work was to propose theoretical approaches for calculating the normal and critical depths in various configurations of the two main categories of chosen channels, while generalizing the *Manning* formula to the entier turbulent flow domain, encompassing rough, smooth, and transition domain. Explicit formulas for calculating the normal depth of flow in the selected channels were developed to address each studied situation. Similarly, formulas for calculating the critical depth in the considered channels were successfully established. Extremely important conclusions were drawn from the various comparative studies conducted.

Keywords : Uniform flow, Normal depth, Critical depth, channel with segments sides and a horizontal bottom, channel with shape polygonal semi-regular.

Résumé

L'écoulement uniforme occupe une place importante dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. Nous avons étudié dans cette thèse l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts en forme de polygone semi-régulier et dans les canaux à fond horizontal avec parois brisées en N -segments linéaires identiques (PNSL). Ces formes peuvent être considérées comme une solution alternative à la forme semi-circulaire qui ne convient pas aux canaux en terre. Les équations de base utilisées pour l'élaboration de notre travail sont la relation de *Darcy-Weisbach* et de *Manning*. Chacune de ces relations a été appliquée en association avec la méthode MMR. Il a été noté que la formule de *Manning* est applicable uniquement au domaine turbulent rugueux. L'objectif principal de notre travail a été, alors, de proposer des approches théoriques au calcul des profondeurs normale et critique dans les différentes configurations des deux grandes catégories de canaux choisies tout en généralisant la formule de *Manning* à l'ensemble de l'écoulement turbulent comportant le domaine turbulent rugueux, lisse et de transition. En effet, des relations explicites au calcul de la profondeur normale de l'écoulement dans les canaux choisis ont été développées répondant ainsi à chaque situation étudiée. De même des relations destinées au calcul de la profondeur critique dans les canaux considérés ont été établies avec succès. Des conclusions extrêmement importantes ont été tirées à partir des différentes études comparatives effectuées.

Mots clés : Ecoulement uniforme, Profondeur normale, Profondeur critique, Canal à parois brisées avec fond horizontal, Canal en forme de polygone semi-régulier.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Remerciements	
Dédicace	
Résumés	
Sommaire	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
INTRODUCTION GENERALE.....	I

Première partie

ÉCOULEMENT UNIFORME

Introduction à la première partie.....	1
--	---

Chapitre I

PRESENTATION DE L'ÉCOULEMENT UNIFORME AVEC QUELQUES METHODES DE CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE

I. Introduction.....	2
II. Présentation de l'écoulement uniforme dans les canaux.....	2
II.1. Définition de l'écoulement uniforme.....	2
II.2. Géométrie des canaux.....	3
III. Formules usuelles de l'écoulement uniforme.....	5
III.1. Formule de <i>Chézy</i>	5
III.2. Formule de <i>Manning – Strickler</i>	7
III.3. Formule de <i>Darcy – Weisbach</i>	8
III.3.1. Evaluation du coefficient de frottement.....	8
IV. Quelques méthodes de calcul de la profondeur normale.....	10
IV.1. Conduite circulaire partiellement remplie.....	11
IV.1.1. Approche de <i>Vatankhan et Easa</i> (2011).....	12
IV.1.2. Approche de <i>Achour</i> (2013)a.....	12
IV.1.3. Approche de <i>Akram et al.</i> (2021).....	13
IV.2. Canal ouvert à surface libre de forme rectangulaire.....	14

IV.2.1. Approche de <i>Srivastava</i> (2006).....	15
IV.2.2. Approche de <i>Swamee et Rathie</i> (2012).....	15
IV.2.3. Approche de <i>Ferro et Sciacca</i> (2017).....	17
IV.3. Canal ouvert à surface libre de forme triangulaire.....	18
IV.3.1. Approche de <i>Swamee</i> (1994).....	19
IV.3.2. Approche de <i>Swamee et Rathie</i> (2012).....	19
IV.3.3. Approche de <i>Lamri et al.</i> (2021).....	20
IV.4. Canal ouvert à surface libre de forme trapézoïdale.....	21
IV.4.1. Approche de <i>Barr et Das</i> (1986).....	22
IV.4.2. Approche de <i>Vatankhah et Easa</i> (2011).....	22
IV.4.3. Approche de <i>Elhakeem</i> (2017).....	23
IV.5. Canal ouvert à surface libre en forme de trapèze plein (Approche de <i>Abdulrahman</i> , 2007).....	24
V. Formes alternatives à la forme semi-circulaire.....	25
V.1. Approche de <i>Easa</i> (2011).....	25
V.2. Approche de <i>Vatankhah</i> (2014).....	26
VI. Présentation de la méthode du modèle rugueux de référence MMR.....	28
VII. Conclusion.....	30

Chapitre II

ÉCOULEMENT CRITIQUE

I. Introduction.....	32
II. Présentation de l'écoulement critique.....	32
II.1. Définitions de l'écoulement critique et du nombre de <i>Froude</i>	32
II.2. Connaitre le régime critique, pour quelle raison ?.....	34
II.3. Définition de l'énergie spécifique.....	34
II.3.1. Evolution de l'énergie spécifique.....	35
II.3.1.1. Evolution du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour une énergie spécifique donnée.....	35
II.3.1.2. Evolution de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement pour un débit donné.....	38
III. Relations de la profondeur critique dans certaines sections de canaux à surface libre.....	40

III.1. Conduite circulaire partiellement remplie.....	40
III.2. Canal ouvert de forme rectangulaire.....	42
III.3. Canal ouvert de forme triangulaire.....	43
III.4. Canal ouvert de forme trapézoïdale.....	44
IV. Conclusion.....	46
Conclusion de la première partie.....	47

Deuxième partie

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'ECOULEMENT UNIFORME

Introduction à la deuxième partie.....	48
--	----

Chapitre I

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL SEMI-CIRCULAIRE ET D'UN CANAL EN FORME DE POLYGONE SEMI- REGULIER

I. Introduction.....	50
II. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-circulaire.....	50
III. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré.....	52
III.1. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré de type I.....	52
III.2. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré de type II.....	54
IV. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal.....	55
IV.1. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal de type I.....	56
IV.2. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal de type II.....	58
V. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal.....	59
V.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal de type I.....	60
V.2. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal de type II.....	63
VI. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal.....	65

VI.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal de type I.....	66
VI.2. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal de type II.....	68
VII. Récapitulation des résultats obtenus.....	69
VIII. Conclusion.....	72

Chapitre II

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX EN FORME DE POLYGONE SEMI-REGULIER

I. Introduction.....	73
II. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence.....	73
III. Développement de la profondeur normale par application de la relation de <i>Darcy-Weisbach</i>	79
III.1. Profondeur normale dans le modèle rugueux.....	79
III.2. Facteur de correction des dimensions linéaires.....	80
III.3. Expression de la profondeur normale de l'écoulement.....	83
III.4. Etapes de calcul de la profondeur normale.....	84
IV. Développement de la profondeur normale par application de la relation de <i>Manning</i>	84
IV.1. Expression de la profondeur normale.....	84
IV.2. Expression du coefficient de résistance de <i>Manning</i>	86
IV.3. Etapes de calcul de la profondeur normale.....	96
V. Exemple d'application 2.1.....	97
VI. Quelques recommandations pour le choix de la forme du canal.....	103
VII. Conclusion.....	107

Chapitre III

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL A PAROIS BRISEES EN N-SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL - PNSL

I. Introduction.....	109
II. Présentation du canal.....	109
III. Caractéristiques géométriques du canal PNSL.....	110
III.1. Expressions de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé.....	110
III.1.1. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 1$	111
III.1.2. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 2$	112
III.1.3. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 3$	114
III.1.4. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 4$	115
III.1.5. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 5$	117
III.1.6. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 6$	118
III.1.7. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 7$	120
III.1.8. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 8$	122
III.1.9. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 9$	123
III.1.10. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 10$	125
III.1.11. Expression générale de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé.....	127
III.2. Expression de la largeur superficielle des canaux PNSL.....	127
IV. Caractéristiques hydrauliques du canal PNSL.....	128
V. Conclusion.....	128

Chapitre IV

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX A PAROIS BRISEES EN N -SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL

I. Introduction.....	130
II. Développement de la méthode de calcul de la profondeur normale pour un rapport d'aspect imposé.....	130
II.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence.....	131
II.2. Profondeur normale dans le modèle rugueux de référence.....	134
II.3. Expression de la profondeur normale de l'écoulement.....	135
II.4. Etapes de calcul de la profondeur normale.....	136
II.5. Exemple d'application 2.2.....	138
II.6. Etude comparative.....	143

II.6.1. Paramètres adimensionnels.....	143
II.6.2. Comparaison avec la section à parois circulaires avec fond horizontal.....	143
II.6.3. Loi d'évolution de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé en fonction du nombre de segments.....	148
II.6.4. Loi d'évolution de la profondeur normale en fonction du nombre de segments.....	151
II.6.5. Choix du nombre de segments optimal.....	153
III. Développement de la méthode de calcul de la profondeur normale pour une largeur de la base du canal imposée.....	154
III.1. Application de la méthode MMR au calcul de la profondeur normale.....	154
III.1.1. Fonction : Conductivité relative – Paramètre de forme.....	155
III.1.2. Développement de la fonction : Conductivité relative – Paramètre de forme.....	156
III.1.3. Solution approchée de la fonction Conductivité relative – Paramètre de forme.....	157
III.2. Etapes de calcul de la profondeur normale	162
III.3. Exemple d'application 2.3.....	164
IV. Conclusion.....	171

Chapitre V

APPROCHE THEORIQUE AU CALCUL DE LA PROFONDEUR CRITIQUE DANS QUELQUES TYPES DE CANAUX OUVERTS

I. Introduction.....	173
II. Expression de la profondeur critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier.....	173
II.1. Caractéristiques de l'écoulement critique.....	173
II.2. Expression de la profondeur critique.....	176
II.3. Etapes de calcul de la profondeur critique.....	177
II.4. Exemple d'application 2.4.....	178
III. Expression de la profondeur critique dans des canaux à parois brisées.....	179
III.1. Caractéristiques de l'écoulement critique.....	179
III.2. Expression de la profondeur critique.....	182

III.3. Etapes de calcul de la profondeur critique.....	182
III.4. Exemple d'application 2.5.....	183
IV. Conclusion.....	186
Conclusion de la deuxième partie.....	187
CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS.....	189
PRINCIPALES NOTATIONS.....	194
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	198
ANNEXES.....	202

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES

Première partie

Chapitre I

Figure 1.1 :	Concept d'uniformité (<i>Chow, 1959 ; Graf et Altinakar, 2000</i>).....	3
Figure 1.2 :	Propriétés géométriques d'une section transversale d'un canal (<i>Graf et Altinakar, 2000</i>).....	4
Figure 1.3 :	Diagramme de <i>Moody</i> (1944).....	10
Figure 1.4 :	Conduite circulaire partiellement remplie.....	11
Figure 1.5 :	Schéma de définition du canal ouvert à surface libre de forme rectangulaire.....	14
Figure 1.6 :	Schéma de définition du canal ouvert à surface libre de forme triangulaire.....	18
Figure 1.7 :	Schéma de définition de la section trapézoïdale.....	21
Figure 1.8 :	Schéma de définition de la section trapézoïdale pleine.....	24
Figure 1.9 :	Schéma de définition d'une section de type PNSL.....	26
Figure 1.10 :	Schéma de définition d'une section en polygone semi-régulier. a) Fond plat, b) Sans fond.....	27

Chapitre II

Figure 1.11 :	Profils en long et en travers d'un écoulement non uniforme.....	33
Figure 1.12 :	Courbe d'évolution du débit Q en fonction de la profondeur y de l'écoulement pour H_s fixe.....	36
Figure 1.13 :	Profil transversal d'un écoulement à surface libre montrant une variation infiniment petite du niveau d'eau.....	37
Figure 1.14 :	Schéma de définition de la profondeur critique.....	37
Figure 1.15 :	Branches de la courbe de variation du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour H_s fixe.....	38
Figure 1.16 :	Evolution de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement pour Q fixe.....	39
Figure 1.17 :	Différents états de l'écoulement dans un canal ouvert.....	39
Figure 1.18 :	Conduite circulaire partiellement remplie.....	40

Figure 1.19 :	Schéma de définition du canal ouvert de forme rectangulaire.....	42
Figure 1.20 :	Schéma de définition d'un canal ouvert de forme triangulaire.....	43
Figure 1.21 :	Schéma de définition du profil liquide trapézoïdal.....	44

Deuxième partie

Chapitre I

Figure 2.1 :	Schéma de définition du canal semi-circulaire.....	51
Figure 2.2 :	Canal semi-carré.....	53
Figure 2.3 :	Canal semi-hexagonal.....	56
Figure 2.4 :	Canal semi-octogonal.....	60
Figure 2.5 :	Canal semi-décagonal.....	66

Chapitre II

Figure 2.6 :	Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.	74
Figure 2.7 :	Etapas de calcul de la profondeur normale y_n	84
Figure 2.8 :	Variation de N^* en fonction du nombre de <i>Reynolds</i> \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-circulaire et le canal en forme de polygone semi-régulier de type I.....	89
Figure 2.9 :	Variation de N^* en fonction du nombre de <i>Reynolds</i> \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-carré de type II.....	90
Figure 2.10 :	Variation de N^* en fonction du nombre de <i>Reynolds</i> \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-hexagonal de type II.....	90
Figure 2.11 :	Variation de N^* en fonction du nombre de <i>Reynolds</i> \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-octogonal de type II.....	91
Figure 2.12 :	Variation de N^* en fonction du nombre de <i>Reynolds</i> \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-décagonal de type II.....	91

Figure 2.13 :	Canal semi-octogonal (types I et II) et canal semi-décagonal (types I et II).....	93
Figure 2.14 :	Etapes de calcul de la profondeur normale de l'écoulement y_n	96

Chapitre III

Figure 2.15 :	Schéma de définition du profil liquide de l'écoulement dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.....	110
Figure 2.16 :	Schéma de définition du canal trapézoïdal.....	111
Figure 2.17 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 2 segments linéaires identiques.....	112
Figure 2.18 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 3 segments linéaires identiques.....	114
Figure 2.19 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 4 segments linéaires identiques.....	115
Figure 2.20 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 5 segments linéaires identiques.....	117
Figure 2.21 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 6 segments linéaires identiques.....	119
Figure 2.22 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 7 segments linéaires identiques.....	120
Figure 2.23 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 8 segments linéaires identiques.....	122
Figure 2.24 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 9 segments linéaires identiques.....	124
Figure 2.25 :	Schéma de définition du canal à parois brisées en 10 segments linéaires identiques.....	125

Chapitre IV

Figure 2.26 :	Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence (PNSL).....	131
Figure 2.27 :	Etapes à suivre pour le calcul de la profondeur normale y_n pour un rapport d'aspect imposé.....	137
Figure 2.28 :	Variation de A^* , P^* , R_h^* et D_h^* en fonction du nombre de segments N pour quelques valeurs de η	144

Figure 2.29 :	Evolution de $A (m^2)$ et de $P (m)$ en fonction de Q, i, ε et N pour $\eta_{\min} = 0,1$	149
Figure 2.30 :	Evolution de $A (m^2)$ et de $P (m)$ en fonction de Q, i, ε et N pour $\eta_{\max} = 4$	150
Figure 2.31 :	Evolution de $y_n (m)$ en fonction de Q, i, ε et N pour $\eta_{\min} = 0,1$ et $\eta_{\max} = 4$	152
Figure 2.32 :	Modèle rugueux de référence du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal pour $\bar{y}_n > y_n$ et $\bar{b} = b$	155
Figure 2.33 :	Courbes de variation de $\bar{\eta}$ en fonction de Q_b^* pour différentes valeurs de N (1 à 10).....	158
Figure 2.34 :	Ecart relatifs $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ en fonction de $\bar{\eta}$ pour $N = 1$ et 10.....	161
Figure 2.35 :	Etapas de calcul de la profondeur normale y_n dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond.....	163

Chapitre V

Figure 2.36 :	Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier.....	174
Figure 2.37 :	Etapas de calcul de la profondeur critique y_c dans des canaux en forme de polygone semi-régulier et en forme semi-circulaire.....	178
Figure 2.38 :	Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.....	180
Figure 2.39 :	Méthode de calcul de la profondeur critique y_c dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques.....	183

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES TABLEAUX

Deuxième partie

Chapitre I

Tableau 2.1 : Valeurs des coefficients C_A , C_P , C_{R_h} , C_{D_h} et C_B pour chaque forme du canal.....	71
---	----

Chapitre II

Tableau 2.2 : Valeurs du paramètre Ω	86
Tableau 2.3 : Valeurs de σ	88
Tableau 2.4 : Profondeur normale $\overline{y_n}$ du modèle rugueux de référence.....	97
Tableau 2.5 : Profondeur normale y_n de l'écoulement.....	98
Tableau 2.6 : Coefficient de <i>Manning</i> n	99
Tableau 2.7 : Profondeur normale y_n de l'écoulement	99
Tableau 2.8 : Valeurs des grandeurs : B , l et b	100
Tableau 2.9 : Valeurs de A , P et R_h	101
Tableau 2.10 : Nombre de <i>Reynolds</i> R	102
Tableau 2.11 : Coefficient de <i>Chézy</i> C	102
Tableau 2.12 : Pente géométrique i	103
Tableau 2.13 : Principaux résultats obtenus dans l'exemple d'application 2.1.....	106

Chapitre IV

Tableau 2.14 : Valeurs des fonctions : $\alpha(\eta, N)$, $\beta(\eta, N)$, $\gamma(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$	138
Tableau 2.15 : Profondeur normale $\overline{y_n}$ du modèle rugueux de référence.....	139
Tableau 2.16 : Profondeur normale de l'écoulement y_n	139
Tableau 2.17 : Valeurs des grandeurs : b , B et l	140
Tableau 2.18 : Valeurs des caractéristiques : A , P et R_h	141
Tableau 2.19 : Valeurs du nombre de <i>Reynolds</i> R	141
Tableau 2.20 : Valeur du coefficient de <i>Chézy</i> C	142
Tableau 2.21 : Valeurs de la pente longitudinale i	142
Tableau 2.22 : Valeurs des paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* pour $\eta = 0,1$	146

Tableau 2.23 : Valeurs des paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* pour $\eta = 4$	147
Tableau 2.24 : Combinaisons des valeurs de Q , i et ε	148
Tableau 2.25 : Valeurs des paramètres d'ajustement $a(N)$, $b(N)$, $c(N)$, $d(N)$, $e(N)$ et $f(N)$	160
Tableau 2.26 : Intervalles de Q_b^*	161
Tableau 2.27 : Valeurs de la conductivité relative Q_b^*	164
Tableau 2.28 : Valeurs de X	165
Tableau 2.29 : Valeurs de Y	166
Tableau 2.30 : Valeurs de $\bar{\eta}$	166
Tableau 2.31 : Valeurs des fonctions $\alpha(\bar{\eta}, N)$, $\beta(\bar{\eta}, N)$ et $\gamma(\bar{\eta}, N)$	167
Tableau 2.32 : Valeurs des caractéristiques du modèle rugueux : \bar{P} , \bar{D}_h et \bar{R}	167
Tableau 2.33 : Valeurs du facteur de correction des dimensions linéaires ψ	168
Tableau 2.34 : Valeurs de la largeur de la base du modèle rugueux \bar{b}	168
Tableau 2.35 : Valeurs de la nouvelle conductivité relative Q_b^*	169
Tableau 2.36 : Valeurs du paramètre X	169
Tableau 2.37 : Valeurs du paramètre Y	170
Tableau 2.38 : Valeurs du paramètre de forme η	170
Tableau 2.39 : Valeurs de la profondeur normale y_n , et des écarts relatifs $\Delta y_n/y_n$	171

Chapitre V

Tableau 2.40 : Profondeur critique y_c	179
Tableau 2.41 : Valeurs des fonctions : $\alpha(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$	184
Tableau 2.42 : Profondeur critique y_c	185
Tableau 2.43 : Largeur du fond b_c	185

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'écoulement uniforme est caractérisé par la constance de ses paramètres dans le temps et dans l'espace. Ces paramètres sont : le débit volume Q , la vitesse moyenne de l'écoulement V , la pente longitudinale du canal i (pente de la ligne d'énergie de l'écoulement dans une conduite en charge J), l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P , la rugosité absolue ε des parois internes du canal ou de la conduite considérés et, enfin, la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement.

En pratique, l'écoulement uniforme est quasiment impossible à observer car, d'un point de vue théorique, le canal doit avoir une longueur infinie. Pourtant, c'est sous le caractère d'uniformité de l'écoulement que les conduites et canaux sont dimensionnés.

L'écoulement uniforme est régi par des relations que l'on appelle « relations de l'écoulement uniforme ». Les relations de type *Chézy* et *Manning* sont celles qui sont le plus souvent utilisées pour l'étude de l'écoulement uniforme. Une autre relation est celle de *Darcy-Weisbach*, initialement formulée par *Weisbach* (1845) et reprise par *Darcy* (1854) dans ses recherches expérimentales. Bien que la relation de *Darcy-Weisbach* ait été développée pour le cas des conduites en charge, elle est cependant applicable aux canaux ouverts, en remplaçant le diamètre D par le diamètre hydraulique D_h .

L'écoulement uniforme dans les canaux ouverts est un concept central en hydraulique nécessitant, dans plusieurs cas, une étude approfondie afin de développer les expressions des profondeurs normale et critique jouant un rôle primordial dans la conception et l'analyse des canaux ainsi que dans l'identification de la nature de l'écoulement. La détermination des profondeurs de l'écoulement normal et critique, est essentielle pour une conception hydraulique performante. En conséquence, ce domaine a fait l'objet de nombreuses études et recherches approfondies (*Vatankhah*, 2013). Jusqu'à présent, les profondeurs normales et critiques pour des conduites et des canaux sont déterminées par des méthodes numériques ou par des relations explicites basées sur la régression (*Sehtal et Achour*, 2023). En ce qui concerne la profondeur normale, plusieurs approches théoriques ont été développées : pour les conduites circulaires partiellement remplies (*Vatankhah et Easa*, 2011 ; *Achour*, 2013a ; *Akram et al.*, 2021), pour les canaux rectangulaires (*Srivastava*, 2006 ; *Swamee et Rathie*, 2012 ; *Ferro et Sciacca*, 2017), pour les canaux triangulaires (*Swamee* 1994 ; *Swamee et Rathie*, 2012 ; *Lamri et al.*, 2021), pour les canaux trapézoïdaux (*Barr et Das*, 1986 ; *Vatankhah et Easa*, 2011 ; *Elhakeem*, 2017) et pour les canaux composés (trapèze plein : *Abdulrahman*, 2007). Quant à la profondeur critique, plusieurs approches existent dont on cite : pour les conduites circulaires à surface libre (*Vatankhah et Easa*, 2011 ; *Elhakeem et Sattar*, 2017) et pour

les canaux trapézoïdaux (Swamee, 1993 ; Vatankhah et Easa, 2011). En ce qui concerne les canaux rectangulaires et triangulaires les formules de la profondeur critique sont disponibles comme expressions classiques générales.

En revenant à la profondeur normale, la plupart des approches sont applicables dans le domaine turbulent rugueux, jugé par plusieurs chercheurs comme le domaine le plus dominant en pratique. Pour cela, la relation de base souvent employée pour l'établissement de l'expression de la profondeur normale est celle de *Manning* en considérant que le coefficient de rugosité de *Manning* n dépend de l'état interne des parois du canal seulement. L'effet de la viscosité est laissé, dans ce cas, hors considération. Cette restriction rend l'utilisation de la formule universelle de *Manning* spécifique au domaine turbulent rugueux.

En revanche, la formule de *Manning* ou, en général, celles de type *Chézy* sont fréquemment employées pour l'étude de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts de diverses formes. Théoriquement, la forme d'un canal la plus avantageuse est celle semi-circulaire véhiculant un liquide de débit Q pour le minimum du périmètre mouillé et le maximum du rayon hydraulique. Cependant, lorsqu'il s'agit d'un canal en terre, il est extrêmement difficile voire impossible de rencontrer la forme semi-circulaire à cause de la stabilité des berges qui est conditionnée par la valeur de l'angle de frottement interne dépendant de type du sol. Pour cela, la forme classique privilégiée est la forme trapézoïdale. Ces dernières années, des formes alternatives ont été proposées en remplacement de la forme semi-circulaire tout en s'approchant à son périmètre mouillé par la substitution des parois circulaires par des polygones semi-réguliers (Vatankhah, 2014), ou par des segments linéaires (parois brisées) lorsqu'il s'agit d'un canal muni d'un fond horizontal (Easa, 2011).

C'est dans ce contexte que rentre notre travail de recherche de thèse. En effet, l'objectif principal est de développer des approches théoriques visant à déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans des canaux en forme de polygone semi-régulier et dans des canaux à fond horizontal et à parois brisées en segments linéaires identiques tout en généralisant la formule de *Manning* à tout le domaine de l'écoulement turbulent rugueux, lisse et de transition. La méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR sera employée afin d'aboutir à notre objectif. Cette méthode, valable dans tout le domaine de l'écoulement turbulent, a été appliquée pour l'étude de l'écoulement uniforme dans les conduites et canaux de diverses formes où elle a montré une fiabilité remarquable (Achour, 2007 ; Achour, 2013a ; Achour, 2014a ; Achour, 2014b ; Achour et Riabi, 2014 ; Lakehal et Achour, 2014 ; Lakehal et Achour, 2017 ; Sehtal et Achour, 2023).

En outre, notre étude sera poursuivie à travers l'application de la formule du nombre de *Froude* pour la détermination de la profondeur critique dans les canaux choisis.

Pour mener à bien notre étude, nous avons suggéré de subdiviser la thèse en deux grandes parties, dont la première partie comprend deux chapitres, tandis que la seconde partie nécessite cinq chapitres.

Les deux chapitres de la première partie s'articulent autour du concept des écoulements uniforme et critique. En effet, le premier chapitre se tiendra sur l'écoulement uniforme en abordant les points suivants :

- Définition en montrant les différentes circonstances conditionnant l'apparition de l'écoulement uniforme, les éléments géométriques du profil liquide transversal d'un canal ainsi que les paramètres régissant l'écoulement uniforme.
- Exposé des formules classiques de l'écoulement uniforme.
- Description de quelques approches destinées à la détermination de la profondeur normale dans les conduites circulaires partiellement remplies et dans les canaux de forme rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale et composée (trapèze plein).
- Mise en lumière sur les deux formes de profil liquide étudiés dans cette thèse : le profil liquide en forme de polygone semi-régulier et celui à fond plat avec parois brisées.
- Introduction à la méthode du modèle rugueux de référence (MMR).

Le deuxième chapitre vise à présenter :

- Le concept de l'écoulement critique.
- La notion de l'énergie spécifique ainsi que ses différents modes d'évolution.
- La description de quelques approches établies pour la détermination de la profondeur critique dans les conduites circulaires partiellement remplies et dans les canaux de forme rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale et composée (trapèze plein).

Par ailleurs, la deuxième partie, composée de cinq chapitres, constituera le siège de notre modeste contribution à l'étude de l'écoulement dans deux types distincts de canaux : les canaux à fond horizontal avec parois brisées en N -segments linéaires identiques (PNSL) et les canaux en forme de polygone semi-régulier. Pour cela, le premier chapitre se focalise sur l'élaboration des caractéristiques géométriques et hydrauliques des canaux en forme de polygone semi-régulier en distinguant les quatre types suivants : le profil liquide semi-carré, semi-hexagonal, semi-octogonal et semi-décagonal. Chaque type de polygone semi-régulier considéré sera étudié pour deux configurations différentes dont la première est relative à un canal à fond plat horizontal et la deuxième correspond au canal sans fond (angled bottom). La forme semi-circulaire sera également considérée afin de l'employer par la suite comme forme de référence. De plus, une expression générale sera proposée pour chaque paramètre géométrique de la section : Aire de la section mouillée, périmètre mouillé, largeur superficielle, rayon hydraulique et diamètre hydraulique.

Le deuxième chapitre de la deuxième partie, aura pour objectif d'étudier l'écoulement uniforme en proposant des approches théoriques au calcul de la profondeur normale de l'écoulement dans les quatre types de canaux en forme de polygone semi-régulier. Le canal semi-circulaire est pris comme étant un canal de référence. Deux méthodes principales seront envisagées pour atteindre cet objectif :

- la première méthode sera basée sur la formule de *Darcy-Weisbach*,

- la seconde méthode se réfère à la formule de *Manning* en la généralisant à l'ensemble du domaine turbulent : Rugueux, lisse et de transition.

Ces deux méthodes seront appliquées en employant la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR en fournissant explicitement l'expression des différents paramètres nécessaires au calcul de la profondeur normale recherchée.

On vise à travers le troisième chapitre, à développer les caractéristiques géométriques et hydrauliques d'un canal à fond horizontal et à parois brisées en N -segments linéaires identiques, dit canal PNSL, en considérant des nombres de segments N variant de 1 à 10. En outre, une formulation générale sera développée exprimant chaque paramètre géométrique du profil : Aire de la section mouillée, périmètre mouillé, largeur superficielle, rayon hydraulique et diamètre hydraulique.

Le quatrième chapitre sera réservé à l'étude de possibilité de proposer des approches théoriques au calcul de la profondeur normale de l'écoulement dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal (PNSL). Deux méthodes seront alors proposées :

- La première méthode sera confectionnée en s'adaptant avec le cas où le paramètre de forme ou profondeur normale relative imposée.
- La deuxième méthode sera élaborée pour répondre au problème dont la largeur du fond du canal est connue.

Il est à noter que les deux approches seront développées en se basant sur la méthode MMR.

Enfin, le cinquième et dernier chapitre de la deuxième partie sera consacré à l'étude de l'écoulement critique dans les deux profils liquides choisis tels que : le profil ou canal en forme de polygone semi-régulier et le profil ou canal dit PNSL. L'objectif principal est d'établir une relation visant à déterminer la profondeur critique dans chaque type de canal considéré.

Des études particulières seront menées afin d'examiner les différentes circonstances techniques menant au choix rigoureux du type du canal convenable à chaque situation.

Première partie

ÉCOULEMENT UNIFORME

**INTRODUCTION A LA PREMIERE
PARTIE**

Introduction à la première partie

Dans cette partie d'étude, nous examinerons deux chapitres cruciaux de l'hydraulique des conduites et canaux. En premier lieu, nous nous pencherons sur l'écoulement uniforme, définissant ses caractéristiques, les conditions nécessaires à son développement et les paramètres qui le régissent. Nous détaillerons également les formules usuelles utilisées pour le calcul de la profondeur normale de l'écoulement, telles que celles de *Chézy*, *Manning–Strickler*, *Darcy–Weisbach*, *Colebrook–White* et *Achour et Bedjaoui* (2006). Ce chapitre inclura une présentation des différentes méthodes pour déterminer la profondeur normale dans divers types de conduites et canaux, allant des conduites circulaires partiellement remplies aux canaux rectangulaires, triangulaires, trapézoïdaux et composée (trapèze plein). En outre, deux formes du profil liquide seront particulièrement exposées à savoir : le profil liquide en forme de polygone semi-régulier et celui à fond plat avec parois brisées. Le principe de la méthode du modèle rugueux de référence (MMR) sera exposé afin de l'utiliser dans la deuxième partie.

En second lieu, nous aborderons l'écoulement critique, un état où les forces d'inertie et de gravité s'équilibrent où le nombre de *Froude* est égal à l'unité. Déterminer les caractéristiques de ce régime est essentiel pour l'étude des régimes graduellement variés, car il permet de connaître le type de la courbe de remous et la section de contrôle nécessaire pour effectuer les calculs. Nous explorerons la notion d'énergie spécifique et ses modes d'évolution en montrant que le régime critique apparaît lorsque le débit est maximal pour une énergie spécifique donnée, et lorsque l'énergie spécifique est minimale pour un débit donné. Enfin, nous présenterons quelques relations destinées à l'évaluation de la profondeur critique dans les conduites circulaires à surface libre et dans les canaux rectangulaires, triangulaires et trapézoïdaux.

Cette partie constitue une base théorique solide qui servira à développer notre propre contribution dans la partie suivante de cette thèse.

CHAPITRE I

PRESENTATION DE L'ECOULEMENT UNIFORME AVEC QUELQUES METHODES DE CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE

Chapitre I

PRESENTATION DE L'ÉCOULEMENT UNIFORME AVEC QUELQUES METHODES DE CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE

I. Introduction

Ce chapitre abordera la présentation de l'écoulement uniforme avec quelques applications aux conduites et canaux pour le calcul de la profondeur normale de l'écoulement. Alors, l'écoulement uniforme sera défini en montrant les différentes circonstances conditionnant son apparition, les éléments géométriques constituant le profil liquide transversal d'un canal ainsi que les paramètres régissant l'écoulement uniforme. Les formules usuelles de l'écoulement uniforme seront également exposées.

Le deuxième volet du chapitre sera réservé à la présentation de quelques approches dédiées au calcul de la profondeur normale de l'écoulement dans une conduite circulaire partiellement remplie et dans les canaux de forme rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale, composée (trapèze plein). En outre, deux formes du profil liquide seront particulièrement exposées à savoir : le profil liquide en forme de polygone semi-régulier et celui à fond plat avec parois brisées.

Le chapitre se terminera par la présentation du principe général de la méthode MMR qui sera appliquée afin d'élaborer notre propre contribution dans la deuxième partie de cette thèse.

II. Présentation de l'écoulement uniforme dans les canaux

II.1. Définition de l'écoulement uniforme

L'écoulement se manifeste par le déplacement de l'eau à travers des canaux, qui peuvent être des canaux existant naturellement tels que les ruisseaux et les rivières ou artificiels créés par l'homme comme les canaux d'irrigation, d'évacuation et de navigation ainsi que les caniveaux de drainage (*Chow, 1959*). Les écoulements dans ces canaux, qu'ils soient naturels ou artificiels, sont des écoulements à surface libre où la surface libre représente le plan de séparation de l'air et de l'eau, et la pression y est égale à la pression atmosphérique (*Chow, 1959*).

Parmi les écoulements à surface libre qu'on peut rencontrer en hydraulique fluviale on trouve l'écoulement permanent qui se distingue par des caractéristiques constantes dans le temps, notamment la vitesse moyenne V et la profondeur de l'écoulement y , ce qui maintient le débit constant dans le temps voire même dans l'espace (équation de continuité). Bien que l'écoulement permanent soit rare dans la réalité, ses variations temporelles sont souvent suffisamment lentes pour que l'écoulement puisse être considéré comme permanent, dans un intervalle de temps relativement court. (*Chow, 1959*)

Lorsque les paramètres régissant l'écoulement permanent tels que : la profondeur de l'écoulement y , le rayon hydraulique R_h , la vitesse moyenne de l'écoulement V et le débit volume restent inchangés dans toutes les sections de la conduite ou du canal, l'écoulement est uniforme, où les lignes de courant sont parallèles et rectilignes tels que la ligne de charge, la ligne d'eau et le fond du canal (Chow, 1959). Dans ce cas la pente du fond i et la pente de la ligne de charge J sont identiques. Notons que lorsque l'écoulement est uniforme, la profondeur de l'écoulement est dite profondeur normale distinguée par le symbole y_n . L'écoulement uniforme est rare dans les canaux naturels et assez rare dans les canaux et conduites artificielles. L'écoulement uniforme peut être observé dans les canaux prismatiques de très grande longueur, particulièrement loin des extrémités amont et aval (Figure 1.1).

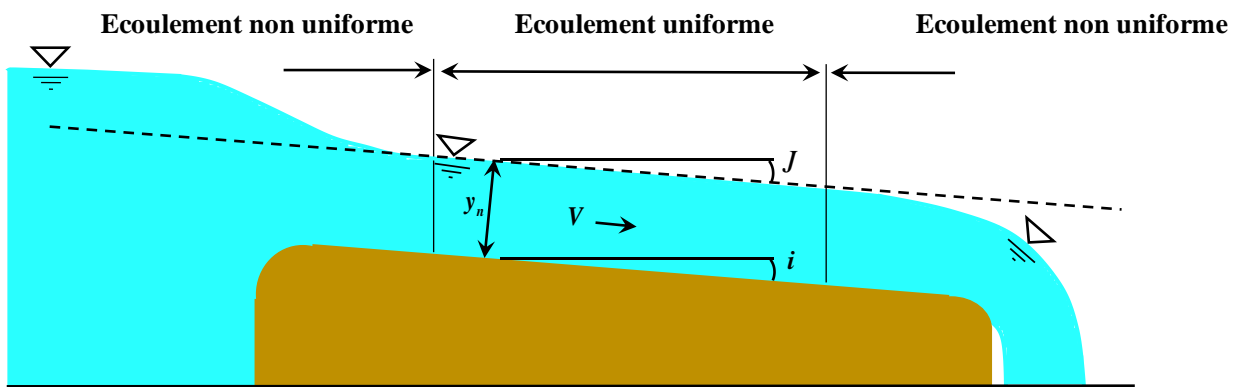


Figure 1.1 : Concept d'uniformité (Chow, 1959 ; Graf et Altinakar, 2000).

Un canal dont la section ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité restent constantes, la profondeur de l'écoulement peut cependant varier, est appelé canal prismatique, sinon on l'appelle canal non prismatique (Graf et Altinakar, 2000).

II.2. Géométrie des canaux

La géométrie des canaux se réfère principalement à l'ensemble des caractéristiques du profil transversal d'un canal ouvert à travers lequel l'eau s'écoule. Ces caractéristiques jouent un rôle important dans l'analyse de l'écoulement. Les principaux éléments de la géométrie des canaux (Figure 1.2) comprennent : la forme et les dimensions de la section transversale ainsi que la pente du canal.

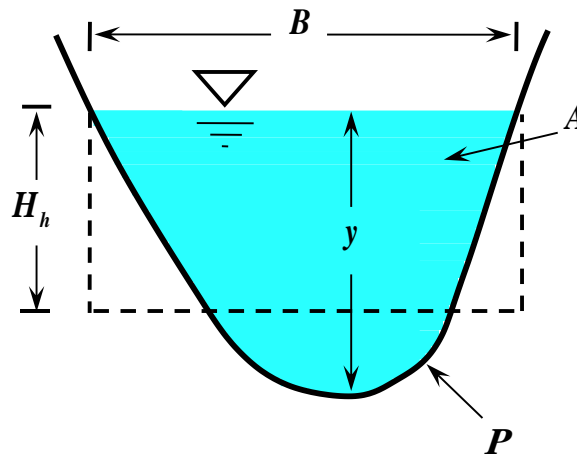


Figure 1.2 : Propriétés géométriques d'une section transversale d'un canal (Graf et Altinakar, 2000).

a. Forme de la section transversale

La forme de la section transversale d'un canal influe sur la distribution des vitesses de l'écoulement et sur les profondeurs de l'écoulement. On peut retrouver des formes courantes telles que : la forme circulaire, trapézoïdale, rectangulaire et triangulaire, chacune ayant des caractéristiques spéciales.

b. Dimensions

La taille d'un canal est caractérisée par ses dimensions, comprenant :

- La surface ou aire de la section mouillée A , est la portion de la section transversale occupée par le liquide, son unité est le mètre carré (m^2).
- Le périmètre mouillé P , formé par la longueur de la ligne de contact entre la surface mouillée et le lit y compris les berges du canal, mais ne comprenant pas la surface libre, son unité est le mètre (m).
- Le rayon hydraulique R_h , est donné par le quotient de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P , son unité est le mètre (m), soit :

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (1.1)$$

- Le diamètre hydraulique équivalent D_h , son unité est le mètre (m), est donné par :

$$D_h = 4R_h = 4 \frac{A}{P} \quad (1.2)$$

- Largeur au miroir ou largeur du plan d'eau B , est la largeur de la section au niveau de la surface libre de l'écoulement, son unité est le mètre (m).

- La profondeur hydraulique équivalente H_h du canal, son unité est le mètre (m), est définie par :

$$H_h = \frac{A}{B} \quad (1.3)$$

- La profondeur de l'écoulement y est considérée comme la profondeur maximum, son unité est le mètre (m) et elle représente la profondeur normale y_n d'un écoulement uniforme.

Ces caractéristiques influent sur la capacité du canal à transporter de l'eau et sur la vitesse de l'écoulement. En général, les canaux plus larges peuvent accueillir des débits plus importants.

c. Pente

La pente ou le gradient du lit du canal est la tangente de l'angle d'inclinaison du lit par rapport à l'horizontale son unité est le mètre par mètre (m/m). La pente est un facteur influençant la vitesse de l'écoulement. Une pente plus prononcée entraîne généralement une vitesse plus élevée, tandis qu'une pente plus douce conduit à un écoulement plus lent. En plus, la pente est un paramètre essentiel dans les formules de l'écoulement uniforme telles que la formule de *Chézy*, de *Manning* et de *Darcy-Weisbach*.

III. Formules usuelles de l'écoulement uniforme

Les paramètres régissant l'écoulement uniforme sont le débit volume Q , les dimensions linéaires et la forme du conduit, la pente longitudinale ou géométrique du conduit i , la rugosité absolue ε caractérisant les parois internes du canal et la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement.

Les formules usuelles de l'écoulement uniforme sont des expressions mathématiques permettant de décrire et de quantifier les caractéristiques de l'écoulement dans un canal lorsque celui-ci est considéré comme uniforme. Dans ce cas, la profondeur normale est un élément hydraulique très important, pour son rôle fondamental dans la conception des canaux et l'analyse de l'écoulement (*Vatankhah*, 2014). Pour déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans un canal, il existe plusieurs formules qui sont exprimées en fonction de divers paramètres régissant l'écoulement. Les principales formules employées pour l'écoulement uniforme sont énumérés ci-dessous.

III.1. Formule de *Chézy*

Le calcul de la profondeur normale de l'écoulement d'un canal peut être effectué à l'aide de la formule de *Chézy*. La formule a été établie pour la première fois en 1775, elle est généralement utilisée pour calculer la vitesse moyenne d'écoulement V en fonction du rayon hydraulique R_h , de la pente du lit du canal ou pente longitudinale i et du coefficient C appelé coefficient de *Chézy*. Ce dernier est un paramètre fondamental en hydraulique qui est utilisé pour quantifier la résistance au frottement de l'écoulement de

l'eau dans un canal ou une conduite. La formule de *Chézy* est exprimée comme suit : $V = C\sqrt{R_h i}$ ou

$$i = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 R_h A^2} \quad (1.4)$$

Dans la relation (1.4), on a utilisé l'équation de continuité, $Q = V.A$, afin de faire apparaître le débit volume.

Le coefficient C est soumis à l'influence de divers paramètres géométriques tels que l'aire de la section mouillée A , la pente longitudinale ou pente géométrique i du canal, le débit volume Q , le rayon hydraulique R_h et la vitesse moyenne de l'écoulement V . Divers hydrauliciens ont proposé des méthodes pour déterminer le coefficient C de *Chézy*.

Voici quelques formules pour l'évaluation du coefficient C de *Chézy* :

i. Parmi ces expressions, on cite la formule de *Ganguillet et Kutter* (1869) pour le coefficient C de *Chézy* qui s'exprime de la manière suivante :

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{i}\right) \frac{n}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.5)$$

La formule du coefficient C de *Chézy* proposée par *Ganguillet et Kutter* est définie en fonction de la pente du canal i , du rayon hydraulique R_h et du coefficient n qui est connu sous le nom de "Coefficient n de *Kutter*". Lorsque les pentes sont très faibles (pratiquement inférieures à 0,0001), le terme $0,00155/i$ prend des valeurs trop importantes et la formule de *Ganguillet et Kutter* devient nettement moins précise. Les valeurs de n sont données dans l'annexe I insérée à la fin de cette thèse.

ii. La formule du coefficient C de *Chézy* selon *Bazin* (1897) s'exprime comme suit :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.6)$$

Bazin affirme que la valeur de C est liée au rayon hydraulique R_h ainsi qu'à la nature du matériau constituant le canal représentée par le coefficient de rugosité γ , mais il n'est pas influencé par la pente i du canal. Les valeurs du paramètre γ sont données dans l'annexe II.

iii. *Achour et Bedjaoui* (2006) expriment le débit volume Q pour un canal de forme quelconque par la relation suivante :

$$Q = -4\sqrt{2g} A \sqrt{R_h i} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R^*}\right) \quad (1.7)$$

Avec R^* est le nombre de *Reynolds* donné par la relation suivante :

$$R^* = 32\sqrt{2} \frac{\sqrt{gR_h^3 i}}{\nu} \quad (1.8)$$

Où :

ν : la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

g : l'accélération de la pesanteur.

En comparant la relation (1.7) avec la formule de *Chézy* (1.4), nous pouvons conclure que le coefficient C de *Chézy* est tel que :

$$C = -4\sqrt{2g} \log \left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R^*} \right) \quad (1.9)$$

iv. Swamee et Rathie (2004) proposent une formule générale pour le coefficient C de *Chézy* applicable à l'écoulement turbulent et valable pour toutes les formes de canaux, soit :

$$C = -2,457\sqrt{g} \ln \left(\frac{\varepsilon}{12R_h} + \frac{0,221\nu}{R_h \sqrt{gR_h i}} \right) \quad (1.10)$$

III.2. Formule de *Manning – Strickler*

Dans la pratique et au cours de nombreuses études, la formule de *Manning – Strickler* est plus généralement appliquée pour calculer la profondeur normale y_n d'un écoulement uniforme dans les canaux et conduites ouverts. Cette formule exprime la vitesse moyenne de l'écoulement V en fonction d'un coefficient de résistance de l'écoulement, du rayon hydraulique R_h et de la pente géométrique i du canal. La formule de *Manning – Strickler* est donnée par l'expression suivante :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} i^{1/2} = KR_h^{2/3} i^{1/2} \text{ ou : } Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} i^{1/2} A \quad (1.11)$$

Où : n est le coefficient de rugosité de *Manning* ($m^{-1/3}.s$) et K représente le coefficient de résistance de l'écoulement de *Strickler* $K = 1/n$ ($m^{1/3}/s$).

L'annexe I propose des valeurs pour le coefficient de résistance de l'écoulement K de *Strickler* et pour le coefficient de rugosité n de *Manning* en fonction de la nature du matériau constituant le canal.

La formule de *Manning – Strickler* est considérée comme une variante de la formule de *Chézy*. Ainsi, en comparant la formule de *Manning – Strickler* à la formule de *Chézy*, on obtient :

$$C = \frac{1}{n} R_h^{1/6} = KR_h^{1/6} \quad (1.12)$$

Dans la formule de *Manning* le coefficient de rugosité n est considéré comme une constante. Cependant, des chercheurs ont suggéré que le coefficient de rugosité n n'est pas nécessairement constant et proposent des relations pour son évaluation telles que :

i. En comparant la relation (1.7) de *Achour et Bedjaoui* (2006) et la relation (1.11) de *Manning*, le coefficient de rugosité n est peut être exprimé par la relation suivante :

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g} R_h^{-1/6} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R^*}\right) \quad (1.13)$$

Rappelons que le nombre de *Reynolds* R^* figurant dans la relation (1.13) est donné par la relation (1.8).

ii. La formule générale du coefficient de rugosité n proposée par *Swamee et Rathie* (2004), s'écrit :

$$n = -\left[\frac{2,457\sqrt{g}}{R_h^{1/6}} \ln\left(\frac{\varepsilon}{12R_h} + \frac{0,221\nu}{R_h\sqrt{gR_h i}}\right)\right]^{-1} \quad (1.14)$$

III.3. Formule de *Darcy – Weisbach*

La formule de *Darcy – Weisbach* est une équation très utilisée pour calculer la perte de charge J due aux frottements. Dans le cas de l'écoulement uniforme à surface libre, la perte de charge est souvent remplacée par la pente géométrique du canal i . Cette formule exprime la proportionnalité entre la pente géométrique du canal i , la vitesse moyenne de l'écoulement V , l'accélération de la pesanteur g , le diamètre hydraulique D_h et le coefficient de frottement f .

La formule générale de l'écoulement à partir de la formule de *Darcy – Weisbach* (1854, 1845) s'écrit :

$$J = i = \frac{f}{D_h} \frac{V^2}{2g} = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.15)$$

La relation de *Darcy – Weisbach* est applicable tant aux canaux ouverts qu'aux conduites fermées en charge ou à surface libre. Le coefficient de frottement peut être déterminé à l'aide de diverses relations en fonction du régime d'écoulement, dont on citera ci-dessous les plus significatives.

III.3.1. Evaluation du coefficient de frottement

L'évolution du coefficient de frottement f dans les écoulements est un aspect important. Ce paramètre joue un rôle essentiel dans l'étude des écoulements dans les conduites et canaux. Cependant, sa détermination constitue une tâche relativement compliquée car il dépend de la dimension linéaire telle que la profondeur normale et du débit volume où l'un ou l'autre peut constituer l'inconnu du problème. Avant l'apparition

des machines de calcul modernes et des méthodes de calcul très récentes, cette dépendance a conduit à l'utilisation de procédés souvent basés sur des approches graphiques ou itératives.

i. La formule de *Colebrook – White* permet d'évaluer le coefficient de frottement f lorsque l'écoulement est en régimes de transition, turbulent rugueux ou lisse :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (1.16)$$

Où R désigne le nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement, ε est la rugosité absolue des parois du canal et D_h est le diamètre hydraulique (*Davidson et al*, 1999).

Dans le cas d'un régime d'écoulement turbulent rugueux, correspondant aux valeurs élevées du nombre de *Reynolds* R ($R \rightarrow \infty$), le terme $\left[\frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right]$ figurant dans la relation (1.16) tend alors vers zéro et le coefficient de frottement f est alors donné par la relation de *Nikuradse*, soit :

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} \right) \right]^{-2} \quad (1.17)$$

La rugosité relative ε/D_h est donc le seul paramètre dont dépend le coefficient de frottement f lorsque l'écoulement est en régime turbulent rugueux.

Dans le cas d'un régime d'écoulement pratiquement lisse ($\varepsilon/D_h \rightarrow 0$), la relation (1.16) montre que le coefficient de frottement f ne dépend que de la valeur du nombre de *Reynolds* R , soit :

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right) \right]^{-2} \quad (1.18)$$

ii. L'évaluation du coefficient de frottement f par les relations (1.16) et (1.18) nécessite le recours à un procédé itératif à cause de leur forme implicite, cependant, *Achour et al.* (2002) propose une relation explicite de type logarithmique au calcul de ce coefficient de frottement f tel que :

$$f^{-1/2} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{4,5}{R} \log \left(\frac{R}{6,97} \right) \right] \quad (1.19)$$

La formule de *Achour et al.* (2002) englobe les différents régimes d'écoulement (lisse, rugueux et de transition). A propos, il est important d'indiquer que l'étude très récente de *Germano et al.* (2020) a montré que pour les valeurs de la rugosité relative telles que : $0 \leq \varepsilon/D_h \leq 1,4 \cdot 10^{-3}$ et celles du nombre de *Reynolds* telles que : $3000 \leq R \leq 735000$, la relation (1.19) de *Achour et al.* (2002) a abouti à des résultats meilleurs que ceux donnés par la relation (1.16) de *Colebrook – White*.

Le nombre de *Reynolds* R caractérisant l'écoulement est le rapport entre les forces d'inertie et celles de viscosité et s'exprime par la relation suivante :

$$R = \frac{V D_h}{\nu} \quad (1.20)$$

Où : D_h est le diamètre hydraulique, V est la vitesse moyenne de l'écoulement et ν est la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

La figure 1.3 montre la traduction graphique de la relation (1.16) de *Colebrook-White* (domaine de l'écoulement turbulent).

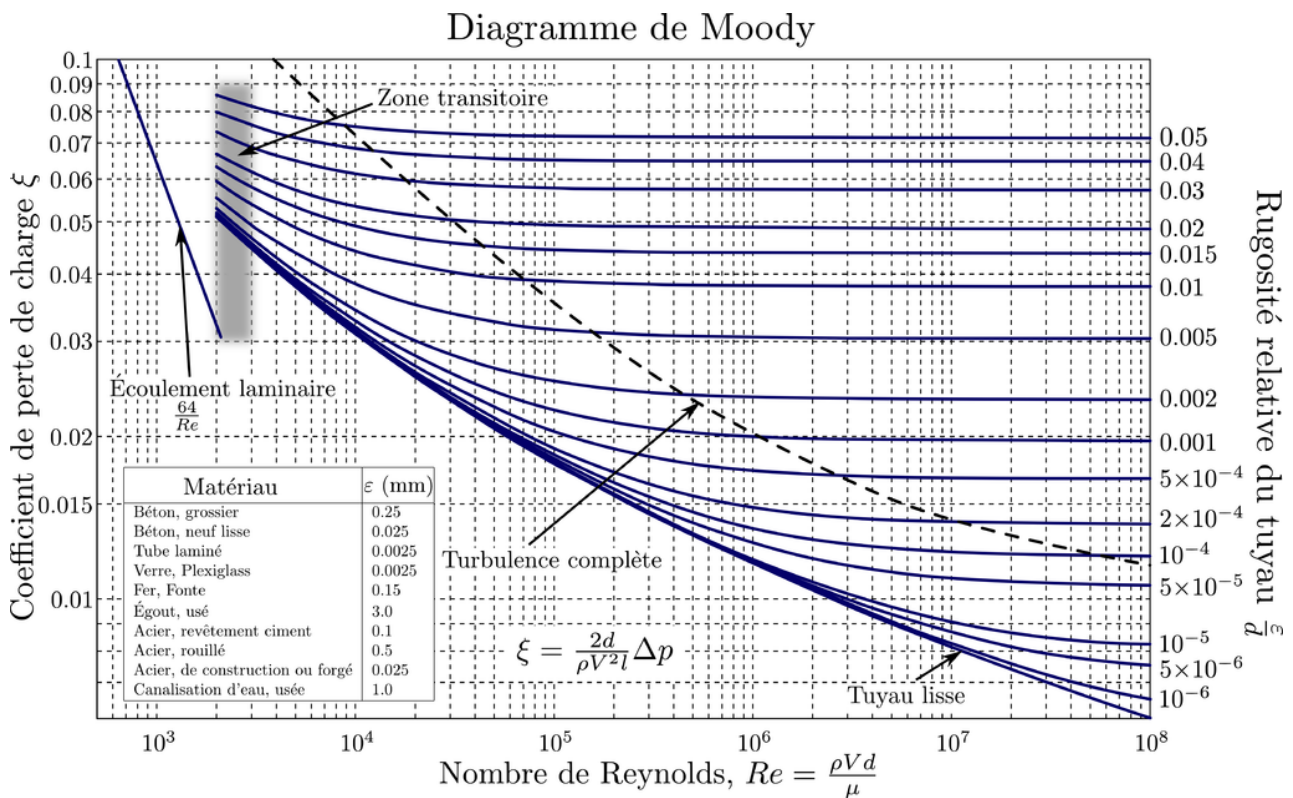


Figure 1.3 : Diagramme de *Moody* (1944).

IV. Quelques méthodes de calcul de la profondeur normale

L'objectif est la détermination de la profondeur normale de l'écoulement dans quelques formes de profils liquides à surface libre utilisés en pratique. Les paragraphes suivants sont consacrés alors à exposer quelques approches théoriques au calcul de la profondeur normale dans les conduites et canaux à surface libre tels que les conduites circulaires partiellement remplies et les canaux ouverts de forme rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale et trapézoïdale pleine.

IV.1. Conduite circulaire partiellement remplie

La conduite circulaire partiellement remplie, illustrée dans la figure 1.4, est caractérisée par la profondeur normale y_n , la largeur du plan d'eau B et le diamètre D . En hydraulique, la section optimale est celle en forme de demi-cercle (Abdulrahman, 2007).

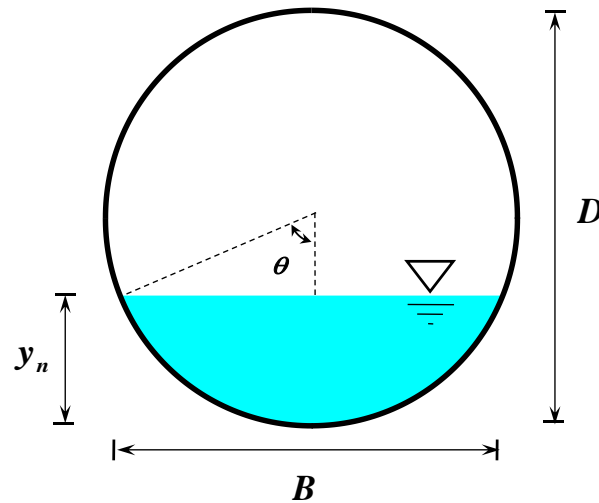


Figure 1.4 : Conduite circulaire partiellement remplie.

Les paramètres géométriques de cette section comprennent :

L'aire de la section mouillée A est calculée en utilisant la formule suivante :

$$A = \frac{D^2}{4} (\theta - \sin \theta \cos \theta) \quad (1.21)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = D\theta \quad (1.22)$$

La largeur du plan d'eau B peut s'écrire comme suit :

$$B = D \sin \theta \quad (1.23)$$

Le demi-angle au centre θ figurant dans les relations (1.21), (1.22) et (1.23) est exprimé en radian et donné par la relation suivante :

$$\theta = \cos^{-1}(1 - 2\xi) \quad (1.24)$$

Où ξ représente le taux de remplissage de la conduite circulaire, il est défini comme le rapport entre la profondeur normale y_n et le diamètre de la conduite D tel que :

$$\xi = \frac{y_n}{D} \quad (1.25)$$

IV.1.1. Approche de Vatankhan et Easa (2011)

Vatankhan et Easa (2011) ont formulé une équation explicite basée sur la régression pour le calcul du taux de remplissage ξ et par conséquent le calcul de la profondeur normale de l'écoulement y_n ($\xi = y_n/D$) dans une conduite circulaire à surface libre, soit :

$$\xi = 1,025 Q_D^{-0,55 Q_D^{1,1} - 14,55 Q_D^{4,136} + 0,4645} \quad (1.26)$$

Où Q_D est un paramètre adimensionnel donné par la relation :

$$Q_D = \frac{n \cdot Q}{D^{8/3} \sqrt{i}} \quad (1.27)$$

L'erreur relative maximale associée à la relation (1.26) est inférieure à 0,35 % pour les valeurs extrêmes du taux de remplissage de la conduite circulaire telles que : $0,005 \leq \xi \leq 0,82$. Cette relation est valable dans le régime turbulent rugueux car l'effet de la viscosité est laissé hors considération.

IV.1.2. Approche de Achour (2013)a

Achour en 2013, a proposé deux relations approchées du taux de remplissage ξ permettant de déduire la profondeur normale $y_n = \xi \cdot D$ dans une conduite circulaire.

i. La première relation approchée du taux de remplissage ξ implique l'application de la formule de Chézy en utilisant les valeurs connues des paramètres suivants : le diamètre D , la pente longitudinale de la conduite i et le débit volume Q . La relation a été formulée comme suit :

$$\xi = \frac{11}{5\pi} \sin^{-1} \left(1,525 Q_c^{*0,52} \right) \quad (1.28)$$

Où Q_c^* représente la conductivité relative dépendant du coefficient C de Chézy dont l'expression est :

$$Q_c^* = \frac{Q}{\sqrt{C^2 D^5 i}} \quad (1.29)$$

La relation (1.28) a été établie dans la gamme pratique : $0,15 \leq \xi \leq 0,85$ correspondant à : $0,0225 \leq Q_c^* \leq 0,392$, avec un écart relatif maximal inférieur à 0,4 %.

ii. La deuxième relation approchée pour l'estimation du taux de remplissage ξ a été obtenue en se basant sur la formule de Manning avec les valeurs connues des paramètres suivants : le diamètre D , la pente longitudinale de la conduite i et le débit volume Q . Soit, alors :

$$\xi = \frac{11}{5\pi} \sin^{-1} \left(1,614 Q_n^{*0,485} \right) \quad (1.30)$$

Où : Q_n^* représente la conductivité relative dépendant du coefficient n de *Manning*, donnée comme suit :

$$Q_n^* = \frac{nQ}{D^{8/3} \sqrt{i}} \quad (1.31)$$

La relation (1.30) est valide dans une plage pratique : $0,15 \leq \xi \leq 0,75$, correspondant à l'intervalle : $0,0152 \leq Q_n^* \leq 0,284$ avec un écart relatif maximal inférieur à 0,5 %.

Les valeurs des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy* C et de rugosité n de *Manning* sont calculées respectivement à partir des relations (1.9) et (1.13) selon *Achour* et *Bedjaoui* (2006). Ces deux dernières relations mènent à conclure que les relations (1.28) et (1.30) de *Achour* (2013) sont valables dans l'ensemble du régime de l'écoulement turbulent, englobant les domaines lisse, de transition et turbulent rugueux.

IV.1.3. Approche de *Akram et al.* (2021)

Akram et al. (2021) exposent deux approches analytiques employées pour établir la profondeur normale de l'écoulement dans une conduite circulaire. Tout d'abord, une analyse dimensionnelle a été utilisée pour identifier les paramètres qui influent sur la profondeur normale à travers la conduite circulaire, en utilisant la formule de *Manning*, telle que :

$$\xi = f(Q_D) \quad (1.32)$$

Où $\xi = y_n/D$ représente le taux de remplissage de la conduite et Q_D est un paramètre adimensionnel ayant la même définition que celui de la relation (1.27).

D'après les auteurs, une étude de régression non linéaire des données a été réalisée à l'aide du logiciel IBM SPSS Statistics pour déterminer la relation de la profondeur normale de l'écoulement. Deux relations ont été proposées pour le calcul de la profondeur normale selon la valeur de ξ :

$$\xi = 1,1539Q_D^{0,4854} \text{ pour : } 0,003 \leq \xi \leq 0,25 \text{ et } Q_D < 0,043 \quad (1.33)$$

Et :

$$\xi = 14,995Q_D^3 - 3,3199Q_D^2 + 3,3722Q_D \text{ pour } 0,25 < \xi \leq 0,82 \text{ et } Q_D \geq 0,043 \quad (1.34)$$

Les relations (1.33) et (1.34), présentent un taux d'erreur quasiment nul lorsqu'on compare les profondeurs approchées aux profondeurs réelles.

Les relations proposées par *Akram et al.* (2021) permettent le calcul de la profondeur normale d'une conduite circulaire partiellement remplie pour la plage de valeur : $0,003 \leq \xi \leq 0,82$ selon la valeur de Q_D et sont applicables dans le régime turbulent rugueux.

IV.2. Canal ouvert à surface libre de forme rectangulaire

Un canal ouvert à surface libre de forme rectangulaire est défini par la profondeur normale y_n , la largeur b et le paramètre de forme $\eta = y_n/b$ également appelé rapport d'aspect (Figure 1.5). Cette section est la section de canal couramment conçue pour accueillir des débits modéré dans la plupart des situations (Swamee, 1994).

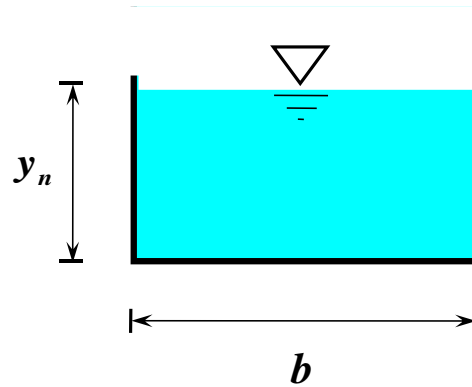


Figure 1.5 : Schéma de définition du canal ouvert à surface libre de forme rectangulaire.

Les caractéristiques géométriques d'une section rectangulaire englobent :

L'aire de la section mouillée A qui est donnée par la relation suivante :

$$A = b y_n \quad (1.35)$$

Ou bien :

$$A = \eta b^2 \quad (1.36)$$

Le périmètre mouillé P qui est défini comme suit :

$$P = b + 2y_n$$

Ou bien :

$$P = b(1 + 2\eta) \quad (1.37)$$

Le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit :

$$R_h = \frac{b y_n}{b + 2y_n} = b \frac{\eta}{1 + 2\eta} \quad (1.38)$$

IV.2.1. Approche de Srivastava (2006)

L'une des formules utilisées pour déterminer la profondeur normale dans les canaux à surface libre est la formule de *Manning* (*Chow*, 1959). Cette formule a permis à *Srivastava* (2006) de développer une relation approchée permettant le calcul du paramètre de forme et ensuite de déduire la profondeur normale du canal rectangulaire $y_n = \eta \cdot b$, à partir des paramètres connus du problème tels que : le débit volume Q , la largeur du canal b , la pente longitudinale du canal i et le coefficient de rugosité de *Manning* n . La relation a été exprimée comme suit :

$$\eta = Q^{*3/5} \left[1 + 2,404 Q^{*0,6321} \left(1 + 2,030 Q^{*0,9363} \right)^{0,3929} \right]^{2/5} \quad (1.39)$$

Où Q^* représente le paramètre adimensionnel ou la conductivité relative qui est exprimé par la relation suivante :

$$Q^* = \frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{i}} \quad (1.40)$$

Sur toute la plage de valeurs de Q^* , l'écart relatif maximal lié à la relation (1.39) est de 0,06 % environ.

IV.2.2. Approche de Swamee et Rathie (2012)

Swamee et *Rathie* (2012) ont montré qu'il a été possible de proposer des solutions exactes, impliquant la fonction W de *Lambert* pour le calcul de la profondeur normale dans les canaux rectangulaires larges, rugueux et lisses.

Swamee et *Rathie* (2012) ont commencé avec la relation générale de *Swamee* (1994) qui exprime le débit par la relation suivante :

$$Q = -2,457 A \sqrt{g R_h i} \ln \left(\frac{\varepsilon}{12 R_h} + \frac{0,221 \nu}{R_h \sqrt{g R_h i}} \right) \quad (1.41)$$

En tenant compte des relations (1.35) et (1.38) définissant respectivement l'aire de la section mouillée A et le rayon hydraulique R_h d'une section rectangulaire, la relation (1.41) a été écrite comme suit :

$$Q = -2,457 b y_n \sqrt{\frac{b y_n}{b + 2 y_n} g i} \ln \left[\frac{\varepsilon (b + 2 y_n)}{12 b y_n} + \frac{0,221 \nu}{\sqrt{g i}} \left(\frac{b y_n}{b + 2 y_n} \right)^{1,5} \right] \quad (1.42)$$

Considérant les paramètres adimensionnels suivants : $\eta = y_n/b$, $\nu^* = \nu / (b \sqrt{g b i})$ et $Q_b^* = Q / (b^2 \sqrt{g b i})$, la relation (1.42) s'écrit :

$$\frac{\eta^{1,5}}{(1+2\eta)^{0,5}} \ln \left[\frac{\varepsilon/b}{12\eta/(1+2\eta)} + 0,221\nu^* \left(\frac{1+2\eta}{\eta} \right)^{1,5} \right] + 0,407Q_b^* = 0 \quad (1.43)$$

Pour une section rectangulaire large, le paramètre de forme η tend vers zéro (0). De ce fait, la relation (1.43) se réduit à :

$$\eta^{1,5} \ln \left(\frac{\varepsilon/b}{12\eta} + \frac{0,221\nu^*}{\eta^{1,5}} \right) + 0,407Q_b^* = 0 \quad (1.44)$$

En supprimant ν^* , l'écoulement sera alors dans le domaine turbulent rugueux et par conséquent la relation (1.44) devient :

$$\eta^{1,5} \ln \left(\frac{12\eta}{\varepsilon/b} \right) = 0,407Q_b^* \quad (1.45)$$

Swamee et Rathie (2012) ont procédé à la résolution de cette dernière relation en se basant sur la fonction W de Lambert, afin d'exprimer la profondeur normale, en tenant que $\eta = y_n/b$ et $Q_b^* = Q/(b^2\sqrt{gbi})$, soit :

$$y_n = 0,72 \left[\frac{b\sqrt{gi}}{Q} W_0 \left(25,378 \frac{Q}{b\varepsilon\sqrt{\varepsilon gi}} \right) \right]^{-2/3} \quad (1.46)$$

En revanche, lorsque l'écoulement est dans le domaine lisse ($\varepsilon/b \rightarrow 0$), la relation (1.44) s'écrit :

$$\eta^{1,5} \ln \left(\frac{\eta^{1,5}}{0,221\nu^*} \right) = 0,407Q_b^* \quad (1.47)$$

En utilisant la fonction W de Lambert, Swamee et Rathie (2012) ont résolu la relation (1.47) afin de d'exprimer la profondeur normale de l'écoulement y_n , soit, en tenant que $\eta = y_n/b$, $\nu^* = \nu/(b\sqrt{gbi})$ et $Q_b^* = Q/(b^2\sqrt{gbi})$:

$$y_n = 0,5492 \left[\frac{b\sqrt{gi}}{Q} W_0 \left(1,842 \frac{Q}{\nu b} \right) \right]^{-2/3} \quad (1.48)$$

Dans les relations (1.46) et (1.48), W_0 représente la branche principale de la fonction W de Lambert où elle est donnée par la relation suivante :

$$W_0(x) = \ln x - \ln \ln x \quad (1.49)$$

La relation (1.49) est applicable pour $x \geq 10^8$ avec un écart relatif maximal inférieur à 1 %. Où : $x = 25,378Q/(b\varepsilon\sqrt{\varepsilon gi})$ pour le domaine turbulent rugueux et $x = 1,842Q/(\nu b)$ pour le domaine lisse.

Les relations (1.46) et (1.48) permettent alors le calcul direct de la profondeur normale dans les canaux rectangulaires larges, respectivement pour le régime turbulent rugueux et turbulent lisse.

IV.2.3. Approche de *Ferro et Sciacca* (2017)

Ferro et Sciacca (2017) ont développé une solution approchée de la profondeur normale de l'écoulement y_n pour une section rectangulaire. Leur approche a consisté à appliquer le théorème d'inversion de *Lagrange*.

La relation (1.11) de *Manning* pour une section rectangulaire, en tenant compte des relations (1.36) et (1.38) définissant respectivement l'aire de la section mouillée A et le rayon hydraulique R_h , peut s'écrire comme suit:

$$Q = \frac{1}{n} \left(b \frac{\eta}{1+2\eta} \right)^{2/3} i^{1/2} (\eta b^2) \quad (1.50)$$

Cette relation peut être réécrite sous la forme adimensionnelle, soit en tenant compte de la relation (1.40) :

$$Q^* = \frac{\eta^{5/3}}{(1+2\eta)^{2/3}} \quad (1.51)$$

Ou bien :

$$\eta = Q^{*3/5} (1+2\eta)^{2/5} \quad (1.52)$$

Où Q^* représente le paramètre adimensionnel ou la conductivité relative, exprimée par la relation (1.40) et η représente le paramètre de forme $\eta = y_n/b$.

Ferro et Sciacca (2017) ont appliqué le théorème d'inversion de *Lagrange* afin de résoudre l'équation (1.52), où ils ont obtenu une relation sous forme de série telle que :

$$\eta = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n Q^{*3n/5}}{n!} \left\{ \left(\frac{2n}{5} \right) \left(\frac{2n}{5} - 1 \right) \dots \left[\frac{2n}{5} - (n-1) + 1 \right] \right\} \quad (1.53)$$

Afin de rendre la relation (1.53) pratique les auteurs ont proposé la relation approchée suivante :

$$\eta = Q^{*3/5} + \frac{4}{5} Q^{*6/5} + \frac{4}{25} Q^{*9/5} - \frac{16}{125} Q^{*12/5} + \frac{896}{15,625} Q^{*18/5} - \frac{2112}{78,125} Q^{*21/5} - \frac{8,448}{390,625} Q^{*24/5} + \frac{56,576}{1953,125} Q^{*27/5} \quad (1.54)$$

La relation (1.54) applicable pour $0,01 < \eta < 1,807$. Notons que pour : $\eta = 1,807$, la conductivité relative $Q^* = 0,967$. L'écart relatif maximal occasionné par l'application de la relation approchée (1.54) est égal à 0,418 %, mais pour $\eta < 1$, l'écart relatif maximal se réduit à moins de 0,01 %. La somme des premier et deuxième termes de la relation (1.54) donne :

$$\eta = Q^{*3/5} \left(\frac{4}{5} Q^{*2} + 1 \right) \quad (1.55)$$

Pour $\eta < 1$, la relation (1.55) occasionne une erreur relative maximale inférieure à 2,34 %.

En outre, la relation (1.55) mène à exprimer la profondeur normale de l'écoulement y_n pour un canal rectangulaire tout en considérant les paramètres adimensionnels : $\eta = y_n/b$ et $Q^* = nQ/(b^{8/3}\sqrt{i})$, soit :

$$y_n = \frac{n^{3/5} Q^{3/5}}{i^{3/10} b^{3/5}} \left[1 + \frac{4}{5} \left(\frac{n^2 Q^2}{ib^{16/3}} \right) \right] \quad (1.56)$$

IV.3. Canal ouvert à surface libre de forme triangulaire

Un canal triangulaire (Figure 1.6) se caractérise par la profondeur normale y_n et la largeur du plan d'eau B , et comporte deux segments inclinés convergents (parois latérales) caractérisés par le fruit Z donné par la cotangente de l'angle d'inclinaison θ des parois latérales du canal par rapport à l'horizontale ($Z = \cot\theta$). Cette forme présente une meilleure efficacité hydraulique pour l'écoulement de petits débits (Swamee, 1994), tout en évitant des problèmes tels que l'accumulation de sédiments.

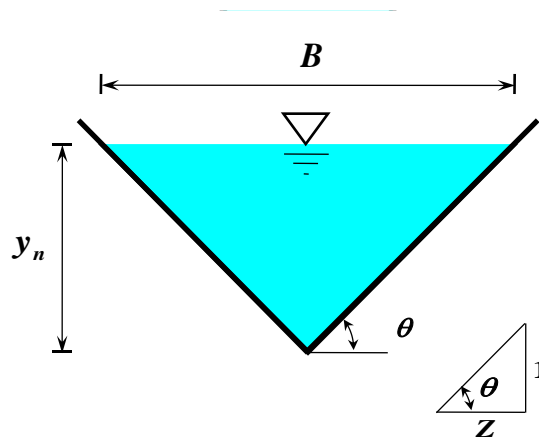


Figure 1.6 : Schéma de définition du canal ouvert à surface libre de forme triangulaire.

Les propriétés géométriques d'une section triangulaire comprennent :

L'aire de la section mouillée A est déterminée par la formule suivante :

$$A = Z y_n^2 \quad (1.57)$$

Le périmètre mouillé P est exprimé par :

$$P = 2y_n \sqrt{1 + Z^2} \quad (1.58)$$

La largeur superficielle B du canal triangulaire est représentée par la relation suivante :

$$B = 2Zy_n \quad (1.59)$$

Le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit :

$$R_h = \frac{Z y_n^2}{2y_n \sqrt{1+Z^2}} = \frac{Z}{2\sqrt{1+Z^2}} y_n \quad (1.60)$$

IV.3.1. Approche de Swamee (1994)

Swamee en 1994, a développé plusieurs relations explicites pour déterminer la profondeur normale y_n dans diverses sections de canaux d'irrigation, notamment les sections circulaire, rectangulaire, trapézoïdale et triangulaire, cette dernière étant étudiée dans cette partie. La formule générale (1.41) du débit établie par Swamee (1994) peut être appliquée à la section triangulaire, en tenant compte de l'aire de la section mouillée A et du rayon hydraulique R_h exprimées par les relations (1.57) et (1.60) respectivement, soit alors :

$$Q = -1,737 \frac{Z \sqrt{Zgi}}{(1+Z^2)^{0,25}} y_n^{2,5} \ln \left[\frac{\varepsilon(1+Z^2)^{0,5}}{6Zy_n} + \frac{0,625(1+Z^2)^{0,25} \nu}{Zy_n \sqrt{Z g y_n i}} \right] \quad (1.61)$$

La relation (1.61) a été ajustée à la relation explicite suivante pour la profondeur normale y_n de l'écoulement :

$$y_n = 0,468 \left[\varepsilon \frac{(1+Z^2)^{2,9}}{Z^{15,4}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{9,6} + 7\nu \frac{(1+Z^2)^{3,1}}{Z^{15,6}} \frac{Q^{9,4}}{(gi)^{5,2}} \right]^{0,04} \quad (1.62)$$

La relation (1.62) occasionne une erreur relative maximale égale à 1 %.

IV.3.2. Approche de Swamee et Rathie (2012)

En 2012, Swamee et Rathie ont établi deux relations explicites pour déterminer la profondeur normale dans un canal triangulaire pour les régimes d'écoulement turbulent, lisse et rugueux. En appliquant la même méthode utilisée lors de la détermination de la profondeur normale dans un canal rectangulaire large (Paragraphe IV.2.2 ci-dessus). De ce fait, dans le cas d'un écoulement turbulent rugueux, les auteurs ont formulé la profondeur normale comme suit :

$$y_n = 1,157 \frac{(1+Z^2)^{0,1} Q^{0,4}}{Z^{0,6} (gi)^{0,2}} \left\{ W_0 \left[\frac{127ZQ}{(1+Z^2)\varepsilon^2 \sqrt{gi}} \right] \right\}^{-0,4} \quad (1.63)$$

Quand à la formule de la profondeur normale y_n pour un écoulement turbulent lisse, les auteurs proposent la relation suivante :

$$y_n = 0,9836 \frac{(1+Z^2)^{0,1} Q^{0,4}}{Z^{0,6} (gi)^{0,2}} \left\{ W_0 \left[2,1 \frac{ZQ}{1+Z^2} \left(\frac{gi}{v^5} \right)^{1/3} \right] \right\}^{-0,4} \quad (1.64)$$

Où W_0 représente la branche principale de la fonction W de *Lambert*, elle est donnée par la relation (1.49), applicable pour $x \geq 10^8$ avec un écart relatif maximal inférieur à 1 %. Où : $x = 127ZQ / [(1+Z^2)\epsilon^2 \sqrt{gi}]$ pour le domaine turbulent rugueux et $x = 2,1ZQ(1+Z^2)^{-1}(giv^{-5})^{1/3}$ pour le domaine lisse.

IV.3.3. Approche de *Lamri et al.* (2021)

Lamri et al. (2021) ont développé une solution explicite pour déterminer la profondeur normale y_n dans un canal triangulaire en se basant sur le théorème d'inversion de *Lagrange*. La formule de la profondeur normale y_n est donnée comme suit :

$$y_n = y_n^* \left(\frac{giZ^3}{2Q^2 \sqrt{Z^2 + 1}} \right)^{-1/5} \quad (1.65)$$

Où y_n^* est un paramètre adimensionnel développé par les auteurs à partir du théorème de *Lagrange* tel que :

$$y_n^{-5/2} = z + 4\sqrt{2} \log(\beta z^{2/5} + z^{3/5}) \left[-1 + \frac{0,8\sqrt{2}(2\beta + 3z^{1/5})}{\ln(10)(\beta z + z^{6/5})} + \dots \right] \quad (1.66)$$

Où z et β sont des paramètres adimensionnels données, respectivement, par les formules suivantes :

$$z = 4\sqrt{2} \log \left(\frac{1,6\sqrt{2}}{v_* \sqrt{Z^2 + 1}} \right) \quad (1.67)$$

Et :

$$\beta = \frac{\sqrt{2} \epsilon_*}{3,75Zv_*} \quad (1.68)$$

Avec : v_* et ϵ_* sont des paramètres également adimensionnels exprimés par les auteurs, respectivement, comme suit :

$$v_* = v \left(\frac{2\sqrt{Z^2 + 1}}{giQ^3 Z^3} \right)^{1/5} \quad (1.69)$$

Et :

$$\epsilon_* = \epsilon \left(\frac{giZ^3}{2Q^2 \sqrt{Z^2 + 1}} \right)^{1/5} \quad (1.70)$$

La relation (1.66) avec deux termes est applicable dans les intervalles suivants : $0,22865 \leq y_n^* \leq 0,351436$, $3 \cdot 10^{-8} \leq \varepsilon_* \leq 0,001209$ et $4,54 \cdot 10^{-8} \leq v_* \leq 0,0014$, avec une erreur relative maximale inférieure à 0,65 %.

IV.4. Canal ouvert à surface libre de forme trapézoïdale

Un canal trapézoïdal est caractérisé par la profondeur normale y_n , la largeur du fond b , la largeur superficielle B et le fruit Z qui représente la cotangente de l'angle d'inclinaison θ par rapport à l'horizontale, soit : $Z = \text{ctg}\theta$ (Figure 1.7). On peut définir, en outre, un élément essentiel représenté par le paramètre de forme $\eta = y_n / b$ appelé aussi rapport d'aspect. Pour les grands débits, la section rectangulaire n'est pas préférée, cela est dû à la stabilité des parois latérales. Les parois latérales verticales nécessitent une grande épaisseur pour résister à la pression du sol. Pour cela, la section trapézoïdale est préférée dans ce contexte en raison de leurs parois latérales inclinées nécessitent moins d'épaisseur (Swamee, 1994).

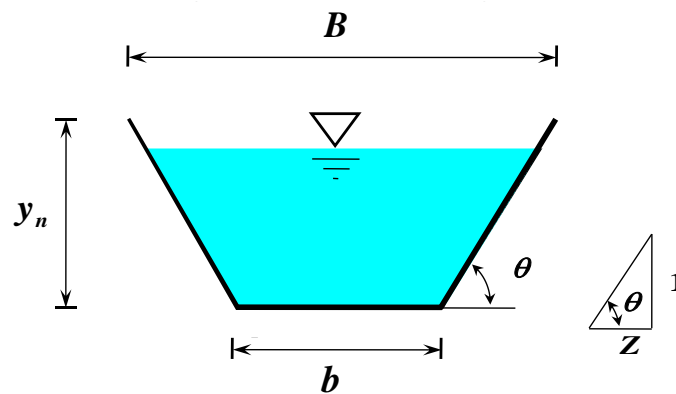


Figure 1.7 : Schéma de définition de la section trapézoïdale.

Les caractéristiques géométriques d'une section trapézoïdale sont exprimées comme suit :

L'aire de la section mouillée A :

$$A = b y_n + Z y_n^2 \quad (1.71)$$

Ou bien, en tenant compte que $\eta = y_n / b$:

$$A = \eta b^2 (1 + Z \eta) \quad (1.72)$$

Le périmètre mouillé P :

$$P = b + 2 y_n \sqrt{1 + Z^2} \quad (1.73)$$

Ou bien :

$$P = b \left(1 + 2\eta \sqrt{1 + Z^2} \right) \quad (1.74)$$

Le rayon hydraulique $R_h = A/P$:

$$R_h = \frac{b y_n + Z y_n^2}{b + 2y_n \sqrt{1 + Z^2}} = b \frac{\eta(1 + Z\eta)}{1 + 2\eta \sqrt{1 + Z^2}} \quad (1.75)$$

IV.4.1. Approche de Barr et Das (1986)

Barr et Das (1986) ont proposé une solution approchée et explicite au calcul du paramètre de forme η caractérisant une section trapézoïdale, soit :

$$\eta = Q^{*3/5} \left(1 - \frac{0,69}{1 + \frac{3}{Q^{*3/5} Z}} \right) \quad (1.76)$$

Où Q^* est un paramètre adimensionnel donné par la relation (1.40).

La relation approchée (1.76) correspond mieux à $Z = 2,5$. Pour la limite d'applicabilité inférieure de la relation (1.76) représentée par la valeur $Z = 1,75$, l'écart relatif ne dépasse pas à 2 % pour les valeurs de $Q^{*3/5} Z$ allant jusqu'à 10. Tandis que pour la limite d'applicabilité supérieure de la relation (1.76) définie par la valeur $Z = 50$, l'écart relatif ne dépasse pas 2,25 %, également pour les valeurs de $Q^{*3/5} Z$ allant jusqu'à 10.

IV.4.2. Approche de Vatankhah et Easa (2011)

Vatankhah et Easa (2011) ont utilisé la méthode d'itération du point fixe pour développer une solution approchée afin de déterminer le paramètre de forme η ainsi que la profondeur normale dans un canal trapézoïdal $y_n = \eta.b$. La relation proposée est la suivante :

$$\eta = \frac{Q^{*3/5} \left(1 + 2\eta_0 \sqrt{1 + Z^2} \right)^{2/5}}{1 + Z\eta_0} \quad (1.77)$$

Où : Q^* représente le paramètre adimensionnel ou la conductivité relative défini par la relation (1.40) et η_0 est une estimation initiale du paramètre de forme qui est proposée comme suit :

$$\eta_0 = \frac{1 + 0,856 Q^{*3/5} \left(1 + Z^{1,263} \right) \left(1 - 0,0585 Z Q^{*3/5} \right)}{Q^{*-3/5} + 1,945 Z} \quad (1.78)$$

La relation (1.77) occasionne une erreur relative maximale inférieure à 0,7 % dans les plages pratiques : $0 \leq Z \leq 3$ et $0 \leq \eta \leq 1$.

IV.4.3. Approche de *Elhakeem* (2017)

En 2017, *Elhakeem* a développé une formule indirecte visant à déterminer la profondeur normale y_n dans un canal trapézoïdal pour les plages pratiques : $0,25 \leq Z \leq 10$, $0,2 \leq b(m) \leq 200$ et $0,3 \leq y_n(m) \leq 30$, soit :

$$Z \frac{y_n}{b} = 0,5 \left(\sqrt{4C_n + 1} - 1 \right) \quad (1.79)$$

Où C_n est un paramètre adimensionnel donné par la relation suivante en fonction de l'aire de la section mouillée A , de la largeur du fond b et de la pente des parois latérales $1/Z$:

$$C_n = \frac{ZA}{b^2} \quad (1.80)$$

La relation (1.79) occasionne des erreurs relatives moyennes et maximales de 1,5 % et 4,6 % respectivement.

A travers la même étude, *Elhakeem* (2017) propose une relation directe au calcul de la profondeur normale y_n pour les mêmes intervalles de Z , b et y_n indiqués ci-dessus, soit :

$$\frac{y_n}{b} = 0,85Z^{-0,28} Q^{*0,25Z^{-0,28}+0,28} \quad (1.81)$$

Où Q^* représente la conductivité relative, déterminée par la relation (1.40).

La relation (1.81) occasionne des erreurs relatives moyennes et maximales de 2,5 % et 6,1 % respectivement.

Les équations de régression proposées (1.79) et (1.81) sont associées à l'équation suivante afin de fournir des prédictions plus précises de la profondeur de normale de l'écoulement, lorsque cela est souhaité, soit :

$$\frac{y_{nl}}{b} = \frac{Q^{*0,6} \left(1 + 2y_n \sqrt{Z^2 + 1} / b \right)^{0,4}}{1 + Zy_b/b} \quad (1.82)$$

Où y_{nl} est la valeur améliorée et y_n est la valeur obtenue à partir de la relation (1.79) ou (1.80).

Malheureusement, on n'a pas trouvé des indications concernant la précision de la relation (1.82).

IV.5. Canal ouvert à surface libre en forme de trapèze plein

(Approche de *Abdulrahman*, 2007)

En 2007, *Abdulrahman* a présenté une section composée comportant une section trapézoïdale surmontée d'une section rectangulaire qu'on peut l'appeler section en forme de trapèze plein (Figure 1.8). Cette forme est caractérisée par la profondeur normale y_n , la largeur de fond b , la largeur superficielle B et la pente des parois inclinées $1/Z$. *Abdulrahman* (2007) a démontré que cette section composite est la plus efficace que les sections trapézoïdales.

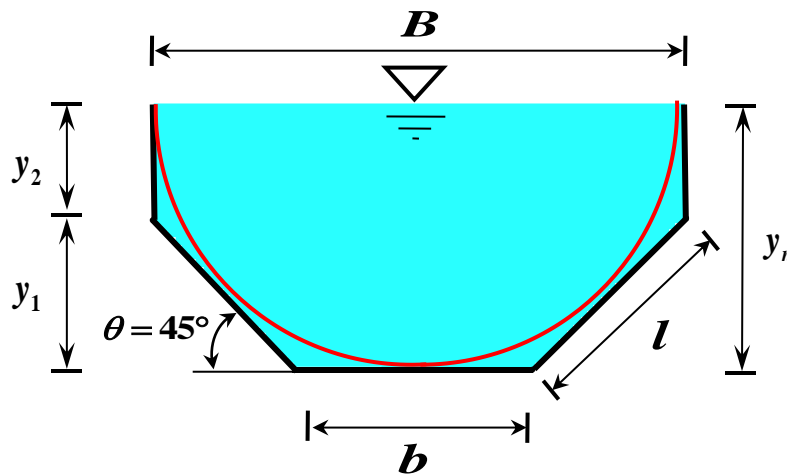


Figure 1.8 : Schéma de définition de la section trapézoïdale pleine.

L'auteur a déterminé les expressions des caractéristiques géométriques, notamment la largeur de fond b , l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P et le rayon hydraulique R_h , ces expressions ont été formulées en fonction de la profondeur normale y_n . *Abdulrahman* (2007) a montré que pour la valeur de Z égal à 1 ($Z = \text{ctg}45^\circ = 1$), les propriétés géométriques du canal sont optimales. Les expressions optimales de ces éléments géométriques, sont données par :

La largeur de fond horizontal b_{opt} , peut être exprimée comme suit :

$$b_{opt} = 0,8284 y_n \quad (1.83)$$

La longueur l_{opt} , peut être déterminée par la relation suivante :

$$l_{opt} = b_{opt} \quad (1.84)$$

L'aire de la section mouillée A_{opt} , est donnée par :

$$A_{opt} = 1,6569 y_n^2 \quad (1.85)$$

Le périmètre mouillé P_{opt} , s'exprime comme suit :

$$P_{opt} = 3,3137 y_n \quad (1.86)$$

Le rayon hydraulique $R_{h,opt} = A_{opt}/P_{opt}$ peut alors être déterminé par la relation suivante :

$$R_{h,opt} = 0,5y_n \quad (1.87)$$

En substituant ces caractéristiques (A_{opt} et $R_{h,opt}$) dans la formule (1.11) de *Manning*, il est possible d'obtenir une expression explicite au calcul de la profondeur normale $y_{n,opt}$, soit :

$$y_{n,opt} = 0,984 \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (1.88)$$

La relation (1.88) proposée par *Abdulrahman* (2007) est développée pour le calcul de la profondeur normale de l'écoulement $y_{n,opt}$, applicable uniquement au canal ouvert à surface libre de forme trapézoïdale pleine pour Z égal à 1.

V. Formes alternatives à la forme semi-circulaire

La forme semi-circulaire est considérée comme la section idéale pour les canaux ouverts. Cependant, sa réalisation est difficile pour les grands canaux revêtus (*Vatankhah*, 2014) et pour les canaux en terre. Ces difficultés ont poussé les chercheurs à proposer des formes alternatives plus pratiques sur le terrain, tout en maintenant des performances hydrauliques optimales. Parmi ces formes on dénote la forme d'un canal ouvert à fond plat et à parois brisées en segments linéaires et la forme semi-polygonale de différentes natures.

V.1. Approche de *Easa* (2011)

Easa (2011) a présenté une nouvelle section transversale améliorée d'un canal muni de murs latéraux (parois latérales brisées) linéaires de N segments (PNSL) et d'un fond horizontal (Figure 1.9). Avec un grand nombre de segments, les murs de la section deviennent des courbes lisses, permettant ainsi au concepteur d'utiliser des murs de canal linéaires « à la pièce » ou lisses avec la même formule. L'auteur propose un modèle d'optimisation qui implante des formules générales et minimise le coût de construction. Pour des sections avec des murs linéaires « à la pièce », où le coût unitaire du revêtement de surface augmente avec le nombre de murs, la section PNSL s'est révélée plus économique qu'une section munie de murs linéaires à deux segments lorsque le taux d'augmentation du coût n'est pas élevé. Selon l'auteur, la section PNSL lisse était toujours plus économique que la section de mur parabolique à deux segments et la section à mur parabolique. La section PNSL, plus économique et plus simple que les autres genres de sections, est utile pour une large plage d'utilisations à petits et les grands canaux.

La géométrie de la section PNSL illustrée dans la figure 1.9 montre un canal ayant une largeur de fond horizontal désignée par b et deux berges latérales, comportant chacune plusieurs segments linéaires. Pour

le segment numéro N , la hauteur verticale est y_N et le fruit est Z_N (Pente de segment est égale à $1/Z_N$). De plus, y_n représente la profondeur normale de l'écoulement dans le canal PNSL.

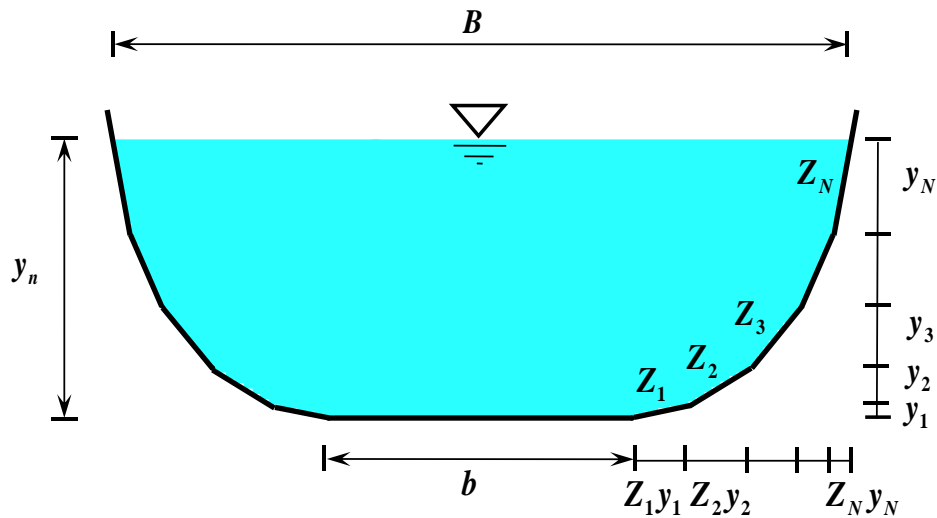


Figure 1.9 : Schéma de définition d'une section de type PNSL.

L'expression de l'aire de la section mouillée A , a été développée par l'auteur comme suit :

$$A = b y_n + \sum_{i=1}^N (2y_n Z_i y_i - Z_i y_i^2) - 2 \sum_{i=1}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^i y_j \right) Z_{i+1} y_{i+1} \quad (1.89)$$

Le périmètre de la section mouillée P , a été donné par les relations suivantes :

$$P = b + 2 \sum_{i=1}^N y_i (1 + Z_i^2)^{0,5} \quad \text{pour : } Z_1 < Z_s \quad (1.90)$$

Et :

$$P = b + 2 y_1 (1 + Z_1^2)^{0,5} + 2 \sum_{i=2}^N y_i (1 + Z_i^2)^{0,5} \quad \text{pour : } Z_1 \geq Z_s \quad (1.91)$$

D'après l'auteur : $Z_s = 10$.

Les relations de A et P ont été citées ici à titre indicatif.

V.2. Approche de Vatankhah (2014)

La meilleure section hydraulique est généralement utilisée comme guide ou point de départ dans la conception des canaux ouverts (Vatankhah, 2014). Les demi-cercles et les polygones semi-réguliers tels que le semi-carré, le semi-hexagone et le semi-octogone présentent le périmètre mouillé minimum associé au rayon hydraulique R_h maximal, pour une aire donnée, et sont donc considérés comme les meilleurs profils liquides du point de vue hydraulique (Vatankhah, 2014). Dans son étude, Vatankhah (2014) a présenté deux types (Type I et Type II) de polygones semi-réguliers comme les meilleures sections

hydrauliques. Les deux sections ont le même périmètre mouillé et la même aire, et sont donc également efficaces. Par ailleurs, l'auteur mentionne que le polygone semi-régulier de type I avec fond plat est adapté lorsque les profondeurs d'excavation sont peu profondes (Figure 1.10.a), et le polygone semi-régulier de type II sans fond (angled bottom) est utilisé lorsque des coupes plus profondes sont nécessaires (Figure 1.10.b) (Vatankhah, 2014). Dans cette recherche, des solutions générales de la profondeur normale sont également présentées pour les sections de polygone semi-régulier de type I et de type II.

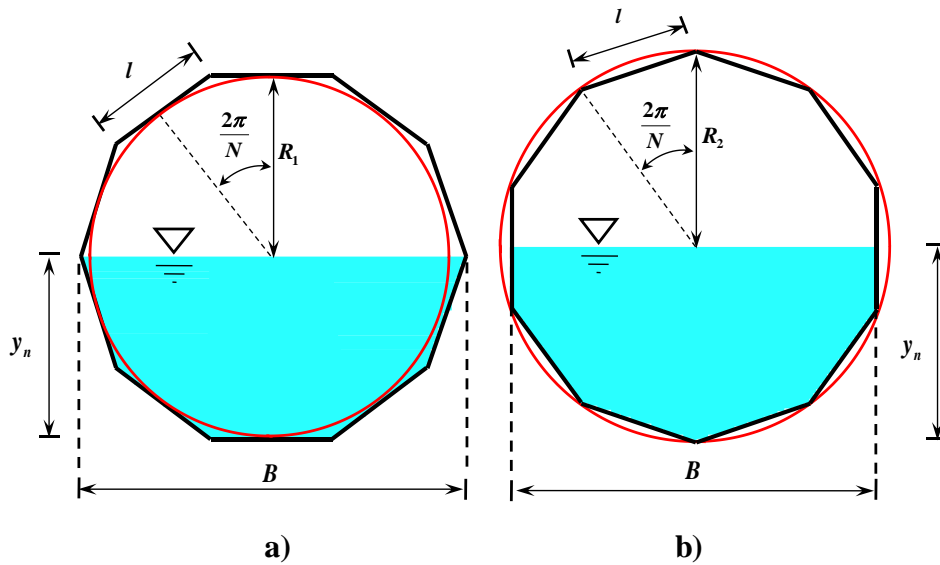


Figure 1.10 : Schéma de définition d'une section en polygone semi-régulier. a) Fond plat, b) Sans fond.

L'aire de la section mouillée A d'un polygone régulier peut être exprimée par la relation suivante (Vatankhah, 2014) :

$$A = NR_1^2 \tan(\pi/N) \quad (1.92)$$

Où R_1 représente le rayon inscrit d'un polygone régulier à N côtés de longueur l donné comme suit (Figure 1.10.a) :

$$R_1 = \frac{1}{2} l \times \text{ctg}(\pi/N) \quad (1.93)$$

Le périmètre P d'un polygone régulier peut être calculé à l'aide de la relation suivante :

$$P = 2NR_1 \tan(\pi/N) \quad (1.94)$$

En substituant les relations (1.92) et (1.94) dans la formule (1.11) de Manning, l'auteur a obtenu la relation suivante :

$$Q_n = 2^{-5/3} R_1^{8/3} N \tan(\pi/N) \quad (1.95)$$

Avec :

$$Q_n = \frac{nQ}{\sqrt{i}} \quad (1.96)$$

Pour le canal en forme de polygone semi-régulier avec fond horizontal, la profondeur normale de l'écoulement y_n est égale au rayon inscrit R_1 , soit :

$$y_{n1} = \frac{2^{5/8} Q_n^{3/8}}{[N \tan(\pi/N)]^{3/8}} \quad (1.97)$$

Cependant, pour le canal en forme de polygone semi-régulier sans fond, la profondeur normale de l'écoulement y_n est égale au rayon circonscrit $R_2 = R_1/[\cos(\pi/N)]$ (Figure 1.10.b), soit ainsi :

$$y_{n2} = \frac{2^{5/8} Q_n^{3/8}}{[N \tan(\pi/N)]^{3/8} \cos(\pi/N)} \quad (1.98)$$

Rappelons que le rayon inscrit R_1 est donné par la relation (1.93).

Notons que la section à parois brisées avec fond horizontal proposés par *Easa* (2011) et la section en forme d'un polygone semi-régulier adoptée par *Vatankhah* (2014) seront étudiées de notre point de vue lors de la deuxième partie de la présente thèse en se basant sur la méthode MMR qui constituera l'objet du paragraphe suivant.

VI. Présentation de la méthode du modèle rugueux de référence MMR

A travers ce paragraphe, le principe de la méthode du modèle rugueux de référence, dite méthode MMR, sera brièvement décrit. Cette méthode, développée par *Mr Achour* à partir de l'année 2006, a été proposée comme une solution alternative pour le problème de calcul de l'écoulement uniforme en général et pour le calcul de la profondeur normale en particulier ; elle présente l'avantage de fournir la possibilité d'étudier l'écoulement dans le tout le domaine turbulent (Rugueux, lisse et de transition), de permettre d'éviter le recours à un procédé itératif, ... etc.

Achour (2007) suppose un modèle rugueux de référence qui est un canal de même forme que celle du canal étudié (réel) et dont le régime de l'écoulement est dans le domaine turbulent rugueux. Le modèle rugueux de référence se caractérise par une forte rugosité relative arbitrairement choisie, soit : $\bar{\varepsilon}/\overline{D}_h = 3,7.10^{-2}$. Cette valeur peut être obtenue pour différentes valeurs de la rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique \overline{D}_h . Il est important de rappeler que les caractéristiques géométriques du modèle rugueux de référence sont, dans la majorité des cas, supérieures à celles du canal réel. Notons que toutes les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence sont distinguées par le symbole "¯".

Le coefficient de frottement \bar{f} dans le modèle rugueux est régi par la relation (1.17) de *Nikuradse* car le régime est dans le domaine turbulent rugueux. Soit en pour : $\varepsilon/D_h = \bar{\varepsilon}/\bar{D}_h$ et $f = \bar{f}$, soit :

$$\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h}{3,7} \right) \right]^{-2} \quad (1.99)$$

En substituant la valeur choisie $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$ dans la relation (1.99), le coefficient de frottement \bar{f} prend alors une valeur constante, exprimée comme suit (*Achour, 2007*) :

$$\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{3,7 \cdot 10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

Soit :

$$\bar{f} = \frac{1}{16} \quad (1.100)$$

Parmi les principes de la méthode du modèle rugueux, on note que chaque dimension linéaire L d'une conduite ou d'un canal étudié est liée à son homologue \bar{L} dans le modèle rugueux par la relation fondamentale ci-dessous, applicable à l'ensemble du domaine turbulent (*Achour, 2007*) :

$$L = \psi \bar{L} \quad (1.101)$$

Où ψ représente le facteur de correction des dimensions linéaires qui a été exprimé avec une excellente approximation comme suit (*Achour, 2014a*) :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (1.102)$$

La relation approchée (1.102) occasionne un écart relatif maximal ne dépassant guère 0,4 % sur le calcul du facteur ψ et cela pour les gammes : $\bar{R} \geq 10^4$ et $0 \leq \varepsilon/\bar{D}_h \leq 5 \cdot 10^{-2}$ (*Achour, 2014a*).

Ainsi, afin de déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans une conduite ou un canal, il importe de passer par les étapes principales suivantes :

- i. Définir les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux.
- ii. Calculer la profondeur normale de l'écoulement dans le modèle rugueux de référence.
- iii. Calculer le facteur de correction des dimensions linéaires par application de la relation (1.102).
- iv. Déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans le conduit considéré par la relation fondamentale de la MMR (1.101).

La méthode MMR a été appliquée pour l'étude de l'écoulement uniforme dans les conduites et canaux de diverses formes où elle a montré une fiabilité remarquable (*Achour, 2007* ; *Achour, 2013b* ; *Achour,*

2014b ; Achour, 2014c ; Achour et Riabi, 2014 ; Lakehal et Achour, 2014 ; Lakehal et Achour, 2017 ; Sehtal et Achour, 2023). Cette méthode sera amplement détaillée dans la deuxième partie de cette thèse lorsqu'elle sera appliquée aux canaux choisis pour élaborer notre travail.

VII. Conclusion

Le présent chapitre a nécessité deux volets principaux dont le premier s'est consacré à la présentation de l'écoulement uniforme à travers son définition, les conditions de son développement, les paramètres qui le régissent ainsi que les formules usuelles utilisées pour l'étudier telles que : les formules de Chézy et de Manning – Strickler utilisées pour le calcul de la vitesse moyenne de l'écoulement, la formule de Darcy – Weisbach, pour le calcul du gradient de la perte de charge linéaire, la formule de Colebrook – White pour le calcul du coefficient de frottement, la formule de Achour et Bedjaoui (2006) pour la détermination du débit volume ainsi que quelques formules pour la calcul du coefficient de Chézy et de Manning. Les paramètres régissant l'écoulement uniforme ont été également exposés tels que : le débit volume, les dimensions linéaires et la forme du conduit, la pente longitudinale ou géométrique du conduit, la rugosité absolue caractérisant les parois internes du canal et la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

Tandis que le deuxième volet a été réservé à la présentation de quelques travaux de recherche destinés au calcul de la profondeur normale dans les conduites et canaux dont on cite les approches exposées par classe de conduit :

- i. Conduite circulaire partiellement remplie :
 - a. Approche de Vatankhah et Easa (2011) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
 - b. Approches de Achour (2013a) applicables dans le domaine turbulent rugueux, lisse et de transition.
 - c. Approche de Akram et al. (2021) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
- ii. Canal rectangulaire :
 - a. Approche de Srivastava (2006) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
 - b. Deux approches de Swamee et Rathie (2012), l'une applicable dans le domaine turbulent rugueux et l'autre dans le domaine turbulent lisse.
 - c. Approche de Ferro et Sciacca (2017) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
- iii. Canal triangulaire :
 - a. Approche de Swamee (1994) applicable dans le domaine turbulent rugueux, lisse et de transition.
 - b. Deux approches de Swamee et Rathie (2012), l'une applicable dans le domaine turbulent rugueux et l'autre dans le domaine turbulent lisse.

- c. Approche de *Lamri et al.* (2021) applicable dans le domaine turbulent rugueux, lisse et de transition.
- iv. Canal trapézoïdal :
 - a. Approche de *Barr et Das* (1986) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
 - b. Approche de *Vatankhah et Easa* (2011) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
 - c. Approche de *Elhakeem* (2017) applicable dans le domaine turbulent rugueux.
- v. Canal en forme de trapèze plein : Approche de *Abdulrahman* (2007) applicable dans le domaine turbulent rugueux.

En outre deux autres approches ont été exposées afin de montrer deux formes qui peuvent être considérées comme formes alternatives au profil liquide semi-circulaire à savoir : les canaux à fond horizontal avec parois brisées (*Easa*, 2011) et ceux en forme polygonale semi-régulière (*Vatankhah*, 2014). En ce qui concerne l'étude de *Easa* (2011), on s'intéresse exclusivement à la géométrie du canal car l'auteur a effectué une étude technico-économique de la forme en question dont elle ne rentre pas dans le domaine d'intérêt de notre thèse. Par ailleurs, l'étude de *Vatankhah* (2014) propose une solution exacte pour le calcul de la profondeur normale dans un canal en forme de polygone semi-régulier à fond plat et sans fond en supposant que le régime de l'écoulement est dans le domaine turbulent rugueux. Notons que ces type de canaux seront étudiées de notre point de vue lors de la deuxième partie de la présente thèse en se basant sur la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR dans le but de déterminer la profondeur normale de l'écoulement et dont le principe a été exposé à la fin de ce chapitre.

CHAPITRE II
ÉCOULEMENT CRITIQUE

Chapitre II

ÉCOULEMENT CRITIQUE

I. Introduction

A travers ce chapitre, nous explorons le concept de l'écoulement critique, qui correspond à l'état limite entre les régimes d'écoulement subcritique (fluvial) et supercritique (torrentiel) où les forces d'inertie et de gravités sont équilibrées. En outre, la notion de l'énergie spécifique ainsi que ses différents modes d'évolution seront exposés afin de mieux comprendre le phénomène du régime critique.

Le chapitre se terminera par la présentation de quelques relations destinées à l'évaluation de la profondeur critique dans les conduites circulaires à surface libre ainsi que dans les canaux rectangulaires, triangulaires et trapézoïdaux.

II. Présentation de l'écoulement critique

II.1. Définitions de l'écoulement critique et du nombre de *Froude*

L'écoulement critique correspond à l'état limite lors du passage d'un écoulement subcritique (fluvial) à un écoulement supercritique (torrentiel), ou bien inversement. Cela signifie que l'écoulement critique marque le point de transition où les caractéristiques de l'écoulement changent de manière significative. Le régime critique est étroitement lié au nombre de *Froude*, un paramètre sans dimension qui représente le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité, utilisé pour caractériser l'écoulement d'un fluide (*Macharia et al*, 2014).

Le nombre de *Froude* F_r est défini par la relation suivante :

$$F_r^2 = \frac{V^2}{gA} \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{V^2}{gA} B = \frac{V^2}{gH_h} \quad (1.103)$$

Avec :

$\partial A/\partial y$: Donne la variation de l'aire de la section mouillée A par rapport à la profondeur de l'écoulement y qui correspond à la largeur de la surface libre de l'écoulement désignée par B (Figure 1.11).

$H_h = A/B$: est la profondeur hydraulique donnée par le rapport de l'aire de la section mouillée A et la largeur de la surface libre de l'écoulement B .

g : est l'accélération de la pesanteur.

V : est la vitesse moyenne de l'écoulement qui représente le rapport du débit Q par l'aire de la section mouillée A , donc :

$$V = \frac{Q}{A} \quad (1.104)$$

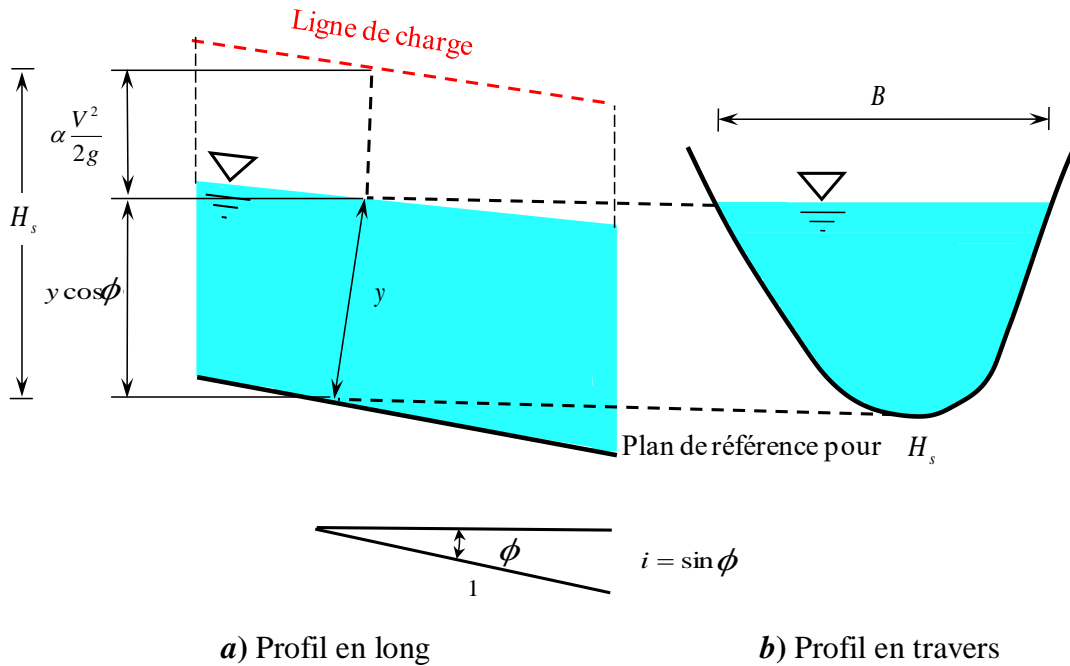


Figure 1.11 : Profils en long et en travers d'un écoulement non uniforme.

En tenant compte des relations (1.103) et (1.104), le nombre de *Froude* F_r peut s'écrire, pour les faibles pentes :

$$F_r^2 = \frac{Q^2}{g A^3} B \quad (1.105)$$

Le rôle du nombre de *Froude* est de classer les écoulements comme suit :

- Écoulement subcritique ou fluvial si : $F_r < 1$
- Écoulement supercritique ou torrentiel si : $F_r > 1$
- Écoulement critique si : $F_r = 1$

Cette classification permet de distinguer les différents régimes d'écoulement en fonction de leurs caractéristiques dynamiques, ce qui est essentiel pour l'analyse et la conception des systèmes hydrauliques.

En résumé, l'écoulement critique et le nombre de *Froude* sont des concepts interconnectés qui permettent de caractériser et de classifier différents régimes d'écoulement.

II.2. Connaître le régime critique, pour quelle raison ?

Quelle que soit la structure considérée, l'écoulement critique est très instable et se produit dans un état turbulent. De plus, l'une des caractéristiques de l'écoulement critique à souligner est qu'il présente souvent une série d'ondulations à la surface qui s'étendent sur un tronçon plus ou moins court du canal, rarement sur toute la longueur du conduit. Il a été observé que lorsque la profondeur critique se produit, un léger changement de l'énergie spécifique, représentant la somme de la profondeur de l'écoulement et de la hauteur de l'énergie cinétique manifestée par l'influence de la vitesse de l'écoulement, est souvent accompagné d'une augmentation ou d'une diminution significative de la profondeur de l'écoulement (Chow, 1959 ; Henderson, 1966 ; French, 1985). Tous ces effets secondaires contribuent à l'instabilité de l'écoulement dans des conditions critiques. Par conséquent, l'écoulement critique doit être évité dans la pratique, ce qui signifie que les dimensions et la pente du canal doivent être telles qu'elles ne provoquent pas un tel état d'écoulement. C'est pourquoi la connaissance des caractéristiques de l'écoulement critique pour une installation donnée est essentielle (Bouslah et al., 2022). En revanche, pour les canaux, le calcul de la profondeur critique est nécessaire pour une application dans diverses situations (Hanif-Chaudhry et Murty-Bhallamudi, 1988) :

1. L'écoulement étant instable autour de la profondeur critique, les canaux sont construits de manière à ce que l'écoulement ne soit pas proche de la profondeur critique sur de longues distances.
2. Dans les écoulements réguliers à variation graduelle, la profondeur critique peut être le point de départ de calcul du profil de la surface libre.

Ces deux derniers auteurs ont constaté qu'il existe plus d'une profondeur critique dans les canaux composés symétriques, et une méthode de conception d'une section de canal composé avec une seule profondeur critique est proposée, minimisant la gamme de profondeurs de l'écoulement pour lesquelles l'écoulement peut être très instable.

II.3. Définition de l'énergie spécifique

L'énergie spécifique ou la charge spécifique H_s pour un écoulement non uniforme typique, est définie comme l'énergie totale par rapport à un plan de référence passant par le fond de la section considérée, on l'exprime alors comme suit (Figure 1.11) :

$$H_s = y \cos \phi + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (1.106)$$

Où le terme $y \cos \phi$ représente l'énergie potentielle de pression et $\alpha V^2/2g$ représente l'énergie cinétique où V est représentée la vitesse moyenne de l'écoulement dans la section de l'écoulement, y est la profondeur

de l'écoulement dans la section considérée, ϕ représente l'angle d'inclinaison du fond du canal par rapport à l'horizontale, α représente le coefficient de correction de l'énergie cinétique ≈ 1 pour l'écoulement turbulent et g est l'accélération de la pesanteur.

Dans le cas des écoulements à surface libre, l'angle ϕ est généralement faible. Cela permet d'écrire :

$$i = \tan \phi \approx \sin \phi \quad (1.107)$$

Où : i représente la pente du fond du canal.

On sait bien que :

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1 \quad (1.108)$$

Ou bien :

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi} \quad (1.109)$$

Par ailleurs, l'équation de continuité permet d'écrire :

$$Q = VA \quad (1.110)$$

Tenant compte des relations (1.107), (1.109) et (1.110), la relation (1.106) de l'énergie spécifique peut s'écrire comme suit :

$$H_s = y\sqrt{1-i^2} + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.111)$$

Dans le cas des canaux et cours d'eau de faible pente i , cette relation se réduit à :

$$H_s = y + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.112)$$

II.3.1. Evolution de l'énergie spécifique

L'évolution de l'énergie spécifique est divisée en deux cas. En ce qui concerne le premier cas, on étudie l'évolution du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour une énergie spécifique donnée. Tandis que dans le deuxième cas, on examine l'évolution de l'énergie en fonction de la profondeur d'écoulement pour un débit donné.

II.3.1.1. Evolution du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour une énergie spécifique donnée

Ce paragraphe a pour objectif d'étudier l'évolution du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour une énergie spécifique donnée. Afin d'atteindre cet objectif, écrivons la relation (1.111) sous la forme suivante :

$$\frac{\alpha Q^2}{2g} = A^2 \left(H_s - y\sqrt{1-i^2} \right) \quad (1.113)$$

Notons que l'aire de la section mouillée A s'exprime en fonction de la profondeur de l'écoulement y . On peut, constater aisément que selon la relation (1.113), si $y=0$, $A=0$ et par conséquent : $Q=0$. On peut, de même, constater que selon la relation (1.113), $Q=0$ si : $y = H_s / \sqrt{1-i^2}$. Donc, il existent deux possibilités d'avoir un débit nul. Par conséquent, le débit doit avoir une valeur maximale correspondant à une valeur de y compris entre 0 et $H_s / \sqrt{1-i^2}$ (Figure 1.12).

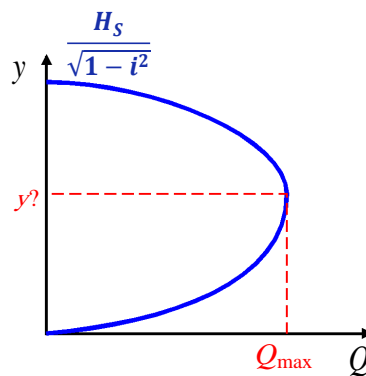


Figure 1.12 : Courbe d'évolution du débit Q en fonction de la profondeur y de l'écoulement pour H_s fixe.

Afin de déterminer ce que représente la profondeur de l'écoulement qui correspond au débit maximum, nous devons dériver le rapport : $\alpha Q^2/2g$ par rapport à la profondeur de l'écoulement y selon la relation (1.113). Le débit est donc maximal lorsque cette dérivé est nulle, ainsi :

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{\alpha Q^2}{2g} \right) = 2A \frac{dA}{dy} \left(H_s - y\sqrt{1-i^2} \right) - A^2 \sqrt{1-i^2} = 0 \quad (1.114)$$

Où le terme dA/dy représente la largeur du plan d'eau (surface libre) B car dA et dy sont deux éléments infinitésimaux (Figure 1.13). En tenant compte de cette dernière considération, la relation (1.114) s'écrit :

$$2AB \left(H_s - y\sqrt{1-i^2} \right) - A^2 \sqrt{1-i^2} = 0$$

Ou bien :

$$2B \left(H_s - y\sqrt{1-i^2} \right) - A \sqrt{1-i^2} = 0 \quad (1.115)$$

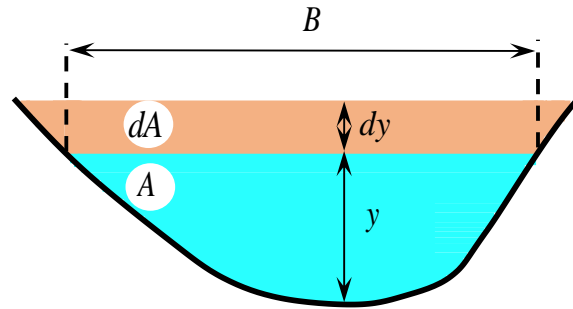


Figure 1.13 : Profil transversal d'un écoulement à surface libre montrant une variation infiniment petite du niveau d'eau.

De plus, le terme $H_s - y\sqrt{1-i^2}$ peut s'écrire à partir de la relation (1.111), comme suit :

$$H_s - y\sqrt{1-i^2} = \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (1.116)$$

La relation (1.115) s'écrit, en vertu de la relation (1.116) :

$$2B \left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) - A\sqrt{1-i^2} = 0$$

Ou bien, après simplification et réarrangement :

$$\frac{\alpha Q^2}{gA^3} B = \sqrt{1-i^2} \quad (1.117)$$

Le terme $\alpha Q^2 B / (gA^3)$ mentionnée dans la relation (1.117) dépend de la profondeur. La profondeur qui vérifie la relation (1.117) est ainsi la profondeur critique correspondant au débit maximum. Cette relation représente donc la condition de criticité (Figure 1.14).

Pour les canaux à faible pente, la relation (1.117) se réduit à :

$$\frac{\alpha Q^2}{gA^3} B = 1 \quad (1.118)$$

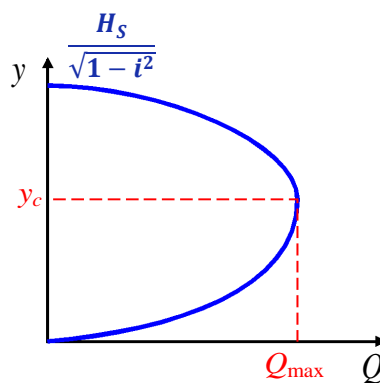


Figure 1.14 : Schéma de définition de la profondeur critique.

Une des conclusions que l'on peut tirer de la figure 1.14 c'est que, donc, pour une énergie spécifique donnée et un débit donné, il y a deux profondeurs possibles qui correspondent au point a et au point b de la figure 1.15. Alors, une profondeur plus grande avec une vitesse plus faible ou une profondeur plus petite avec une vitesse plus grande.

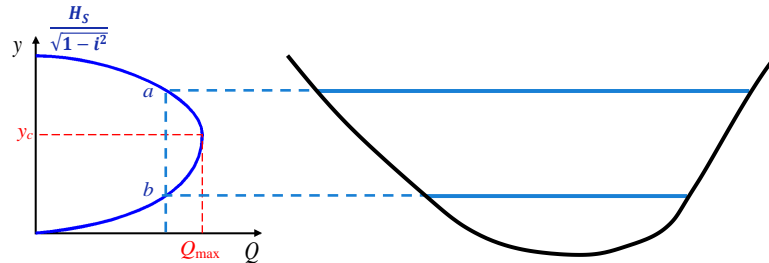


Figure 1.15 : Branches de la courbe de variation du débit en fonction de la profondeur de l'écoulement pour H_s fixe.

II.3.1.2. Evolution de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement pour un débit donné

Ce paragraphe de l'étude s'intéresse à examiner l'évolution de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement pour un débit donné. Cette fois-ci, il s'agit de diviser la relation (1.111) par le terme : $\sqrt{1-i^2}$, soit :

$$\frac{H_s}{\sqrt{1-i^2}} = y + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2\sqrt{1-i^2}} \quad (1.119)$$

D'après cette dernière relation, on peut énumérer les constations suivantes :

Si : $y \rightarrow 0$, alors : $A \rightarrow 0$, et : $\frac{H_s}{\sqrt{1-i^2}} \rightarrow \infty$

Et :

Si : $y \rightarrow \infty$, alors : $A \rightarrow \infty$, et : $\frac{H_s}{\sqrt{1-i^2}} \rightarrow y$

En effet, on remarque que l'énergie spécifique H_s va vers l'infini le long de l'axe des ordonnées et elle va vers l'infini le long d'une asymptote à la première bissectrice. On remarque également que, l'énergie spécifique H_s va connaître un minimum (Figure 1.16). Dans ce qui suit, on va essayer de trouver quelle est la profondeur de l'écoulement qui correspond à ce minimum. Pour cela, on doit dériver la relation (1.119) par rapport à y et on doit imposer que cette dérivée soit égale à zéro. Ainsi :

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{H_s}{\sqrt{1-i^2}} \right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{2g\sqrt{1-i^2}} \frac{2}{A^3} \frac{dA}{dy} = 0 \quad (1.120)$$

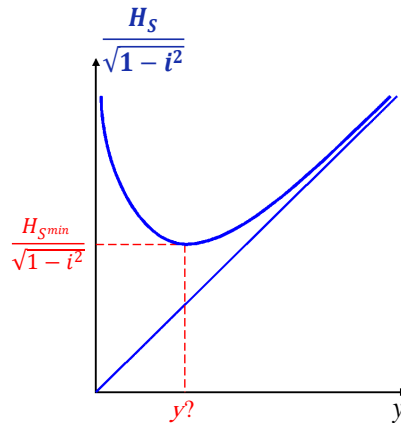


Figure 1.16 : Evolution de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement pour Q fixe.

Rappelons que la dérivée de l'aire de la section mouillée par rapport à la profondeur de l'écoulement : dA/dy correspond à la largeur du plan d'eau (largeur de la surface libre) B (Figure 1.13). Tenant compte de cette dernière considération, la relation (1.120) devient :

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{H_s}{\sqrt{1-i^2}} \right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3 \sqrt{1-i^2}} B = 0 \quad (1.121)$$

Notons que la relation (1.121) peut également être exprimée de la manière suivante :

$$\frac{\alpha Q^2}{gA^3} B = \sqrt{1-i^2} \quad (1.122)$$

La relation (1.117) qui a été obtenue pour le débit maximum est, alors, retrouvée. Et, donc, la profondeur y qui répond à cette condition, c'est la profondeur critique.

On peut dire que pour une énergie spécifique et un débit donnés, nous avons deux points possibles avec la même énergie (Figure 1.17) : le point a et le point b . Et nous voyons clairement ici qu'on a deux situations possibles : 1) Pour le point a , on a la profondeur y_a qui est faible et l'énergie cinétique $V_a^2/2g$ qui est grande. 2) Pour le point b , on a la profondeur y_b qui est grande et l'énergie cinétique $V_b^2/2g$ qui est faible.

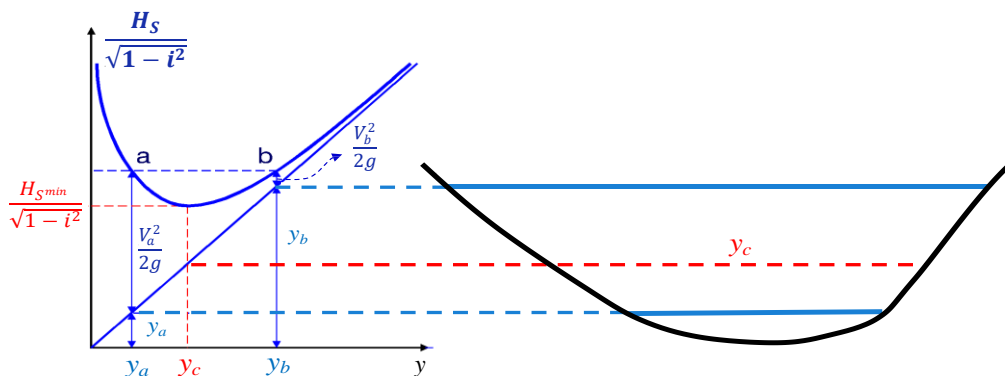


Figure 1.17 : Différents états de l'écoulement dans un canal ouvert.

On obtient donc deux résultats : Un débit maximum en fonction de la profondeur pour une énergie spécifique donnée (Figure 1.14) et une énergie minimum pour un débit donné en fonction de la profondeur (Figure 1.17), et les deux nous mènent à définir la profondeur critique. Cette notion de profondeur critique et de régime critique, constituera l'objet du paragraphe suivant.

III. Relations de la profondeur critique dans certaines sections de canaux à surface libre.

La profondeur critique joue un rôle majeur aussi comme la profondeur normale dans la conception, l'exploitation et l'entretien des canaux à surface libre (Raikar *et al*, 2010). La profondeur critique est un paramètre important qui permet de se prononcer sur le caractère fluvial ou torrentiel de l'écoulement. Lorsque la profondeur critique y_c est supérieure à la profondeur normale y_n , l'écoulement est de nature torrentielle (Supercritique). Dans le cas contraire, l'écoulement est fluvial (Subcritique). Lorsque la profondeur critique y_c est égale à la profondeur normale y_n , le régime est dit critique (Chaudhry, 2008). Ceci constitue une autre manière de faire la classification des régimes d'écoulement. Dans les paragraphes suivants, on montre l'expression de la profondeur critique dans la conduite circulaire partiellement remplie ainsi que dans les canaux ouverts de forme rectangulaire, triangulaire et trapézoïdale.

III.1. Conduite circulaire partiellement remplie

Considérons une conduite circulaire partiellement remplie, en régime critique, qui se caractérise par la profondeur critique y_c , la largeur superficielle B_c et le diamètre D comme il est indiqué dans la figure 1.18. Ces éléments géométriques sont des paramètres essentiels pour l'analyse et la conception des systèmes hydrauliques.

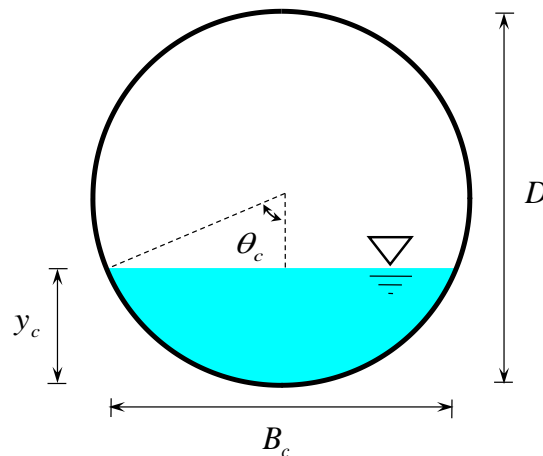


Figure 1.18 : Conduite circulaire partiellement remplie.

Les caractéristiques géométriques de cette section en régime critique sont les suivantes :

L'aire de la section mouillée A_c est définie par la relation suivante :

$$A_c = \frac{D^2}{4} (\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c) \quad (1.123)$$

Le périmètre mouillé P est donné comme suit :

$$P_c = D\theta_c \quad (1.124)$$

La largeur du plan d'eau (largeur de la surface libre) B_c peut être obtenue selon la relation suivante :

$$B_c = D \sin \theta_c \quad (1.125)$$

Dans les relations (1.123), (1.124) et (1.125), le demi-angle au centre à l'état critique θ_c est exprimé en radian et il est défini par la relation suivante :

$$\theta_c = \cos^{-1}(1 - 2\xi_c) \quad (1.126)$$

Où ξ_c représente le taux de remplissage de la conduite circulaire à l'état critique, soit :

$$\xi_c = \frac{y_c}{D} \quad (1.127)$$

En remplaçant les relations (1.123) et (1.125) définissant respectivement l'aire la section mouillée A_c et la largeur du plan d'eau B_c , dans la relation (1.105) du nombre de *Froude* à l'état critique, on obtient :

$$F_{r,c}^2 = \frac{Q^2}{g \left[\frac{D^2}{4} (\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c) \right]^3} \times D \sin \theta_c = 1$$

Ou bien :

$$F_{r,c}^2 = \frac{64Q^2}{gD^5} \times \frac{\sin \theta_c}{(\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c)^3} = 1 \quad (1.128)$$

Vatankhah et Easa (2011) ont présenté une étude sur l'écoulement critique dans une conduite circulaire partiellement remplie afin de déterminer l'expression du taux de remplissage de la conduite circulaire et ensuite de déduire la profondeur critique de la conduite circulaire $y_c = \xi_c D$, soit :

$$\xi_c = (13,6Q_D^{-2,1135} - 13Q_D^{-2,1} + 1)^{-0,1156} \quad (1.129)$$

Où : Q_D est le débit adimensionnel ou débit relatif donné par la relation suivante, pour les conduites à faibles pentes (pentes $< 1/100$) :

$$Q_D = \frac{Q^2}{gD^5} \quad (1.130)$$

Pour des pentes $\geq 1/100$, on doit diviser Q_D de la relation (1.130) par : $\sqrt{1-i^2}$. Avec : i est la pente longitudinale ou géométrique de la conduite.

Cette relation approchée (1.129) occasionne une erreur relative maximale inférieure à 0,27 % dans la plage pratique : $0,01 \leq \xi_c \leq 1$.

Elhakeem et Sattar (2017) ont proposé une expression approchée au calcul de la profondeur critique relative ξ_c dans une conduite circulaire, soit :

$$\xi_c = [0,6 \tan^{-1}(1,94 Q_D^2)]^{0,1273} \quad (1.131)$$

Où : Q_D représente le débit relatif et donné par la relation (1.130).

La profondeur critique relative ξ_c est égale à la profondeur critique y_c divisée par le diamètre D de la conduite.

La relation approchée (1.131) est applicable dans le domaine : $0,02 \leq \xi_c \leq 0,98$ et occasionne une erreur relative maximale de 1,23 %.

III.2. Canal ouvert de forme rectangulaire

Le canal ouvert de forme rectangulaire en régime critique, tel que représenté dans la figure 1.19, se caractérise par la profondeur critique y_c , la largeur du fond b et le paramètre de forme $\eta_c = y_c / b$ à l'état critique.

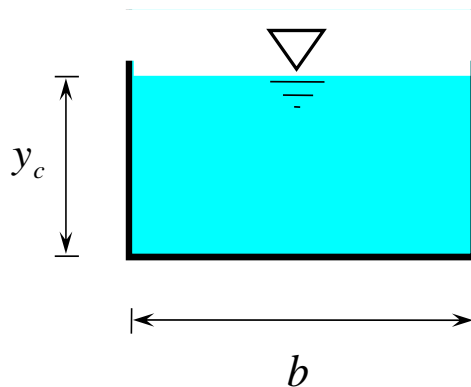


Figure 1.19 : Schéma de définition du canal ouvert de forme rectangulaire.

Pour une section rectangulaire en régime critique, les éléments géométriques comprennent :

L'aire de la section mouillée A_c qui s'exprime comme suit :

$$A_c = b y_c \quad (1.132)$$

Ou de manière équivalente, en tenant compte que $\eta_c = y_c / b$:

$$A_c = \eta_c b^2 \quad (1.133)$$

Le périmètre mouillé P_c qui est donné tel que :

$$P_c = b + 2y_c \quad (1.134)$$

Ou bien, en se référant au paramètre de forme $\eta_c = y_c / b$:

$$P_c = b(1 + 2\eta_c) \quad (1.135)$$

La largeur du plan d'eau B_c de la section rectangulaire qui correspond à la largeur du canal b , soit :

$$B_c = b \quad (1.136)$$

En remplaçant les relations (1.133) et (1.136) définissant respectivement l'aire la section mouillée A_c et la largeur du plan d'eau B_c , dans la relation (1.105) du nombre de *Froude* à l'état critique, on obtient :

$$F_{r,c}^2 = \frac{Q^2}{g(b y_c)^3} \times b = 1$$

Ou bien :

$$F_{r,c}^2 = \frac{Q^2}{g b^2 y_c^3} = 1 \quad (1.137)$$

Cette dernière relation peut s'écrire en fonction du débit relatif : $q = Q/b$ telle que :

$$\frac{q^2}{g y_c^3} = 1 \quad (1.138)$$

La profondeur critique y_c dans un canal rectangulaire s'écrit par conséquent :

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (1.139)$$

III.3. Canal ouvert de forme triangulaire

La figure 1.20 montre un canal ouvert de forme triangulaire dont lequel s'évalue un écoulement à l'état critique qui se caractérise par la profondeur critique y_c et la largeur superficielle B_c . La pente des parois du canal est égale à $1/Z$.

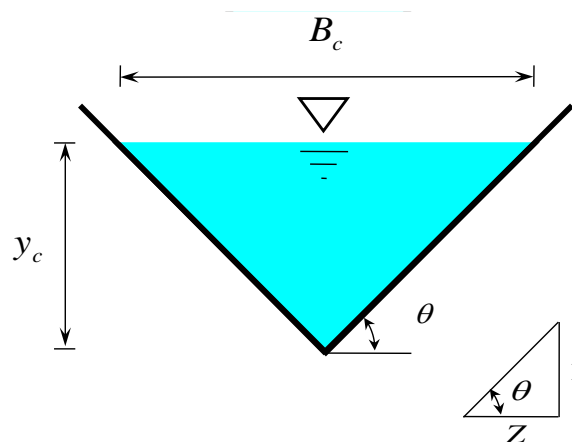


Figure 1.20 : Schéma de définition d'un canal ouvert de forme triangulaire.

Les propriétés géométriques d'une section triangulaire comprennent :

L'aire de la section mouillée A_c qui s'exprime comme suit :

$$A_c = Zy_c^2 \quad (1.140)$$

Le périmètre mouillé P_c qui est donné tel que :

$$P_c = 2y_c \sqrt{1 + Z^2} \quad (1.141)$$

La largeur du plan d'eau B_c de la section triangulaire qui correspond à l'expression suivante :

$$B_c = 2Zy_c \quad (1.142)$$

En remplaçant les relations (1.140) et (1.142) définissant respectivement l'aire la section mouillée A_c et la largeur du plan d'eau B_c , dans la relation (1.105) du nombre de *Froude* à l'état critique, on obtient :

$$F_{r,c}^2 = \frac{Q^2}{g(Zy_c^2)^3} \times 2Zy_c = 1$$

Ou bien :

$$F_{r,c}^2 = \frac{2Q^2}{gZ^2 y_c^5} = 1 \quad (1.143)$$

La profondeur critique y_c dans un canal triangulaire s'écrit par suite :

$$y_c = \left(\frac{\sqrt{2/g} Q}{Z} \right)^{2/5} \quad (1.144)$$

La relation (1.144) permet le calcul explicite de la profondeur critique y_c .

III.4. Canal ouvert de forme trapézoïdale

La figure 1.21 montre un canal ouvert de forme trapézoïdale de fond horizontal b dont lequel s'évoque un écoulement à l'état critique qui se caractérise par la profondeur critique y_c et la largeur superficielle B_c . La pente des parois du canal est égale à $1/Z$. On suggère à titre indicatif le paramètre de forme à l'état critique $\eta_c = y_c / b$.

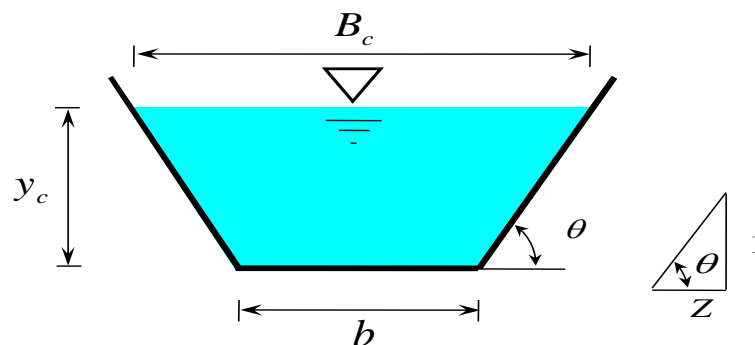


Figure 1.21 : Schéma de définition du profil liquide trapézoïdal.

En termes de caractéristiques géométriques de la forme trapézoïdale, on peut mentionner :

L'aire de la surface mouillée A_c qui s'exprime comme suit :

$$A_c = b y_c + Z y_c^2 \quad (1.145)$$

Ou bien, en tenant compte que $\eta_c = y_c / b$:

$$A_c = b^2 \eta_c (1 + Z \eta_c) \quad (1.146)$$

Le périmètre mouillé P_c qui est donné par la relation suivante :

$$P_c = b + 2 y_c \sqrt{1 + Z^2}$$

Ou bien, en tenant compte que $\eta_c = y_c / b$:

$$P_c = b \left(1 + 2 \eta_c \sqrt{1 + Z^2} \right) \quad (1.147)$$

La largeur superficielle B_c qui peut être déterminée comme suit :

$$B_c = b + 2 Z y_c \quad (1.148)$$

Ou bien, en fonction du paramètre de forme $\eta_c = y_c / b$:

$$B_c = b (1 + 2 Z \eta_c) \quad (1.149)$$

En remplaçant les relations (1.145) et (1.148) définissant respectivement l'aire la section mouillée A_c et la largeur du plan d'eau B_c , dans la relation (1.105) du nombre de *Froude* à l'état critique, on obtient :

$$F_{r,c}^2 = \frac{Q^2}{g} \times \frac{(b + 2 Z y_c)}{(b y_c + Z y_c^2)^3} = 1 \quad (1.150)$$

La relation (1.150) est implicite en y_c , pour cela *Swamee* (1993) a proposé une formule explicite pour déterminer de la profondeur critique dans un canal de forme trapézoïdale, soit :

$$y_c = \left[\left(\frac{g b^2}{Q^2} \right)^{0,7} + \left(\frac{g Z^2}{2 Q^2} \right)^{0,42} \right]^{-0,476} \quad (1.151)$$

Cette dernière formule occasionne une erreur relative maximale égale à 2 %.

En outre, *Vatankhah et Easa* (2011) ont proposé une relation explicite pour estimer la profondeur relative critique $M_c = (Z y_c) / b = Z \eta_c$ et par conséquent la profondeur critique y_c dans un canal ouvert de forme trapézoïdale, soit :

$$M_c = Q^{*1/3} (1 + 1,1524 Q^{*0,347})^{-0,339} \quad (1.152)$$

Le débit adimensionnel Q^* est défini par la relation suivante :

$$Q^* = \frac{Z^3 Q^2}{g b^5} \quad (1.153)$$

Notons que la relation (1.152) est applicable pour la plage pratique : $0 \leq M_c \leq 3$ et occasionne une erreur relative maximale inférieure à 0,06 %. Par ailleurs, cette relation donne la profondeur relative critique M_c pour les faibles pentes (pentes $< 1/100$). Dans le cas des pentes $\geq 1/100$, le débit adimensionnel Q^* est obtenu en divisant la relation (1.153) par le terme : $\sqrt{1-i^2}$.

IV. Conclusion

Le présent chapitre s'est consacré à la présentation de l'écoulement critique qui représente l'état d'équilibre entre les forces d'inertie et les force de gravité où le nombre de *Froude* est égal à l'unité. En pratique connaissance des caractéristiques du régime critique est fortement intéressante lorsqu'on étudie le régime graduellement varié où il permet de fixer le type de la courbe de remous et par conséquent la section de contrôle considérée comme la section de départ pour le calcul du régime varié.

Par ailleurs, le concept de l'énergie spécifique a été détaillé en montrant que le régime critique apparaît lorsque le débit est maximal pour une valeur donnée de l'énergie spécifique. En plus, l'étude montre également que le régime critique se manifeste lorsque l'énergie spécifique est minimale pour une valeur donnée du débit.

Le chapitre a été terminé par la présentation de quelques travaux de recherche destinés au calcul de la profondeur critique dans certaines sections tels que :

- i. Conduite circulaire partiellement remplie :
 - a. Approche de *Vatankhah et Easa* (2011).
 - b. Approches de *Elhakeem et Sattar* (2017).
- ii. Canal rectangulaire : Formule générale.
- iii. Canal triangulaire : Formule générale.
- iv. Canal trapézoïdal :
 - a. Approche de *Swamee* (1993).
 - b. Approche de *Vatankhah et Easa* (2011).

**CONCLUSION DE LA PREMIERE
PARTIE**

Conclusion de la première partie

Cette partie a couvert deux chapitres principaux. Le premier chapitre s'est concentré sur l'écoulement uniforme en définissant ses caractéristiques, les conditions de son développement et les formules utilisées pour le calculer, telles que celles de *Chézy*, *Manning – Strickler*, *Darcy–Weisbach*, *Colebrook–White*, et *Achour et Bedjaoui* (2006). Les paramètres influençant ce type d'écoulement, comme le débit, les dimensions du conduit, la pente, la rugosité des parois et la viscosité du liquide, ont été exposés en détail. Ce chapitre s'est intéressé également à la présentation de diverses méthodes pour le calcul de la profondeur normale dans différents types de conduites et canaux, incluant les conduites circulaires partiellement remplies, les canaux rectangulaires, triangulaires et trapézoïdaux, ainsi que les canaux à fond horizontal avec parois brisées et les canaux polygonaux semi-réguliers. La méthode du modèle rugueux de référence (MMR) a été grossièrement présentée afin de l'utiliser lors de la détermination de la profondeur normale de l'écoulement dans la deuxième partie. On a exploré à travers le deuxième chapitre de notre recherche bibliographique l'écoulement critique ainsi que le concept d'énergie spécifique et son évolution. De plus, on a présenté quelques méthodes de calcul de la profondeur critique pour différents profils liquides de canaux notamment : le profil circulaire d'une conduite partiellement remplie ainsi que les sections des canaux de forme rectangulaire, triangulaire et trapézoïdale.

Deuxième partie

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DE
L'ECOULEMENT UNIFORME**

**INTRODUCTION A LA DEUXIEME
PARTIE**

Introduction à la deuxième partie

L'écoulement uniforme dans les canaux ouverts est un concept central en hydraulique nécessitant, dans plusieurs cas, une étude approfondie afin de développer les expressions des profondeurs normale et critique jouant un rôle primordial dans la conception et l'analyse des canaux ainsi que dans l'identification de la nature de l'écoulement. Dans ce contexte, cette partie d'étude sera divisée en cinq chapitres pour explorer les expressions de la profondeur normale et de la profondeur critique dans deux configurations de canaux distinctes, offrant des alternatives au profil liquide semi-circulaire, tels que les canaux en forme de polygone semi-régulier et ceux à fond horizontal avec parois brisées en N -segments linéaires identiques (PNSL). En commençant par le premier chapitre, qui se concentra sur le développement des expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques des différentes formes du canal polygonal semi-régulier telles que : la forme semi-carrée, semi-hexagonale, semi-octogonale et semi-décagonale. La forme semi-circulaire considérée comme la forme de référence sera également étudiée. Les expressions qui seront établies visent à caractériser précisément l'aire de la section mouillée, le périmètre mouillé, la largeur superficielle ainsi que le rayon et le diamètre hydrauliques. Toutes ces caractéristiques sont principales pour la détermination des profondeurs normale et critique de l'écoulement. Le deuxième chapitre, d'une importance capitale pour notre étude, se concentra sur l'écoulement uniforme, notamment sur la profondeur normale dans un canal en forme de polygone semi-régulier. De ce fait, deux méthodes seront suggérées pour déterminer la profondeur normale de l'écoulement : la première sera basée sur la formule de *Darcy-Weisbach*, tandis que la deuxième se basera sur la formule de *Manning*. Il est à noter que l'application de ces deux formules sera associée à la méthode du modèle rugueux de référence, dite méthode MMR. Une étude comparative approfondie des différentes caractéristiques des canaux de cette forme (Polygone semi-carré, semi-hexagone, semi-octogone et semi-décagone) sera menée pour évaluer leur pertinence dans divers contextes pratiques. On envisagera à travers le troisième chapitre de développer des formules généralisées pour décrire les caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal à fond horizontal avec parois brisées en N -segments linéaires identiques pour des nombres de segments N variant de 1 à 10. Les relations qui seront obtenues doivent permettre de déterminer ces caractéristiques en fonction du nombre de segments et de la profondeur de l'écoulement. De plus, le quatrième chapitre abordera l'étude de l'écoulement uniforme dans le même type du canal qui sera étudié dans le troisième chapitre en se concentrant sur la formulation de la relation de la profondeur normale. Deux cas seront étudiés pour répondre au problème : le premier cas correspond à la recherche d'une solution lorsque le paramètre de forme est imposé (connu), tandis que le deuxième cas est celui

correspondant à résoudre le problème lorsque la largeur du fond du canal est connue. Les deux cas de figure seront analysés en appliquant la méthode du modèle rugueux de référence, dite méthode MMR. Une étude comparative sera menée pour ressortir l'avantage du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal par rapport au canal avec fond horizontal et à parois circulaires d'une part et d'autre part, afin de connaître le nombre de segments optimal. Enfin, le cinquième chapitre sera consacré à l'étude du régime critique dans les canaux semi-circulaires, les polygones semi-réguliers et les canaux PNSL. L'objectif principal sera d'établir des modèles théoriques visant à déterminer la profondeur critique à partir de la formule du nombre de *Froude*.

Des organigrammes détaillés et des exemples d'applications seront présentés pour chaque catégorie de canal étudiée, offrant ainsi une méthodologie claire pour le calcul et la validation des différentes procédures qui seront proposées dans le deuxième, le quatrième et le cinquième chapitre.

Les cinq chapitres s'articuleront autour d'une analyse détaillée et méthodique des différents types de canaux en fournissant des approches pratiques pour déterminer les profondeurs normale et critique dans deux formes de canaux offrant des alternatives au profil liquide semi-circulaire.

Les comparaisons approfondies et les modèles théoriques qui seront présentées visent à améliorer la précision et l'efficacité des conceptions de canaux en contribuant à une meilleure gestion des écoulements et à une optimisation des infrastructures hydrauliques.

CHAPITRE I

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL SEMI- CIRCULAIRE ET D'UN CANAL EN FORME DE POLYGONE SEMI-REGULIER

Chapitre I

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL SEMI-CIRCULAIRE ET D'UN CANAL EN FORME DE POLYGONE SEMI-REGULIER

I. Introduction

L'objectif du présent chapitre est de développer les expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques dans les différents canaux étudiés dans cette thèse dont on rappelle les formes tels que : la forme semi-circulaire, semi-carrée, semi-hexagonale, semi-octogonale et semi-décagonale. Mis à part la forme semi-circulaire, toutes les autres formes citées dans la phrase précédente sont affiliées à la famille des polygones semi-réguliers résultant deux types de canaux pour chaque polygone selon la disposition du canal (Figures 2.2 à 2.5). Les caractéristiques géométriques et hydrauliques recherchées sont : l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P , le rayon hydraulique R_h et le diamètre hydraulique D_h .

La caractérisation des différents profils d'écoulement étudiés a pour objet de déterminer les profondeurs normale et critique de l'écoulement faisant l'objectif de la présente thèse. Pour cela toutes les relations qui seront établies doivent être exprimées en fonction de la profondeur de l'écoulement.

II. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-circulaire

Le canal semi-circulaire (SC) considéré (Figure 2.1) est caractérisé par la profondeur de l'écoulement y , la largeur superficielle B correspondant au diamètre du canal D et le rapport d'aspect appelé aussi paramètre de forme $\eta = y/D$. Le canal écoule le débit volume Q , d'un liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente longitudinale i qui correspond à la pente géométrique de l'ouvrage. L'état de la paroi interne du canal considéré est caractérisé par la rugosité absolue ε .

Le rapport d'aspect ou paramètre de forme η du canal semi-circulaire s'écrit, figure 2.1 :

$$\eta = \frac{y}{D} = \frac{y}{2y} = \frac{1}{2} \tag{2.1}$$

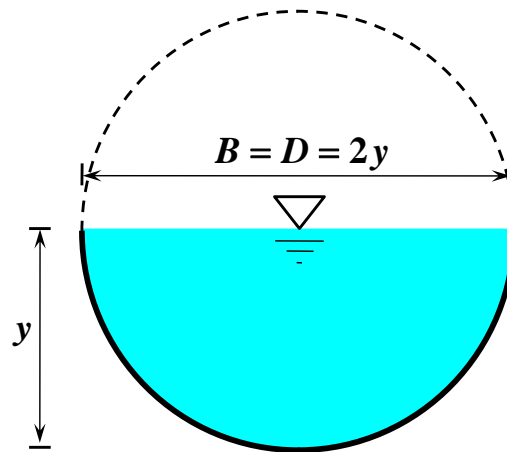


Figure 2.1: Schéma de définition du canal semi-circulaire.

Selon la figure 2.1, il est aisé de montrer que la largeur superficielle B s'écrit :

$$B = D = 2y \quad (2.2)$$

L'aire de la section mouillée A est celle d'un demi-cercle, soit :

$$A = \frac{\pi D^2}{8} \quad (2.3)$$

Tenant compte du fait que : $D = 2y$, la relation (2.3), devient :

$$A = \frac{\pi}{2} y^2 \quad (2.4)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = \frac{\pi D}{2} \quad (2.5)$$

Tenant compte que : $D = 2y$, la relation (2.5) devient :

$$P = \pi y \quad (2.6)$$

En combinant les relations (2.4) et (2.6), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit donc :

$$R_h = \frac{\frac{\pi}{2} y^2}{\pi y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2} y \quad (2.7)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P = 4R_h$ est par suite:

$$D_h = 4 \times \frac{1}{2} y$$

Soit :

$$D_h = 2y = D \quad (2.8)$$

III. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré

La forme semi-carrée appartient à un polygone régulier comportant quatre côtés identiques et quatre angles intérieurs également identiques de 90° (Figure 2.2). Cette forme présente deux cas selon l'assise du canal, si le polygone régulier s'assoit sur un de ses quatre côtés (Figure 2.2.a), alors le canal semi-carré est de forme rectangulaire et dit de type I (PSC-I), et si le polygone s'assoit sur l'un de ses quatre sommets (Figure 2.2.b), alors le canal semi-carré est de forme triangulaire et dit de type II (PSC-II). Le canal PSC-I (Figure 2.2.a) est caractérisé par la profondeur de l'écoulement y , par sa largeur b et par le rapport d'aspect appelé aussi paramètre de forme $\eta = y/b$, et le canal PSC-II (Figure 2.2.b) est caractérisé par la profondeur de l'écoulement y et par le fruit Z qui présente la cotangente de l'angle d'inclinaison θ des parois latérales du canal par rapport à l'horizontale (Figure 2.2.b). Les canaux PSC (type I et type II) écoulent le même débit volume Q , d'un même liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente i qui correspond à la pente géométrique de l'ouvrage. L'état de la paroi interne des canaux considérés est caractérisé par la rugosité absolue ε .

III.1. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré de type I

Il est aisé de montrer que la largeur superficielle B s'écrit (Figure 2.2.a) :

$$B = b = 2y \quad (2.9)$$

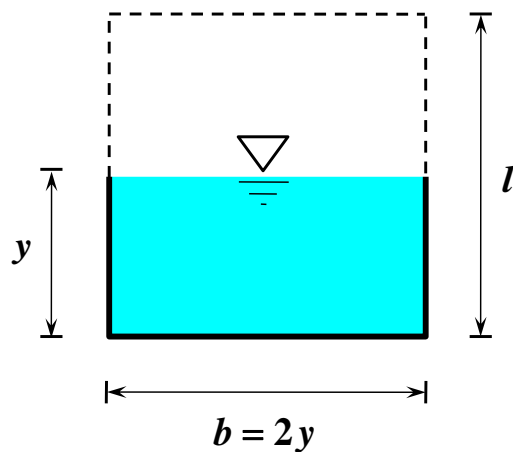
Le rapport d'aspect ou paramètre de forme η du canal rectangulaire est comme suit :

$$\eta = \frac{y}{b} = \frac{y}{2y} = \frac{1}{2} \quad (2.10)$$

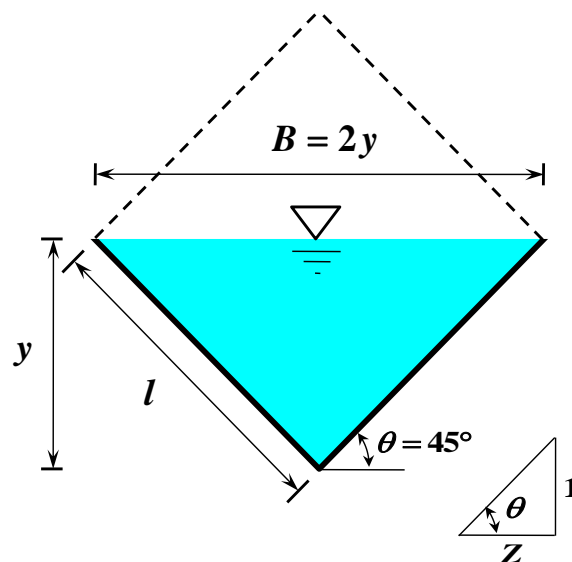
L'aire de la section mouillée A est celle d'un rectangle, soit :

$$A = by \quad (2.11)$$

Tenant compte du fait que : $b = 2y$ (Figure 2.2.a), la relation (2.11), devient :



a) Type I (Rectangulaire)



b) Type II (Triangulaire)

Figure 2.2 : Canal semi-carré.

$$A = 2y^2 \quad (2.12)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = b + 2y \quad (2.13)$$

Tenant compte que : $b = 2y$ (Figure 2.2.a), la relation (2.13), prend la forme suivante :

$$P = 4y \quad (2.14)$$

En combinant les relations (2.12) et (2.14), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit donc :

$$R_h = \frac{2y^2}{4y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2} y \quad (2.15)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ est par suite :

$$D_h = 4 \frac{2y^2}{4y}$$

Soit :

$$D_h = 2y \quad (2.16)$$

III.2. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-carré de type II

La figure 2.2.b permet de déduire aisément toutes les caractéristiques géométrique et hydraulique du canal semi-carré de type II.

En effet, la largeur superficielle B s'écrit :

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{y}{B/2} = 1$$

D'où :

$$B = 2y \quad (2.17)$$

Le fruit Z est :

$$Z = \operatorname{tg}^{-1}(\theta) = 1 \quad (2.18)$$

Avec :

$$\theta = 45^\circ$$

L'aire de la section mouillée A est celle d'un triangle, soit :

$$A = \frac{B \times y}{2} \quad (2.19)$$

Ou en vertu de la relation (2.17) :

$$A = \frac{2y \times y}{2}$$

Soit alors :

$$A = y^2 \quad (2.20)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 2l \quad (2.21)$$

Tenant compte que : $l = \sqrt{y^2 + y^2} = \sqrt{2}y$, la relation (2.21), devient :

$$P = 2\sqrt{2}y \quad (2.22)$$

En combinant les relations (2.20) et (2.22), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit alors :

$$R_h = \frac{y^2}{2\sqrt{2}y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2\sqrt{2}}y \quad (2.23)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ est par suite :

$$D_h = 4 \frac{y^2}{2\sqrt{2}y}$$

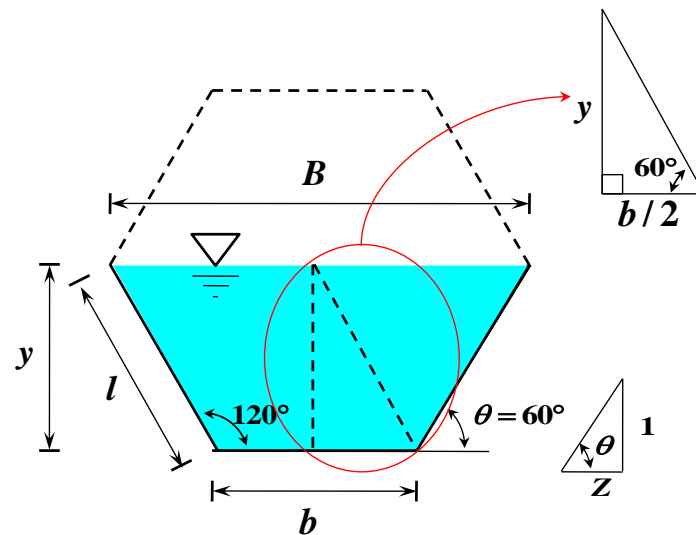
Soit :

$$D_h = \sqrt{2}y \quad (2.24)$$

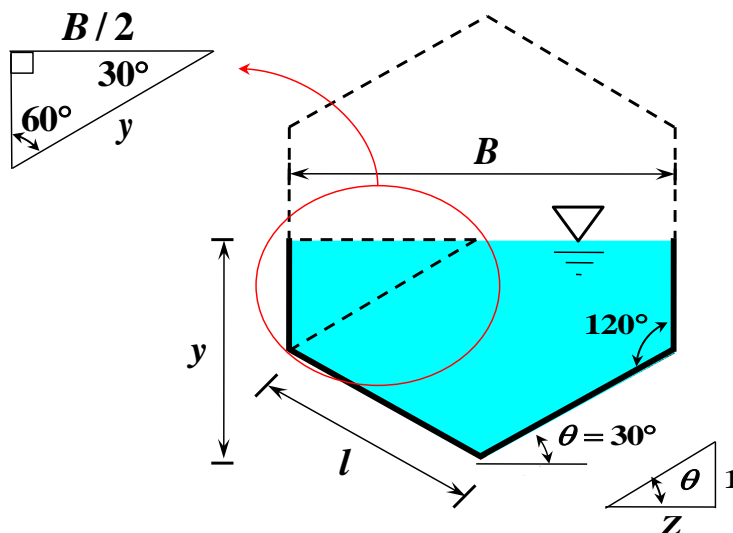
IV. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal

La forme hexagonale régulière est un polygone régulier à six sommets et six côtés identiques où tous les angles intérieurs sont les mêmes et vaux 120° (Figure 2.3). Selon la disposition de l'hexagone on note deux types de canaux, le canal semi-hexagonal de type I dit PSH-I à fond plat de forme trapézoïdale (figure 2.3.a) et le canal semi-hexagonal de type II dit PSH-II à fond vif de forme triangulaire-pleine (figure 2.3.b). Les deux canaux, sont caractérisés par la profondeur de l'écoulement y , par la largeur superficielle B et par le fruit Z qui présente la cotangente de l'angle d'inclinaison θ des parois latérales du canal par rapport à l'horizontal (Figure 2.3). Le canal trapézoïdal PSH-II est caractérisé également par le rapport d'aspect appelé aussi paramètre de forme $\eta = y/b$.

Les deux canaux PSH-I et PSH-II écoulent un débit volume Q , d'un liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente i qui correspond à la pente géométrique de l'ouvrage. L'état de la paroi interne des canaux considérés est caractérisé par la rugosité absolue ε .



a) Type I (Trapézoïdal)



b) Type II (Triangle-plein)

Figure 2.3 : Canal semi-hexagonal.

IV.1. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal de type I

La figure 2.3.a permet de déduire les caractéristiques du canal semi-hexagonal PSH-I. En effet, la largeur du fond b s'exprime :

$$\tan \theta = \frac{y}{b/2}$$

Ou bien :

$$b = \frac{2}{\tan \theta} y$$

En tenant compte que $\theta = 60^\circ$, cette dernière relation s'écrit :

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}} y \quad (2.25)$$

Le rapport d'aspect ou paramètre de forme $\eta = y/b$ s'écrit alors :

$$\eta = \frac{y}{b} = \frac{y}{\frac{2}{\sqrt{3}} y} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2.26)$$

Le fruit Z est :

$$Z = \text{ctg}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.27)$$

Avec $\theta = 60^\circ$ selon la figure 2.3.a.

La largeur superficielle B s'écrit :

$$B = b + 2Z y$$

Cette dernière relation s'écrit en vertu des relations (2.25) et (2.27) :

$$B = \frac{2}{\sqrt{3}} y + 2 \frac{1}{\sqrt{3}} y$$

Ou bien :

$$B = \frac{4}{\sqrt{3}} y \quad (2.28)$$

L'aire de la section mouillée A peut s'écrire :

$$A = 3 \left(\frac{yb}{2} \right) \quad (2.29)$$

En remplaçant la relation (2.25) dans la relation (2.29), on obtient :

$$A = \sqrt{3} y^2 \quad (2.30)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit, tout simplement :

$$P = 3b \quad (2.31)$$

Ou bien, en vertu de la relation (2.25) :

$$P = 2\sqrt{3} y \quad (2.32)$$

En combinant les relations (2.30) et (2.32), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit donc :

$$R_h = \frac{\sqrt{3} y^2}{2\sqrt{3} y}$$

Soit :

$$R_h = \frac{1}{2} y \quad (2.33)$$

En tenant compte des relations (2.30) et (2.3.2), le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ s'écrit :

$$D_h = 4 \frac{\sqrt{3} y^2}{2\sqrt{3} y}$$

Soit :

$$D_h = 2y \quad (2.34)$$

IV.2. Expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-hexagonal de type II

Selon la figure 2.3.b, les caractéristiques géométriques et hydrauliques de ce type ne sont pas forcément les mêmes que celles de type I développées dans le paragraphe précédent à cause de la disposition du canal. De ce fait, la largeur superficielle B s'écrit :

$$\cos \theta = \frac{B/2}{y} \Rightarrow B = 2y \cos \theta$$

Selon la figure 2.3.b, l'angle θ est égal à 30° , de ce fait :

$$B = 2y \cos \theta = 2y \cos 30^\circ = 2y \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ou bien :

$$B = \sqrt{3}y \quad (2.35)$$

Le fruit Z est selon la figure 2.3.b :

$$Z = \text{ctg}(\theta) = \text{ctg}(30^\circ) = \sqrt{3} \quad (2.36)$$

L'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = 3 \left[\frac{(B/2)l}{2} \right] \quad (2.37)$$

On remarque d'après la figure 2.3.b que $l = y$. Tenant compte de cette dernière considération et en se référant à la relation (2.35), la relation (2.37) devient :

$$A = 3 \left[\frac{(\sqrt{3}y/2)y}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{4} y^2 \quad (2.38)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 3l \quad (2.39)$$

Où : $l = y$, la relation (2.39) devient :

$$P = 3y \quad (2.40)$$

En combinant les relations (2.38) et (2.40), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit alors :

$$R_h = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{4} y^2}{3y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{\sqrt{3}}{4} y \quad (2.41)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ est par suite, en se basant sur la relation (2.41) :

$$D_h = 4 \frac{\sqrt{3}}{4} y$$

Soit :

$$D_h = \sqrt{3} y \quad (2.42)$$

V. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal

La forme octogonale régulière est un polygone régulier à huit côtés identiques et huit sommets de même angle interne égal à 135° (Figure 2.4). Selon la disposition de l'octogone, on dénote deux types de canaux, le canal semi-octogonal de type I à fond plat dit PSO-I de forme trapézoïdale pleine (figure 2.4.a) et le canal semi-octogonal de type II dit PSO-II avec fond vif de forme composée (triangle surmonté par un trapèze) (figure 2.4.b). Les deux canaux considérés dans ce paragraphe sont caractérisés par la profondeur de l'écoulement y , par la largeur superficielle B et par l'angle d'inclinaison des parois latérales du canal par rapport à l'horizontal qui est représenté par le fruit Z pour le canal PSO-I et Z_1 et Z_2 pour celui PSO-II.

Les deux canaux (PSO-I et PSO-II) écoulent le débit volume Q , d'un liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente i qui correspond à la pente géométrique de l'ouvrage. L'état de la paroi interne des deux canaux considérés est caractérisé par la rugosité absolue ε .

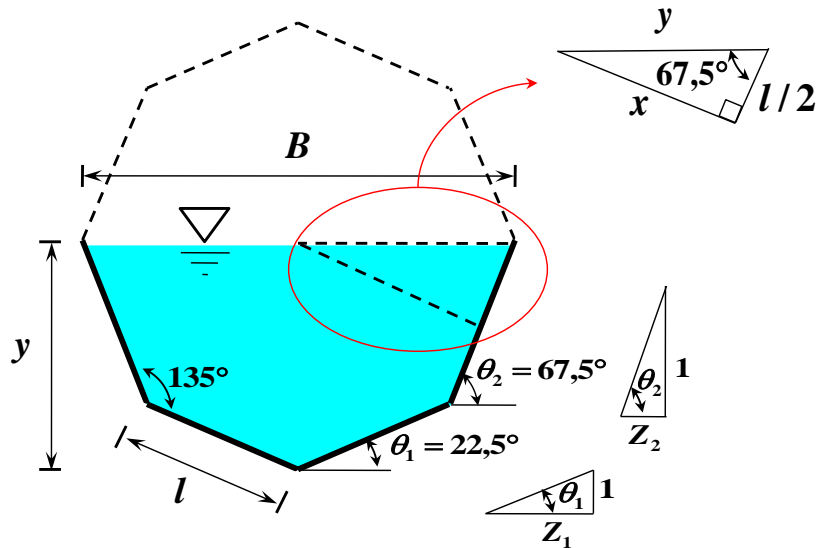
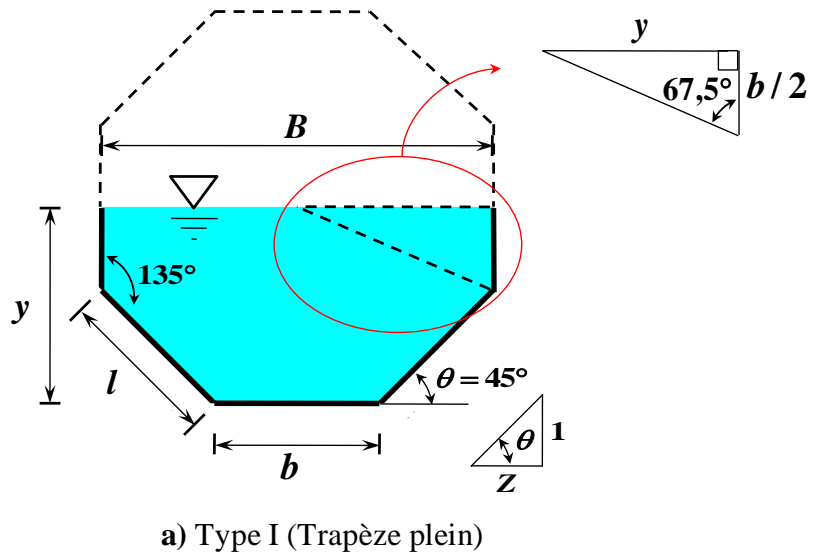


Figure 2.4 : Canal semi-octogonal.

V.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal de type I

La figure 2.4.a permet de déduire les expressions des différentes caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal octogonal de type I. En effet, il est aisé de remarquer que la largeur superficielle B s'écrit :

$$B = 2y \quad (2.43)$$

En outre, le détail de la figure 2.4.a permet d'écrire la relation trigonométrique suivante :

$$\tan 67,5^\circ = \frac{y}{b/2}$$

D'où la largeur b s'écrit :

$$b = 2 \frac{y}{\tan 67,5^\circ} \quad (2.44)$$

La tangente de l'angle $67,5^\circ$ peut s'écrire :

$$\tan 67,5^\circ = \tan\left(\frac{180^\circ - 45^\circ}{2}\right)$$

La relation ainsi obtenue est de type : $\tan\left(\frac{a-b}{2}\right)$

D'où

$$\tan\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)}{\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)} \quad (2.45)$$

Il est utile de rappeler les transformations trigonométriques suivantes :

$$\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{\sin a - \sin b}{2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)}$$

Et :

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{\cos a + \cos b}{2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)}$$

Tenant compte de ces deux dernières relations, la relation (2.45) devient :

$$\tan\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{\frac{\sin a - \sin b}{2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)}}{\frac{\cos a + \cos b}{2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)}}$$

Ou bien plus simplement :

$$\tan\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{\sin a - \sin b}{\cos a + \cos b}$$

D'où :

$$\tan 67,5^\circ = \tan\left(\frac{180^\circ - 45^\circ}{2}\right) = \frac{\sin 180^\circ - \sin 45^\circ}{\cos 180^\circ + \cos 45^\circ}$$

Avec : $a = 180^\circ$ et $b = 45^\circ$.

Soit alors :

$$\tan 67,5^\circ = \frac{\sin 180^\circ - \sin 45^\circ}{\cos 180^\circ + \cos 45^\circ} = \frac{0 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Après réarrangement on obtient :

$$\tan 67,5^\circ = 1 + \sqrt{2} \quad (2.46)$$

Tenant compte de cette dernière considération, la relation (2.44) s'écrit :

$$b = \frac{2}{1 + \sqrt{2}} y \quad (2.47)$$

Le fruit Z est calculé comme suit :

$$Z = \text{ctg}(\theta) = \text{ctg}(45^\circ) = 1 \quad (2.48)$$

Car $\theta = 45^\circ$ d'après la figure 2.4.a.

En revanche, l'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = 4 \left(\frac{yb}{2} \right) \quad (2.49)$$

En remplaçant la relation (2.47) dans la relation (2.49), on obtient :

$$A = 4 \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{1 + \sqrt{2}} y \times y \right)$$

Ou bien :

$$A = \frac{4}{1 + \sqrt{2}} y^2 \quad (2.50)$$

En outre, le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 4b \quad (2.51)$$

De même, la relation (2.47) permet d'écrire la relation (2.51) comme suit :

$$P = \frac{8}{1 + \sqrt{2}} y \quad (2.52)$$

En combinant les relations (2.50) et (2.52), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit alors :

$$R_h = \frac{\frac{4}{1 + \sqrt{2}} y^2}{\frac{8}{1 + \sqrt{2}} y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2} y \quad (2.53)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ est par suite :

$$D_h = 4 \frac{\frac{4}{1+\sqrt{2}} y^2}{\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} y}$$

Soit :

$$D_h = 2y \quad (2.54)$$

V.2. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal de type II

La figure 2.4.b permet de déduire les caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-octogonal de type II. De ce fait, largeur superficielle B s'écrit :

$$B = 2y \quad (2.55)$$

La longueur l servant à exprimer le périmètre mouillé s'écrit :

$$\cos 67,5^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \cos 67,5^\circ \quad (2.56)$$

On sait que, d'une part :

$$\cos 67,5^\circ = \cos \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \cos(90^\circ - 22,5^\circ)$$

Et d'autre part :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = \sin b$$

Avec : $b = 22,5^\circ$

Soit alors :

$$\cos(90^\circ - 22,5^\circ) = \sin 22,5^\circ$$

Ou bien :

$$\cos 67,5^\circ = \sin \frac{45^\circ}{2} \quad (2.57)$$

En outre, on peut se référer à la transformation trigonométrique suivante :

$$\sin \frac{c}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos c}{2}}$$

D'où :

$$\sin \frac{45}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 45}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

En vertu de cette dernière relation, la relation (2.57) devient :

$$\cos 67,5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

La longueur l exprimée par la relation (2.56) s'écrit alors :

$$l = 2 \times y \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

Ou bien :

$$l = \sqrt{2-\sqrt{2}} y \quad (2.58)$$

Les fruits Z_1 et Z_2 calculée par suite :

$$Z_1 = \operatorname{ctg}(\theta_1) = 1 + \sqrt{2} \text{ et } Z_2 = \operatorname{ctg}(\theta_2) = \sqrt{2} - 1 \quad (2.59)$$

Car selon la figure 2.4.b : $\theta_1 = 22,5^\circ$ et $\theta_2 = 67,5^\circ$.

L'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = 4 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \quad (2.60)$$

Selon la figure 2.4.b, la longueur x est exprimée par la relation suivante :

$$\tan 67,5^\circ = \frac{x}{l/2} \Rightarrow x = \frac{l}{2} \tan 67,5^\circ \quad (2.61)$$

En remplaçant la relation (2.61) dans la relation (2.60), on obtient :

$$A = 4 \left(\frac{1}{4} l^2 \tan 67,5^\circ \right) = l^2 \tan 67,5^\circ \quad (2.62)$$

En vertu des relations (2.46) et (2.58), la relation (2.62) devient :

$$A = \left(\sqrt{2-\sqrt{2}} y \right)^2 (1 + \sqrt{2})$$

Ou bien :

$$A = \sqrt{2} y^2 \quad (2.63)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 4l \quad (2.64)$$

La relation (2.58) mène à écrire la relation (2.64) sous la forme suivante :

$$P = 4\sqrt{2-\sqrt{2}} y \quad (2.65)$$

A partir des relations (2.63) et (2.65), nous pouvons déduire la relation du rayon hydraulique $R_h = A/P$, soit :

$$R_h = \frac{\sqrt{2}y^2}{4\sqrt{2-\sqrt{2}}y}$$

Ou bien :

$$R_h = [8(2-\sqrt{2})]^{-1/2} y \quad (2.66)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ est par suite :

$$D_h = 4 \frac{\sqrt{2}y^2}{4\sqrt{2-\sqrt{2}}y}$$

Ou bien :

$$D_h = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} y \quad (2.67)$$

VI. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal

La forme décagonale régulière représente un polygone régulier à dix côtés identiques et dix sommets de même angle intérieur égal à 144° (Figure 2.5). Selon la disposition du décagone, on dénote deux types de canaux, le canal semi-décagone de type I à fond plat dit PSD-I (Trapèze surmonté par un deuxième trapèze) (figure 2.5.a) et le canal semi-décagone de type II dit PSD-II avec fond vif de forme composée (Triangle surmonté par un trapèze plein) (figure 2.5.b). Les deux canaux considérés dans ce paragraphe sont caractérisés par la profondeur de l'écoulement y , par la largeur superficielle B et par l'angle d'inclinaison des parois latérales du canal par rapport à l'horizontal qui est représenté par le fruit Z pour le canal PSD-I et par Z_1 et Z_2 pour celui dénommé PSD-II.

Les deux canaux, PSD-I et PSD-II écoulent le débit volume Q , d'un liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente i qui correspond à la pente géométrique de l'ouvrage. L'état de la paroi interne des deux canaux considérés est caractérisé par la rugosité absolue ε .

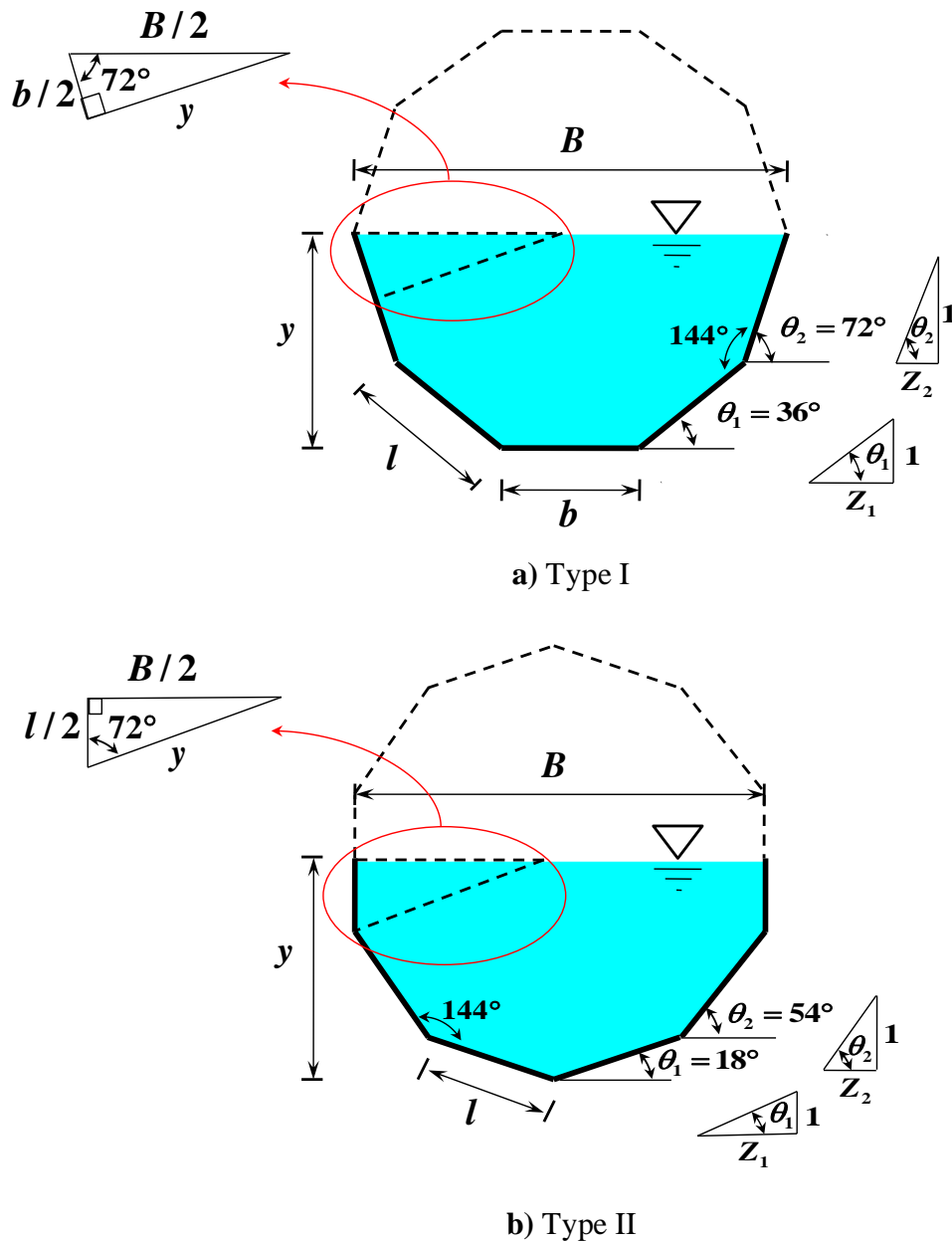


Figure 2.5 : Canal semi-décagonal.

VI.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal de type I

La figure 2.5.a doit être utilisée afin d'exprimer les différentes caractéristiques géométriques et hydrauliques de la forme étudiée dans ce paragraphe. En effet, le détail de la figure 2.5.a permet d'écrire la relation trigonométrique suivante :

$$\sin 72^\circ = \frac{y}{B/2}$$

D'où la largeur superficielle B s'écrit :

$$B = \frac{2}{\sin 72^\circ} y \quad (2.68)$$

Le détail de la figure 2.5.a permet de déduire également la largeur de fond du canal b , soit :

$$\tan 72^\circ = \frac{y}{b/2} \Rightarrow b = \frac{2}{\tan 72^\circ} y \quad (2.69)$$

Les fruits Z_1 et Z_2 peuvent être calculés aisément connaissant les valeurs des angles θ_1 et θ_2 respectivement, soit :

$$Z_1 = ctg(\theta_1) = \frac{373}{271} \text{ et } Z_2 = ctg(\theta_2) = \frac{103}{317} \quad (2.70)$$

Avec :

$\theta_1 = 36^\circ$ et $\theta_2 = 72^\circ$ selon la figure 2.5.a.

Par ailleurs, l'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = 5 \left(\frac{yb}{2} \right) \quad (2.71)$$

Cette dernière relation s'écrit en vertu de la relation (2.69) :

$$A = 5 \left(\frac{1}{2} \times \frac{2y}{\tan 72^\circ} \times y \right)$$

Ou bien :

$$A = \frac{5}{\tan 72^\circ} y^2 \quad (2.72)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 5b \quad (2.73)$$

En tenant compte de la relation (2.69), la relation (2.73) devient :

$$P = \frac{10}{\tan 72^\circ} y \quad (2.74)$$

A partir des relations (2.72) et (2.74), nous pouvons déduire l'expression du rayon hydraulique $R_h = A/P$, soit :

$$R_h = \frac{\frac{5}{\tan 72^\circ} y^2}{\frac{10}{\tan 72^\circ} y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2} y \quad (2.75)$$

De même, le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$ s'écrit :

$$D_h = 4 \frac{\frac{5}{\tan 72^\circ} y^2}{\frac{10}{\tan 72^\circ} y}$$

Soit :

$$D_h = 2y \quad (2.76)$$

VI.2. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du canal semi-décagonal de type II

Les caractéristiques géométriques et hydrauliques du présent type du canal peuvent être déduites en se référant à la figure 2.5.b. De ce fait, le détail de la figure 2.5.b permet d'écrire la relation trigonométrique suivante :

$$\sin 72^\circ = \frac{B/2}{y}$$

D'où la largeur superficielle B s'écrit :

$$B = 2 \sin 72^\circ y \quad (2.77)$$

A partir du même détail de la figure 2.5.b, la longueur l s'écrit :

$$\cos 72^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2 \cos 72^\circ y \quad (2.78)$$

Selon la figure 2.5.b, on remarque que les fruits Z_1 et Z_2 peuvent être calculés en fonction des angles $\theta_1 = 18^\circ$ et $\theta_2 = 54^\circ$ respectivement, soit :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = \frac{2179}{708} \text{ et } Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = \frac{271}{373} \quad (2.79)$$

En revanche, l'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = 5 \left[\frac{l \times (B/2)}{2} \right] = \frac{5}{4} \times l \times B \quad (2.80)$$

En remplaçant les relations (2.77) et (2.78) dans la relation (2.80), on obtient :

$$A = \frac{5}{4} \times 2 \cos 72^\circ y \times 2 \sin 72^\circ y$$

Ou bien :

$$A = 5 \times \frac{2}{2} \times \cos 72^\circ \sin 72^\circ y^2 \quad (2.81)$$

Sachant que : $2 \cos a \sin a = \sin(2a)$, avec $a = 72^\circ$, on obtient :

$$\sin(2 \times 72^\circ) = 2 \cos 72^\circ \sin 72^\circ = \sin 144^\circ \quad (2.82)$$

En remplaçant la relation (2.82) dans la relation (2.81), on obtient :

$$A = \frac{5}{2} \sin 144^\circ y^2 \quad (2.83)$$

Le périmètre mouillé P s'écrit :

$$P = 5l \quad (2.84)$$

Tenant compte de la relation (2.78), la relation (2.84) devient :

$$P = 10 \cos 72^\circ y \quad (2.85)$$

A partir des relations (2.83) et (2.85), le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'écrit :

$$R_h = \frac{\frac{5}{2} \sin 144^\circ y^2}{10 \cos 72^\circ y}$$

En remplaçant la relation (2.81) dans la relation précédente, on obtient :

$$R_h = \frac{\frac{5}{2} \times 2 \cos 72^\circ \sin 72^\circ \times y^2}{10 \cos 72^\circ y}$$

Ou bien :

$$R_h = \frac{1}{2} \sin 72^\circ y \quad (2.86)$$

La relation (2.86) ainsi obtenue permet d'exprimer le diamètre hydraulique $D_h = 4R_h$ comme suit :

$$D_h = 4R_h = 4 \times \frac{1}{2} \sin 72^\circ y$$

Ou bien :

$$D_h = 2 \sin 72^\circ y \quad (2.87)$$

VII. Récapitulation des résultats obtenus

La forme des relations (2.4), (2.12), (2.20), (2.30), (2.38), (2.50), (2.63), (2.72) et (2.83) de l'aire de la section mouillée A indique qu'il est possible de les généraliser dans une seule relation de type puissance en fonction de la profondeur de l'écoulement y , soit :

$$A = C_A y^2 \quad (2.88)$$

Les valeurs du coefficient C_A sont regroupées dans le tableau 2.1.

De même, la forme des relations (2.6), (2.14), (2.22), (2.32), (2.40), (2.52), (2.65), (2.74) et (2.85) exprimant le périmètre mouillé P montre qu'il est possible également de les représenter par une seule relation de type linéaire en fonction de la profondeur de l'écoulement y , soit :

$$P = C_p y \quad (2.89)$$

Les valeurs du coefficient C_P sont récapitulées dans le tableau 2.1.

En ce qui concerne le rayon hydraulique R_h , il est aisé de remarquer que les relations (2.7), (2.15), (2.23), (2.33), (2.41), (2.53), (2.66), (2.75) et (2.86) peuvent être simplifiées sous forme d'une relation linéaire unique en fonction de la profondeur de l'écoulement y , soit :

$$R_h = C_{R_h} y \quad (2.90)$$

Les valeurs du paramètre C_{R_h} sont également récapitulées dans le tableau 2.1.

En outre, les relations (2.8), (2.16), (2.24), (2.34), (2.42), (2.54), (2.67), (2.76) et (2.87) définissant le diamètre hydraulique D_h des différentes formes étudiées dans ce chapitre peuvent être simplifiées comme suit :

$$D_h = C_{D_h} y \quad (2.91)$$

Cette dernière relation, de type linéaire, exprime le diamètre hydraulique D_h en fonction de la profondeur de l'écoulement y . Les valeurs du coefficient C_{D_h} et sont représentées dans le tableau 2.1.

Enfin, pour toutes les formes étudiées à travers ce chapitre, on remarque que la largeur de la surface libre de l'écoulement varie linéairement avec la profondeur de l'écoulement y . De ce fait, les relations (2.2), (2.9), (2.17), (2.28), (2.35), (2.43), (2.55), (2.68) et (2.77) sont remplacées par la relation générale suivante :

$$B = C_B y \quad (2.92)$$

De même les valeurs du paramètre C_B varient en fonction de type du canal étudié et sont résumées dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Valeurs des coefficients C_A , C_P , C_{R_h} , C_{D_h} et C_B pour chaque forme du canal.

	C_A	C_P	C_{R_h}	C_{D_h}	C_B
Canal semi-circulaire	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{1}{2}$	2	2
Canal semi-carré					
Type I	2	4	$\frac{1}{2}$	2	2
Type II	1	$2\sqrt{2}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$	2
Canal semi-hexagone					
Type I	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{4}{\sqrt{3}}$
Type II	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	3	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
Canal semi-octogone					
Type I	$\frac{4}{1+\sqrt{2}}$	$\frac{8}{1+\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	2	2
Type II	$\sqrt{2}$	$4\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$[8(2-\sqrt{2})]^{-1/2}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$	2
Canal semi-décagone					
Type I	$\frac{5}{\tan 72^\circ}$	$\frac{10}{\tan 72^\circ}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{\sin 72^\circ}$
Type II	$\frac{5}{2} \sin 144^\circ$	$10 \cos 72^\circ$	$\frac{1}{2} \sin 72^\circ$	$2 \sin 72^\circ$	$2 \sin 72^\circ$

Notons qu'il est important de signaler que les formules obtenues des caractéristiques géométriques et hydrauliques des profils liquides étudiés peuvent être utilisées pour l'étude de l'écoulement normal et l'écoulement critique. Pour cela, l'indice "n" est ajouté au symbole "y" pour l'écoulement normal et l'indice "c" est ajouté au symbole "y" pour indiquer l'écoulement critique.

Exemple : L'aire de la section mouillée du canal semi-circulaire est régit par la relation (2.4), soit :

$$A = \frac{\pi}{2} y^2 \quad (2.4)$$

Dans ce cas, lorsque l'écoulement normal est étudié, la relation (2.4) s'écrit :

$$A = \frac{\pi}{2} y_n^2$$

Et lorsque l'écoulement critique est étudié, la relation (2.4) devient :

$$A_c = \frac{\pi}{2} y_c^2$$

VIII. Conclusion

Ce chapitre a été consacré principalement au développement des différentes expressions des caractéristiques géométriques et hydrauliques de tous les profils liquides étudiés. Les résultats obtenus ont montré qu'il est possible d'exprimer l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P , le rayon hydraulique R_h et le diamètre hydraulique D_h en fonction de la profondeur de l'écoulement. Cette technique d'écrire les relations est fortement intéressante lorsqu'on a besoin de trouver les formules de la profondeur normale de l'écoulement et de la profondeur critique constituant l'objectif de notre thèse.

Le chapitre suivant s'intéresse à développer une méthode récente permettant le calcul aisé de la profondeur normale de l'écoulement dans les canaux choisis en se basant sur la méthode MMR. Un résultat très intéressant sera exposé et discuté concernant la notion de résistance de l'écoulement.

CHAPITRE II

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX EN FORME DE POLYGONE SEMI-REGULIER

CHAPITRE II

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX EN FORME DE POLYGONE SEMI-REGULIER

I. Introduction

Ce chapitre ayant une importance majeure pour notre thèse et vise à étudier l'écoulement uniforme et plus particulièrement la profondeur normale de l'écoulement dans quelques canaux sous forme de semi-polygone régulier telle que la forme : semi-carrée, semi-hexagonale, semi-octogonale et semi-décagonale. Le canal semi-circulaire sera considéré comme étant un canal de référence. Pour pouvoir atteindre notre objectif principal, deux méthodes seront suggérées dont la première méthode sera basée sur la formule de *Darcy-Weisbach* tandis que la deuxième méthode sera développée en se basant sur la formule de *Manning*. Il est à noter que l'application de ces deux formules sera associée avec la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR qui permet d'exprimer tous les paramètres hydrauliques d'une manière explicite et indépendante. Il est à signaler également que la formule de *Manning* sera appliquée avec prudence car sa forme classique, qui exclue la viscosité cinématique, limite son utilisation et ne couvre pas tout le domaine turbulent. En effet, une philosophie différente sera dédiée au coefficient de rugosité de *Manning* afin de le définir en tenant compte de tous les paramètres influençant son variation y compris la viscosité cinématique et qui va permettre de généraliser l'application de la formule de *Manning* à tout le domaine turbulent à savoir : domaine turbulent rugueux, lisse et de transition.

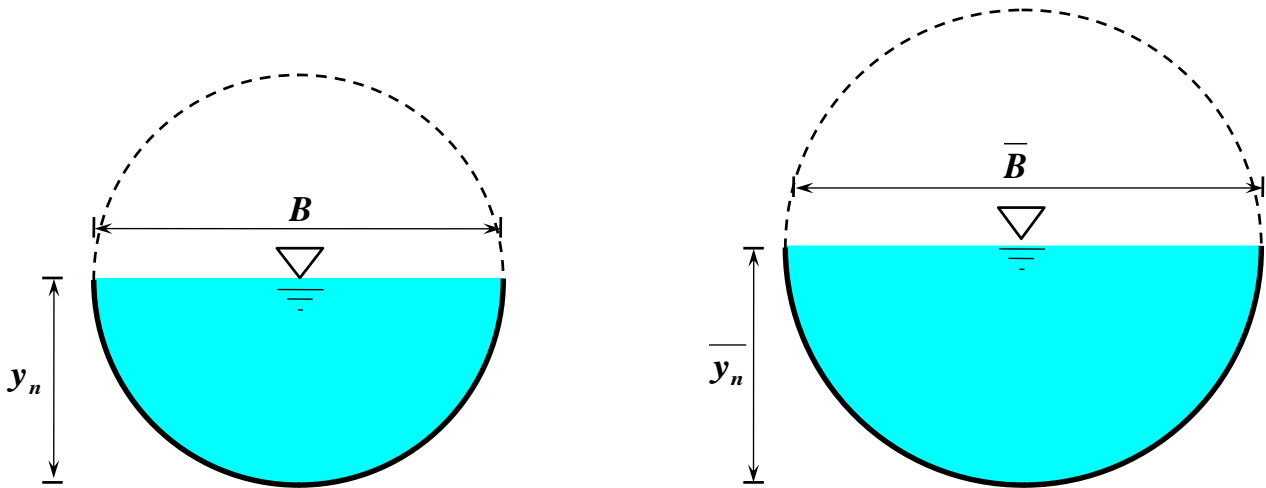
Un exemple d'application sera proposé afin de montrer la méthode de calcul et la validité des procédures d'étude qui seront développées.

En revanche, une étude comparative entre les principales caractéristiques des canaux étudiés sera effectuée afin de ressortir leurs différents avantages et de faire une analyse technique visant à choisir le type du canal qui répond au mieux aux circonstances imposées dans la pratique : Canal artificiel ou en terre, nature de l'eau : chargée ou pure, débit faible ou important et endroit disponible pour la construction du canal.

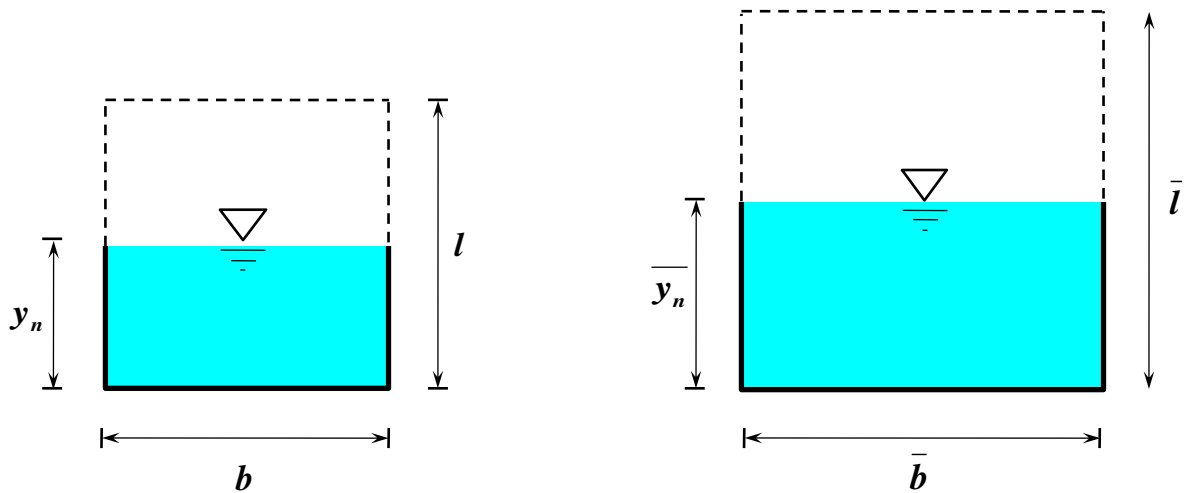
II. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence

Les modèles rugueux de référence des canaux étudiés sont représentés schématiquement sur la figure 2.6. Ils sont caractérisés par la profondeur normale de l'écoulement \bar{y}_n et la largeur superficielle \bar{B} . Rappelons

que les caractéristiques géométriques du modèle rugueux de référence sont supérieures à celles du canal considéré (Canal réel), telles que $\bar{y}_n > y_n$ et $\bar{B} > B$.

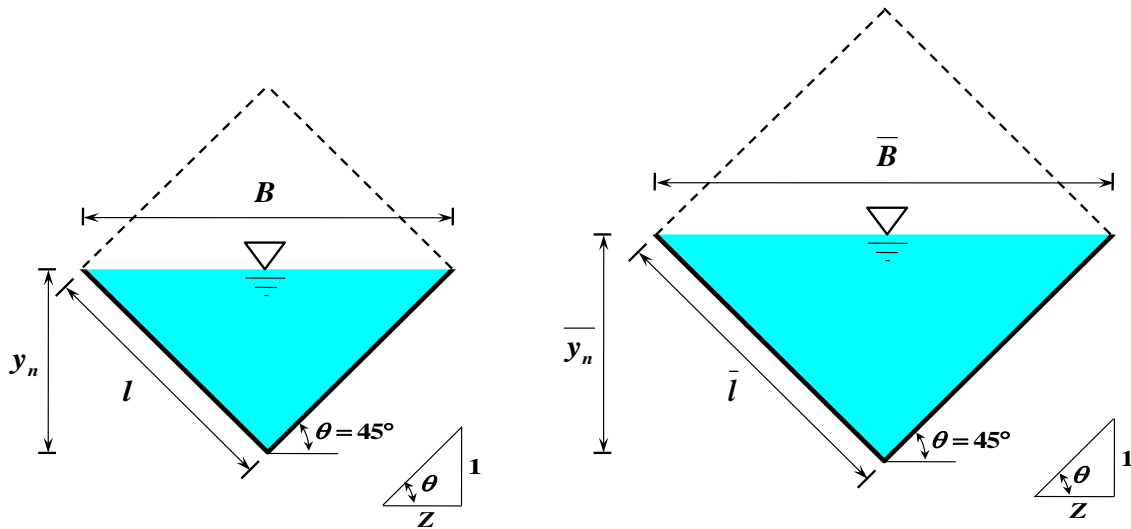


a. Canal semi-circulaire.

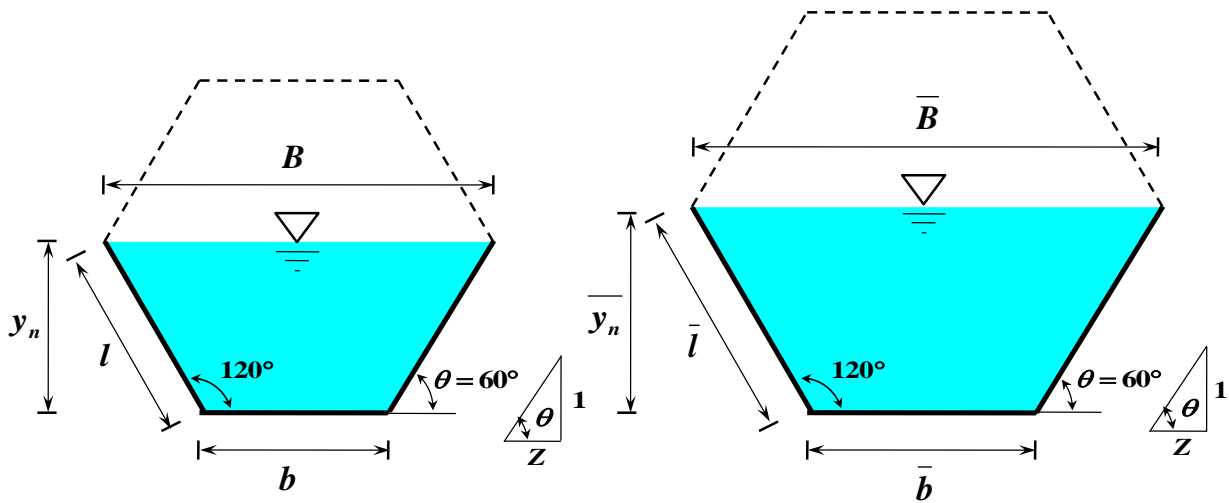


b. Canal semi-carré type I.

Figure 2.6 : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.

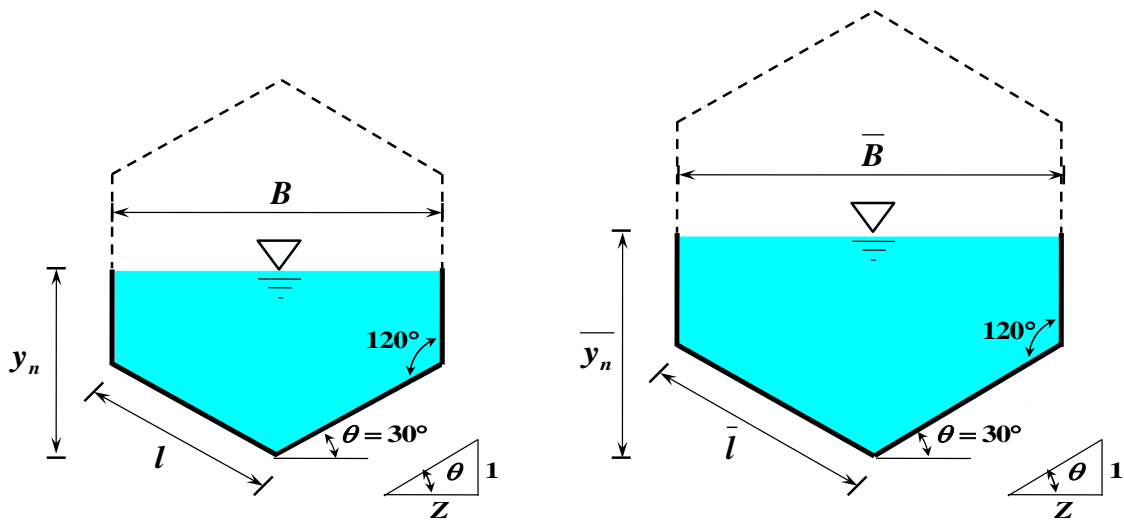


c. Canal semi-carré type II.

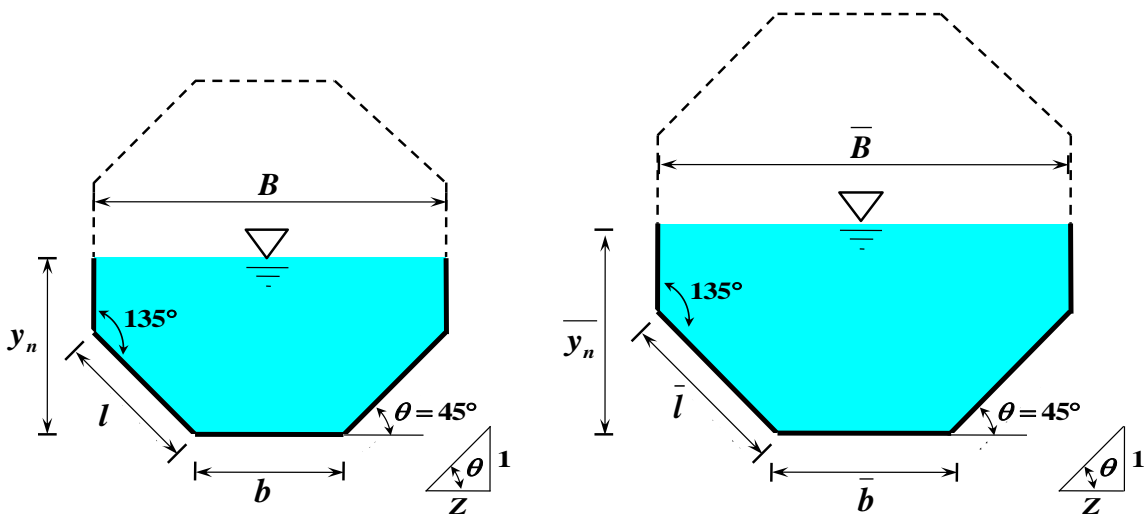


d. Canal semi-hexagonal type I.

Figure 2.6 (Suite) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.

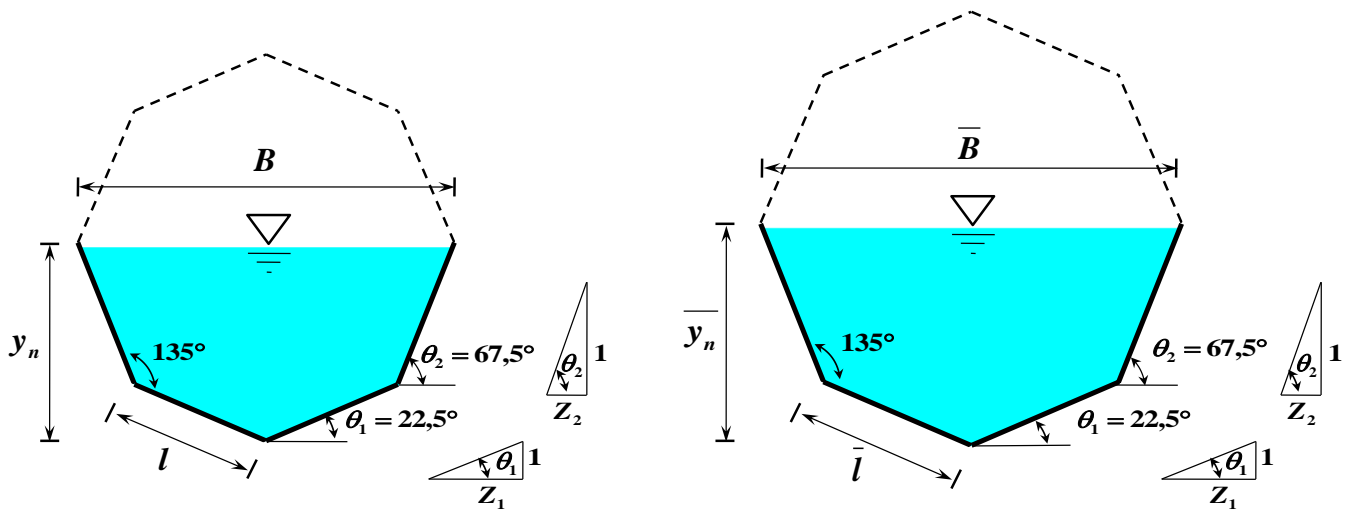


e. Canal semi-hexagonal type II.

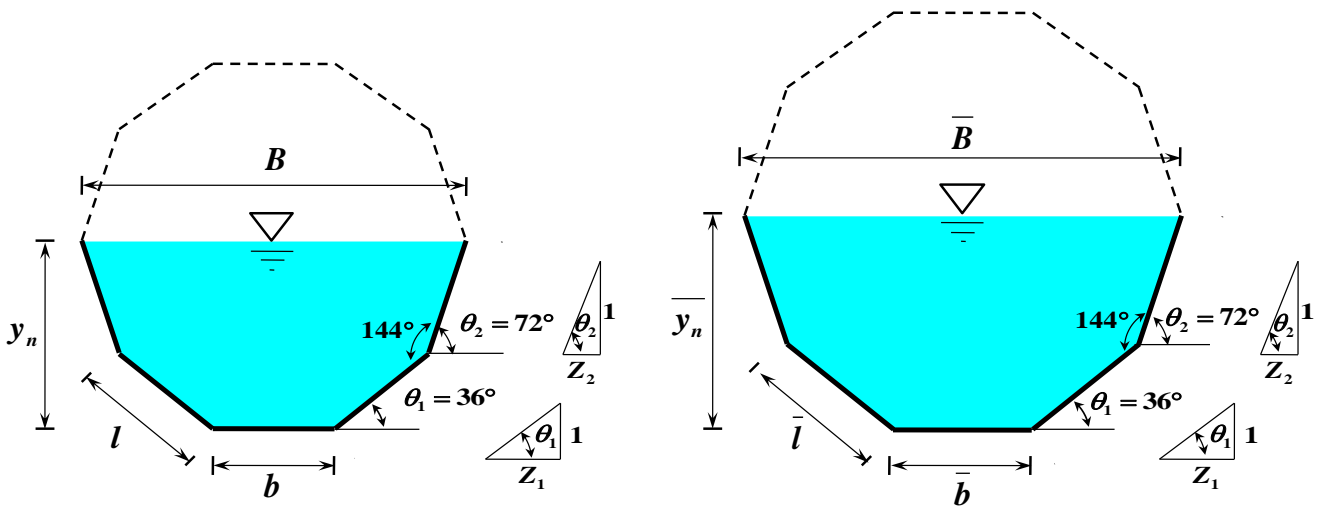


f. Canal semi-octogonal type I.

Figure 2.6 (Suite) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.

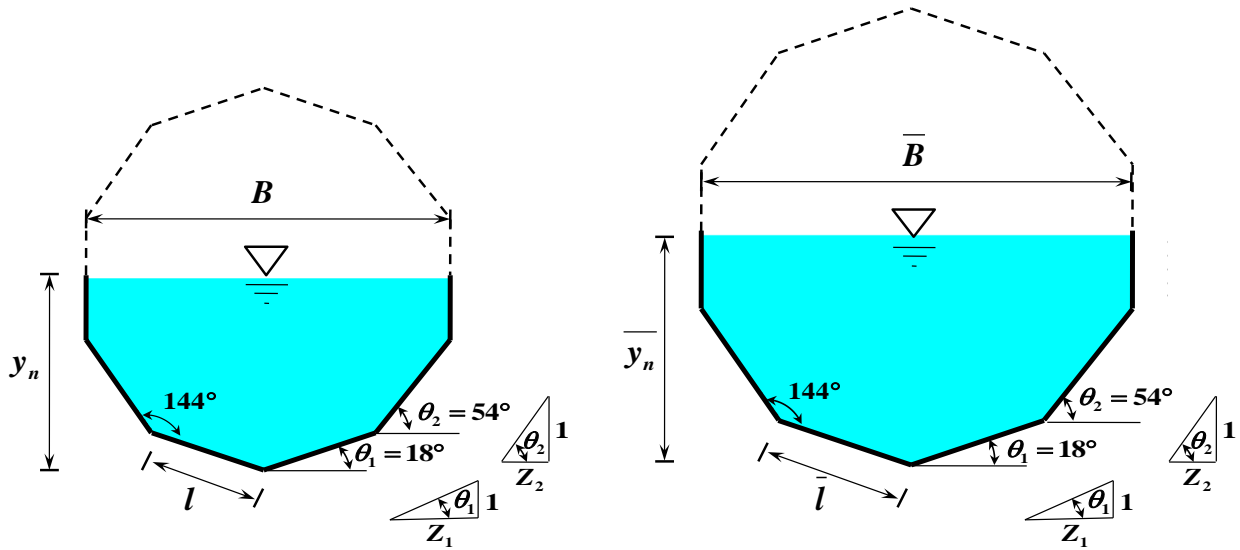


g. Canal semi-octogonal type II.



h. Canal semi-décagonal type I.

Figure 2.6 (Suite) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.



i. Canal semi-décagonal type II.

Figure 2.6 (Suite et fin) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence.

Pour toutes les formes indiquées dans la figure 2.6, le modèle rugueux de référence écoule le même débit volume Q que celui du canal à dimensionner et sous la même pente géométrique i , soit :

$$\bar{Q} = Q ; \bar{i} = i \quad (2.93)$$

De même les caractéristiques géométriques et hydrauliques de tous les modèles rugueux indiqués dans la figure 2.6, sont aisément déduites à partir des relations obtenues lors de la présentation du chapitre précédent, soit alors :

- En tenant compte de la relation (2.88), l'aire de la section mouillée \bar{A} du modèle rugueux de référence est donc :

$$\bar{A} = C_A \bar{y}_n^2 \quad (2.94)$$

- Le périmètre de la section mouillée \bar{P} du modèle rugueux est, selon la relation (2.89) :

$$\bar{P} = C_P \bar{y}_n \quad (2.95)$$

- Le rayon hydraulique \bar{R}_h du modèle rugueux s'écrit, selon la relation (2.90) :

$$\bar{R}_h = C_{R_h} \bar{y}_n \quad (2.96)$$

- Le diamètre hydraulique \bar{D}_h peut s'écrire à partir de la relation (2.91), soit :

$$\bar{D}_h = C_{D_h} \bar{y}_n \quad (2.97)$$

- Enfin, la largeur superficielle \bar{B} est, selon la relation (2.92) :

$$\bar{B} = C_B \bar{y}_n \quad (2.98)$$

Notons que les paramètres C_A , C_P , C_{R_h} , C_{D_h} et C_B ont la même valeur pour les canaux étudiés que pour les modèles rugueux car ils dépendent de la forme du profil liquide et non pas de la taille du canal.

III. Développement de la profondeur normale par application de la relation de *Darcy-Weisbach*

III.1. Profondeur normale dans le modèle rugueux

On peut facilement observer que la profondeur normale dans le modèle rugueux peut être déduite à partir de la relation de *Darcy-Weisbach*, car celle-ci dépend de la géométrie du profil liquide en écoulement, la relation (1.15) permet d'écrire, en tenant compte des conditions imposées dans la relation :

$$i = \frac{\bar{f}}{2g} \frac{Q^2}{A^2 \bar{D}_h} \quad (2.99)$$

On affecte au modèle rugueux une forte rugosité relative, arbitrairement choisie égale à $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$, de telle sorte que l'écoulement qui s'y produit soit en régime turbulent rugueux ou soit supposé être comme tel (*Achour 2007*). Notons que la rugosité relative arbitrairement choisie $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique \bar{D}_h . Dans ce cas, le coefficient de frottement \bar{f} est donc régi par la relation (1.17) de *Nikuradse* pour : $\varepsilon/D_h = \bar{\varepsilon}/\bar{D}_h$ et $f = \bar{f}$, soit :

$$\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h}{3,7} \right) \right]^{-2} \quad (1.99)$$

En substituant dans la relation (1.99) la valeur choisie $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$, le coefficient de frottement \bar{f} prend alors la valeur constante :

$$\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{3,7 \cdot 10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

Soit :

$$\bar{f} = \frac{1}{16} \quad (1.100)$$

L'écoulement turbulent rugueux se produisant dans le modèle rugueux de référence de toutes les formes représentées dans la figure 2.6 est donc caractérisé par un coefficient de frottement constant égal à 1/16.

En tenant compte des relations (2.94), (2.97) et (1.100), la relation (2.99) de *Darcy-Weisbach* peut s'écrire :

$$i = \frac{1/16}{2g} \times \frac{1}{C_{D_h} \bar{y}_n (C_A \bar{y}_n^{-2})^2} \times Q^2$$

Ou bien :

$$i = \frac{1}{32 C_{D_h} C_A^2} \times \frac{1}{\bar{y}_n^5} \times \frac{Q^2}{g} \quad (2.100)$$

Nous pouvons déduire, à partir de la relation (2.100), la profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux, soit :

$$\bar{y}_n^{-5} = \frac{1}{32 C_{D_h} C_A^2} \times \frac{Q^2}{gi} \quad (2.101)$$

Ou bien :

$$\bar{y}_n = \left(32 C_{D_h} C_A^2 \right)^{-1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.102)$$

La relation (2.102) permet alors le calcul explicite de la profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux de référence, à partir des valeurs connues du débit volume Q et de la pente i pour toutes les formes étudiées dans cette thèse.

Les effets de la viscosité cinématique ν du liquide ne sont pas pris en considération, puisque l'écoulement est, ou supposé être, dans le domaine turbulent rugueux.

III.2. Facteur de correction des dimensions linéaires

La relation (1.15) de *Darcy-Weisbach* appliquée aux canaux considérés, peut prendre la forme suivante, en vertu des relations (2.88) et (2.91) :

$$i = \frac{f}{2 C_{D_h} C_A^2 g} \frac{Q^2}{\bar{y}_n^5} \quad (2.103)$$

La profondeur normale \bar{y}_n s'écrit alors :

$$\bar{y}_n = \left(\frac{2 C_{D_h} C_A^2}{f} \right)^{-1/5} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.104)$$

Les relations (2.102) et (2.104) conduisent à écrire que :

$$\frac{\bar{y}_n}{y_n} = \frac{\left(\frac{2 C_{D_h} C_A^2}{f} \right)^{-1/5}}{\left(32 C_{D_h} C_A^2 \right)^{-1/5}}$$

Ou bien après réarrangement et simplification :

$$y_n = (16f)^{1/5} \overline{y_n} \quad (2.105)$$

Posons :

$$\psi = (16f)^{1/5} \quad (2.106)$$

On obtient :

$$y_n = \psi \overline{y_n} \quad (2.107)$$

La relation (2.107) traduit le fait que la profondeur normale de l'écoulement y_n des canaux étudiés est égale à la profondeur normale $\overline{y_n}$ du modèle rugueux de référence, corrigée par les effets du facteur ψ . Celui-ci peut donc être considéré comme le facteur de correction des dimensions linéaires. Ce résultat est analogue à celui obtenu par *Achour* (2007).

La relation (2.107) est applicable à toutes les formes choisies dans cette thèse et constitue la relation fondamentale de la méthode du modèle rugueux qui peut être généralisée à toutes les dimensions linéaires d'un canal ou d'une conduite. La largeur superficielle B de l'écoulement dans les canaux considérés s'écrit, alors :

$$B = \psi \overline{B} \quad (2.108)$$

et le diamètre hydraulique D_h s'exprime tel que :

$$D_h = \psi \overline{D_h} \quad (2.109)$$

Etant donné que les dimensions linéaires du modèle rugueux sont plus grandes qu'aux dimensions linéaires du canal étudié, alors le facteur de correction ψ est inférieur à l'unité, ou bien : $0,55 < \psi < 1$ (*Achour*, 2007).

Comme le périmètre mouillé P est une dimension linéaire, elle s'écrit alors :

$$P = \psi \overline{P} \quad (2.110)$$

L'aire de la section mouillée A étant proportionnelle au carré de la dimension linéaire y_n . La relation (2.88), s'écrit, donc, en vertu de la relation (2.107) :

$$A = \psi^2 C_A \overline{y_n}^2 \quad (2.111)$$

Cette dernière relation peut s'écrire, en vertu de la relation (2.94) :

$$A = \psi^2 \overline{A} \quad (2.112)$$

En outre, l'écoulement dans les canaux étudiés est caractérisé par le nombre de *Reynolds* :

$$R = \frac{4Q}{P\nu} \quad (2.113)$$

Tenant compte de la relation (2.110), la relation (2.113) devient :

$$R = \frac{4Q}{\psi P v} \quad (2.114)$$

Puisque $\bar{Q} = Q$ en vertu de la condition indiquée dans la relation (2.93), on peut alors remarquer que la quantité : $4Q/\bar{P}v$ figurant dans la relation (2.114) correspond en fait au nombre de *Reynolds* \bar{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux. Ainsi :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{\bar{P}v} \quad (2.115)$$

Ce résultat a été également obtenu par *Mr Achour* dans son livre : Calcul des conduites et canaux par la MMR (Tome 1) (*Achour, 2007*) et dans plusieurs de ses travaux de recherches.

En combinant les relations (2.114) et (2.115), il ressort que :

$$R = \psi^{-1} \bar{R} \quad (2.116)$$

Le facteur de correction des dimensions linéaires ψ a été exprimé avec une excellente approximation par *Achour (2007)* et *Achour (2014)* par la relation suivante :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.117)$$

Notons que, selon l'auteur, la relation approchée (2.117) occasionne une erreur relative maximale ne dépassant guère 0,4% sur le calcul du facteur ψ et cela pour les gammes : $\bar{R} \geq 10^4$ et $0 \leq \varepsilon/\bar{D}_h \leq 5.10^{-2}$ (*Achour, 2014a*).

Le nombre de *Reynolds* \bar{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence relatif aux différentes formes choisies dans notre thèse qui est donné par la relation (2.115) devient, en tenant compte de la relation (2.95) exprimant le périmètre mouillé du modèle rugueux \bar{P} :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{C_p y_n v} \quad (2.118)$$

Remplaçant les relations (2.97) et (2.118) dans la relation (2.117), on obtient :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/C_{D_h} \bar{y}_n}{4,75} + 8,5 \times \frac{C_p \bar{y}_n v}{4Q} \right) \right]^{-2/5}$$

Ou bien :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{4,75 C_{D_h}} + \frac{2,125 C_p \bar{y}_n v}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.119)$$

III.3. Expression de la profondeur normale de l'écoulement

L'objectif principal de ce paragraphe est de développer une formule unique au calcul de la profondeur normale d'écoulement y_n dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier à surface libre lorsque le débit volume Q , la pente géométrique i , la rugosité absolue ε caractérisant l'état de la paroi interne du canal et la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement sont les paramètres connus du problème. En effet, la profondeur normale de l'écoulement y_n s'exprime en vertu des relations (2.107) et (2.119), soit :

$$y_n = 1,35 \bar{y}_n \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{y}_n}{4,75 C_{D_h}} + \frac{2,125 C_P \bar{y}_n \nu}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.120)$$

De ce fait, la profondeur normale de l'écoulement y_n a été exprimée en fonction de son homologue dans le modèle rugueux \bar{y}_n , du débit volume Q , de la rugosité absolue ε , de la viscosité cinématique ν et des paramètres C_P et C_{D_h} tenant compte de la forme du canal considéré (semi circulaire, semi-hexagonal, semi-octogonal,).

III.4. Etapes de calcul de la profondeur normale

Dans ce paragraphe on a suggérée d'organiser les étapes à suivre pour le calcul de valeur de la profondeur normale de l'écoulement y_n dans la figure 2.7.

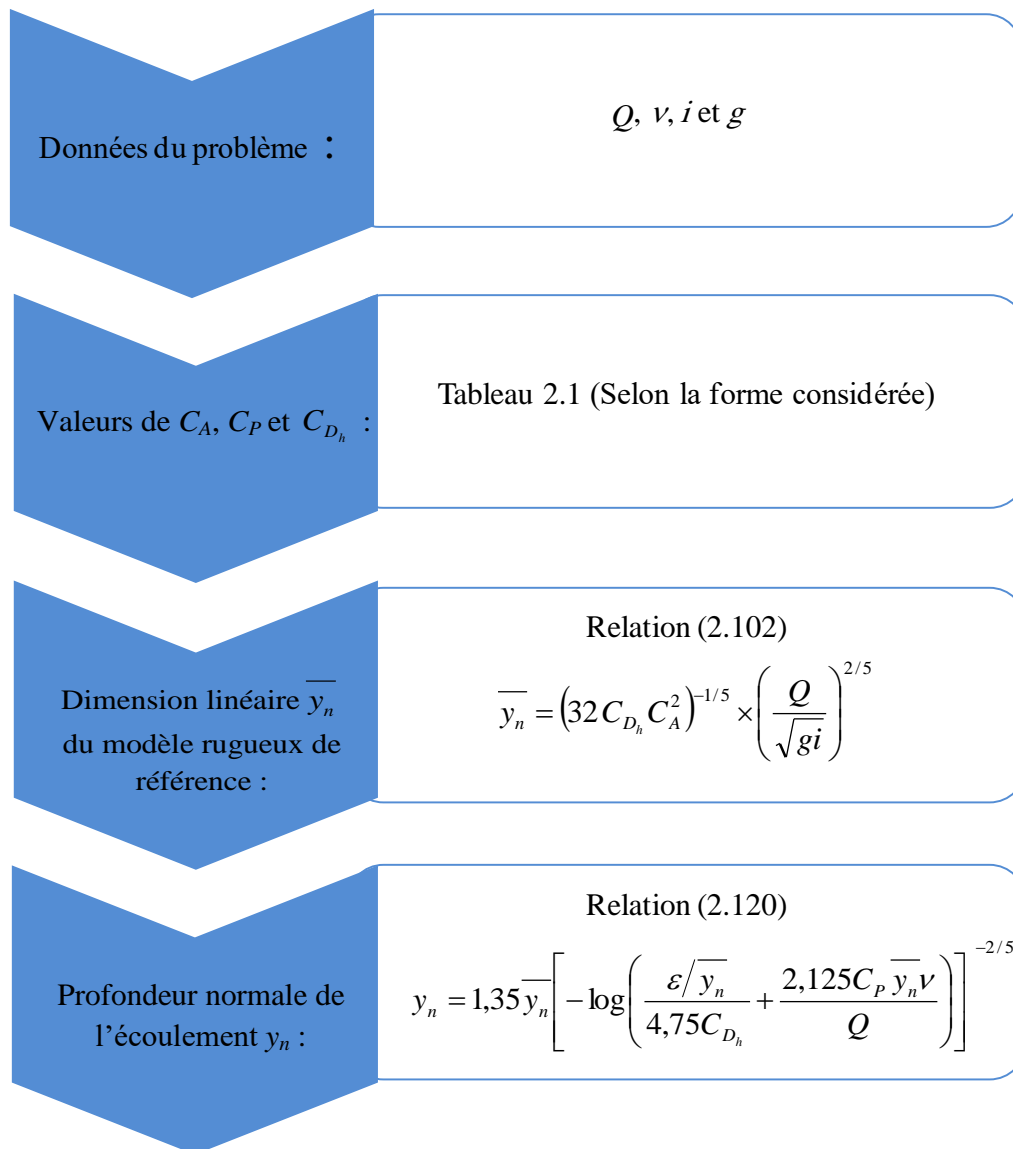


Figure 2.7 : Etapes de calcul de la profondeur normale y_n .

IV. Développement de la profondeur normale par application de la relation de Manning

IV.1. Expression de la profondeur normale

La formule de Manning donnée par la relation (1.11) est largement utilisée dans le calcul de l'écoulement uniforme à surface libre. Dans notre cas, il s'agit de développer une approche théorique visant à déterminer la valeur de la profondeur normale de l'écoulement y_n dans un canal semi-circulaire et dans

des canaux en forme de polygone semi-régulier (semi-carré, semi-hexagonal, semi-octogonal et semi-décagonal) pour les valeurs connues du débit volume Q , de la rugosité absolue ε , de la pente géométrique i et de la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement.

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} i^{1/2} A \quad (1.11)$$

Où : n ($m^{-1/3}.s$) est le coefficient de rugosité de *Manning*.

Appliqués à l'écoulement normal, l'aire de la section mouillée A et le rayon hydraulique R_h sont donnés respectivement par les relations (2.88) et (2.90). En introduisant ces relations dans la relation (1.11) de *Manning*, il vient que :

$$Q = \frac{1}{n} (C_{R_h} y_n)^{2/3} i^{1/2} (C_A y_n^2)$$

Ou bien, plus simplement :

$$Q = \frac{C_{R_h}^{2/3} C_A}{n} y_n^{8/3} i^{1/2} \quad (2.121)$$

La relation (2.121) permet de déduire la profondeur normale par la relation suivante :

$$y_n = \Omega \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (2.122)$$

Où :

$$\Omega = (C_{R_h}^{2/3} C_A)^{-3/8}$$

Les valeurs du paramètre Ω dépendent de la forme du canal considéré et sont données dans le tableau 2.2 (rappelons que les valeurs de C_{R_h} et de C_A sont données dans le tableau 2.1 du chapitre précédent).

Tableau 2.2 : Valeurs du paramètre Ω .

	Ω
Semi-circulaire	$2^{5/8}/\pi^{3/8} = 1,003951066$
Semi-carré	
Type I	$2^{-1/8} = 0,917004043$
Type II	$2^{3/8} = 1,296839555$
Semi-hexagonale	
Type I	$2^{1/4}/3^{3/16} = 0,967825952$
Type II	$2^{5/4}/3^{11/16} = 1,117549148$
Semi- octogone	
Type I	$\frac{1}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})^{-3/8}} = 0,984069755$
Type II	$\frac{[8(2-\sqrt{2})]^{1/8}}{2^{3/16}} = 1,065149427$
Semi-décagone	
Type I	$2^{1/4}\left(\frac{5}{\tan 72^\circ}\right)^{-3/8} = 0,991351647$
Type II	$2^{5/8}(\sin 72^\circ)^{-1/4}(5 \sin 144^\circ)^{-3/8} = 1,042368809$

Il est important de signaler que dans la relation (2.122) le coefficient de résistance n de *Manning* n'est plus une donnée du problème mais c'est un paramètre inconnu et qu'on doit l'évaluer afin de pouvoir calculer la valeur de la profondeur normale de l'écoulement y_n . Le paragraphe qui suit a pour objet, alors, de rechercher le moyen le plus efficace permettant la détermination du coefficient de *Manning* en tenant compte des différents paramètres qui le régissent.

IV.2. Expression du coefficient de résistance de *Manning*

L'étude montre que le coefficient de résistance n de *Manning* peut être exprimé en se référant à la méthode MMR (*Zegait et Achour, 2016*), soit :

$$n = \psi^{8/3} \bar{n} \quad (2.123)$$

Ainsi, la relation (2.123) montre que le coefficient de *Manning* dans le canal considéré est égal à son homologue dans le modèle rugueux \bar{n} corrigé par les effets du facteur $\psi^{8/3}$. En outre, le coefficient de *Manning* \bar{n} et le coefficient de résistance de *Chézy* \bar{C} dans le modèle rugueux sont liés par la relation suivante (Zegait et Achour, 2016) :

$$\bar{n} = \frac{R_h^{-1/6}}{\bar{C}} \quad (2.124)$$

De même, le coefficient de *Chézy* \bar{C} et le coefficient de frottement \bar{f} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux sont inversement proportionnels comme le montre la relation suivante (Achour et Bedjaoui, 2006) :

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{8g}{\bar{f}}} \quad (2.125)$$

Où $\bar{f} = 1/16$ (Achour, 2007). De ce fait, la relation (2.125) devient :

$$\bar{C} = 8\sqrt{2g} \quad (2.126)$$

Tenant compte des relations (2.96) et (2.126), la relation (2.124) devient :

$$\bar{n} = \frac{C_{R_h}^{1/6} y_n^{-1/6}}{8\sqrt{2g}} \quad (2.127)$$

Sachant que les paramètres ψ et \bar{n} sont régies par les relations (2.117) et (2.127) respectivement, la relation (2.123) du coefficient de résistance de *Manning* peut s'écrire alors :

$$n = \left\{ 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \right\}^{8/3} \times \frac{C_{R_h}^{1/6} y_n^{-1/6}}{8\sqrt{2g}}$$

Ou bien :

$$\frac{1}{n} = \sigma \sqrt{g} y_n^{-1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{16/15} \quad (2.128)$$

Où :

$$\sigma = 8\sqrt{2}(1,35)^{-8/3} C_{R_h}^{-1/6} \quad (2.129)$$

La relation (2.129) indique que le paramètre σ dépend de la forme du profil géométrique choisi où ses valeurs sont indiquées tableau 2.3.

En revanche, afin de réduire le nombre des étapes de calcul du coefficient de *Manning*, il est utile d'écrire la relation (2.128) comme suit, en vertu des relations (2.97) et (2.118) :

$$\frac{1}{n} = \sigma \sqrt{g} y_n^{-1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / y_n}{4,75 C_{D_n}} + \frac{2,125 C_p \bar{y}_n V}{Q} \right) \right]^{16/15} \quad (2.130)$$

Les valeurs du paramètre de forme σ sont regroupées dans le tableau 2.3.

Ainsi, les relations (2.128) et (2.130) permettent de déterminer explicitement la valeur du coefficient n de Manning en tenant compte de tous les paramètres régissant l'écoulement uniforme s'évaluant dans un canal semi-circulaire et dans un canal en forme de polygone semi-régulier (semi-carré, semi-hexagonal, semi-octogonal et semi-décagonal), et sont applicables dans tout le domaine de l'écoulement turbulent tel que le régime d'écoulement lisse, de transition et turbulent rugueux.

Tableau 2.3 : Valeurs de σ .

	σ
Semi-circulaire	5,70453087
Semi-carré	
Type I	5,70453087
Type II	6,04373993
Semi-hexagonale	
Type I	5,70453087
Type II	5,84294094
Semi- octogone	
Type I	5,70453087
Type II	5,78030441
Semi-décagone	
Type I	5,70453087
Type II	5,75244154

Par ailleurs, l'étude montre qu'il est possible d'écrire le coefficient de Manning sous forme adimensionnelle telle que :

$$N^* = \frac{y_n^{-1/6}}{n \sqrt{g}} \quad (2.131)$$

La relation (2.128) s'écrit alors, en terme adimensionnel :

$$N^* = \sigma \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\overline{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\overline{R}} \right) \right]^{16/15} \tag{2.132}$$

Le nombre de Reynolds \overline{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux est donné par la relation (2.118).

La forme de la relation (2.132) montre que le coefficient adimensionnel N^* s'exprime en fonction de deux paramètres également adimensionnels : Rugosité relative $\varepsilon/\overline{D}_h$ et nombre de Reynolds du modèle rugueux \overline{R} , d'où elle peut être représentée graphiquement comme le montre les figures 2.8 à 2.12.

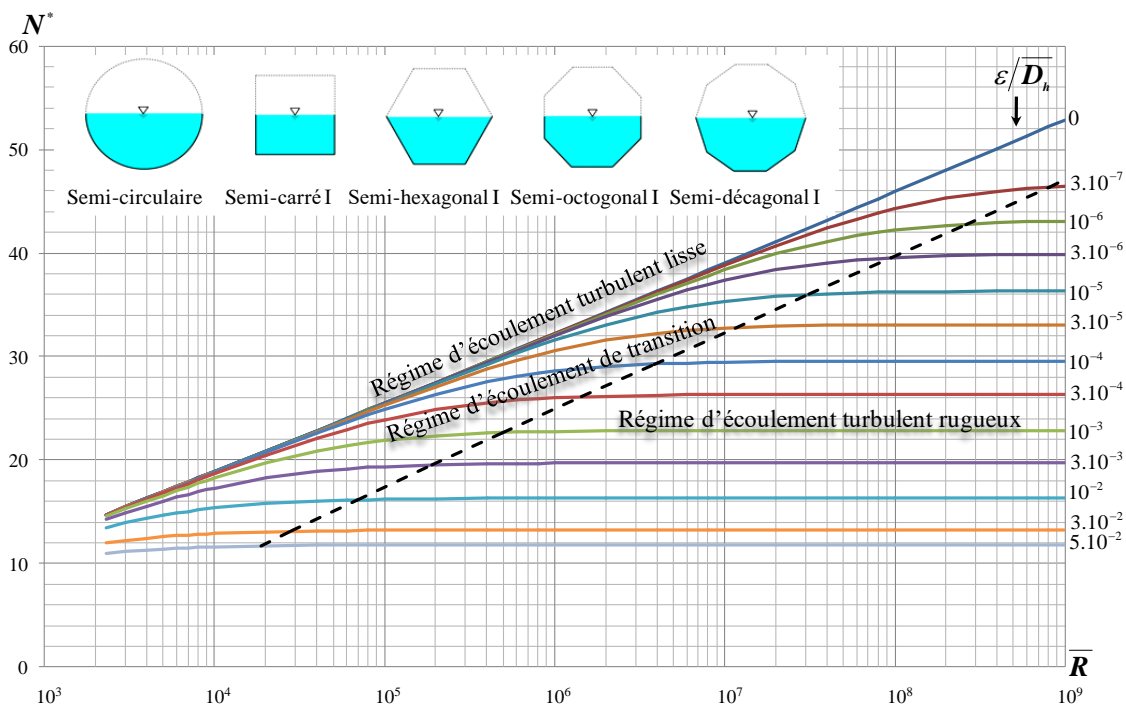


Figure 2.8 : Variation de N^* en fonction du nombre de Reynolds \overline{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative $\varepsilon/\overline{D}_h$ pour le canal semi-circulaire et le canal en forme de polygone semi-régulier de type I.
 (---) courbe limite pratique entre les domaines de transition et turbulent rugueux.

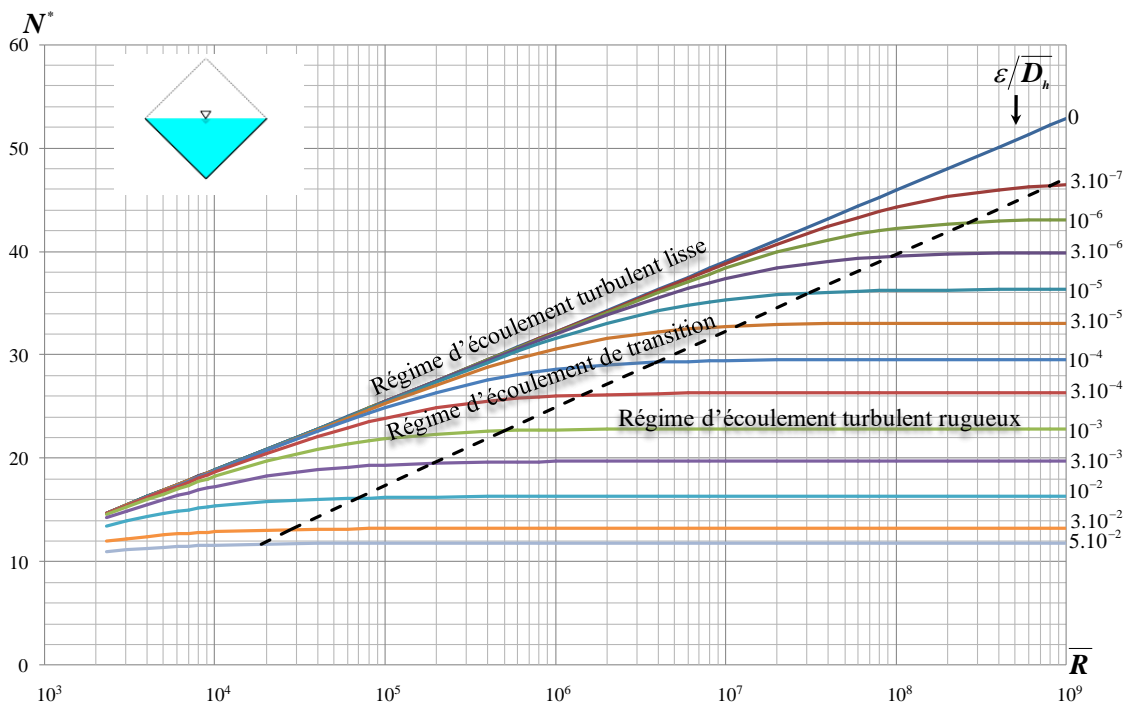


Figure 2.9 : Variation de N^* en fonction du nombre de Reynolds \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-carré de type II.
 (---) courbe limite pratique entre les domaines de transition et turbulent rugueux.

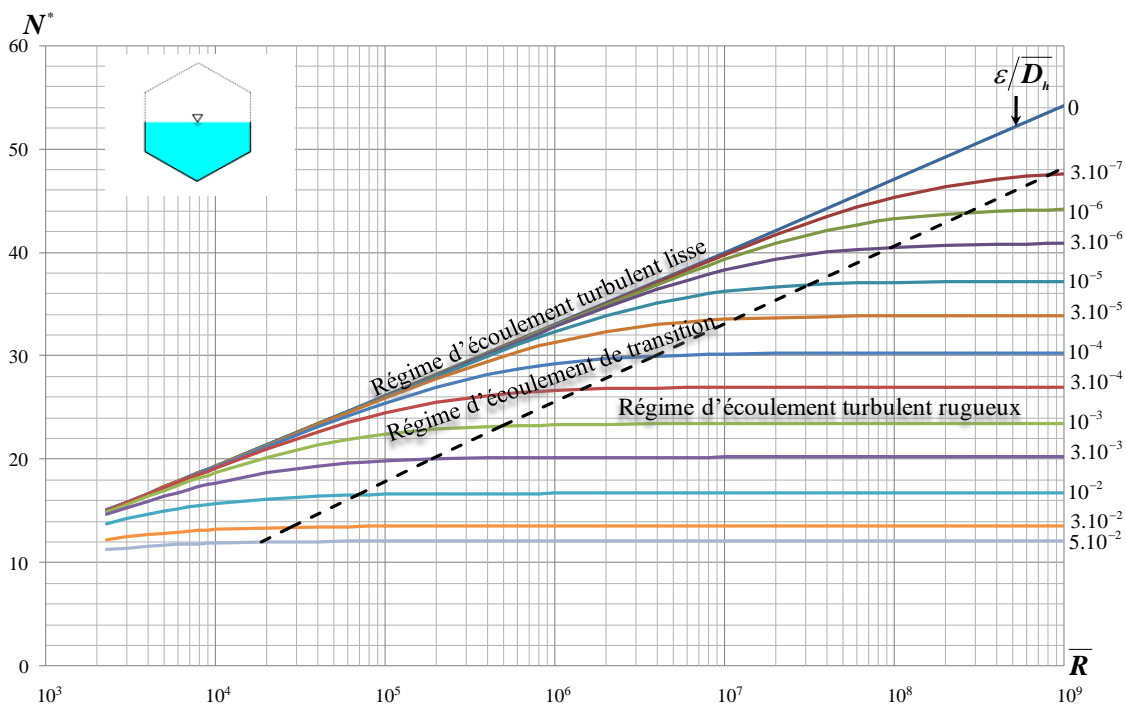


Figure 2.10 : Variation de N^* en fonction du nombre de Reynolds \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-hexagonal de type II.
 (---) courbe limite pratique entre les domaines de transition et turbulent rugueux.

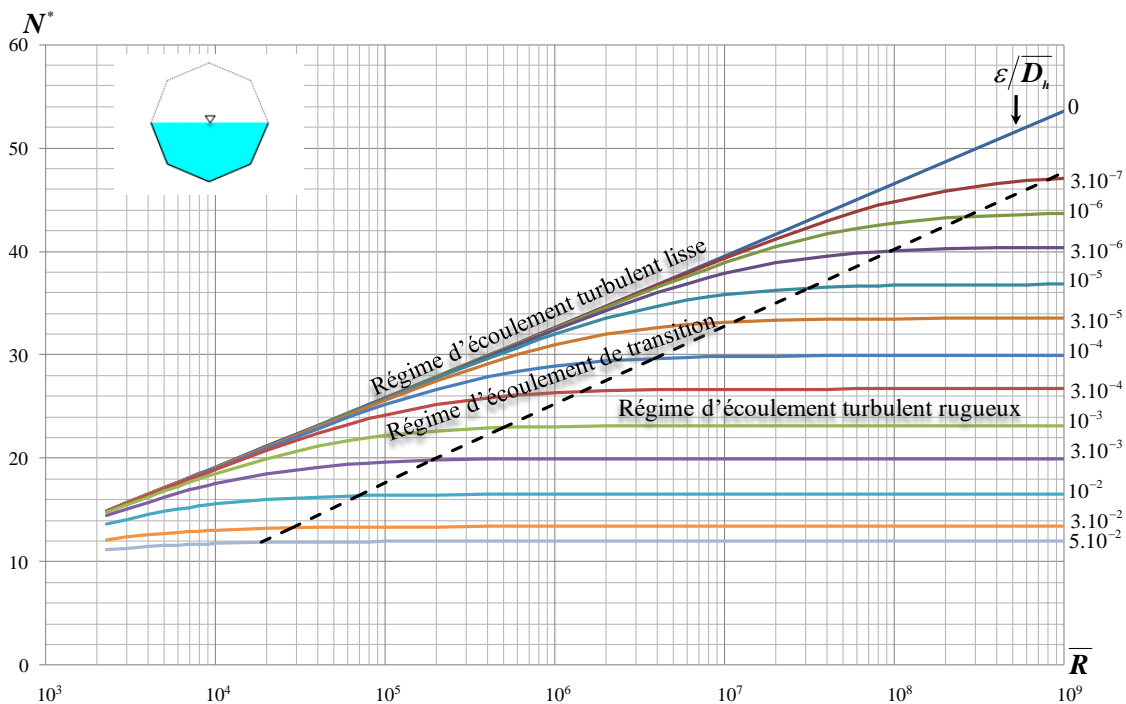


Figure 2.11 : Variation de N^* en fonction du nombre de Reynolds \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-octogonal de type II.

(---) courbe limite pratique entre les domaines de transition et turbulent rugueux.

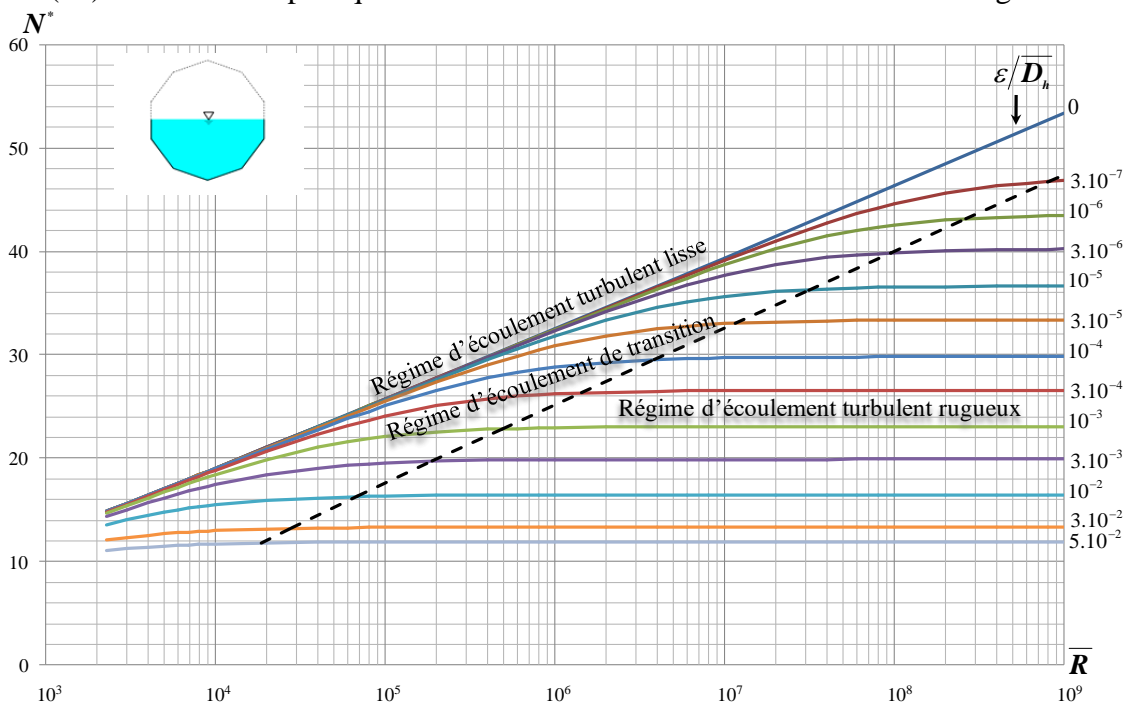


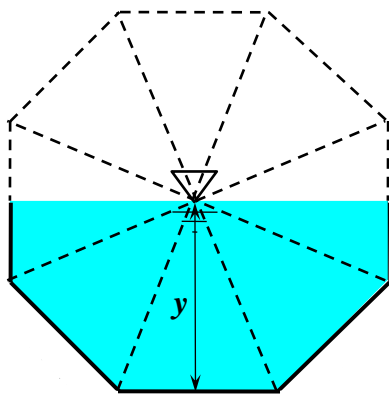
Figure 2.12 : Variation de N^* en fonction du nombre de Reynolds \bar{R} , pour diverses valeurs de rugosité relative ε/\bar{D}_h pour le canal semi-décagonal de type II.

(---) courbe limite pratique entre les domaines de transition et turbulent rugueux.

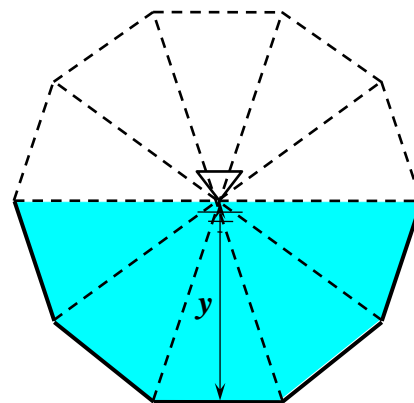
En effet, les figures 2.8 à 2.12 permettent de noter les remarques suivantes :

- La variation du coefficient adimensionnel N^* en fonction de la rugosité relative $\varepsilon/\overline{D}_h$ et du nombre de *Reynolds* du modèle rugueux \overline{R} suit trois comportements différents pour toutes les formes choisies (9 cas). Alors, la courbe la plus haute montre que N^* est proportionnel à \overline{R} avec une rugosité relative $\varepsilon/\overline{D}_h$ nulle mettant en place le régime d'écoulement turbulent lisse. Par ailleurs, les autres courbes montrent qu'en premier lieu, le coefficient adimensionnel N^* est proportionnel à \overline{R} jusqu'à une valeur limite \overline{R}_{lim} qui dépend de $\varepsilon/\overline{D}_h$ marquant alors le domaine de transition. Au-delà de \overline{R}_{lim} toutes les courbes deviennent quasi-horizontales où la valeur de \overline{R} n'a pratiquement aucune influence sur N^* , indiquant alors le passage vers le domaine turbulent rugueux. L'analyse qu'on vient de faire mène à déduire que la valeur du coefficient de *Manning* est influencée par la nature du régime de l'écoulement.
- La figure 2.8 présente un diagramme unique de variation de N^* en fonction de \overline{R} et de $\varepsilon/\overline{D}_h$ applicable aux formes : semi-circulaire, semi-carrée de type I, semi-hexagonale de type I, semi-octogonale de type I et semi-décagonale de type I. Par contre, les figures 2.9 à 2.12 présentent indépendamment les diagrammes des canaux en forme de polygone semi-régulier de type II (figure 2.9 : semi-carrée de type II, figure 2.10 : semi-hexagonale de type II, figure 2.11 : semi-octogonale de type II et figure 2.12 : semi-décagonale de type II). Cela peut être expliqué par le fait que le paramètre géométrique σ de la relation (2.132) prend la même valeur pour le canal semi-circulaire et les canaux en forme de polygone semi-régulier de type I et prend des valeurs différentes pour les canaux de type II (Tableau 2.3). La figure 2.13 explique la raison pour laquelle les valeurs de σ sont les mêmes pour les canaux de type I et sont différentes pour les canaux de type II. En effet, les figure 2.13.a et 2.13.b montrent l'exemple de deux canaux de type I possédant un fond horizontal : semi-octogonal et semi-décagonal respectivement découpés en triangles homogènes où on remarque que la hauteur du triangle médian est égale à la profondeur de l'écoulement y pour les deux canaux pour cela la valeur de σ est la même pour les deux canaux. Cependant, les figures 2.13.c et 2.13.d illustrent deux canaux de type II sans fond : semi-octogonal et semi-décagonal respectivement découpés en triangles également homogènes montrent que la hauteur du triangle le plus proche de la profondeur de l'écoulement y est réduite par le cosinus de l'angle ($22,5^\circ$ pour le canal semi-octogonal et 18° pour le canal semi-décagonal), cela mène à deux remarques : *i.* pour les deux canaux, la hauteur du triangle le plus proche de la verticale est inférieure à la profondeur de l'écoulement conduisant à modifier la paramètre

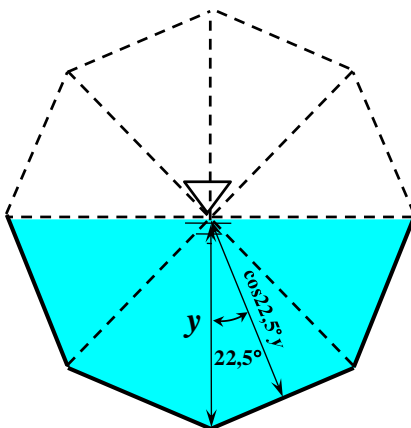
géométrique σ par rapport aux canaux de type I et *ii*. les hauteurs des deux triangles sont différentes car les deux angles ne sont pas les mêmes menant alors à deux valeurs différentes du paramètre géométrique σ . Ces deux dernières remarques peuvent être considérées comme une preuve expliquant le fait que le coefficient adimensionnel N^* relatif aux canaux considérés de type I et au canal semi-circulaire a été représenté par un seul diagramme et les coefficients adimensionnels N^* relatifs aux canaux de type II ont été illustrés sur des diagrammes indépendants l'un de l'autre pour chaque canal.



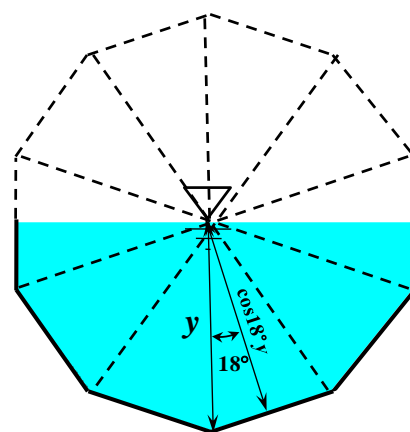
a) Canal semi-octogonal Type I.



b) Canal semi-décagonal Type I.



c) Canal semi-octogonal Type II.



d) Canal semi-décagonal Type II.

Figure 2.13 : Canal semi-octogonal (types I et II) et canal semi-décagonal (types I et II).

La relation (2.132) permet, alors, d'évaluer le paramètre adimensionnel N^* pour l'ensemble du domaine de l'écoulement turbulent lisse, de transition et rugueux, correspondant à $\bar{R} > 2300$ et $0 \leq \varepsilon/\bar{D}_h \leq 0,05$.

Pour l'écoulement turbulent lisse où la rugosité relative $\varepsilon/\bar{D}_h = 0$, où N^* est représenté par une courbe unique. Ce domaine se traduit, selon la relation (2.132), par la relation suivante :

$$N^* = \sigma \left[-\log \left(\frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{16/15} \quad (2.133)$$

par contre, l'écoulement turbulent rugueux, correspondant à $\nu \rightarrow 0$ ou $\bar{R} \rightarrow \infty$, est régi par la relation, ci-dessous :

$$N^* = \sigma \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} \right) \right]^{16/15} \quad (2.134)$$

L'écoulement turbulent de transition est la zone limite entre les écoulements turbulent lisse et rugueux, ce domaine dépend de la rugosité relative ε/\bar{D}_h et du nombre de *Reynolds* \bar{R} . Les courbes en pointillé dans les figures 2.8 à 2.12 sont les courbes limites pratiques entre les domaines de transition et turbulent rugueux. En se référant à l'approche de *Achour* (2007), ces courbes limites pratiques ont été tracées en admettant que si les relations (2.132) et (2.134) donnent 1% d'écart entre les valeurs calculées de N^* , alors l'écoulement peut être étudié avec suffisamment de précision dans le domaine turbulent rugueux. Ceci peut se traduire par l'égalité suivante :

$$N_{\text{turbulent rugueux}}^* = 1,01 N_{\text{transition}}^* \quad (2.135)$$

La relation (2.135) devient, en tenant compte des relations (2.132) et (2.134) :

$$\sigma \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} \right) \right]^{16/15} = 1,01 \sigma \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\bar{R}_{\text{lim}}} \right) \right]^{16/15}$$

Après simplification, la relation précédente donne la valeur du nombre de *Reynolds* limite exprimée en fonction de ε/\bar{D}_h , soit :

$$\bar{R}_{\text{lim}} = \frac{8,5}{\left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} \right)^{1,01^{-0,9375}} - \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} \right)} \quad (2.136)$$

La courbe limite peut être tracée en procédant comme suit :

- Pour l'axe des abscisses, on calcule le nombre de *Reynolds* limite \bar{R}_{lim} par la relation (2.136) pour des valeurs fixes de la rugosité relative ε/\bar{D}_h .

- Pour l'axe des ordonnées, on calcule les valeur de N^* par la relation (2.132) en utilisant les valeurs de \bar{R}_{lim} ainsi calculées dans la première étape avec les valeurs correspondantes de ε/\bar{D}_h .

Alors, le régime d'écoulement est étudié avec suffisamment de précision dans le domaine turbulent rugueux si la condition suivante est respectée :

$$\bar{R} \geq \bar{R}_{\text{lim}} = \frac{8,5}{\left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75}\right)^{1,01-0,9375} - \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75}\right)} \quad (2.137)$$

Et on peut ajouter que pour le régime d'écoulement de transition, la condition suivante doit être satisfaite :

$$\bar{R} < \bar{R}_{\text{lim}} = \frac{8,5}{\left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75}\right)^{1,01-0,9375} - \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75}\right)} \quad (2.138)$$

IV.3. Etapes de calcul de la profondeur normale

Les relations visant au calcul de la profondeur normale de l'écoulement y_n qu'on vient de développer ont été organisées dans la figure 2.14 pour faciliter la tâche aux utilisateurs de la méthode.

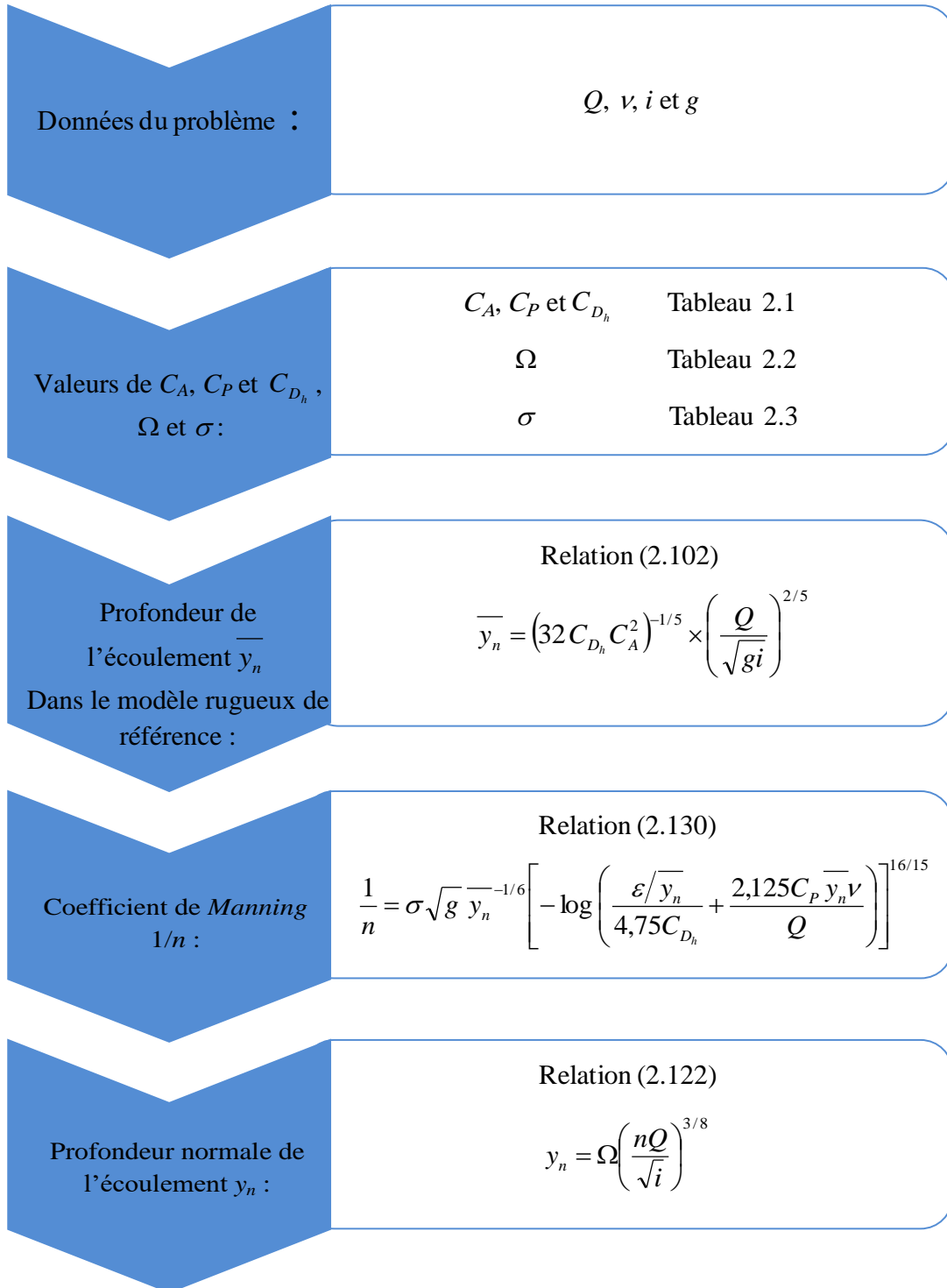


Figure 2.14 : Etapes de calcul de la profondeur normale de l'écoulement y_n .

V. Exemple d'application 2.1

Des canaux à surface libre de forme semi-circulaire et en forme de polygone semi-régulier tel que : semi-carré (Type I et type II), semi-hexagonal (Type I et type II), semi-octogonal (Type I et type II) et semi-décagonal (Type I et type II), écoulent un débit volume $Q = 136,15 \text{ m}^3/\text{s}$, d'un liquide de viscosité cinématique : $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, sous une pente géométrique : $i = 10^{-3}$. Sachant que la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes du canal est $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m}$, déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans chaque canal.

Solution

a. Première méthode : Méthode basée sur la formule de Darcy-Weisbach

- i. A partir des paramètres connus du problème Q , g et i , la profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux de référence peut être calculée par application de la relation (2.102) qui s'applique pour tous les canaux considérés dans cet exemple dont les résultats de calcul sont présentés dans le tableau 2.4.

$$\bar{y}_n = (32 C_{D_n} C_A^2)^{-1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.102)$$

Les paramètres géométriques C_{D_n} et C_A sont donnés par le tableau 2.1 du chapitre précédent.

Tableau 2.4 : Profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux de référence.

Type du canal	$\bar{y}_n \text{ (m)}$
Semi-circulaire	6,54017413
Semi-carré	
Type I	5,93779588
Type II	8,39731146
Semi-hexagone	
Type I	6,28945495
Type II	7,26243702
Semi-octogone	
Type I	6,40211601
Type II	6,92960044
Semi-décagone	
Type I	6,45266093
Type II	6,78472922

- ii. La valeur de la profondeur normale y_n de l'écoulement peut être directement calculée par application de la relation (2.120) où les résultats sont regroupés dans le tableau 2.5 pour chaque canal.

$$y_n = 1,35 \bar{y}_n \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{4,75C_{D_h}} + \frac{2,125C_P \bar{y}_n V}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.120)$$

Les paramètres C_{D_h} et C_P sont donnés par le tableau 2.1 pour chaque forme de canal.

Tableau 2.5 : Profondeur normale y_n de l'écoulement.

Type du canal	y_n (m)
Semi-circulaire	4,72040834
Semi-carré	
Type I	4,30091826
Type II	6,08241694
Semi-hexagone	
Type I	4,54597263
Type II	5,24923704
Semi-octogone	
Type I	4,62438349
Type II	5,00539662
Semi-décagone	
Type I	4,65954733
Type II	4,899338

b. Deuxième méthode : Méthode basée sur la formule de Manning

- i. La profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux a été calculée selon la relation (2.102) lors de la première étape de la première méthode où les résultats sont montrés dans le tableau 2.4.
- ii. Le coefficient de Manning n peut être calculé à partir de la relation (2.130) dont les résultats sont mentionnés dans le tableau 2.6.

$$\frac{1}{n} = \sigma \sqrt{g} \bar{y}_n^{-1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{4,75C_{D_h}} + \frac{2,125C_P \bar{y}_n V}{Q} \right) \right]^{16/15} \quad (2.130)$$

Le paramètre géométrique σ est donné par le tableau 2.3.

Tableau 2.6 : Coefficient de *Manning* n .

Type du canal	n ($m^{-1/3}\cdot s$)
Semi-circulaire	0,01441101
Semi-carré	
Type I	0,01431602
Type II	0,01431602
Semi-hexagone	
Type I	0,01437235
Type II	0,01437235
Semi-octogone	
Type I	0,01438987
Type II	0,01438987
Semi-décagone	
Type I	0,01439765
Type II	0,01439765

- iii. La valeur de la profondeur normale y_n de l'écoulement est calculée selon la relation (2.122) où les résultats de calcul sont regroupés dans le tableau 2.7.

$$y_n = \Omega \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (2.122)$$

Le paramètre géométrique Ω est donné par le tableau 2.2.

Tableau 2.7 : Profondeur normale y_n de l'écoulement.

Type du canal	y_n (m)
Semi-circulaire	4,72040834
Semi-carré	
Type I	4,30091826
Type II	6,08241694
Semi-hexagone	
Type I	4,54597263
Type II	5,24923704
Semi-octogone	
Type I	4,62438349
Type II	5,00539662
Semi-décagone	
Type I	4,65954733
Type II	4,899338

iv. La largeur du plan d'eau B est donnée par la relation (2.92) pour $y = y_n$, soit :

$$B = C_B y_n \quad (2.92)$$

Les valeurs du paramètre géométrique C_B sont données par le tableau 2.1. Les résultats de calcul sont montrés dans le tableau 2.8.

En plus, le côté l des canaux en forme de polygone semi-régulier peut être déterminé comme suit :

- Canal semi-carré de type II : l peut être déduit à partir de la relation (2.21) ou bien à partir de la relation : $l = \sqrt{2}y_n$.
- Canal semi-hexagonal de type II : l peut être déduit à partir de la relation (2.39) ou bien à partir de la relation : $l = y_n$.
- Canal semi-octogonal de type II : l peut être calculé à partir de la relation (2.58) pour $y = y_n$, soit : $l = \sqrt{2 - \sqrt{2}}y_n$.
- Canal semi-décagonal de type II : l peut être calculé à partir de la relation (2.78) pour $y = y_n$, soit : $l = 2 \cos 72^\circ y_n$.

Il est à noter que l'utilisation des quatre relations ci-dessus doit être accompagnée avec l'utilisation de y_n des canaux de type II. Par ailleurs, pour chaque forme, les côtés l des canaux de type I et ceux de type II sont identiques. Les résultats de calcul sont regroupés dans le tableau 2.8.

En ce qui concerne les canaux de type I, on remarque que la largeur du fond $b = l$. Les valeurs de b sont illustrées dans le tableau 2.8.

Tableau 2.8 : Valeurs des grandeurs : B , l et b .

Type du canal	B (m)	l (m)	b (m)
Semi-circulaire	9,44081668	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$
Semi-carré			
Type I	8,60183653	8,60183653	8,60183653
Type II	12,1648339	8,60183653	
Semi-hexagone			
Type I	10,4984741	5,24923704	5,24923704
Type II	9,09194526	5,24923704	
Semi-octogone			
Type I	9,24876697	3,83096472	3,83096472
Type II	10,0107932	3,83096472	
Semi-décagone			
Type I	9,79867599	3,0279574	3,0279574
Type II	9,31909465	3,0279574	

Ainsi les valeurs de la profondeur normale calculée selon la première méthode (Tableau 2.5) et celle calculée par la deuxième méthode (Tableau 2.7) sont exactement les mêmes pour tous les canaux considérés. Malgré cela, on suggère de vérifier nos calculs par la formule classique de *Chézy* dont les détails feront l'objet du paragraphe suivant.

c. Vérification

Cette partie vise à vérifier la valeur donnée de la pente longitudinale i des canaux considérés dans cet exemple par application de la relation universelle de *Chézy* pour la valeur calculée de la profondeur normale y_n dans chaque canal, soit :

$$i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R_h} \quad (1.4)$$

- i. L'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P sont régis respectivement par les relations (2.88) et (2.89) pour $y = y_n$, dont les calculs sont présentés dans le tableau 2.9.

$$A = C_A y_n^2 \quad (2.88)$$

$$P = C_P y_n \quad (2.89)$$

Rappelons que les paramètres géométriques C_A et C_P sont donnés par le tableau 2.1.

- ii. Le rayon hydraulique est déterminé comme : $R_h = A/P$ dont les calculs sont mentionnés dans le tableau 2.9.

Tableau 2.9 : Valeurs de A , P et R_h .

Type du canal	A (m^2)	P (m)	R_h (m)
Semi-circulaire	35,0008841	14,8296002	2,36020417
Semi-carré			
Type I	36,9957958	17,2036731	2,15045913
Type II	36,9957958	17,2036731	2,15045913
Semi-hexagone			
Type I	35,7943319	15,7477111	2,27298631
Type II	35,7943319	15,7477111	2,27298631
Semi-octogone			
Type I	35,4316999	15,3238589	2,31219174
Type II	35,4316999	15,3238589	2,31219174
Semi-décagone			
Type I	35,2722771	15,139787	2,32977366
Type II	35,2722771	15,139787	2,32977366

- iii. Le nombre de *Reynolds* R caractérisant l'écoulement dans les canaux considérés est donné par la relation (2.113) dont les résultats sont présentés dans le tableau 2.10.

$$R = \frac{4Q}{Pv} \quad (2.113)$$

Tableau 2.10 : Nombre de *Reynolds* R .

Type du canal	R
Semi-circulaire	36723849,2
Semi-carré	
Type I	31656030,6
Type II	31656030,6
Semi-hexagone	
Type I	34582803,5
Type II	34582803,5
Semi-octogone	
Type I	35539351,1
Type II	35539351,1
Semi-décagone	
Type I	35971443,9
Type II	35971443,9

- iv. Le coefficient de *Chézy* est évalué par application de la relation (1.9) de *Achour et Bedjaoui* (2006), soit :

$$C = -4\sqrt{2g} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (1.9)$$

Les calculs sont regroupés dans le tableau 2.11 :

Tableau 2.11 : Coefficient de *Chézy* C .

Type du canal	C ($m^{1/2}/s$)
Semi-circulaire	80,42251799
Semi-carré	
Type I	79,70224618
Type II	79,70224618
Semi-hexagone	
Type I	80,13113351
Type II	80,13113351
Semi-octogone	
Type I	80,26347797
Type II	80,26347797
Semi-décagone	
Type I	80,32209897
Type II	80,32209897

- v. Enfin, la pente géométrique i est par suite, selon la relation (1.4) de Chézy dont les calculs sont présentés dans le tableau 2.12.

$$i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R_h} \quad (1.4)$$

Tableau 2.12 : Pente géométrique i .

Type du canal	i
Semi-circulaire	0,00099123
Semi-carré	
Type I	0,00099142
Type II	0,00099142
Semi-hexagone	
Type I	0,00099131
Type II	0,00099131
Semi-octogone	
Type I	0,00099127
Type II	0,00099127
Semi-décagone	
Type I	0,00099125
Type II	0,00099125

Nous pouvons constater que les écarts relatifs sont très acceptables entre la valeur de la pente géométrique ainsi calculée pour chaque canal et celle donnée dans les énoncés de l'exemple d'application considéré dont l'écart relatif maximal $\Delta i/i$ est inférieur à 0,9 %. Ce résultat confirme la validité des deux méthodes proposées pour le calcul de la profondeur normale y_n .

VI. Quelques recommandations pour le choix de la forme du canal

Ce paragraphe vise à faire une comparaison entre les différents types des canaux étudiés dans la présente thèse afin de prononcer sur la meilleure forme. Pour ce faire, on a jugé utile de récapituler dans le tableau 2.13 les principaux résultats obtenus lors de la résolution de l'exemple d'application présenté juste avant ce paragraphe permettant de ressortir les discussions suivantes :

- i. Les valeurs du côté l (Figure 2.6) des canaux en forme de polygone semi-régulier de type I et II figurées dans la colonne 13 dans le tableau 2.13 sont inversement proportionnelles avec le nombre de côtés mentionnés dans la colonne 1 du tableau 2.13, autrement-dit, les valeurs de l

diminuent lorsque le nombre de côtés augmente. Cette remarque mène à conclure que la longueur du côté l tendra vers zéro (0) pour un grand nombre de côtés (∞) et la forme tendra par conséquent à un demi-cercle.

- ii. Les canaux de type I et II pour chaque semi-polygone présentent la même surface mouillée A et le même périmètre mouillé P présentés par les colonnes 7 et 8 respectivement (tableau 2.13), ce qui mène à conclure que, pour la même forme semi-polygonale, la position du canal n'influe pas sur les valeurs de la surface mouillée A et du périmètre mouillé P . En plus, les valeurs de A et P diminuent progressivement à mesure que le nombre de côtés augmente (colonne 1), où les valeurs minimales correspondent à la forme semi-circulaire. Cependant, il est important de noter que cette dernière forme optimale n'est réalisable que pour les canaux artificiels. Mais pour les canaux en terre, les formes à parois inclinées comme le triangle et le trapèze sont intéressantes à cause de l'angle de frottement interne qui est toujours inférieur à 90° .
- iii. Pour chaque forme semi-polygonale, la valeur de la profondeur normale y_n (colonne 6) dans le canal type II est plus importante que dans le canal de type I et ces profondeurs se rapprochent au fur et à mesure que le nombre de côtés augmente et se convergent pour la section semi-circulaire. Cependant, la colonne 6 montre que la profondeur normale y_n augmente lorsque le nombre de côtés augmente pour les canaux de type I et pour les canaux de type II, la profondeur normale y_n diminue avec l'augmentation du nombre de côtés. Cela peut être expliqué par le fait que les canaux de type I sont plus larges que les canaux semi-circulaires et les canaux de type II sont plus étroits que les canaux semi-circulaires. Ces remarques mènent à penser qu'il est utile d'adopter les canaux étroits (type II) pour le transport des eaux chargées à faible débit et d'adopter les canaux plus larges (type I) lorsqu'on veut augmenter la capacité de transport du canal.

On note également que le taux de d'augmentation (type I) et de diminution (type II) de la profondeur normale y_n diminue au fur et à mesure que le nombre de côtés augmente jusqu'à atteindre la forme semi-circulaire qui est commune entre les deux types.

- iv. On remarque que pour les canaux semi-carré et semi-octogonal où la moitié des côtés du polygone est un nombre pair (colonne 2 du tableau 2.13), la largeur du plan d'eau B ainsi que la profondeur normale y_n de type I sont inférieures à celles de type II, d'où la taille des deux canaux de type I sera plus petite que ceux de type II. Cette remarque n'est plus valable pour les canaux semi-hexagonal et semi-décagonal où la moitié des côtés du polygone est un nombre impair. Les deux dernières observations mènent à conclure que les canaux en forme semi-polygonale régulière de type I dont la moitié des côtés représente un nombre pair ont une taille plus petite que ceux de même forme mais de type II, d'où ces canaux de types I avec la moitié

des côtés est un nombre pair nécessitent un espace relativement réduit ce qui donne l'avantage de mise en place dans des endroits relativement étroits.

Ainsi, de ce qui a été montré dans les trois derniers points, on comprend que le choix de type du canal repose sur l'objectif pour lequel on veut construire le canal, la nature des parois du canal ainsi que l'endroit disponible pour la construction du canal.

Tableau 2.13 : Principaux résultats obtenus dans l'exemple d'application 2.1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Nombre de côtés du polygone	Nombre de côtés du semi-polygone	Q (m^3/s)	I (m/m)	n ($m^{-1/3}.s$)	y_n (m)	A (m^2)	P (m)	R_h (m)	B (m)	$B/2$ (m)	b (m)	l (m)
Semi-carré													
Type I	4	2	136,15	10^{-3}	0,014316	4,300918	36,99580	17,20367	2,150459	8,601837	4,300918	8,601837	8,601837
Type II	4	2	136,15	10^{-3}	0,014316	6,082417	36,99580	17,20367	2,150459	12,16483	6,082417		8,601837
Semi-hexagone													
Type I	6	3	136,15	10^{-3}	0,014372	4,545973	35,79433	15,74771	2,272986	10,49847	5,249237	5,249237	5,249237
Type II	6	3	136,15	10^{-3}	0,014372	5,249237	35,79433	15,74771	2,272986	9,091945	4,545973		5,249237
Semi-octogone													
Type I	8	4	136,15	10^{-3}	0,014390	4,624383	35,43170	15,32386	2,312192	9,248767	4,624383	3,830965	3,830965
Type II	8	4	136,15	10^{-3}	0,014390	5,005397	35,43170	15,32386	2,312192	10,01079	5,005397		3,830965
Semi-décagone													
Type I	10	5	136,15	10^{-3}	0,014398	4,659547	35,27228	15,13979	2,329774	9,798676	4,899338	3,027957	3,027957
Type II	10	5	136,15	10^{-3}	0,014398	4,899338	35,27228	15,13979	2,329774	9,319095	4,659547		3,027957
Semi-cercle	∞	∞	136,15	10^{-3}	0,014411	4,720408	35,00088	14,82960	2,360204	9,440817	4,720408	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$

VII. Conclusion

Le présent chapitre a eu pour objectif principal de proposer une approche théorique au calcul de la profondeur normale de l'écoulement dans un canal semi-polygonal régulier tels que : le canal semi-carré de types I et II, le canal semi-hexagonal de types I et II, le canal semi-octogonal de types I et II et le canal semi-décagonal de types I et II. La profondeur normale recherchée appartient à la catégorie des écoulements permanents de type uniforme, d'où deux méthodes de calcul ont été proposées en se basant d'une part sur la formule de *Darcy-Weisbach* et la méthode MMR et d'autre part sur la formule de *Manning* et la méthode MMR. En procédant à la définition des caractéristiques géométriques et hydrauliques des modèles rugueux de référence relatifs aux différents canaux choisis, l'application de la méthode MMR en association avec la relation de *Darcy-Weisbach*, a abouti, en effet, à l'expression de la profondeur normale de l'écoulement y_n en fonction de son homologue dans le modèle rugueux $\overline{y_n}$ corrigé par les effets du facteur de correction des dimensions linéaires ψ . A partir de ce principe, une relation explicite et unique a été établie pour le calcul de la profondeur normale dans les canaux choisis où la forme et la position de ces canaux a été tenue compte dans la méthode par l'introduction des paramètres géométriques C_{D_h} , C_A et C_P . Par ailleurs, la deuxième méthode proposée pour l'évaluation de la profondeur normale a été développée en se référant à la méthode MMR en combinaison avec la formule de *Manning*. La profondeur normale a été, alors, exprimée par une relation unique en fonction du débit Q écoulé, de la pente géométrique du canal i , des paramètres géométriques C_{R_h} et C_A et du coefficient de *Manning* n . Ce dernier paramètre a dû être défini en se basant sur les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux où la forme de son expression à mener à généraliser l'application de la formule de *Manning* à tout le domaine turbulent par l'introduction de plusieurs paramètres qui régissent l'écoulement uniforme et surtout la viscosité cinématique du liquide en écoulement ν . Notons, d'une part, que la deuxième méthode est également applicable à tous les canaux choisis dans ce chapitre en employant les paramètres géométriques C_{R_h} , C_{D_h} , C_A et C_P , et d'autre part que les deux méthodes proposées sont applicables pour tout le domaine turbulent à savoir : le domaine rugueux, de transition et lisse.

Une étude particulière a permis de représenter graphiquement l'évolution du paramètre adimensionnel N^* , incluant le coefficient de *Manning* n , en fonction de la rugosité relative du modèle rugueux $\varepsilon/\overline{D_h}$ et du nombre de *Reynolds* \overline{R} pour tous les canaux étudiés dans ce chapitre. Ainsi, l'étude que nous avons menée a montré que la variation de N^* en fonction de \overline{R} et de $\varepsilon/\overline{D_h}$ peut être représentée dans un

diagramme unique pour le canal semi-circulaire et les canaux de type I comme le canal : semi-carré, semi-hexagonal, semi-octogonal et semi-décagonal. Par contre pour les canaux de type II, chaque semi-polygone régulier est représenté par un diagramme indépendant. Cet aspect du problème revient à la disposition de chaque canal et a été largement discutée dans le deuxième paragraphe après la figure 2.12.

En revanche, un exemple d'application a été jugé utile pour la compréhension du mode d'emplois des deux méthodes proposées, pour leur validation ainsi que pour procéder à la comparaison entre les différents canaux étudiés, où on a noté, à travers l'étude comparative, les conclusions suivantes :

- i.* Pour un nombre de côtés très grand (∞), la longueur de côté tendra vers zéro (0) d'où la forme du polygone peut être considérée comme circulaire et le canal est par conséquent semi-circulaire où il a été désigné comme un canal de référence.
- ii.* Parmi toutes les formes étudiées dans ce chapitre, on a remarqué que les valeurs minimales de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P correspondent à la forme semi-circulaire qui est la section optimale, chose qui est connue dans la littérature. Mais l'inconvénient de la forme semi-circulaire est qu'elle est réalisable pour les canaux artificiels uniquement.
- iii.* En ce qui concerne les canaux en terre, les formes à parois inclinées comme le triangle et le trapèze sont intéressantes à cause de l'angle de frottement interne qui est toujours inférieur à 90° .
- iv.* La contradiction des lois de variation de la profondeur normale en fonction du nombre de côtés pour les canaux de type I et de type II a été expliquée par le fait que les canaux de type I sont plus larges que les canaux semi-circulaires et les canaux de type II sont plus étroits que les canaux semi-circulaires. Ces remarques ont mené à penser qu'il est utile d'adopter les canaux étroits (type II) pour le transport des eaux chargées à faible débit et d'adopter les canaux plus larges (type I) lorsqu'on veut augmenter la capacité de transport du canal.
- v.* Les observations faites ont permis de conclure que les canaux en forme semi-polygonale régulière de type I dont la moitié des côtés représente un nombre pair ont une taille plus petite que ceux de même forme mais de type II, d'où ces canaux de types I où la moitié des côtés est un nombre pair nécessitent un espace relativement réduit ce qui donne l'avantage de mise en place dans des endroits relativement étroits.

CHAPITRE III

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL A PAROIS BRISEES EN N-SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL - PNSL

CHAPITRE III

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL A PAROIS BRISEES EN N -SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL - PNSL

I. Introduction

Nous tenterons à travers ce chapitre de développer les caractéristiques du canal à section en parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal qui sera désignée par la suite par PNSL (Figure 2.15). En effet, les caractéristiques géométriques qui seront traitées dans ce chapitre sont : l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P et la largeur superficielle B . Par contre les caractéristiques hydrauliques sont : le rayon hydraulique R_h et le diamètre hydraulique D_h .

Les caractéristiques géométriques et hydrauliques recherchées seront d'abord exprimées pour chaque nombre de segments variant de 1 à 10. Les relations qui seront obtenues vont être remplacées en suite par une relation unique et générale pour chaque paramètre, où chaque relation générale sera exprimée en fonction du nombre de segments N constituant les parois latérales du canal, de la profondeur de l'écoulement y et du paramètre de forme η .

II. Présentation du canal

Le canal à section en parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal dite section PNSL (The channel cross section with N -segment linear sides and horizontal bottom) est caractérisé par la profondeur d'écoulement y , par la largeur du fond horizontal b et par le paramètre de forme $\eta = y/b$ (Figure 2.15). En plus, les parois dans ce cas sont constituées par des segments rectilignes et identiques dont le nombre de segment N à tester varie entre 1 et 10.

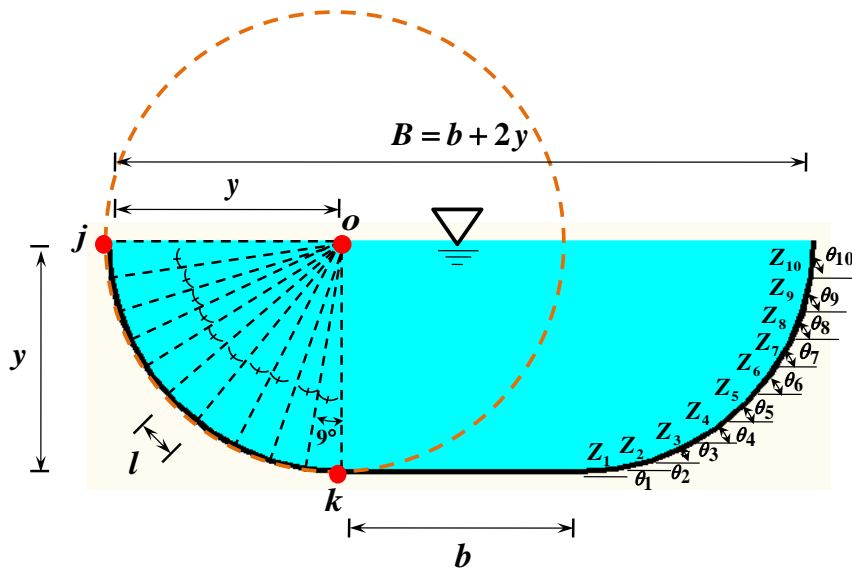


Figure 2.15 : Schéma de définition du profil liquide de l'écoulement dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.

Notons que la section présentée d'une manière générale par la figure 2.15 peut prendre plusieurs formes selon le nombre de segments choisis. Par exemple si le nombre de segment $N = 1$, dans ce cas la section prendra la forme d'un trapèze puisque la paroi latérale est composée d'un seul segment.

Il est à noter que les parois latérales du canal seront pratiquement circulaires lorsque le nombre de segments est très grand. Pour cela les deux points j et k appartiennent toujours au cercle de centre o tracé en discontinu dans la figure 2.16 quel que soit le nombre de segments utilisés.

Le prochain paragraphe vise à présenter le développement des expressions de l'aire de la section mouillée A , du périmètre mouillé P et de la largeur superficielle B pour chaque nombre de segments N .

III. Caractéristiques géométriques du canal PNSL

Il s'agit d'exprimer l'aire de la section mouillée A , du périmètre mouillé P et de la largeur superficielle B pour des canaux à ciel ouvert à parois brisées et à fond horizontal.

III.1. Expressions de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé

Il est aisé de constater que l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P dépendent de la profondeur de l'écoulement y , du paramètre de forme η et du nombre de segments constituant les parois latérales du canal considéré N . Dix (10) valeurs du nombre de segments seront testées, à savoir : $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10 .

III.1.1. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 1$

Comme nous l'avons déjà indiqué, pour $N = 1$ la section devient trapézoïdale (Figure 2.16).

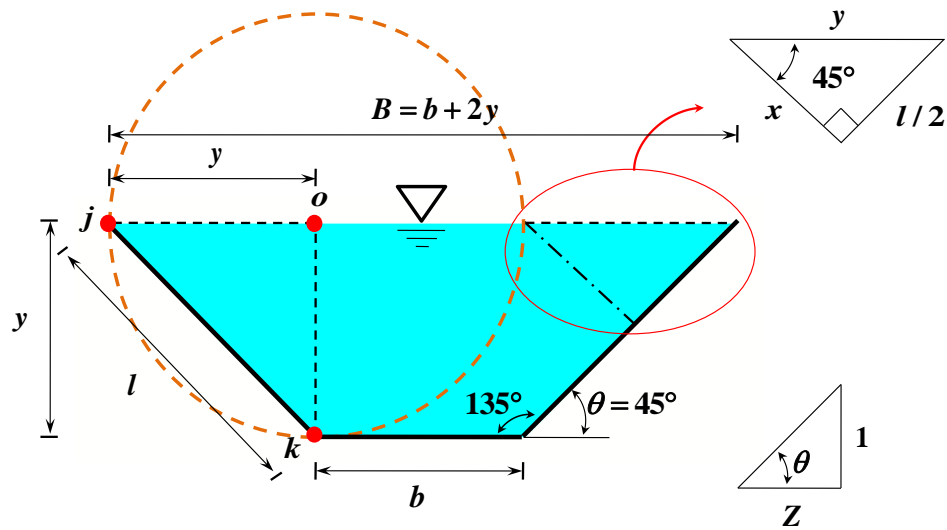


Figure 2.16 : Schéma de définition du canal trapézoïdal.

La géométrie de la figure 2.16 indique que l'angle $\theta = 45^\circ$, d'où le fruit Z est par conséquent :

$$Z = \operatorname{ctg}(\theta) = 1 \quad (2.139)$$

L'aire de la section mouillée A est celle d'un trapèze, soit :

$$A = by + 2 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \quad (2.140)$$

Selon le détail de la figure 2.16, la longueur l est exprimée par la relation suivante :

$$\sin 45^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 45^\circ \quad (2.141)$$

A partir du même détail de la figure 2.16, la longueur x s'écrit :

$$\cos 45^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 45^\circ \quad (2.142)$$

En remplaçant les relations (2.141) et (2.142) dans la relation (2.140), on obtient :

$$A = by + 2 \left[\frac{(2y \sin 45^\circ) \times (y \cos 45^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = by + 2y^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ \quad (2.143)$$

La transformation trigonométrique à double angle permet d'écrire :

$$2 \cos a \sin a = \sin(2a) \quad (2.144)$$

Avec : $a = 45^\circ$, d'où :

$$2 \cos 45^\circ \sin 45^\circ = \sin(2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ = \sin \frac{\pi}{2} \quad (2.145)$$

En remplaçant la relation (2.145) dans la relation (2.143), on obtient :

$$A = yb + y^2 \sin \frac{\pi}{2} = y^2 \left(\frac{b}{y} + \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

Tenant compte que $\eta = y/b$, cette dernière relation s'écrit :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + \sin \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.146)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2l \quad (2.147)$$

En remplaçant la relation (2.141) dans la relation (2.147), on obtient :

$$P = b + 4y \sin 45^\circ = y \left(\frac{b}{y} + 4 \sin 45^\circ \right) \quad (2.148)$$

Considérant que : $\sin 45^\circ = \sin \pi/4$ et $\eta = y/b$, la relation (2.148) devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 4 \sin \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.149)$$

III.1.2. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 2$

Dans ce cas les parois du canal sont composées en 2 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.17.

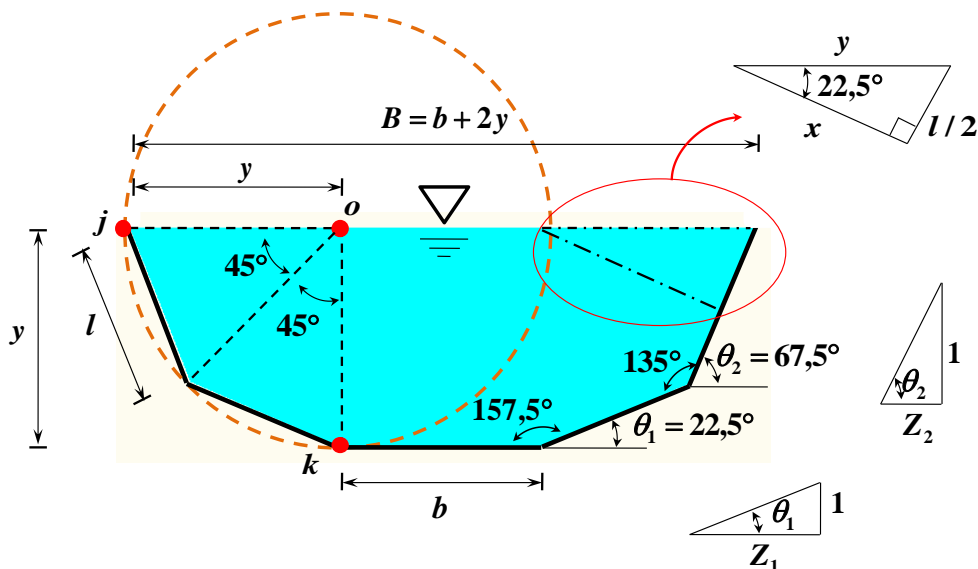


Figure 2.17 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 2 segments linéaires identiques.

D'après la figure 2.17, les fruits Z_1 et Z_2 peuvent être exprimés comme suit :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = \text{ctg}(22,5^\circ) = 1 + \sqrt{2} \text{ et } Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = \text{ctg}(67,5^\circ) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \quad (2.150)$$

Notons que les résultats ci-dessus peuvent être obtenus par les procédures de transformations trigonométriques comme il a été montré dans le paragraphe V.1 du premier chapitre.

Les angles $\theta_1 = 22,5^\circ$ et $\theta_2 = 67,5^\circ$ ont été obtenus par des considérations géométriques (Figure 2.17).

Le détail de la figure 2.17 permet de déduire les grandeurs l et x , soit :

$$\sin 22,5^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 22,5^\circ \quad (2.151)$$

Et :

$$\cos 22,5^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 22,5^\circ \quad (2.152)$$

L'aire de la section mouillée A comme suit :

$$A = yb + 2 \left[2 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.153)$$

En remplaçant les relations (2.151) et (2.152) dans la relation (2.153), on obtient :

$$A = yb + 4 \left[\frac{(2y \sin 22,5^\circ) \times (y \cos 22,5^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 4y^2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ \quad (2.154)$$

D'après la relation (2.144), et avec $a = 22,5^\circ$, on obtient :

$$2 \cos 22,5^\circ \sin 22,5^\circ = \sin(2 \times 22,5^\circ) = \sin 45^\circ = \sin \frac{\pi}{4} \quad (2.155)$$

En remplaçant la relation (2.155) dans la relation (2.154), et tenant compte que $\eta = y/b$, on obtient :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 2 \sin \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.156)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (2l) \quad (2.157)$$

En remplaçant la relation (2.151) dans la relation (2.157), on obtient :

$$P = b + 8y \sin 22,5^\circ \quad (2.158)$$

Sachant que $\sin 22,5^\circ = \sin \pi/8$ et que $\eta = y/b$, la relation (2.158), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 8 \sin \frac{\pi}{8} \right) \quad (2.159)$$

III.1.3. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 3$

Dans ce cas les parois du canal sont composées en 3 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.18.

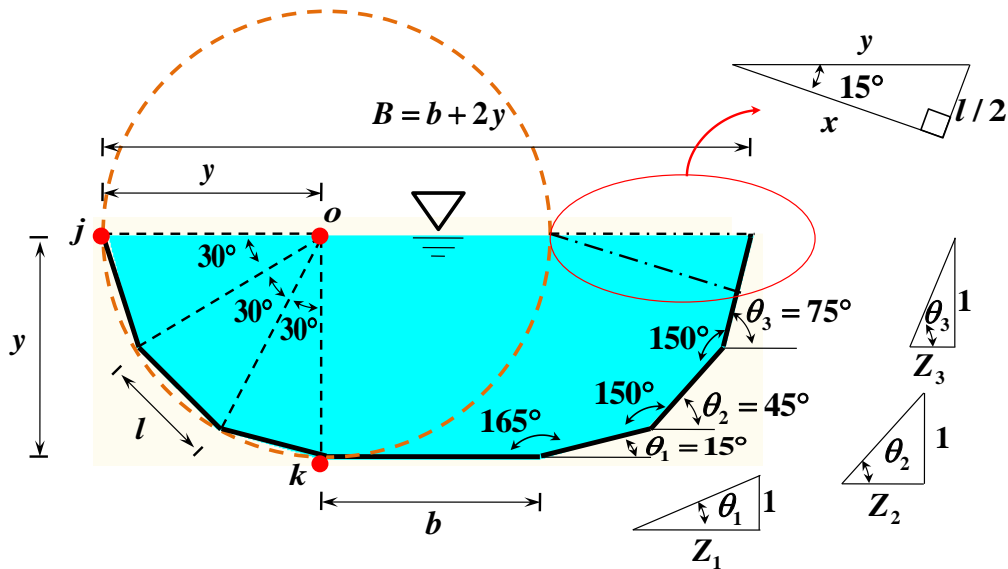


Figure 2.18 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 3 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.18 : $\theta_1 = 15^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$ et $\theta_3 = 75^\circ$ d'où les fruits : Z_1 , Z_2 et Z_3 s'écrivent respectivement :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = 2 + \sqrt{3}, \quad Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = 1 \quad \text{et} \quad Z_3 = \text{ctg}(\theta_3) = 2 - \sqrt{3} \quad (2.160)$$

Les résultats ci-dessus ont été obtenus à partir de l'application *Mathway* disponible en ligne sur Internet.

L'aire de la section mouillée A peut s'écrire :

$$A = yb + 2 \times \left[3 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.161)$$

Selon la figure 2.18, la longueur l est exprimée par la relation suivante :

$$\sin 15^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 15^\circ \quad (2.162)$$

De même, la longueur x s'écrit à partir de la figure 2.18 :

$$\cos 15^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 15^\circ \quad (2.163)$$

En remplaçant les relations (2.162) et (2.163) dans la relation (2.161), on obtient :

$$A = yb + 6 \left[\frac{(2y \sin 15^\circ) \times (y \cos 15^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 6y^2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \quad (2.164)$$

En tenant compte que $a = 15^\circ$, la relation (2.144) mène à écrire :

$$2 \cos 15^\circ \sin 15^\circ = \sin(2 \times 15^\circ) = \sin 30^\circ = \sin \frac{\pi}{6} \quad (2.165)$$

En tenant compte de la relation (2.165) et que $\eta = y/b$, la relation (2.164) devient :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 3 \sin \frac{\pi}{6} \right) \quad (2.166)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (3l) \quad (2.167)$$

En remplaçant la relation (2.162) dans la relation (2.167), il vient que :

$$P = b + 12y \sin 15^\circ \quad (2.168)$$

La relation (2.168) devient en tenant compte que : $\sin 15^\circ = \sin \pi/12$ et $\eta = y/b$:

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 12 \sin \frac{\pi}{12} \right) \quad (2.169)$$

III.1.4. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 4$

Dans ce cas les parois du canal sont composées en 4 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.19.

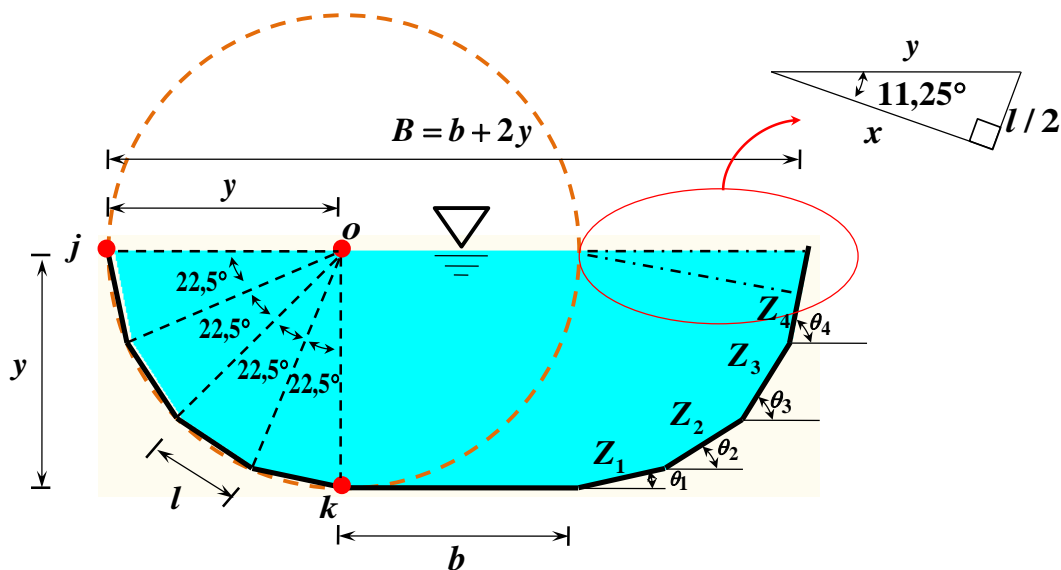


Figure 2.19 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 4 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.19, on remarque que les fruits Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 peuvent être calculés en fonction des angles $\theta_1 = 11,25^\circ$, $\theta_2 = 33,75^\circ$, $\theta_3 = 56,25^\circ$ et $\theta_4 = 78,75^\circ$ respectivement, soit :

$$Z_1 = ctg(\theta_1) = \frac{1287}{256}, Z_2 = ctg(\theta_2) = \frac{1323}{884}, Z_3 = ctg(\theta_3) = \frac{884}{1323} \text{ et } Z_4 = ctg(\theta_4) = \frac{256}{1287} \quad (2.170)$$

Il est à noter que les fractions ci-dessus indiquées donnent les valeurs quasi-exactes des fruits Z_1 , Z_2 , Z_3 et Z_4 avec un écart relatif maximal ne dépasse pas $8,47 \cdot 10^{-5} \%$.

L'aire de la section mouillée A s'exprime :

$$A = yb + 2 \times \left[4 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.171)$$

Le détail de la figure 2.19 permet de déduire les grandeurs l et x , soit respectivement :

$$\sin 11,25^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 11,25^\circ \quad (2.172)$$

Et :

$$\cos 11,25^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 11,25^\circ \quad (2.173)$$

En remplaçant les relations (2.172) et (2.173) dans la relation (2.171), on obtient :

$$A = yb + 8 \left[\frac{(2y \sin 11,25^\circ) \times (y \cos 11,25^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 8y^2 \sin 11,25^\circ \cos 11,25^\circ \quad (2.174)$$

En tenant compte que $a = 11,25^\circ$, la relation (2.144) mène à écrire :

$$2 \cos 11,25^\circ \sin 11,25^\circ = \sin(2 \times 11,25^\circ) = \sin 22,5^\circ = \sin \frac{\pi}{8} \quad (2.175)$$

La relation (2.175) et le paramètre de forme $\eta = y/b$, permettent d'écrire la relation (2.174) comme suit :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 4 \sin \frac{\pi}{8} \right) \quad (2.176)$$

Le périmètre mouillé P s'exprime comme suit :

$$P = b + 2 \times (4l) \quad (2.177)$$

En remplaçant la relation (2.172) dans la relation (2.177), on obtient :

$$P = b + 16y \sin 11,25^\circ \quad (2.178)$$

Cette dernière relation devient en tenant que $\sin 11,25^\circ = \sin \pi/16$ et $\eta = y/b$:

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 16 \sin \frac{\pi}{16} \right) \quad (2.179)$$

III.1.5. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 5$

Les parois du canal sont composées alors de 5 segments linéaires identiques comme le montre la figure 2.20.

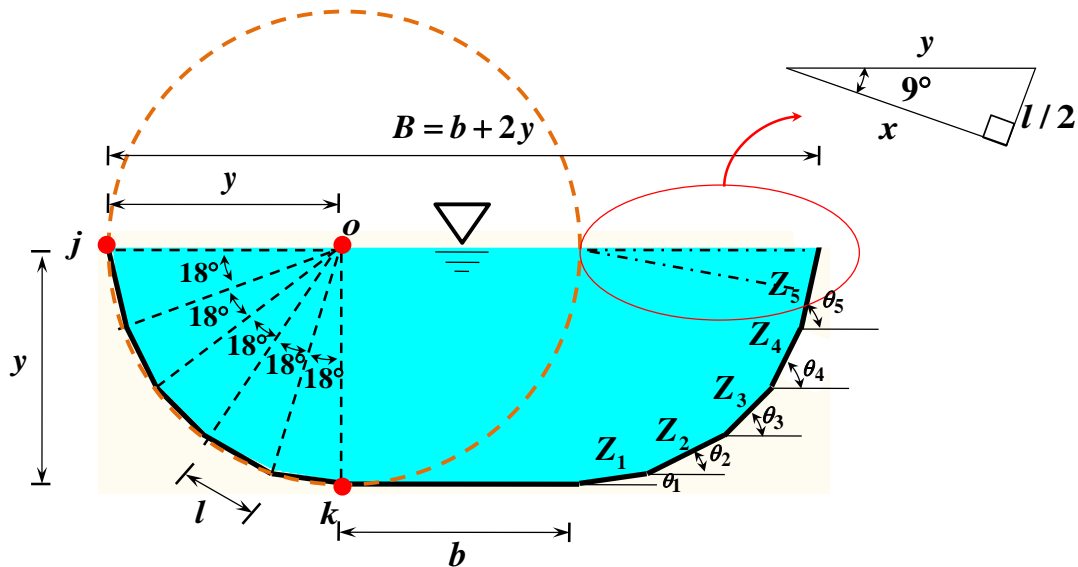


Figure 2.20 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 5 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.20, les angles θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 et θ_5 prennent respectivement les valeurs suivantes : 9° , 27° , 45° , 63° et 81° . Connaissant ces valeurs, les fruits Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 et Z_5 peuvent, alors, être déterminés aisément, soit :

$$Z_1 = \operatorname{ctg}(\theta_1) = \frac{4729}{749}, \quad Z_2 = \operatorname{ctg}(\theta_2) = \frac{2887}{1471}, \quad Z_3 = \operatorname{ctg}(\theta_3) = 1, \quad Z_4 = \operatorname{ctg}(\theta_4) = \frac{1471}{2887} \quad \text{et}$$

$$Z_5 = \operatorname{ctg}(\theta_5) = \frac{749}{4729} \quad (2.180)$$

Les fractions indiquées ci-dessus occasionnent un écart relatif maximal insignifiant qui ne dépasse pas $2,4 \cdot 10^{-6} \%$ sur le calcul des fruits Z_1 , Z_2 , Z_4 et Z_5 .

L'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = yb + 2 \times \left[5 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.181)$$

Les grandeurs l et x peuvent être déduites à partir du détail de la figure 2.20, soit respectivement :

$$\sin 9^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 9^\circ \quad (2.182)$$

Et :

$$\cos 9^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 9^\circ \quad (2.183)$$

En remplaçant les relations (2.182) et (2.183) dans la relation (2.181), on obtient :

$$A = yb + 10 \left[\frac{(2y \sin 9^\circ) \times (y \cos 9^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 10y^2 \sin 9^\circ \cos 9^\circ \quad (2.184)$$

Dans ce cas $a = 9^\circ$, on peut écrire, en tenant compte de la relation (2.144) :

$$2 \cos 9^\circ \sin 9^\circ = \sin(2 \times 9^\circ) = \sin 18^\circ = \sin \frac{\pi}{10} \quad (2.185)$$

L'expression du paramètre de forme $\eta = y/b$ et la relation (2.185) mènent à écrire la relation (2.184) sous la forme suivante :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 5 \sin \frac{\pi}{10} \right) \quad (2.186)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (5l) \quad (2.187)$$

En remplaçant la relation (2.182) dans la relation (2.187), on obtient :

$$P = b + 20y \sin 9^\circ \quad (2.188)$$

Sachant que : $\sin 9^\circ = \sin \pi/20$ et $\eta = y/b$, la relation (2.188) devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 20 \sin \frac{\pi}{20} \right) \quad (2.189)$$

III.1.6. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 6$

Pour ce canal, les parois latérales sont composées de 6 segments linéaires identiques comme le montre la figure 2.21.

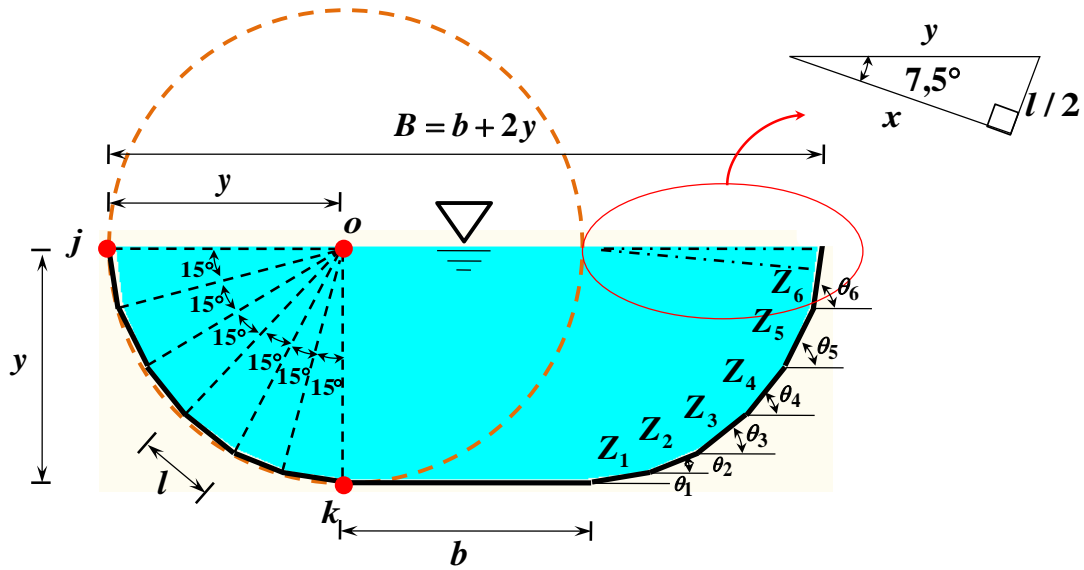


Figure 2.21 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 6 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.21, les fruits Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 et Z_6 peuvent être calculés en fonction des angles $\theta_1 = 7,5^\circ$, $\theta_2 = 22,5^\circ$, $\theta_3 = 37,5^\circ$, $\theta_4 = 52,5^\circ$, $\theta_5 = 67,5^\circ$ et $\theta_6 = 82,5^\circ$ respectivement, soit :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = \frac{17174}{2261}, \quad Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = 1 + \sqrt{2}, \quad Z_3 = \text{ctg}(\theta_3) = \frac{202}{155}, \quad Z_4 = \text{ctg}(\theta_4) = \frac{155}{202},$$

$$Z_5 = \text{ctg}(\theta_5) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \text{ et } Z_6 = \text{ctg}(\theta_6) = \frac{2261}{17174} \quad (2.190)$$

Il est à noter que les valeurs des fruits Z_2 et Z_5 ont pu être obtenus par transformation trigonométrique comme il a été indiqué dans la relation (2.150), tandis que les fruits Z_1, Z_3, Z_4 et Z_6 ont été présentés par fractions quasi-exactes avec un écart relatif maximal ne dépasse pas $3,33 \cdot 10^{-5} \%$.

L'aire de la section mouillée A s'exprime selon la figure 2.21 :

$$A = yb + 2 \times \left[6 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.191)$$

Selon le détail de la figure 2.21, les grandeurs l et x sont exprimés par les relations suivantes :

$$\sin 7,5^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 7,5^\circ \quad (2.192)$$

Et :

$$\cos 7,5^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 7,5^\circ \quad (2.193)$$

En remplaçant les relations (2.192) et (2.193) dans la relation (2.191), on obtient :

$$A = yb + 12 \left[\frac{(2y \sin 7,5^\circ) \times (y \cos 7,5^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 12y^2 \sin 7,5^\circ \cos 7,5^\circ \quad (2.194)$$

En tenant compte de la relation (2.144), avec $a = 7,5^\circ$, on obtient :

$$2 \cos 7,5^\circ \sin 7,5^\circ = \sin(2 \times 7,5^\circ) = \sin 15^\circ = \sin \frac{\pi}{12} \quad (2.195)$$

En remplaçant la relation (2.195) dans la relation (2.194), et tenant compte que $\eta = y/b$, on obtient :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 6 \sin \frac{\pi}{12} \right) \quad (2.196)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (6l) \quad (2.197)$$

En remplaçant la relation (2.192) dans la relation (2.197), on obtient :

$$P = b + 24y \sin 7,5^\circ \quad (2.198)$$

Considérant que : $\sin 7,5^\circ = \sin \pi/24$ et $\eta = y/b$, la relation (2.198), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 24 \sin \frac{\pi}{24} \right) \quad (2.199)$$

III.1.7. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 7$

Il s'agit dans ce cas d'un canal à parois brisées composées de 7 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.22.

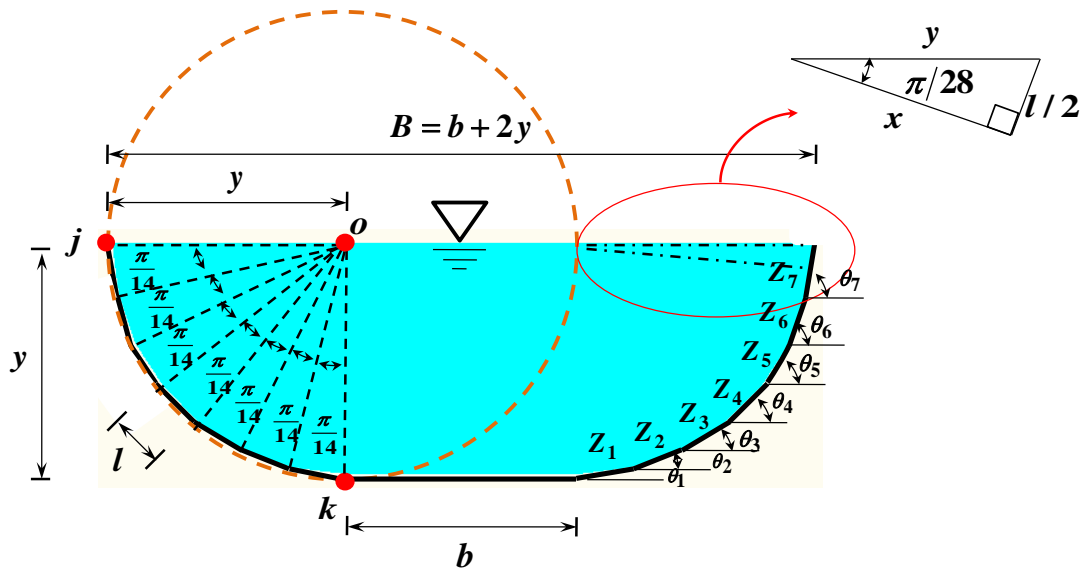


Figure 2.22 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 7 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.22 : $\theta_1 = \frac{\pi}{28}$, $\theta_2 = \frac{3\pi}{28}$, $\theta_3 = \frac{5\pi}{28}$, $\theta_4 = \frac{\pi}{4}$, $\theta_5 = \frac{9\pi}{28}$, $\theta_6 = \frac{11\pi}{28}$ et $\theta_7 = \frac{13\pi}{28}$ d'où les fruits : Z_1 ,

Z_2 , Z_3 , Z_4 , Z_5 , Z_6 et Z_7 s'écrivent respectivement :

$$Z_1 = \operatorname{ctg}(\theta_1) = \frac{4553}{513}, \quad Z_2 = \operatorname{ctg}(\theta_2) = \frac{1769}{619}, \quad Z_3 = \operatorname{ctg}(\theta_3) = \frac{374}{235}, \quad Z_4 = \operatorname{ctg}(\theta_4) = 1, \quad Z_5 = \operatorname{ctg}(\theta_5) = \frac{235}{374},$$

$$Z_6 = \operatorname{ctg}(\theta_6) = \frac{619}{1769} \text{ et } Z_7 = \operatorname{ctg}(\theta_7) = \frac{513}{4553} \quad (2.200)$$

Il est à noter que les fractions ci-dessus ont un écart relatif maximal ne dépasse pas $9,56 \cdot 10^{-5} \%$ sur le calcul des fruits concernés.

Selon la figure 2.22, l'aire de la section mouillée A s'écrit :

$$A = yb + 2 \times \left[7 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.201)$$

Le détail de la figure 2.22 permet de déduire les grandeurs l et x , soit respectivement :

$$\sin \frac{\pi}{28} = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin \frac{\pi}{28} \quad (2.202)$$

Et :

$$\cos \frac{\pi}{28} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos \frac{\pi}{28} \quad (2.203)$$

En remplaçant les relations (2.202) et (2.203) dans la relation (2.201), on obtient :

$$A = yb + 14 \left[\frac{\left(2y \sin \frac{\pi}{28} \right) \times \left(y \cos \frac{\pi}{28} \right)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 14y^2 \sin \frac{\pi}{28} \cos \frac{\pi}{28} \quad (2.204)$$

Dans ce cas $a = \pi/28$ radians, on peut écrire ainsi, en tenant compte de la relation (2.144) :

$$2 \cos \frac{\pi}{28} \sin \frac{\pi}{28} = \sin \left(2 \times \frac{\pi}{28} \right) = \sin \frac{\pi}{14} \quad (2.205)$$

L'expression du paramètre de forme $\eta = y/b$ et la relation (2.205) mènent à écrire la relation (2.204) sous la forme suivante :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 7 \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad (2.206)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (7l) \quad (2.207)$$

En remplaçant la relation (2.202) dans la relation (2.207), on obtient :

$$P = b + 28y \sin \frac{\pi}{28} \quad (2.208)$$

Tenant compte que $\eta = y/b$, la relation (2.208), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 28 \sin \frac{\pi}{28} \right) \quad (2.209)$$

III.1.8. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 8$

Dans ce cas les parois du canal sont composées en 8 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.23.

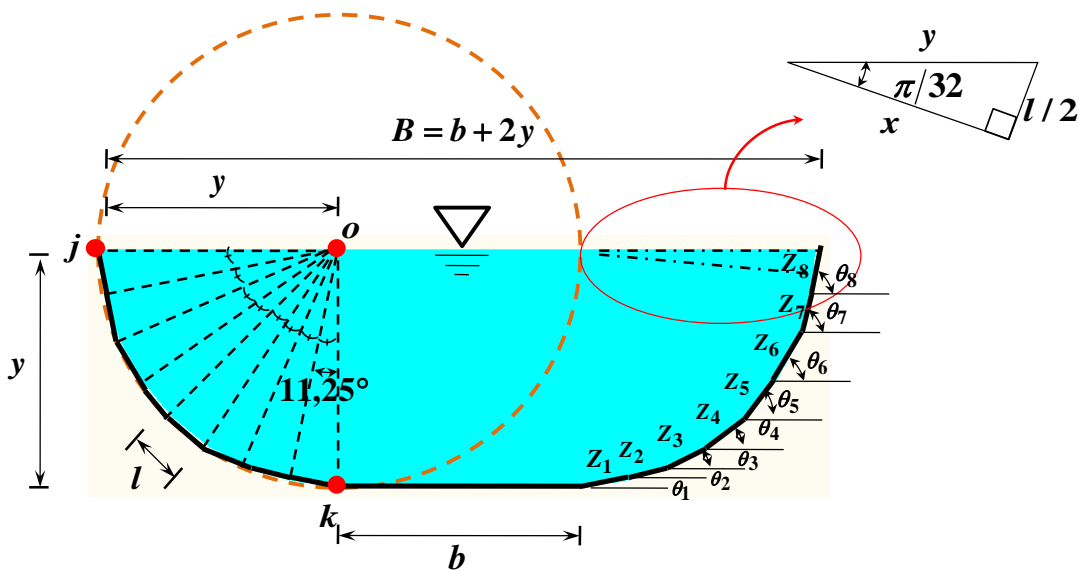


Figure 2.23 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 8 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.23, on remarque que les fruits $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7$ et Z_8 peuvent être calculés en

fonction des angles : $\theta_1 = \frac{\pi}{32}, \theta_2 = \frac{3\pi}{32}, \theta_3 = \frac{5\pi}{32}, \theta_4 = \frac{7\pi}{32}, \theta_5 = \frac{9\pi}{32}, \theta_6 = \frac{11\pi}{32}, \theta_7 = \frac{13\pi}{32}$ et $\theta_8 = \frac{15\pi}{32}$

respectivement, soit :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = \frac{5767}{568}, \quad Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = \frac{3257}{988}, \quad Z_3 = \text{ctg}(\theta_3) = \frac{1811}{968}, \quad Z_4 = \text{ctg}(\theta_4) = \frac{619}{508}, \quad Z_5 = \text{ctg}(\theta_5) = \frac{508}{619},$$

$$Z_6 = \text{ctg}(\theta_6) = \frac{968}{1811}, \quad Z_7 = \text{ctg}(\theta_7) = \frac{3257}{988} \quad \text{et} \quad Z_8 = \text{ctg}(\theta_8) = \frac{568}{5767} \quad (2.210)$$

Les fractions indiquées ci-dessus occasionnent un écart relatif maximal insignifiant qui ne dépasse pas $3,44 \cdot 10^{-5} \%$ sur le calcul des fruits Z_1 à Z_8 .

L'aire de la section mouillée A peut s'exprimer en se référant à la figure 2.23, soit :

$$A = yb + 2 \times \left[8 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.211)$$

A partir du détail de la figure 2.23 on déduit les grandeurs l et x , soit respectivement :

$$\sin \frac{\pi}{32} = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin \frac{\pi}{32} \quad (2.212)$$

Et :

$$\cos \frac{\pi}{32} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos \frac{\pi}{32} \quad (2.213)$$

En remplaçant les relations (2.212) et (2.213) dans la relation (2.211), on obtient :

$$A = yb + 16 \left[\frac{\left(2y \sin \frac{\pi}{32} \right) \times \left(y \cos \frac{\pi}{32} \right)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 16y^2 \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \quad (2.214)$$

En tenant compte que $a = \pi/32$ radians, la relation (2.144) mène à écrire :

$$2 \cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} = \sin \left(2 \times \frac{\pi}{32} \right) = \sin \frac{\pi}{16} \quad (2.215)$$

Le paramètre de forme $\eta = y/b$ et la relation (2.215) permettent d'écrire la relation (2.214) comme suit :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 8 \sin \frac{\pi}{16} \right) \quad (2.216)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (8l) \quad (2.217)$$

En remplaçant la relation (2.212) dans la relation (2.217), on obtient :

$$P = b + 32y \sin \frac{\pi}{32} \quad (2.218)$$

Tenant compte que $\eta = y/b$, la relation (2.218), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 32 \sin \frac{\pi}{32} \right) \quad (2.219)$$

III.1.9. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 9$

Dans ce cas les parois du canal sont composées en 9 segments linéaires identiques dont la forme est représentée par la figure 2.24.

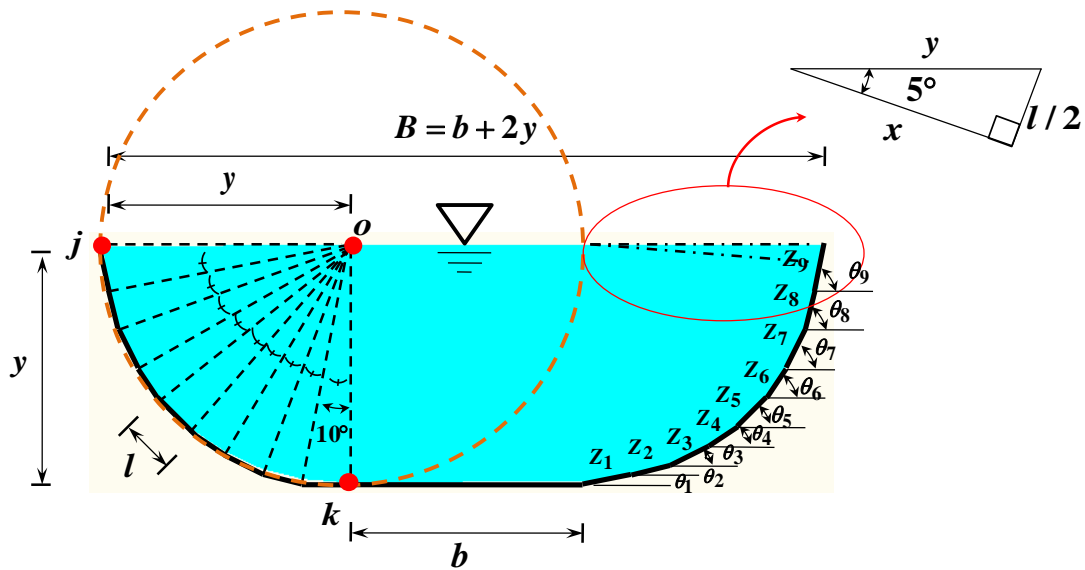


Figure 2.24 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 9 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.24, les angles : $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$, $\theta_3 = 25^\circ$, $\theta_4 = 35^\circ$, $\theta_5 = 45^\circ$, $\theta_6 = 55^\circ$, $\theta_7 = 65^\circ$, $\theta_8 = 75^\circ$ et $\theta_9 = 85^\circ$. Connaissant ces angles, les fruits $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8$ et Z_9 peuvent alors, être déterminés aisément, soit :

$$Z_1 = \text{ctg}(\theta_1) = \frac{2206}{193}, Z_2 = \text{ctg}(\theta_2) = 2 + \sqrt{3}, Z_3 = \text{ctg}(\theta_3) = \frac{371}{173}, Z_4 = \text{ctg}(\theta_4) = \frac{964}{675}, Z_5 = \text{ctg}(\theta_5) = 1,$$

$$Z_6 = \text{ctg}(\theta_6) = \frac{675}{964}, Z_7 = \text{ctg}(\theta_7) = \frac{173}{371}, Z_8 = \text{ctg}(\theta_8) = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \text{ et } Z_9 = \text{ctg}(\theta_9) = \frac{193}{2206} \quad (2.220)$$

Il est à noter que les valeurs des fruits Z_2 et Z_8 ont pu être obtenus à partir de l'application Mathway (Disponible en ligne), tandis que les fruits $Z_1, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7$ et Z_9 ont été présentés sous forme de fractions quasi-exactes avec un écart relatif maximal ne dépasse pas $8,16 \cdot 10^{-5} \%$.

L'aire de la section mouillée A peut s'écrire :

$$A = yb + 2 \times \left[9 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.221)$$

Les grandeurs l et x peuvent être déduites à partir du détail de la figure 2.24, soit respectivement :

$$\sin 5^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 5^\circ \quad (2.222)$$

Et :

$$\cos 5^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 5^\circ \quad (2.223)$$

En remplaçant les relations (2.222) et (2.223) dans la relation (2.221), on obtient :

$$A = yb + 18 \left[\frac{(2y \sin 5^\circ) \times (y \cos 5^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 18y^2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ \quad (2.224)$$

Dans ce cas $a = 5^\circ$, on peut écrire, en tenant compte de la relation (2.144) :

$$2 \cos 5^\circ \sin 5^\circ = \sin(2 \times 5^\circ) = \sin 10^\circ = \sin \frac{\pi}{18} \quad (2.225)$$

En remplaçant la relation (2.225) dans la relation (2.224), et tenant compte que $\eta = y/b$, on obtient :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 9 \sin \frac{\pi}{18} \right) \quad (2.226)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (9l) \quad (2.227)$$

En remplaçant la relation (2.222) dans la relation (2.227), on obtient :

$$P = b + 36y \sin 5^\circ \quad (2.228)$$

Considérant que : $\sin 5^\circ = \sin \pi/36$ et $\eta = y/b$, la relation (2.228), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 36 \sin \frac{\pi}{36} \right) \quad (2.229)$$

III.1.10. Caractéristiques géométriques du canal PNSL pour $N = 10$

Les parois latérales du canal sont composées, dans ce cas, de 10 segments linéaires identiques comme il est montré dans la figure 2.25.

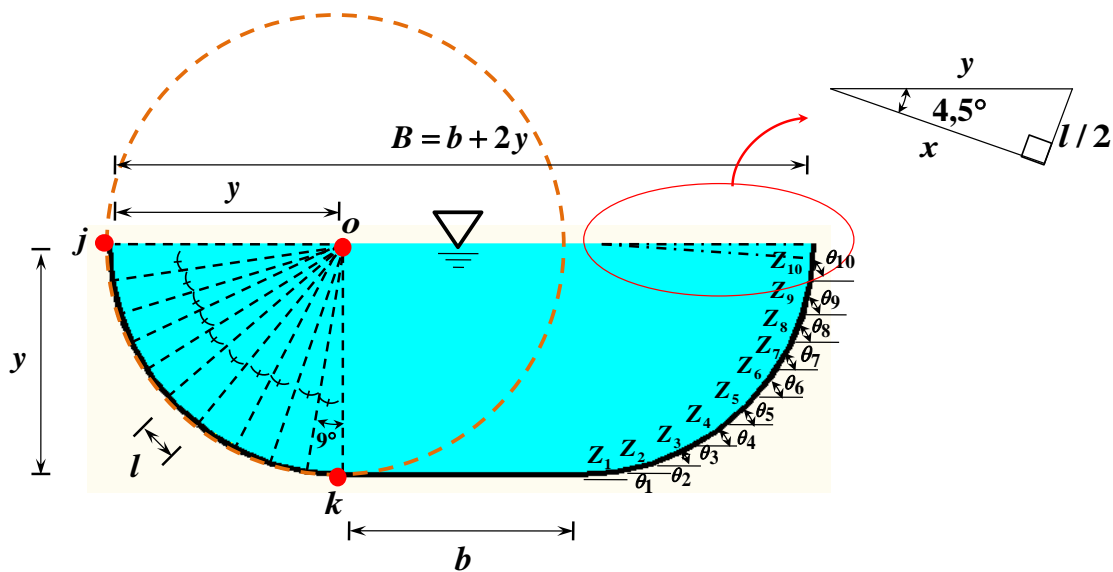


Figure 2.25 : Schéma de définition du canal à parois brisées en 10 segments linéaires identiques.

Selon la figure 2.25 : $\theta_1 = 4,5^\circ$, $\theta_2 = 13,5^\circ$, $\theta_3 = 22,5^\circ$, $\theta_4 = 31,5^\circ$, $\theta_5 = 40,5^\circ$, $\theta_6 = 49,5^\circ$, $\theta_7 = 58,5^\circ$, $\theta_8 = 67,5^\circ$, $\theta_9 = 76,5^\circ$ et $\theta_{10} = 85,5^\circ$, d'où les fruits : $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8, Z_9$ et Z_{10} s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} Z_1 = \operatorname{ctg}(\theta_1) &= \frac{6963}{548}, & Z_2 = \operatorname{ctg}(\theta_2) &= \frac{3049}{732}, & Z_3 = \operatorname{ctg}(\theta_3) &= 1 + \sqrt{2}, & Z_4 = \operatorname{ctg}(\theta_4) &= \frac{1578}{967}, \\ Z_5 = \operatorname{ctg}(\theta_5) &= \frac{1213}{1036}, & Z_6 = \operatorname{ctg}(\theta_6) &= \frac{1036}{1213}, & Z_7 = \operatorname{ctg}(\theta_7) &= \frac{967}{1578}, & Z_8 = \operatorname{ctg}(\theta_8) &= \frac{1}{1 + \sqrt{2}}, \\ Z_9 = \operatorname{ctg}(\theta_9) &= \frac{732}{3049} \text{ et } Z_{10} = \operatorname{ctg}(\theta_{10}) &= \frac{548}{6963} \end{aligned} \quad (2.230)$$

Il est à noter que les valeurs des fruits Z_3 et Z_8 ont pu être obtenus par transformation trigonométrique comme il a été indiqué dans les relations (2.150) et (2.190), tandis que les fruits $Z_1, Z_2, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_9$ et Z_{10} ont été présentés sous formes de fractions quasi-exactes avec un écart relatif maximal ne dépasse pas $3,68.10^{-5} \%$.

L'aire de la section mouillée A s'exprime selon la figure 2.25 :

$$A = yb + 2 \times \left[10 \left(\frac{l \times x}{2} \right) \right] \quad (2.231)$$

Les grandeurs l et x peuvent être déduites à partir du détail de la figure 2.25, soit respectivement :

$$\sin 4,5^\circ = \frac{l/2}{y} \Rightarrow l = 2y \sin 4,5^\circ \quad (2.232)$$

Et :

$$\cos 4,5^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cos 4,5^\circ \quad (2.233)$$

En remplaçant les relations (2.232) et (2.233) dans la relation (2.231), on obtient :

$$A = yb + 20 \left[\frac{(2y \sin 4,5^\circ) \times (y \cos 4,5^\circ)}{2} \right]$$

Ou bien :

$$A = yb + 20y^2 \sin 4,5^\circ \cos 4,5^\circ \quad (2.234)$$

Dans ce cas $a = 4,5^\circ$, on peut écrire, en tenant compte de la relation (2.144) :

$$2 \cos 4,5^\circ \sin 4,5^\circ = \sin(2 \times 4,5^\circ) = \sin 9^\circ = \sin \frac{\pi}{20} \quad (2.235)$$

L'expression du paramètre de forme $\eta = y/b$ et la relation (2.235) mènent à écrire la relation (2.234) sous la forme suivante :

$$A = y^2 \left(\frac{1}{\eta} + 10 \sin \frac{\pi}{20} \right) \quad (2.236)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire comme suit :

$$P = b + 2 \times (10l) \quad (2.237)$$

En remplaçant la relation (2.232) dans la relation (2.237), on obtient :

$$P = b + 40y \sin 4,5^\circ \quad (2.238)$$

Sachant que : $\sin 4,5^\circ = \sin \pi/40$ et $\eta = y/b$, la relation (2.238), devient :

$$P = y \left(\frac{1}{\eta} + 40 \sin \frac{\pi}{40} \right) \quad (2.239)$$

III.1.11. Expression générale de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé

En ce qui concerne l'aire de la section mouillée, la forme des relations (2.146), (2.156), (2.166), (2.176), (2.186), (2.196), (2.206), (2.216), (2.226) et (2.236), indique qu'il est possible d'écrire une seule relation générale applicable quel que soit le nombre de segments considérés, soit :

$$A = \alpha(\eta, N) y^2 \quad (2.240)$$

La fonction $\alpha(\eta, N)$ dépend à la fois du paramètre de forme η et du nombre de segments N , d'où :

$$\alpha(\eta, N) = \frac{1}{\eta} + N \sin \frac{\pi}{2N} \quad (2.241)$$

De même concernant le périmètre mouillé, les relations (2.149), (2.159), (2.169), (2.179), (2.189), (2.199), (2.209), (2.219), (2.229) et (2.239), ont mené à effectuer la généralisation suivante :

$$P = \beta(\eta, N) y \quad (2.242)$$

Le paramètre $\beta(\eta, N)$ s'exprime également en fonction du paramètre de forme η et du nombre de segments N , d'où :

$$\beta(\eta, N) = \frac{1}{\eta} + 4N \sin \frac{\pi}{4N} \quad (2.243)$$

Il est à noter que les relations (2.241) et (2.243) sont valables pour un nombre de segments N compris entre 1 et 10, mais la loi d'évolution des expressions de A et P développées ci-dessus mène à penser que les relations (2.241) et (2.243) sont applicables pour n'importe quelle valeur de N .

III.2. Expression de la largeur superficielle des canaux PNSL

Les figures 2.16 à 2.25 montrent que la largeur superficielle B du canal à section en parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal est indépendante du nombre de segments et s'exprime en général comme suit :

$$B = b + 2y \quad (2.244)$$

Tenant compte que $\eta = y/b$, cette dernière relation s'écrit :

$$B = y \left(\frac{1}{\eta} + 2 \right)$$

Ou bien :

$$B = \rho(\eta)y \quad (2.245)$$

Avec :

$$\rho(\eta) = \frac{1}{\eta} + 2 \quad (2.246)$$

IV. Caractéristiques hydrauliques du canal PNSL

Les caractéristiques hydrauliques concernées par ce paragraphe sont le rayon hydraulique $R_h = A/P$ et le diamètre hydraulique $D_h = 4R_h$ dépendants de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P données respectivement par les relations (2.240) et (2.242), soit :

$$R_h = \gamma(\eta, N)y \quad (2.247)$$

Et :

$$D_h = 4\gamma(\eta, N)y \quad (2.248)$$

Où :

$$\gamma(\eta, N) = \frac{\alpha(\eta, N)}{\beta(\eta, N)} \quad (2.249)$$

Les fonctions $\alpha(\eta, N)$ et $\beta(\eta, N)$ sont données par les relations (2.241) et (2.243) respectivement.

Il est important de noter que la profondeur de l'écoulement y figurant dans les relations des caractéristiques géométriques et hydrauliques qui ont été développées au cours de ce chapitre sera substituée par la profondeur normale y_n constituant l'objet du chapitre suivant.

V. Conclusion

Le chapitre actuel a eu pour objectif de développer les caractéristiques géométriques et hydrauliques d'un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques et à fond horizontal dit canal à section PNSL. La plage de variation du nombre de segments N a été entre 1 et 10. L'étude que nous avons effectuée a conduit à exprimer l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P pour les dix nombre de segments testés. La forme des relations obtenues pour A et P nous a poussées à penser sur leur généralisation où nous avons écrit une relation unique exprimant l'aire de la section mouillée A en fonction de la profondeur de l'écoulement y , du paramètre de forme η et du nombre de segments N et une

autre relation également unique définissant le périmètre mouillé P en fonction des mêmes paramètres y , η et N . Sur le même principe de la généralisation, nous avons établi les expressions du rayon hydraulique R_h et du diamètre hydraulique D_h . Cependant, notre étude a montré que la largeur superficielle B est indépendante du nombre de segments N où elle a été exprimée en fonction de la profondeur de l'écoulement y et du paramètre de forme η seulement.

Notons que les résultats obtenus dans ce chapitre seront très utiles pour déterminer la profondeur normale dans le chapitre suivant.

CHAPITRE IV

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX A PAROIS BRISEES EN N- SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL

CHAPITRE IV

APPROCHES THEORIQUES AU CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS DES CANAUX A PAROIS BRISEES EN N -SEGMENTS LINEAIRES IDENTIQUES AVEC FOND HORIZONTAL

I. Introduction

Ce chapitre s'intéressera à la problématique de l'étude de l'écoulement uniforme dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal dit "canal PNSL". Le problème principal est la détermination de la profondeur normale d'écoulement y_n , en prenant en compte les paramètres connus du problème tels que le débit volume Q , la rugosité absolue ε caractérisant l'état de la paroi interne du canal, la pente géométrique i du canal, le nombre de segments N et la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement. Un seul des paramètres suivants doit être également connu : Paramètre de forme η ou largeur du fond du canal b .

L'objectif de cette étude est de développer une méthode explicite permettant de déterminer la profondeur normale à partir des paramètres mentionnés ci-dessus. Deux méthodes sont proposées répondre au besoin du problème où la première méthode donnera la solution du problème dont le paramètre de forme η est imposé, tandis que la deuxième méthode impose la largeur du fond du canal b . Les deux méthodes seront développées en appliquant la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR.

Dans ce chapitre, nous montrons, à travers deux exemples d'application, que le problème de détermination de la profondeur normale y_n peut être aisément résolu par la méthode MMR.

Une étude comparative très intéressante sera exposée afin de ressortir l'avantage du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.

II. Développement de la méthode de calcul de la profondeur normale pour un rapport d'aspect imposé

L'un des problèmes rencontrés dans l'étude de l'écoulement uniforme est la détermination de la profondeur normale y_n . Pour cela, les paramètres connus sont : le débit volume Q écoulé par le canal, le rapport d'aspect ou paramètre de forme η , le nombre de segments N , la pente géométrique i du canal, la rugosité absolue ε caractérisant l'état de la paroi interne du canal et la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement (figure 2.26). Notons que la largeur du fond b n'est pas une donnée du problème. L'objectif de cette partie de l'étude est, alors, de déterminer la profondeur normale de l'écoulement y_n et par conséquent la largeur du fond b du canal.

Afin d'atteindre notre objectif, on doit passer par la détermination des caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence qui constituera l'objet du prochain paragraphe.

II.1. Caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence

La figure 2.26 montre les canaux étudiés ainsi que leur modèle rugueux de référence pour des parois brisées en N segments linéaires identiques où N varie de 1 à 10. Le modèle rugueux de chaque type de parois est caractérisé par la profondeur normale d'écoulement \bar{y}_n et la largeur de fond \bar{b} . Rappelons que les caractéristiques géométriques du modèle rugueux de référence sont supérieures à celles du canal considéré (Canal réel), telles que $\bar{y}_n > y_n$, $\bar{b} > b$ et $\bar{B} > B$.

Il est à signaler que le canal réel et le modèle rugueux ont le même paramètre de forme, d'où :

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{y}_n}{\bar{b}} = \eta = \frac{y_n}{b} \quad (2.250)$$

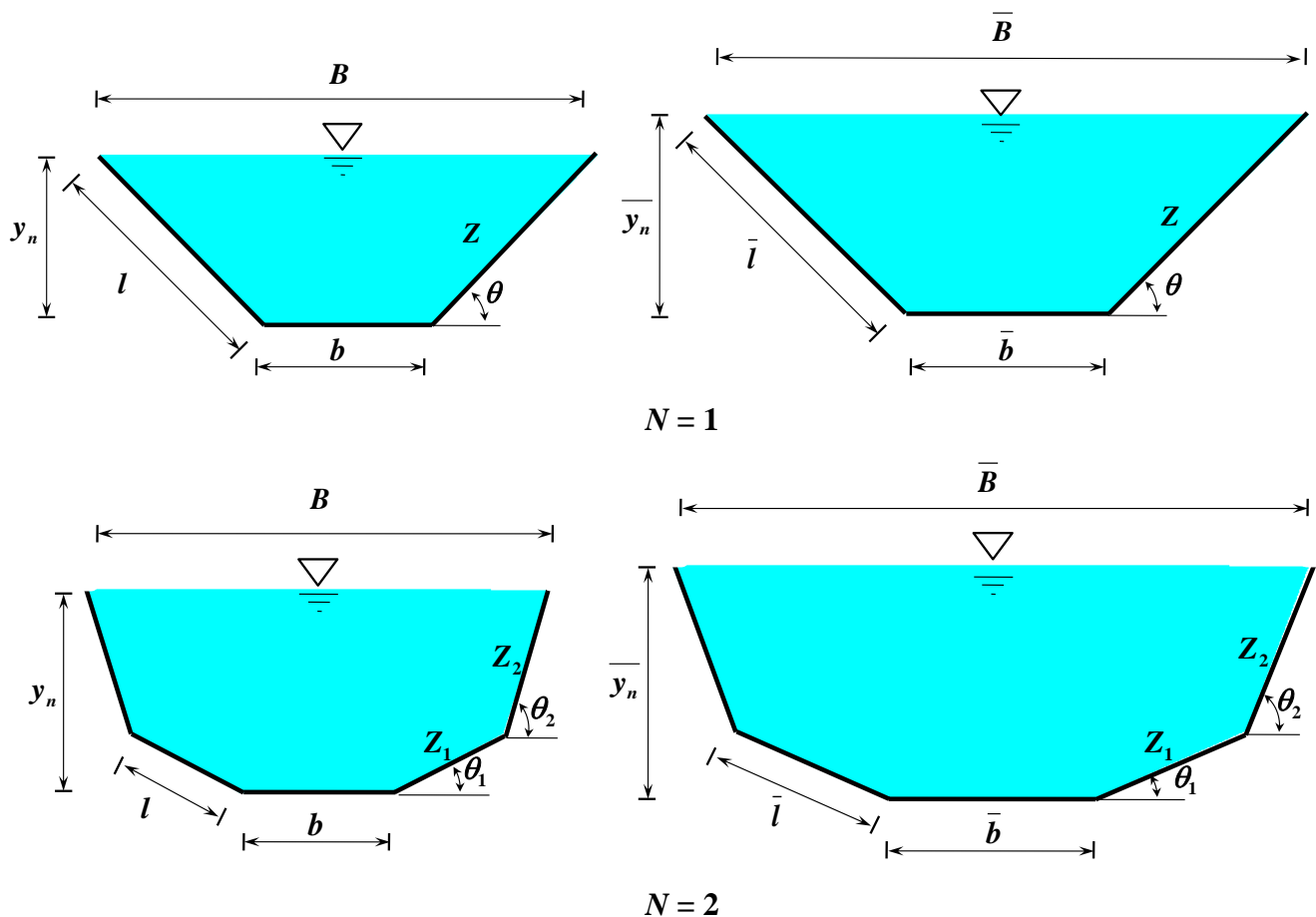


Figure 2.26 : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence (PNSL).

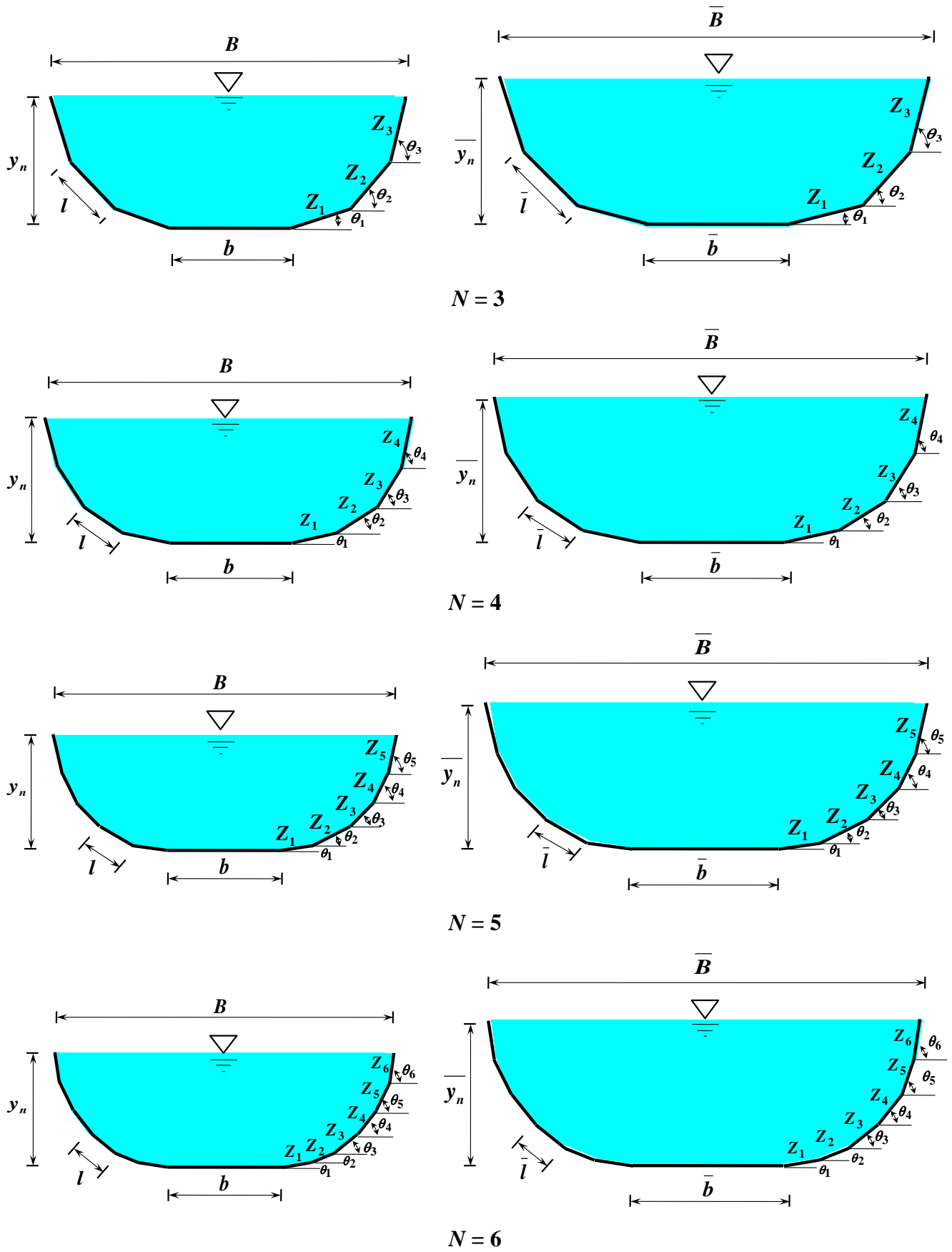


Figure 2.26 (Suite) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence (PNSL).

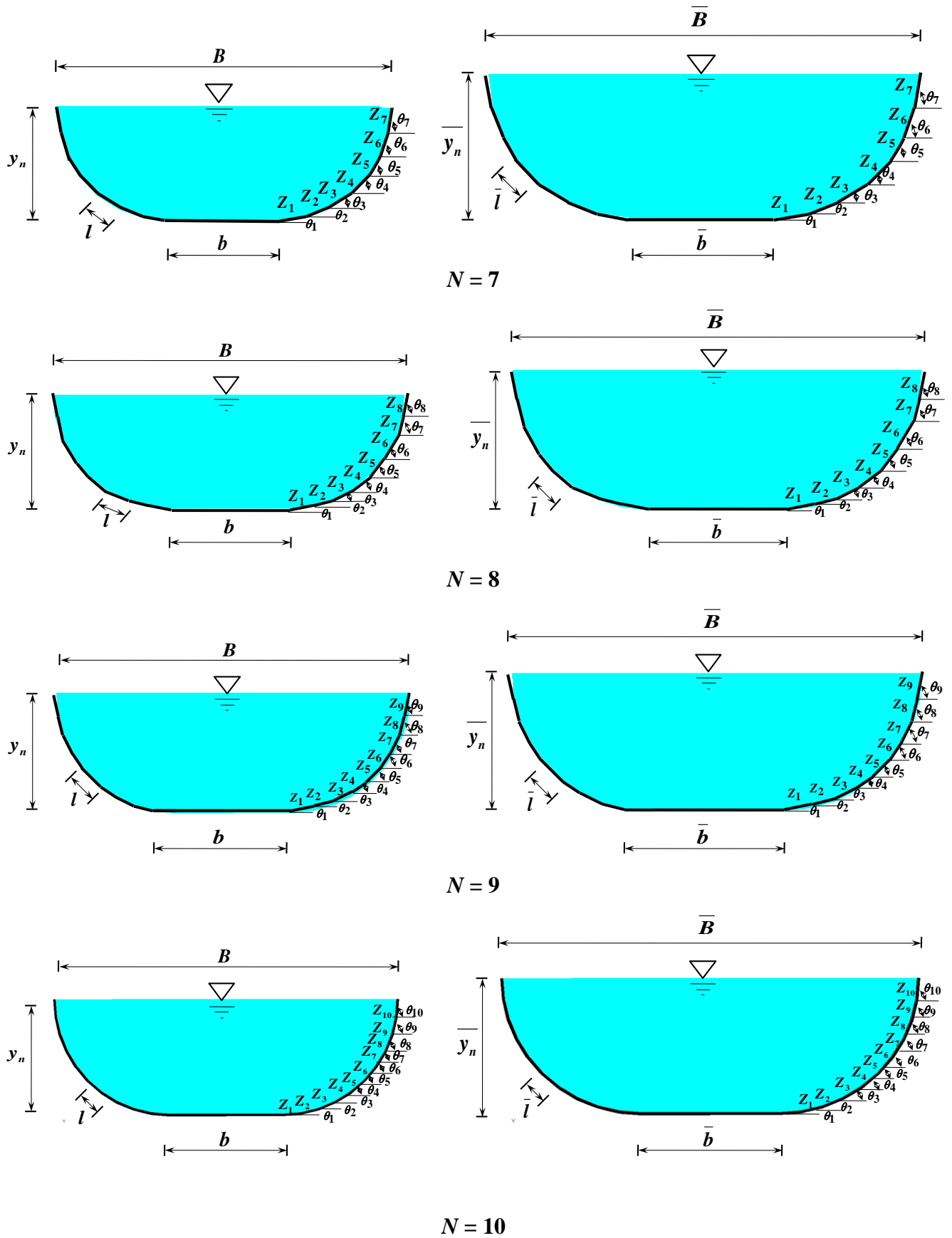


Figure 2.26 (Suite et fin) : Schéma de définition des canaux étudiés et leurs modèles rugueux de référence (PNSL).

Les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèles rugueux peuvent être facilement déduites à partir des relations obtenues dans le chapitre précédent en tenant compte que $\eta = \bar{\eta}$ et en substituant la profondeur y par \bar{y}_n , soit :

- En tenant compte de la relation (2.240), l'aire de la section mouillée \bar{A} du modèle rugueux de référence sera donc :

$$\bar{A} = \alpha(\eta, N) \bar{y}_n^2 \quad (2.251)$$

- Le périmètre de la section mouillée \bar{P} du modèle rugueux est, selon la relation (2.242) :

$$\bar{P} = \beta(\eta, N) \bar{y}_n \quad (2.252)$$

- Le rayon hydraulique \bar{R}_h du modèle rugueux s'écrit, selon la relation (2.247) :

$$\bar{R}_h = \gamma(\eta, N) \bar{y}_n \quad (2.253)$$

- Le diamètre hydraulique \bar{D}_h devient, selon la relation (2.248) :

$$\bar{D}_h = 4\gamma(\eta, N) \bar{y}_n \quad (2.254)$$

- La largeur superficielle \bar{B} est, selon la relation (2.245) :

$$\bar{B} = \rho(\eta) \bar{y}_n \quad (2.255)$$

- On ajoute aux caractéristiques mentionnées ci-dessus, l'expression du nombre de Reynolds \bar{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux dont on rappelle son expression :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{\bar{P}v} \quad (2.115)$$

Cette dernière relation devient en se référant à la relation (2.252) du périmètre mouillé \bar{P} , soit :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{\beta(\eta, N) \bar{y}_n v} \quad (2.256)$$

II.2. Profondeur normale dans le modèle rugueux de référence

On rappelle la relation (2.99) de Darcy – Weisbach applicable pour n'importe quel modèle rugueux, soit :

$$i = \frac{\bar{f}}{2g} \frac{Q^2}{\bar{A}^2 \bar{D}_h} \quad (2.99)$$

En tenant compte des relations (2.251) et (2.254) d'une part et du coefficient de frottement du modèle rugueux $\bar{f} = 1/16$ d'autre part, la relation (2.99) de Darcy-Weisbach peut s'écrire :

$$i = \frac{1/16}{2g} \times \frac{1}{\left[\alpha(\eta, N) \overline{y_n}^2 \right]^2 \left[4\gamma(\eta, N) \overline{y_n} \right]} \times Q^2$$

Ou bien :

$$i = \frac{1}{128g} \times \frac{1}{\overline{y_n}^5 \left[\alpha(\eta, N) \right]^2 \gamma(\eta, N)} \times Q^2 \quad (2.257)$$

Nous pouvons tirer l'expression de la profondeur normale $\overline{y_n}$ dans le modèle rugueux à partir de la relation (2.257), soit :

$$\overline{y_n} = \left\{ 128\gamma(\eta, N) \left[\alpha(\eta, N) \right]^2 \right\}^{-1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.258)$$

Les fonctions $\alpha(\eta, N)$ et $\gamma(\eta, N)$ sont données par les relations (2.241) et (2.249) respectivement et sont présentées dans le chapitre précédent.

Ainsi, la relation (2.258) permet le calcul explicite de la profondeur normale $\overline{y_n}$ du modèle rugueux de référence à partir des valeurs connues du débit volume Q , de la pente i , du nombre de segments N et du paramètre de forme η . Les effets de la viscosité cinématique ν du liquide ne sont pas pris en considération, puisque l'écoulement est, ou supposé être, dans le domaine turbulent rugueux.

La profondeur normale du modèle rugueux $\overline{y_n}$ peut s'écrire également en tenant compte des relations (2.241), (2.243) et (2.249) établies au cours du chapitre précédent, soit :

$$\overline{y_n} = \left\{ \frac{1/\eta + 4N \sin(\pi/4N)}{128 \left[1/\eta + N \sin(\pi/2N) \right]^3} \right\}^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.259)$$

II.3. Expression de la profondeur normale de l'écoulement

L'objectif principal de ce paragraphe est de développer une formule explicite visant à la détermination de la profondeur normale d'écoulement y_n du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal, où le nombre de segments N compris entre 1 et 10.

Les paramètres constituant les données du problème sont : le débit volume Q , la pente géométrique i , la rugosité absolue ε caractérisant l'état des parois internes du canal, la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement, le nombre de segments N et le paramètre de forme η .

La relation entre la profondeur normale y_n et $\overline{y_n}$ est donnée par la relation (2.107) de Achour (2014a) citée dans le deuxième chapitre de cette deuxième partie, soit :

$$y_n = \psi \bar{y}_n \quad (2.107)$$

Le facteur de correction des dimensions linéaires ψ a été exprimé par la relation de *Achour* (2014a) citée également dans le deuxième chapitre de cette deuxième partie sous le numéro (2.117), soit :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.117)$$

Remplaçant les relations (2.254) et (2.256) dans la relation (2.117), on obtient :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{19\gamma(\eta, N)} + \frac{2,125\beta(\eta, N)\bar{y}_n\nu}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.260)$$

La profondeur normale de l'écoulement y_n s'exprime alors en vertu des relations (2.107) et (2.260), soit :

$$y_n = 1,35 \bar{y}_n \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{19\gamma(\eta, N)} + \frac{2,125\beta(\eta, N)\bar{y}_n\nu}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.261)$$

Les fonctions $\beta(\eta, N)$ et $\gamma(\eta, N)$ sont données par les relations (2.243) et (2.249) respectivement et sont présentées dans le chapitre précédent.

II.4. Etapes de calcul de la profondeur normale

Après avoir développé toutes les relations menant au calcul de la profondeur normale de l'écoulement, on a estimé utile d'organiser la méthode proposée sous forme des étapes de calcul afin de montrer l'enchaînement des différentes relations à utiliser pour arriver à la valeur recherchée de la profondeur normale (Figure 2.27).

Il est à noter que la largeur du fond du canal peut être simplement calculée à partir de l'expression du paramètre de forme : $b = y_n/\eta$.

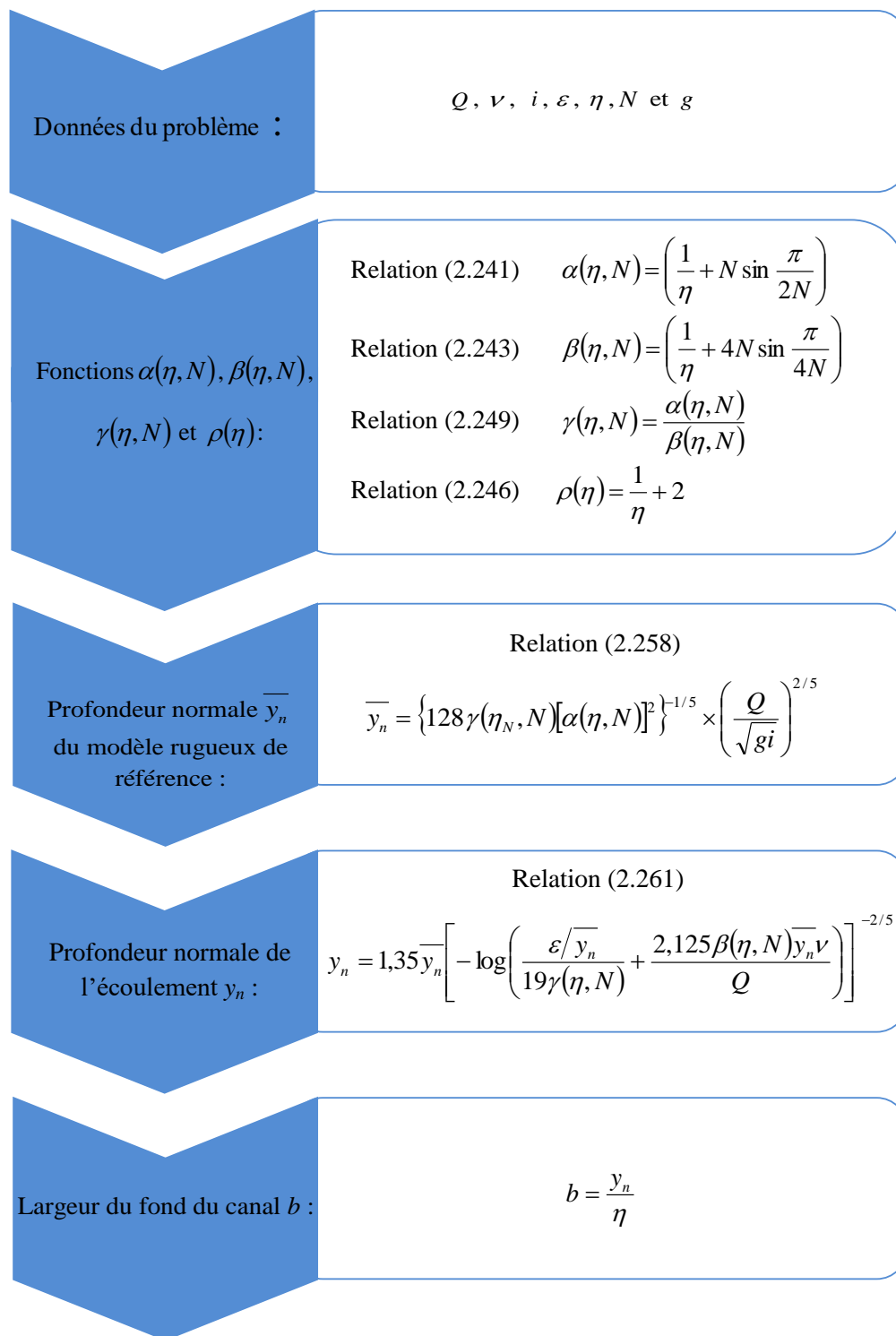


Figure 2.27 : Etapes à suivre pour le calcul de la profondeur normale y_n pour un rapport d'aspect imposé.

II.5. Exemple d'application 2.2

Un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontale (PNSL), écoule un débit volume : $Q = 136,15 \text{ m}^3/\text{s}$, d'un liquide de viscosité : $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, sous une pente géométrique : $i = 10^{-3}$. Sachant que la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes du canal est : $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m}$, et le paramètre de forme est : $\eta = 0,5$, déterminez la profondeur normale y_n pour chacun des nombres de segments suivants : $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10 .

Solution

- i. A partir de la valeur du paramètre de forme η on calcule les fonctions : $\alpha(\eta, N)$, $\beta(\eta, N)$, $\gamma(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$ par application des relations (2.241), (2.243), (2.249) et (2.246) respectivement pour chaque nombre de segments ($N = 1$ à 10). Les résultats sont présentés dans le tableau 2.14.

$$\alpha(\eta, N) = \left(\frac{1}{\eta} + N \sin \frac{\pi}{2N} \right) \quad (2.241)$$

$$\beta(\eta, N) = \left(\frac{1}{\eta} + 4N \sin \frac{\pi}{4N} \right) \quad (2.243)$$

$$\gamma(\eta, N) = \frac{\alpha(\eta, N)}{\beta(\eta, N)} \quad (2.249)$$

Et :

$$\rho(\eta) = \frac{1}{\eta} + 2 \quad (2.246)$$

Tableau 2.14 : Valeurs des fonctions : $\alpha(\eta, N)$, $\beta(\eta, N)$, $\gamma(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$.

N	$\alpha(\eta, N)$	$\beta(\eta, N)$	$\gamma(\eta, N)$	$\rho(\eta)$
1	3	4,82842712	0,62132034	4
2	3,41421356	5,06146746	0,67455014	4
3	3,5	5,10582854	0,6854911	4
4	3,53073373	5,12144515	0,68940184	4
5	3,54508497	5,1286893	0,69122631	4
6	3,55291427	5,13262861	0,69222119	4
7	3,55764654	5,13500533	0,69282237	4
8	3,56072258	5,13654849	0,69321308	4
9	3,5628336	5,13760674	0,69348118	4
10	3,56434465	5,13836383	0,69367308	4

- ii. La profondeur normale y_n du modèle rugueux de référence peut être calculée par application de la relation (2.258). Les résultats sont présentés dans le tableau 2.15.

$$\bar{y}_n = \left\{ 128\gamma(\eta, N) [\alpha(\eta, N)]^2 \right\}^{-1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.258)$$

Tableau 2.15 : Profondeur normale \bar{y}_n du modèle rugueux de référence.

N	\bar{y}_n (m)
1	4,8341447
2	4,51556546
3	4,45660026
4	4,43599235
5	4,42646007
6	4,42128381
7	4,4181633
8	4,41613823
9	4,41474996
10	4,41375699

- iii. On calcule la profondeur normale de l'écoulement y_n selon la relation (2.261). Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.16.

$$y_n = 1,35 \bar{y}_n \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{y}_n}{19\gamma(\eta, N)} + \frac{2,125\beta(\eta, N)\bar{y}_n v}{Q} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.261)$$

Tableau 2.16 : Profondeur normale de l'écoulement y_n .

N	y_n (m)
1	3,50000905
2	3,26765849
3	3,22463816
4	3,20960217
5	3,20264711
6	3,19887031
7	3,19659345
8	3,19511587
9	3,19410293
10	3,19337842

- iv. La largeur au fond b du canal, est déduite à partir de la relation (2.250). Le calcul est présenté dans le tableau 2.17.

$$b = \frac{y_n}{\eta}$$

- iv. La largeur du plan d'eau B est donnée par la relation (2.245) pour $y = y_n$, soit :

$$B = \rho(\eta)y_n \quad (2.245)$$

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.17.

- v. L'expression de la longueur du segment l du canal PNSL peut être généralisée en tenant compte de la forme des relations (2.141), (2.151), (2.162), (2.172), (2.182), (2.192), (2.202), (2.212), (2.222) et (2.232) pour $y = y_n$ correspondant à $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10 , soit :

$$l = 2y_n \sin \frac{\pi}{4N} \quad (2.262)$$

Les résultats sont montrés dans le tableau 2.17.

Tableau 2.17 : Valeurs des grandeurs : b , B et l .

N	b (m)	B (m)	l (m)
1	7,0000181	14,0000362	4,94976027
2	6,53531698	13,070634	2,50095753
3	6,44927632	12,8985526	1,66919554
4	6,41920434	12,8384087	1,25232464
5	6,40529421	12,8105884	1,00200877
6	6,39774061	12,7954812	0,83507272
7	6,39318691	12,7863738	0,71580982
8	6,39023174	12,7804635	0,62635224
9	6,38820585	12,7764117	0,55676883
10	6,38675683	12,7735137	0,50109917

Vérification

Cette partie vise à vérifier la validité de la méthode proposée pour le calcul de la profondeur normale de l'écoulement y_n par à travers la détermination la valeur de la pente longitudinale i des canaux considérés par application de la relation universelle de *Chézy* qui s'écrit :

$$i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R_h} \quad (1.4)$$

- i. A partir des valeurs des fonctions : $\alpha(\eta, N)$ et $\beta(\eta, N)$ présentées dans le tableau 2.14, on peut calculer l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P qui sont régis respectivement par les relations (2.240) et (2.242) pour $y = y_n$.

$$A = \alpha(\eta, N)y_n^2 \quad (2.240)$$

$$P = \beta(\eta, N)y_n \quad (2.242)$$

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.18.

- ii. Le rayon hydraulique est déterminé par la relation : $R_h = A/P$ dont les calculs sont mentionnés dans le tableau 2.18.

Tableau 2.18 : Valeurs des caractéristiques : A , P et R_h .

N	A (m^2)	P (m)	R_h (m)
1	36,7501901	16,8995386	2,17462683
2	36,4555795	16,5391471	2,20419948
3	36,3940195	16,4644496	2,21046075
4	36,3720163	16,4378015	2,21270565
5	36,361754	16,425382	2,21375394
6	36,3561589	16,4186133	2,2143258
7	36,3527784	16,4145244	2,21467144
8	36,3505815	16,4118676	2,2148961
9	36,3490741	16,4100447	2,21505028
10	36,3479952	16,4087401	2,21516063

- iii. Le nombre de *Reynolds* R caractérisant l'écoulement est donné par la relation (2.113) dont les résultats sont présentés dans le tableau 2.19.

$$R = \frac{4Q}{P\nu} \quad (2.113)$$

Tableau 2.19 : Valeurs du nombre de *Reynolds* R .

N	R
1	32225731,8
2	32927937,3
3	33077328,1
4	33130951,3
5	33156002,2
6	33169671
7	33177933,5
8	33183304,5
9	33186990,6
10	33189629,1

- iv. Le coefficient de *Chézy* C ($m^{1/2}/s$) peut être calculé à partir de la relation (1.9), de *Achour et Bedjaoui* (2006), soit :

$$C = -4\sqrt{2g} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (1.9)$$

Les calculs sont regroupés dans le tableau 2.20.

Tableau 2.20 : Valeur du coefficient de Chézy C .

N	$C (m^{1/2}/s)$
1	79,7887508
2	79,8932985
3	79,9152532
4	79,9231096
5	79,9267755
6	79,9287746
7	79,9299827
8	79,9307678
9	79,9313065
10	79,9316921

- v. Enfin, la pente longitudinale i est par suite, selon la relation de Chézy (1.4), soit :

$$i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R_h} \quad (1.4)$$

Les calculs sont présentés dans le tableau 2.21.

Tableau 2.21 : Valeurs de la pente longitudinale i .

N	i	$\Delta i/i$ (%)
1	0,00099140	0,86
2	0,00099137	0,86
3	0,00099136	0,86
4	0,00099136	0,86
5	0,00099136	0,86
6	0,00099136	0,86
7	0,00099136	0,86
8	0,00099136	0,86
9	0,00099136	0,86
10	0,00099136	0,86

Ainsi, nous pouvons constater que l'écart relatif $\Delta i/i$ entre la valeur de la pente longitudinale calculée et celle donnée dans les énoncés du problème pour tous les canaux considérés est égal à 0,86 %, ce qui mène à conclure à la validité de la méthode proposée pour le calcul de la profondeur normale y_n .

II.6. Etude comparative

Il est très utile de procéder à une étude comparative entre les différents canaux à parois bisées afin de conclure au nombre de segments optimal menant à la section la plus avantageuse. Il se peut que le nombre de segments représentant la section optimale change d'un cas à un autre comme, par exemple, lorsqu'il s'agit d'un canal en terre où l'angle de frottement interne joue un rôle restrictif dans la détermination du nombre de segments au contraire des canaux artificiels où la stabilité des parois ne pose pas de problème.

II.6.1. Paramètres adimensionnels

Pour pouvoir répondre à cette question, on suggère d'établir les paramètres adimensionnels suivants : A^* , P^* , R_h^* et D_h^* de telle sorte que :

$$A = A^* y_n^2 \quad (2.263)$$

$$P = P^* y_n \quad (2.264)$$

$$R_h = R_h^* y_n \quad (2.265)$$

$$D_h = D_h^* y_n \quad (2.266)$$

L'analyse des relations (2.263), (2.264), (2.265) et (2.266) conduit à conclure que les paramètres adimensionnels : A^* , P^* , R_h^* et D_h^* correspondent respectivement à l'aire de la section mouillée, au périmètre mouillé, au rayon hydraulique et au diamètre hydraulique lorsque la profondeur normale de l'écoulement y_n est égale à l'unité. Par analogie avec les relations (2.240), (2.242), (2.247) et (2.248), les relations (2.263), (2.264), (2.265) et (2.266) permettent d'écrire respectivement, pour $y = y_n$:

$$A^* = \alpha(\eta, N) \quad (2.267)$$

$$P^* = \beta(\eta, N) \quad (2.268)$$

$$R_h^* = \gamma(\eta, N) \quad (2.269)$$

$$D_h^* = 4\gamma(\eta, N) \quad (2.270)$$

Rappelons que les fonctions $\alpha(\eta, N)$, $\beta(\eta, N)$ et $\gamma(\eta, N)$ sont données par les relations (2.241), (2.243) et (2.249) respectivement.

II.6.2. Comparaison avec la section à parois circulaires avec fond horizontal

Les relations (2.267), (2.268), (2.269) et (2.270) peuvent être représentées graphiquement pour les intervalles suivants : $1 \leq N \leq 10$ et $0,3 \leq \eta \leq 4$. La figure 2.28 indique alors la variation des paramètres

adimensionnels A^* , P^* , R_h^* et D_h^* en fonction du nombre de segments N pour quelques valeurs du paramètre de forme η .

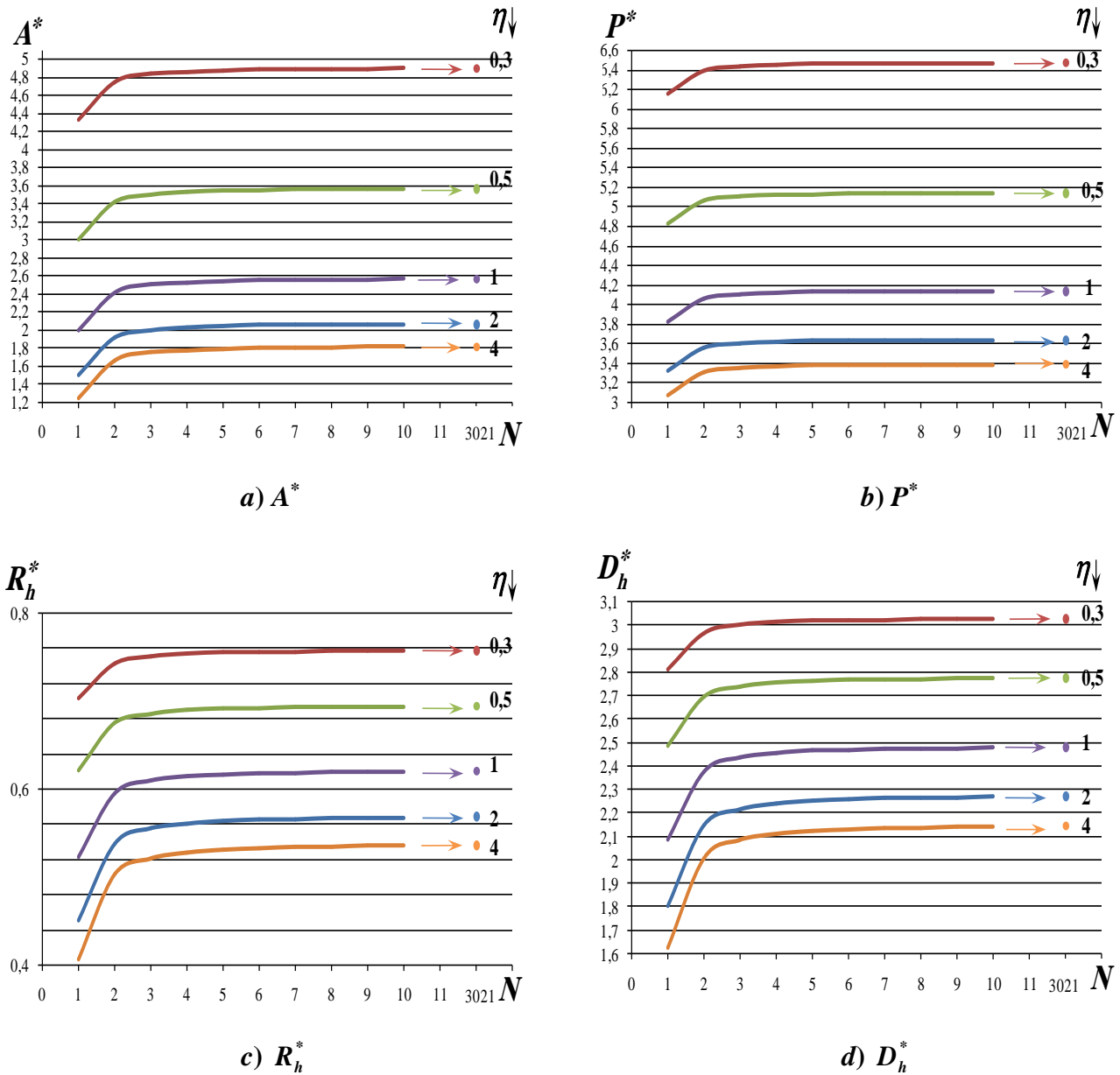


Figure 2.28 : Variation de A^* , P^* , R_h^* et D_h^* en fonction du nombre de segments N pour quelques valeurs de η .

La valeur $N = 3021$ figurant dans la figure 2.28 correspond à une section pratiquement à parois circulaires avec fond horizontal, car à partir de cette valeur de N les paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* coïncident avec ceux de la section à parois circulaires avec fond horizontal à 10^{-6} près.

Selon les courbes de la figure 2.28 on peut noter les deux observations suivantes :

- i. Tous les paramètres testés A^* , P^* , R_h^* et D_h^* augmentent avec l'augmentation du nombre de segment N . Toutefois le passage entre la section trapézoïdale ($N = 1$) à la section correspondant à $N = 2$ est marqué par une augmentation relativement importante de l'ensemble des paramètres analysés, puis à partir de $N = 2$ la célérité d'augmentation des paramètres diminue progressivement jusqu'à atteindre la section à parois circulaires avec fond horizontal représentée par le nombre de segment $N = 3021$.
- ii. Pour le même nombre de segment N , tous les paramètres testés diminuent avec l'augmentation du paramètre de forme η .

Par ailleurs, on peut présenter les écarts relatifs entre les paramètres adimensionnels de la section à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal et ceux de la section à parois circulaires avec fond horizontal pour deux valeurs extrêmes pratiques du paramètre de forme : $\eta = 0,1$ et $\eta = 4$. Les paramètres adimensionnels A^* , P^* , R_h^* et D_h^* sont calculés respectivement par les relations (2.267), (2.268), (2.269) et (2.270) dont les résultats sont regroupés dans le tableau 2.22. Les écarts relatifs mentionnés dans le tableau 2.22 ont été déterminés selon la relation suivante :

$$\frac{\Delta\xi}{\xi_c} = \frac{|\xi_N - \xi_c|}{\xi_c} \times 100 \quad (2.271)$$

Où :

ξ_N : paramètre adimensionnel correspondant à A^* , P^* , R_h^* ou D_h^* du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.

ξ_c : paramètre adimensionnel correspondant à A_c^* , P_c^* , $R_{h,c}^*$ ou $D_{h,c}^*$ du canal à parois circulaires avec fond horizontal.

Ainsi, les écarts relatifs obtenus dans le tableau 2.22 montrent qu'à partir de $N = 2$, les paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* de la section à parois brisée avec fond horizontal se rapprochent rapidement à leurs homologues de la section à parois circulaires avec fond horizontal pour la faible valeur du paramètre de forme $\eta = 0,1$.

Cependant, pour la grande valeur du paramètre de forme $\eta = 4$, l'écart relatif entre le paramètre sans dimension A^* du canal à parois brisées avec fond pour $N = 1$ et celui du canal à parois circulaires avec fond est égal à 31,35 % (Tableau 2.23). Cet écart diminue avec l'augmentation de N et partir de $N = 5$, le paramètre A^* se rapproche à celui du canal à parois circulaires avec fond. En ce qui concerne le paramètre P^* , pour $N = 1$ on remarque que l'écart avec la section à parois circulaires avec fond est égal à 9,23 %, mais à partir de $N = 3$, le paramètre P^* est très proche de celui du canal à parois circulaires avec fond.

Tableau 2.22 : Valeurs des paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* pour $\eta = 0,1$.

N	η	A^*	$\Delta A^* / A_c^*$ %	P^*	$\Delta P^* / P_c^*$ %	R_h^*	$\Delta R_h^* / R_{h,c}^*$ %	D_h^*	$\Delta D_h^* / D_{h,c}^*$ %
1	0,1	11	4,93	12,828	2,38	0,8575	2,61	3,4299	2,61
2	0,1	11,414	1,35	13,061	0,61	0,8739	0,75	3,4956	0,75
3	0,1	11,5	0,61	13,106	0,27	0,8775	0,34	3,5099	0,34
4	0,1	11,531	0,35	13,121	0,15	0,8788	0,19	3,5151	0,19
5	0,1	11,545	0,22	13,129	0,1	0,8794	0,12	3,5175	0,12
6	0,1	11,553	0,15	13,133	0,07	0,8797	0,09	3,5188	0,09
7	0,1	11,558	0,11	13,135	0,05	0,8799	0,06	3,5196	0,06
8	0,1	11,561	0,09	13,137	0,04	0,8800	0,05	3,5202	0,05
9	0,1	11,563	0,07	13,138	0,03	0,8801	0,04	3,5205	0,04
10	0,1	11,564	0,06	13,138	0,02	0,8802	0,03	3,5208	0,03
3021	0,1	11,571	0	13,142	0	0,8805	0	3,5219	0

Tableau 2.23 : Valeurs des paramètres A^* , P^* , R_h^* et D_h^* pour $\eta = 4$.

N	η	A^*	$\Delta A^* / A_c^*$ %	P^*	$\Delta P^* / P_c^*$ %	R_h^*	$\Delta R_h^* / R_{h,c}^*$ %	D_h^*	$\Delta D_h^* / D_{h,c}^*$ %
1	4	1,25	31,35	3,0784	9,23	0,4061	24,36	1,6242	24,36
2	4	1,6642	8,6	3,3115	2,36	0,5026	6,39	2,0102	6,39
3	4	1,75	3,89	3,3558	1,05	0,5215	2,86	2,0859	2,86
4	4	1,7807	2,2	3,3714	0,59	0,5282	1,62	2,1127	1,62
5	4	1,7951	1,41	3,3787	0,38	0,5313	1,04	2,1252	1,04
6	4	1,8029	0,98	3,3826	0,26	0,533	0,72	2,132	0,72
7	4	1,8076	0,72	3,385	0,19	0,534	0,53	2,1361	0,53
8	4	1,8107	0,55	3,3865	0,15	0,5347	0,41	2,1387	0,41
9	4	1,8128	0,44	3,3876	0,12	0,5351	0,32	2,1405	0,32
10	4	1,8143	0,35	3,3884	0,1	0,5355	0,26	2,1419	0,26
3021	4	1,8208	0	3,3916	0	0,5369	0	2,1474	0

Enfin, les paramètres R_h^* et D_h^* des canaux à parois brisées avec fond sont très proches de ceux du canal à parois circulaires avec fond à partir du nombre de segment $N = 5$ où l'écart relatif est inférieur ou égal à 1,04 %.

Il est à noter que l'utilité de cette comparaison aidera à choisir le nombre de segment qui convient à chaque situation. Le paragraphe suivant a pour objet de compléter cette étude comparative.

II.6.3. Loi d'évolution de l'aire de la section mouillée et du périmètre mouillé en fonction du nombre de segments

Cette partie vise à étudier l'évolution de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P en fonction du nombre de segments N pour les valeurs extrêmes du débit volume : $1 \leq Q \text{ (m}^3/\text{s)} \leq 500$, de la pente géométrique du canal : $10^{-6} \leq i \text{ (m/m)} \leq 0,05$ et de la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes du canal : $0 \leq \varepsilon \text{ (m)} \leq 0,1$. Les valeurs extrêmes des trois intervalles indiqués dans la phrase précédente indiquent qu'il est possible de former huit combinaisons différentes afin de déterminer les paramètres A et P . Toutes les combinaisons sont montrées dans le tableau 2.24. Autrement dit, les caractéristiques géométriques du canal A et P sont calculés en essayant de couvrir tout le domaine pratique représenté dans ce cas par le débit Q , la pente i et la rugosité absolue ε . On ajoute à ces derniers facteurs pratiques, le paramètre de forme η de telle sorte que les combinaisons mentionnées dans le tableau 2.24 sont utilisées pour les valeurs extrêmes pratiques $\eta = 0,1$ et $\eta = 4$.

Tableau 4 : Combinaisons des valeurs de Q , i et ε .

Combinaisons	Q	i	ε
<i>a</i>	Q_{\min}	i_{\min}	ε_{\min}
<i>b</i>	Q_{\min}	i_{\max}	ε_{\min}
<i>c</i>	Q_{\min}	i_{\min}	ε_{\max}
<i>d</i>	Q_{\min}	i_{\max}	ε_{\max}
<i>e</i>	Q_{\max}	i_{\min}	ε_{\min}
<i>f</i>	Q_{\max}	i_{\max}	ε_{\min}
<i>g</i>	Q_{\max}	i_{\min}	ε_{\max}
<i>h</i>	Q_{\max}	i_{\max}	ε_{\max}

Le calcul de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P se fait alors pour toutes les combinaisons suggérées en se basant sur la procédure employée au cours de la résolution de l'exemple d'application 2.2. Les résultats de calcul ont été organisés sous forme de tableaux dans l'annexe III et sous forme de graphes dans les figures 2.29 et 2.30.

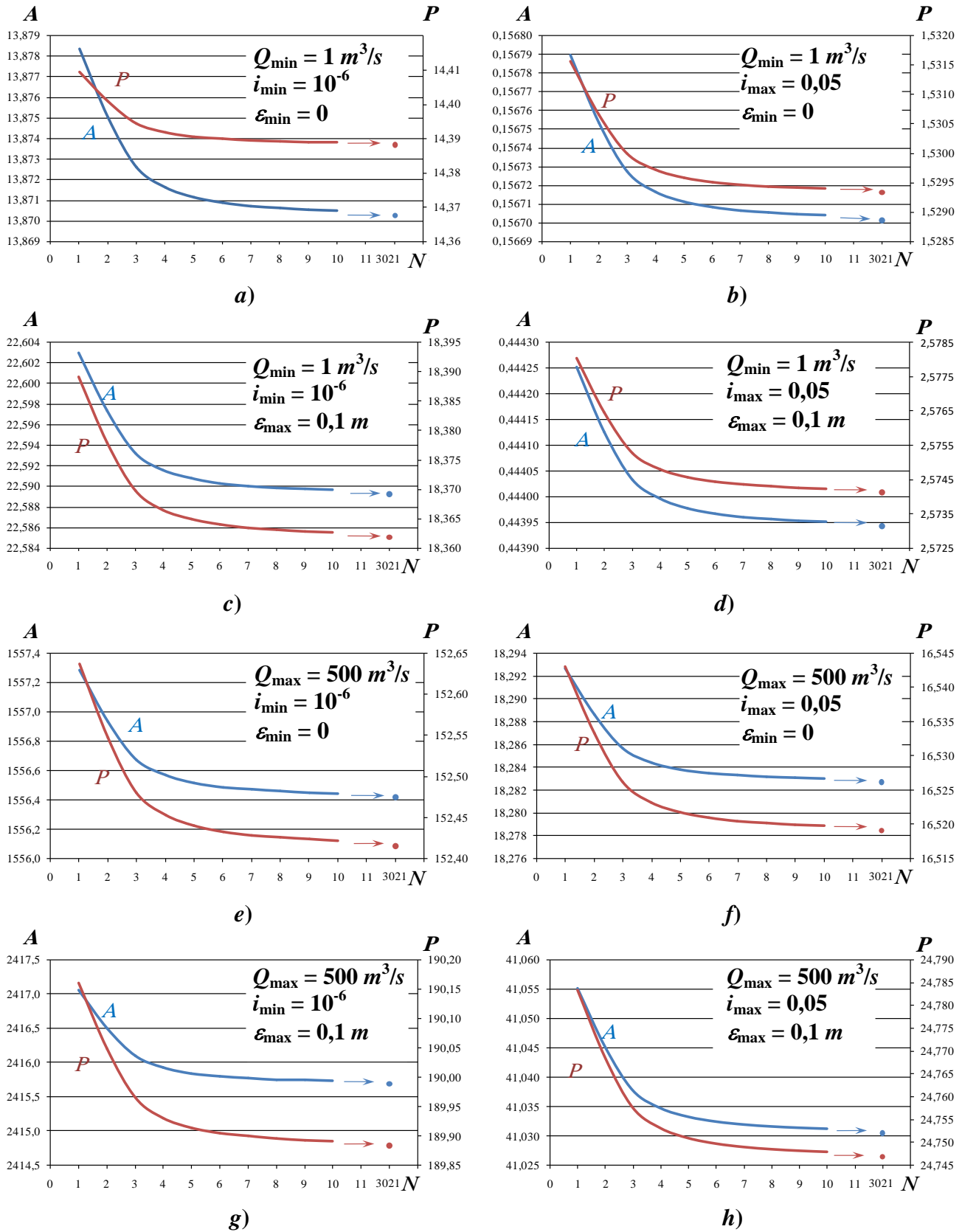


Figure 2.29 : Evolution de $A \text{ (m}^2\text{)}$ et de $P \text{ (m)}$ en fonction de Q , i , ε et N pour $\eta_{\min} = 0,1$.

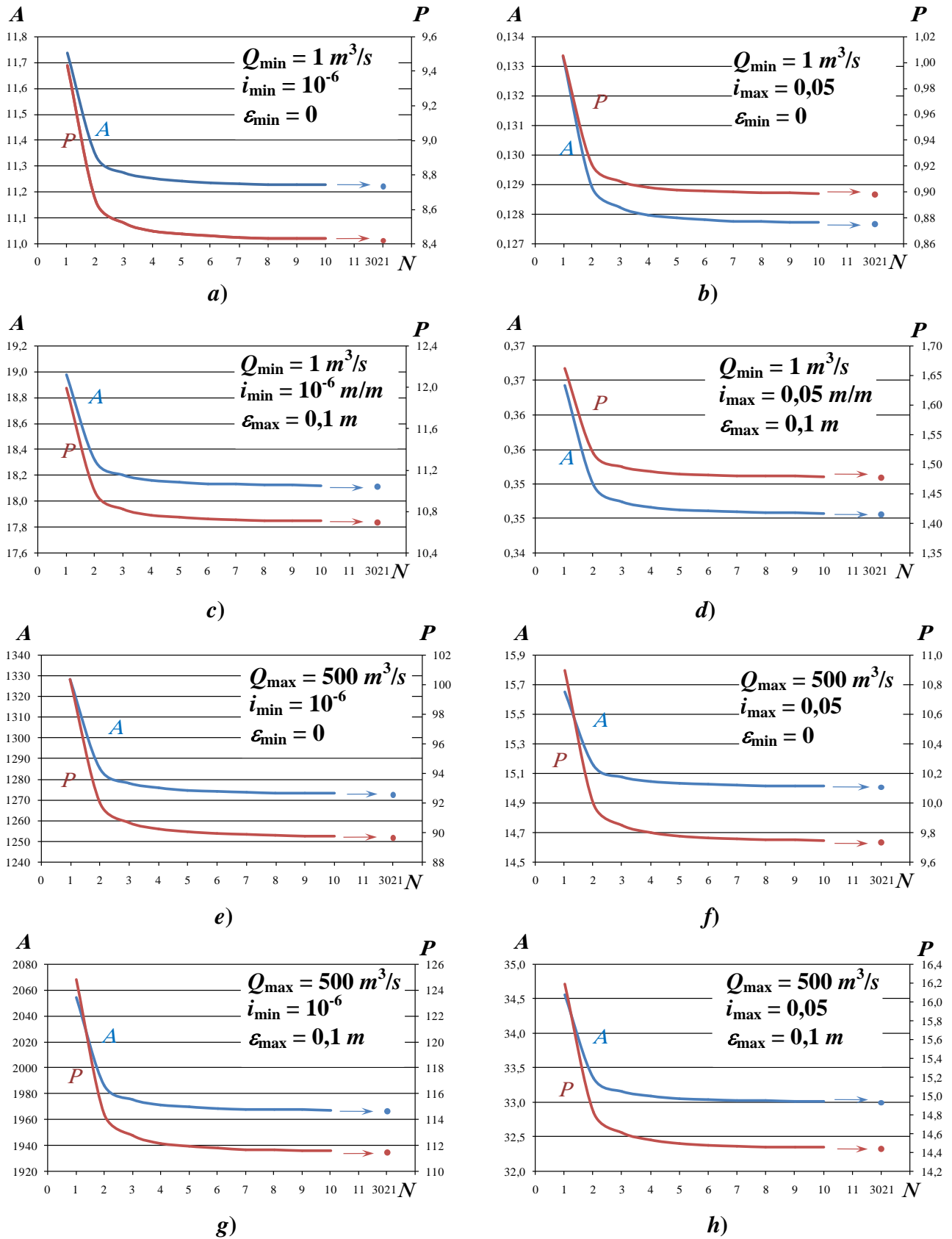


Figure 2.30 : Evolution de A (m²) et de P (m) en fonction de Q , i , ε et N pour $\eta_{\max} = 4$.

On observe à travers les courbes obtenues dans les figures 2.29 et 2.30 que la surface mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent à mesure que le nombre de segments N augmente quel que soit la valeur du débit Q , de la pente géométrique du canal i , de la rugosité absolue ε et du paramètre de forme η . En fait, deux intervalles de la loi d'évolution de la surface mouillée A et du périmètre mouillé P peuvent être enregistrés, à savoir :

- i. $1 \leq N \leq 2$: Pour cet intervalle, le nombre de segments $N = 1$ correspond au canal trapézoïdal et celui $N = 2$ correspond au canal à parois brisées en 2 segments. Dans ce cas on remarque que A et P diminuent d'une manière relativement brusque.
- ii. $2 \leq N \leq 3021$: Ce deuxième intervalle est marqué par une diminution relativement lente des paramètres géométriques A et P , qui demeurent pratiquement inchangés en allant vers le profil à parois circulaires avec fond représenté par $N = 3021$.

Notons que pour le paramètre de forme $\eta = 0,1$, la profondeur normale y_n sera très faible engendrant des parties latérales sensiblement petits qui n'influent pas beaucoup sur les paramètres A et P (figure 2.29).

II.6.4. Loi d'évolution de la profondeur normale en fonction du nombre de segments

L'objectif principal de ce paragraphe est d'étudier la variation de la profondeur normale en fonction du nombre de segments N , pour les mêmes combinaisons utilisées pour étudier l'évolution de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P au cours du paragraphe précédent (tableau 2.24) et pour les mêmes valeurs extrêmes du paramètre de forme : $\eta = 0,1$ et $\eta = 4$. La figure 2.31 montre la variation de la profondeur normale y_n en fonction du nombre de segments N pour chaque combinaison. La figure 2.31 a été obtenue à partir des tableaux regroupés dans l'annexe III.

Les courbes obtenues dans la figure 2.31 montrent que, pour toutes les combinaisons employées, la loi d'évolution de la profondeur normale y_n en fonction du nombre de segments N est similaire de celle des paramètres géométriques A et P (Figures 2.29 et 2.30). En effet, la profondeur normale y_n diminue de manière significative pour l'intervalle $1 \leq N \leq 2$ puis elle diminue progressivement en allant vers le profil à parois circulaires avec fond représenté par $N = 3021$.

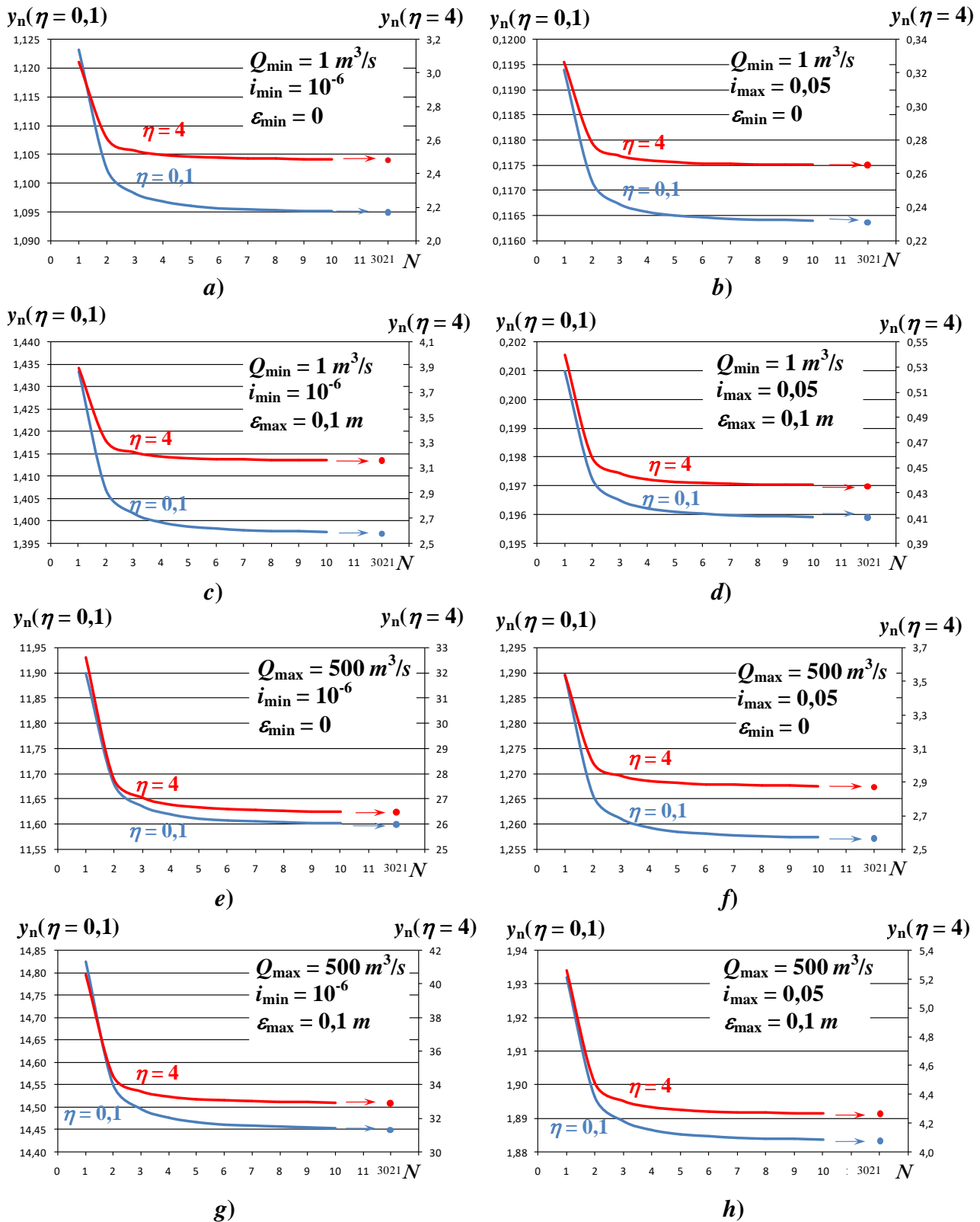


Figure 2.31 : Evolution de y_n (m) en fonction de Q , i , ε et N pour $\eta_{\min} = 0,1$ et $\eta_{\max} = 4$.

En revanche, l'allure des courbes de variation des paramètres géométriques A et P en fonction du nombre de segments N montrées dans les figures 2.29 et 2.30 d'une part et d'autre part la loi d'évolution de la profondeur normale y_n en fonction du nombre de segments N donnée par la figure 2.31, montrent que A et P sont proportionnels à y_n lorsque N augmente. Par ailleurs, les courbes de variation des paramètres adimensionnels A^* et P^* en fonction du nombre de segments N illustrées dans la figure 2.28 et celle des paramètres géométriques A et P (Figures 2.29 et 2.30) indiquent que A et P sont inversement proportionnels à A^* et P^* respectivement lorsque N augmente. Toutes les remarques mentionnées juste ci-dessus mènent à conclure que, lorsque N augmente, la loi de variation de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P suit celle de la profondeur normale y_n et non pas la loi de variation des paramètres adimensionnels A^* et P^* car y_n regroupe les paramètres hydrodynamiques et géométriques de l'écoulement par contre A^* et P^* reflètent la forme géométrique du canal uniquement. Rappelons que les paramètres hydrodynamiques de l'écoulement permanent uniforme sont : le débit volume Q , la pente géométrique i , la rugosité absolue ε des parois internes du canal ainsi que la viscosité cinématique du liquide en écoulement ν .

II.6.5. Choix du nombre de segments optimal

De tous ce qui a été montré au cours de la section II.6. de l'étude comparative, on peut noter les conclusions suivantes :

- i.* Pour $N = 1$, le canal est de section trapézoïdal et pour $N = 3021$ le canal est à parois circulaires avec fond. Cependant, pour l'intervalle $1 < N < 3021$ le canal est à parois brisées en N -segments identiques avec fond horizontal.
- ii.* Pour $N = 2$ où les parois latérales du canal sont brisées en deux segments seulement (Figures 2.17 et 2.26), l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent significativement par rapport à ceux du canal trapézoïdal ($N = 1$).
- iii.* En ce qui concerne $N \geq 2$, l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent lentement lorsque N augmente jusqu'à atteindre la section à parois circulaires avec fond. Cette remarque, clairement observée sur la figure 2.30, mène à favoriser fortement le choix de la section à parois brisées en 2 segments ($N = 2$).
- iv.* Pour $N > 2$, les paramètres géométriques A et P diminuent davantage mais les moyens et les techniques de construction deviennent plus pointus avec une main d'œuvre plus qualifiée. Ainsi le choix des sections brisées en N -segments > 2 est adopté selon le cas.
- v.* faire recours à la section à parois brisées où le nombre de segments doit être sélectionné en fonction de l'angle de frottement interne dépendant de la nature des berges du canal. Ce choix est

justifié par le fait que plus le nombre de segments N augmente plus les paramètres géométriques A et P ont tendance à retrouver ceux de la section à parois circulaires avec fond.

III. Développement de la méthode de calcul de la profondeur normale pour une largeur de la base du canal imposée

Dans ce cas, le calcul de la profondeur normale de l'écoulement doit être effectué dont le paramètre de forme η est inconnu. Par contre, les paramètres connus sont : le débit volume Q écoulé par le canal, la largeur au fond du canal b , la pente géométrique i du canal, la rugosité absolue ε , le nombre de segments N et la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement. Le but de cette partie de l'étude est de déterminer le rapport d'aspect η afin d'en déduire la profondeur normale de l'écoulement dans canal y_n par la relation $y_n = b\eta$. Le développement sera fait en faisant recours à la méthode du modèle rugueux de référence.

III.1. Application de la méthode MMR au calcul de la profondeur normale

On considère un modèle rugueux de référence qui est également un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal (Figure 2.32) de largeur au fond $\bar{b} = b$, écoulant un débit $\bar{Q} = Q$ sous une pente géométrique $\bar{i} = i$. La dimension linéaire b , le débit volume Q , la pente géométrique i sont donc identiques dans le canal étudié et dans le modèle rugueux de référence.

Le paramètre de forme ou rapport d'aspect de l'écoulement dans le modèle rugueux de référence est donc tel que $\bar{\eta} \neq \eta$, correspondant à $\bar{y}_n \neq y_n$. Nous pouvons même écrire que $\bar{\eta} > \eta$ et $\bar{y}_n > y_n$. Ces considérations sont inspirées à partir du cours de *Achour* (2014a). En outre, nous avons montré à travers la relation (2.262) que la longueur des segments l est proportionnel à la profondeur normale y_n d'où : $\bar{l} > l$. Nous avons alors schématiquement ce qui suit :

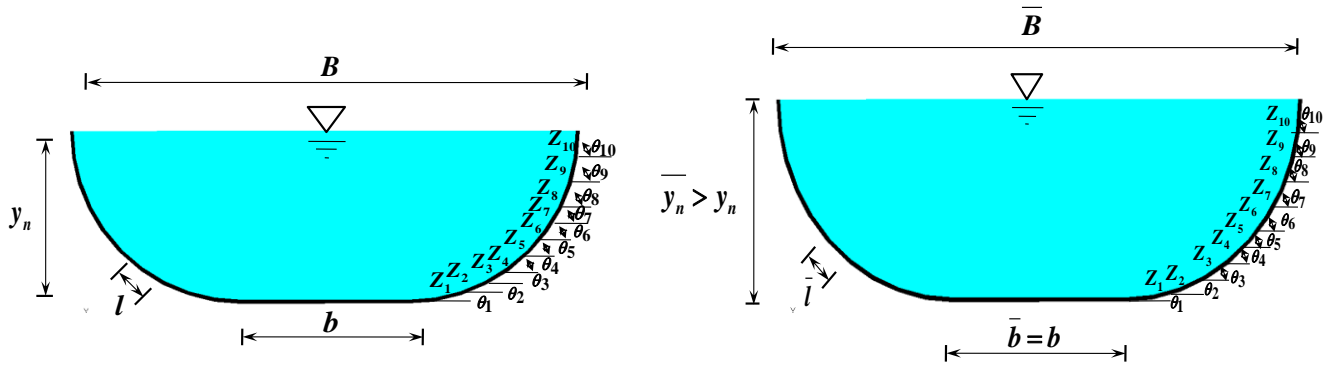


Figure 2.32 : Modèle rugueux de référence du canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal pour $\bar{y}_n > y_n$ et $\bar{b} = b$.

III.1.1. Fonction : Conductivité relative – Paramètre de forme

L'application de la relation de *Darcy-Weisbach* au modèle rugueux de référence à conduit à l'établissement de la relation (2.259) pour $\bar{\eta} \neq \eta$, soit :

$$\bar{y}_n = \left\{ \frac{1/\eta + 4N \sin(\pi/4N)}{128 \left[1/\eta + N \sin(\pi/2N) \right]^3} \right\}^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{2/5} \quad (2.272)$$

En divisant les deux membres de l'équation (2.272) par la largeur du fond b et en remarquant que $\bar{\eta} = \bar{y}_n/b$, il est aisé de montrer que :

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{y}_n}{b} = \left\{ \frac{1/\eta + 4N \sin(\pi/4N)}{128 \left[1/\eta + N \sin(\pi/2N) \right]^3} \right\}^{1/5} \times \left(\frac{Q^2}{gib^5} \right)^{1/5}$$

En divisant les deux membres de cette dernière relation par $\bar{\eta}$ et après simplification et réarrangement on obtient :

$$1 = \left\{ \frac{1 + 4\bar{\eta}N \sin(\pi/4N)}{128\bar{\eta}^3 \left[1 + \bar{\eta}N \sin(\pi/2N) \right]^3} \right\}^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{gib^5}} \right)^{2/5} \quad (2.273)$$

Introduisons, par définition, la conductivité relative rapportée à la dimension linéaire b par la relation suivante :

$$Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}} \quad (2.274)$$

La relation (2.273) prend alors la forme suivante :

$$1 = \left\{ \frac{1 + 4\bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)}{128\bar{\eta}^{-3} \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta}} \right\}^{1/5} \times Q_b^{*2/5}$$

Ou bien :

$$Q_b^{*-2} = \frac{1 + 4\bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)}{128\bar{\eta}^{-3} \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta}} \quad (2.275)$$

Dans la relation (2.275), la conductivité relative Q_b^{*-2} est connue car les paramètres Q , i et b sont connus aussi. Le seul facteur inconnu dans la relation (2.275) est alors le paramètre de forme du modèle rugueux $\bar{\eta}$. Cependant, la forme implicite de cette relation ne permet pas le calcul direct de $\bar{\eta}$. Le paragraphe suivant propose une solution explicite de la relation (2.275).

III.1.2. Développement de la fonction : Conductivité relative – Paramètre de forme

Ce paragraphe vise à développer la relation (2.275) afin de pouvoir déterminer explicitement le paramètre de forme $\bar{\eta}$ en fonction de la conductivité relative Q_b^* . Alors, la relation (2.275) peut s'écrire :

$$128Q_b^{*-2-3} \bar{\eta}^{-3} \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} = 1 + 4\bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)$$

Ou bien :

$$128Q_b^{*-2-3} \bar{\eta}^{-3} \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} - \left[1 + 4\bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)\right] = 0 \quad (2.276)$$

Remarquons que le terme $\left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta}$ de cette dernière relation peut s'écrire :

$$\left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} = \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} \times \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]$$

Après simplification de la première partie du membre droit, on obtient :

$$\left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} = \left\{ \left[1 + \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} \bar{\eta}^{-2} + 2\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} \bar{\eta} \right\} \times \left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]$$

Ou bien :

$$\left[1 + \bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta} = \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-3} \bar{\eta}^{-3} + 3\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-2} \bar{\eta}^{-2} + 3\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-1} \bar{\eta}^{-1} + 1$$

Tenant compte de cette dernière considération, la relation (2.276) devient :

$$128Q_b^{*-2-3} \bar{\eta}^{-3} \left\{ \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-3} \bar{\eta}^{-3} + 3\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-2} \bar{\eta}^{-2} + 3\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^{\beta-1} \bar{\eta}^{-1} + 1 \right\} - \left[1 + 4\bar{\eta}N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)\right] = 0$$

Ou bien :

$$128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}} + 384Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-5}} + 384Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-4}} + 128Q_b^{*-2} \bar{\eta}^{-3} - 4N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right) \bar{\eta}^{-1} - 1 = 0 \quad (2.277)$$

Divisons la relation (2.277) par le terme $128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}$, on obtient :

$$\bar{\eta}^{-6} + \left\{ \frac{384Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-5}}}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \right\} \bar{\eta}^{-5} + \left\{ \frac{384Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-4}}}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \right\} \bar{\eta}^{-4} + \left\{ \frac{128Q_b^{*-2}}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \right\} \bar{\eta}^{-3} - \left[\frac{4 \left[N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right) \right]}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \right] \bar{\eta}^{-1} - \frac{1}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} = 0$$

Après simplification on aura :

$$\bar{\eta}^{-6} + \frac{3}{N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)} \bar{\eta}^{-5} + \frac{3}{\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-5}}} \bar{\eta}^{-4} + \frac{1}{\left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \bar{\eta}^{-3} - \frac{N \sin\left(\frac{\pi}{4N}\right)}{32Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} \bar{\eta}^{-1} - \frac{1}{128Q_b^{*-2} \left[N \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \right]^{\bar{\eta}^{-6}}} = 0 \quad (2.278)$$

Nous avons abouti à une équation de sixième degré dont la solution est très compliquée et nécessite l'utilisation de recourir aux nombres complexes. Cela nous a mené à tenter de proposer une solution approchée qui facilitera le calcul du paramètre de forme $\bar{\eta}$ du modèle rugueux. L'approche suggérée fera l'objet du paragraphe suivant.

III.1.3. Solution approchée de la fonction Conductivité relative – Paramètre de forme

Dans ce paragraphe, une solution approchée de la relation (2.278) sera proposée. Cependant, afin de simplifier la tâche, on va procéder à l'analyse de l'équation de sixième degré sous sa forme représentée par la relation (2.275). Pour ce faire, nous avons besoin d'une série de valeurs pratiques des paramètres de forme $\bar{\eta}$. En effet, en ce qui concerne le paramètre de forme, notre choix s'est arrêté pour la gamme pratique suivante : $0,1 \leq \bar{\eta} \leq 5$. Les nombres de segments adoptés sont : $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10 . Alors, pour chaque valeur du nombre de segments N , on calcule la conductivité relative Q_b^* en fonction de $\bar{\eta}$ par application de la relation (2.275). Autrement dit, on calcule Q_b^* pour les valeurs de $\bar{\eta}$ suivantes : $0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; \dots ; 4,7 ; 4,8 ; 4,9$ et 5 pour chaque valeur de N . Nous avons obtenu ainsi les courbes de variation du paramètre de forme $\bar{\eta}$ en fonction de la conductivité relative Q_b^* pour chaque nombre de segments ($N = 1$ à 10). Ces courbes sont illustrées dans la figure 2.33.

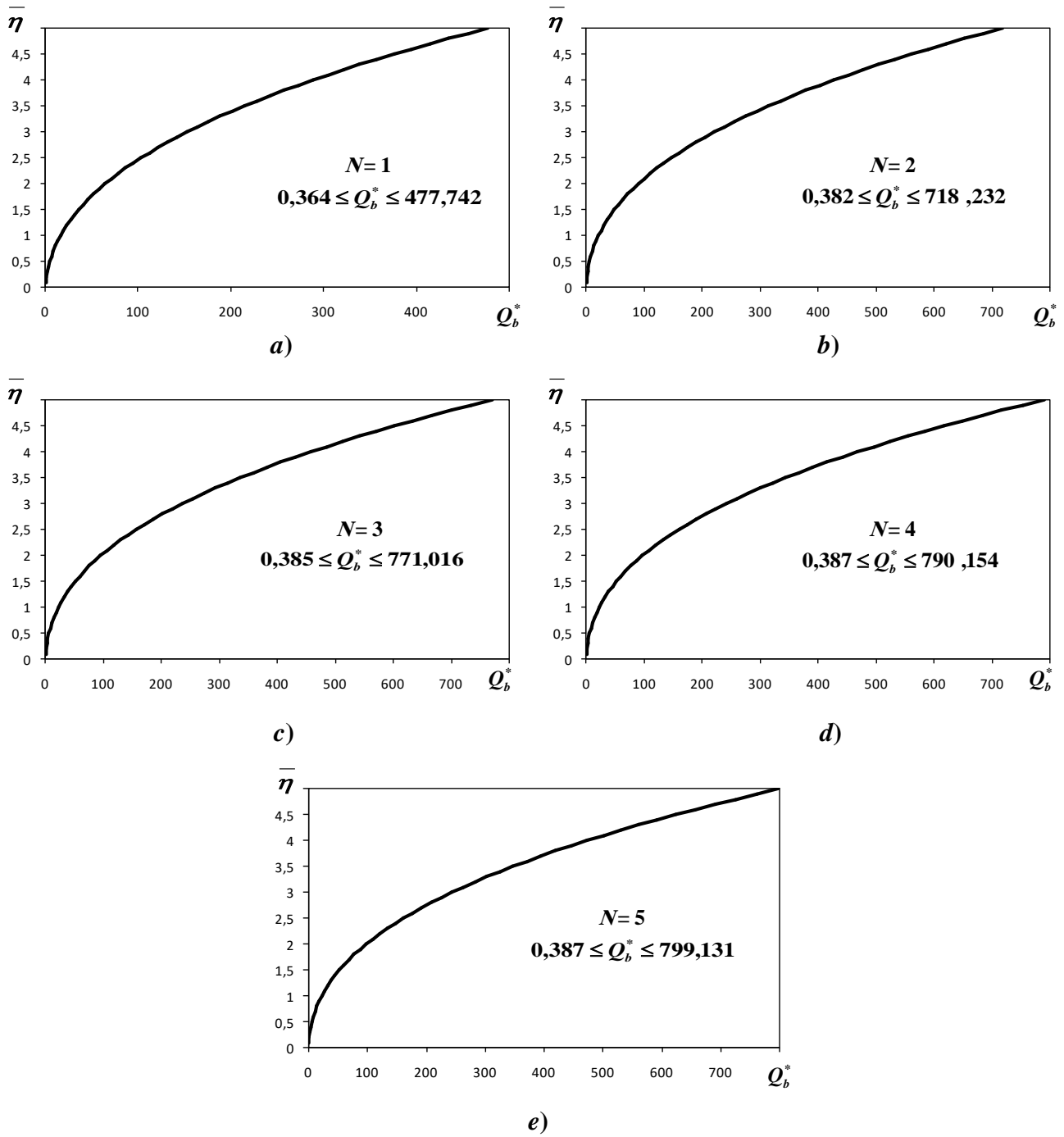


Figure 2.33 : Courbes de variation de $\bar{\eta}$ en fonction de Q_b^* pour différentes valeurs de N (1 à 10).

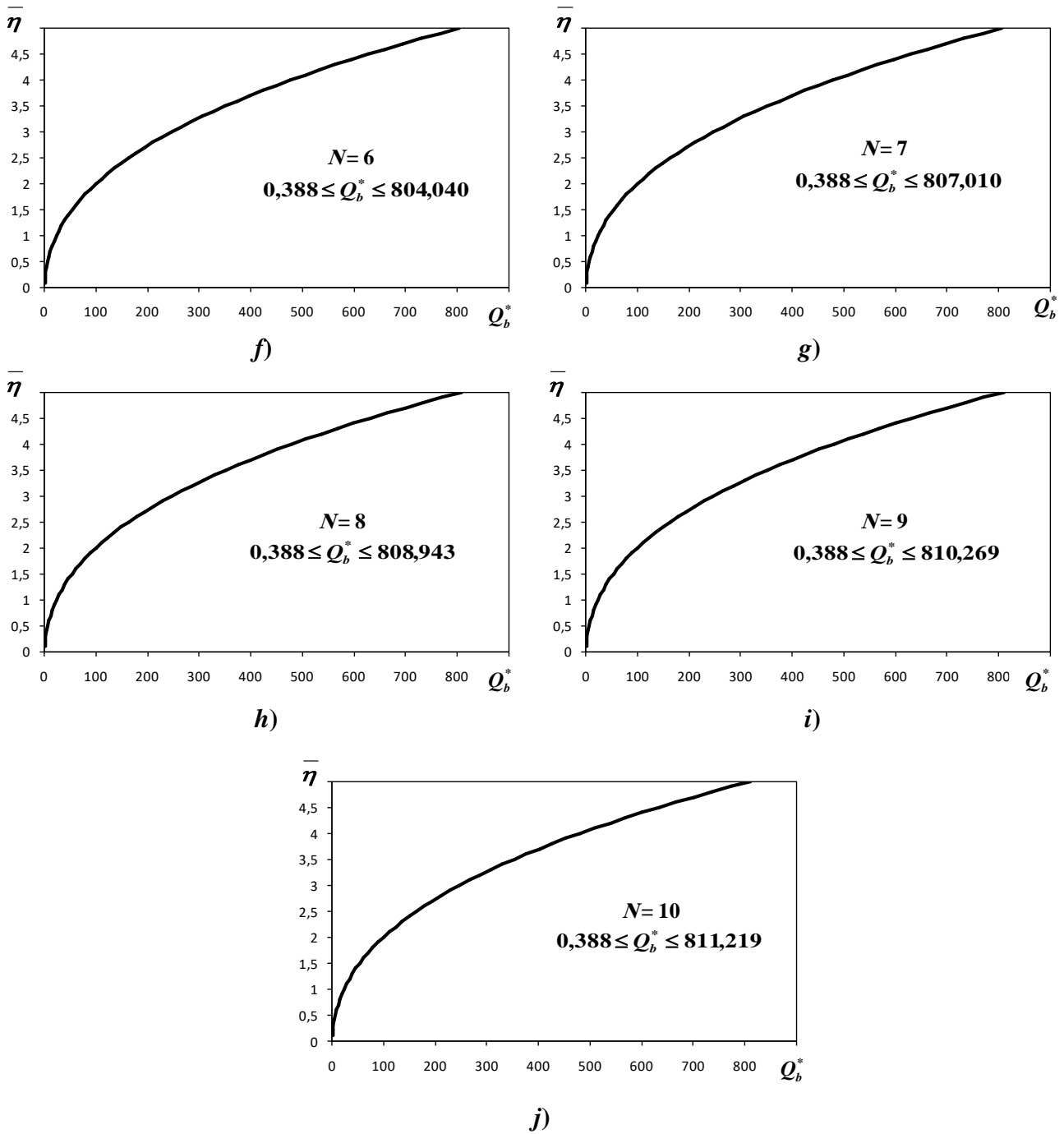


Figure 2.33 (Suite et fin) : Courbes de variation de $\bar{\eta}$ en fonction de Q_b^* pour différentes valeurs de N (1 à 10).

La figure 2.33 montre que toutes les courbes $\bar{\eta} = f(Q_b^*)$ suivent la même loi de variation ce qui mène à penser à les remplacer par une seule relation approchée applicable pour $N = 1$ à 10. De ce fait un ajustement par la méthode de régression non linéaire a été effectué. Après plusieurs tentatives d'ajustement on a opté pour une approche polynomiale tout en adoptant les changements de variables suivants :

$$X = \log Q_b^* \quad (2.279)$$

Et :

$$Y = \log \left(\frac{\bar{\eta}}{3\pi} \right) \quad (2.280)$$

Ces deux nouvelles variables sont liées alors par l'équation polynomiale de cinquième ordre en X comme le montre la relation suivante :

$$Y = a(N)X^5 + b(N)X^4 + c(N)X^3 + d(N)X^2 + e(N)X + f(N) \quad (2.281)$$

Où $a(N)$, $b(N)$, $c(N)$, $d(N)$, $e(N)$ et $f(N)$ sont des paramètres d'ajustement dépendant de la valeur du nombre de segments ($N = 1$ à 10). Les valeurs de ces paramètres sont regroupées dans le tableau 2.25.

Tableau 2.25 : Valeurs des paramètres d'ajustement $a(N)$, $b(N)$, $c(N)$, $d(N)$, $e(N)$ et $f(N)$.

N	$a(N)$	$b(N)$	$c(N)$	$d(N)$	$e(N)$	$f(N)$
1	-0,0007902	0,007509	-0,020132	-0,026591	0,64025	-1,6904298
2	-0,0006843	0,005847	-0,012483	-0,035112	0,6145043	-1,71223
3	-0,0006468	0,005464	-0,011106	-0,036301	0,60998	-1,71643
4	-0,0006332	0,005329	-0,010633	-0,036691	0,60842	-1,71791
5	-0,0006269	0,005266	-0,010416	-0,036868	0,6076996	-1,718596
6	-0,0006234	0,005232	-0,010298	-0,036962	0,60731	-1,71897
7	-0,00062	0,00521	-0,01023	-0,03702	0,60707	-1,7192
8	-0,00061998	0,0051986	-0,0101819	-0,03705516	0,60692	-1,71934
9	-0,000619	0,005189	-0,010151	-0,03708	0,60682	-1,71944
10	-0,00061838	0,00518296	-0,010128	-0,037098	0,60674	-1,71951

En vertu de la relation (2.280), le paramètre de forme recherché $\bar{\eta}$ du modèle rugueux s'écrit :

$$\bar{\eta} = 3\pi 10^Y \quad (2.282)$$

L'application des relations (2.281) et (2.282) ensemble occasionnent un écart relatif maximal inférieur à 0,046 % sur le calcul du paramètre de forme du modèle rugueux $\bar{\eta}$ avec un coefficient de détermination $R^2 = 1$ pratiquement. La figure 2.34 montre schématiquement tous les écarts relatifs $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ calculés en se basant sur la relation exacte (2.275) et la relation approchée (2.281) appliquée avec la relation (2.282).

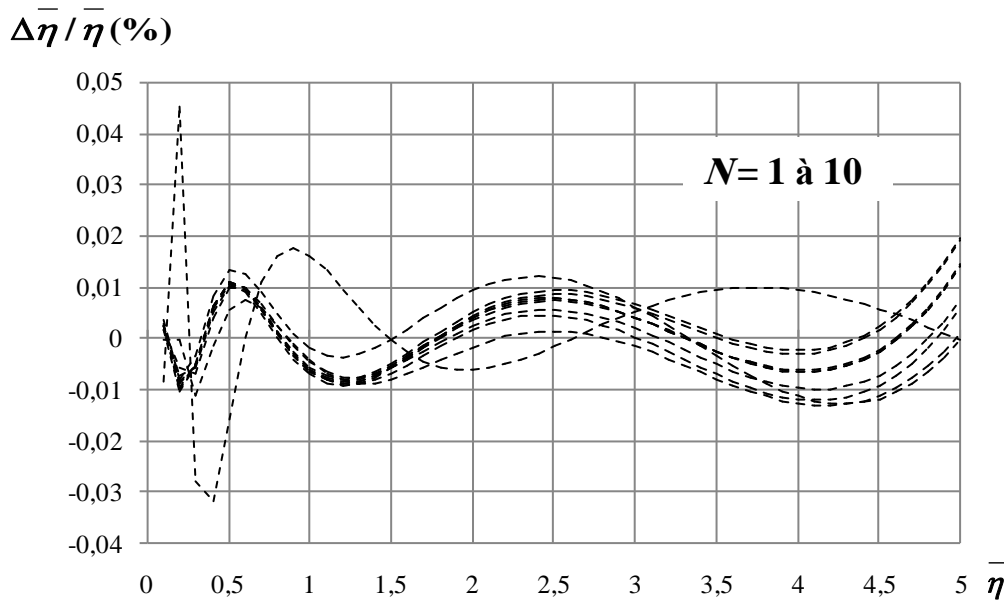


Figure 2.34 : Ecarts relatifs $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ en fonction de $\bar{\eta}$ pour $N = 1$ et 10 .

La figure 2.34 indique clairement que pour la large gamme : $0,5 \leq \bar{\eta} \leq 5$ les écarts relatifs $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ sont inférieurs à $0,02\%$. Pour l'intervalle plus large $0,1 \leq \bar{\eta} \leq 5$ l'écart relatif maximal a été inférieur à $0,046\%$ seulement ce qui mène à la validité des relations proposées (2.281) et (2.282) applicables pour les intervalles : $1 \leq N \leq 10$ et $0,1 \leq \bar{\eta} \leq 5$ ainsi que les intervalles de Q_b^* regroupés dans le tableau 2.26.

Tableau 2.26 : Intervalles de Q_b^* .

N	Q_b^*
1	$0,36442428 \leq Q_b^* \leq 477,742$
2	$0,38174907 \leq Q_b^* \leq 718,232$
3	$0,38540692 \leq Q_b^* \leq 771,016$
4	$0,38672261 \leq Q_b^* \leq 790,154$
5	$0,38733791 \leq Q_b^* \leq 799,131$
6	$0,38767383 \leq Q_b^* \leq 804,040$
7	$0,38787695 \leq Q_b^* \leq 807,010$
8	$0,38800902 \leq Q_b^* \leq 808,943$
9	$0,38809967 \leq Q_b^* \leq 810,269$
10	$0,38816456 \leq Q_b^* \leq 811,219$

Ainsi, nous avons obtenu une approche explicite, permettant le calcul direct du paramètre de forme du modèle rugueux $\bar{\eta}$ dans les limites indiquées ci-dessus.

Le paragraphe qui suit s'intéresse à organiser les étapes à suivre pour l'application de la méthode proposée.

III.2. Etapes de calcul de la profondeur normale

La figure 2.35 indique les étapes à suivre afin de déterminer la profondeur normale de l'écoulement y_n dans le canal considéré pour une valeur donnée de la largeur b de la base.

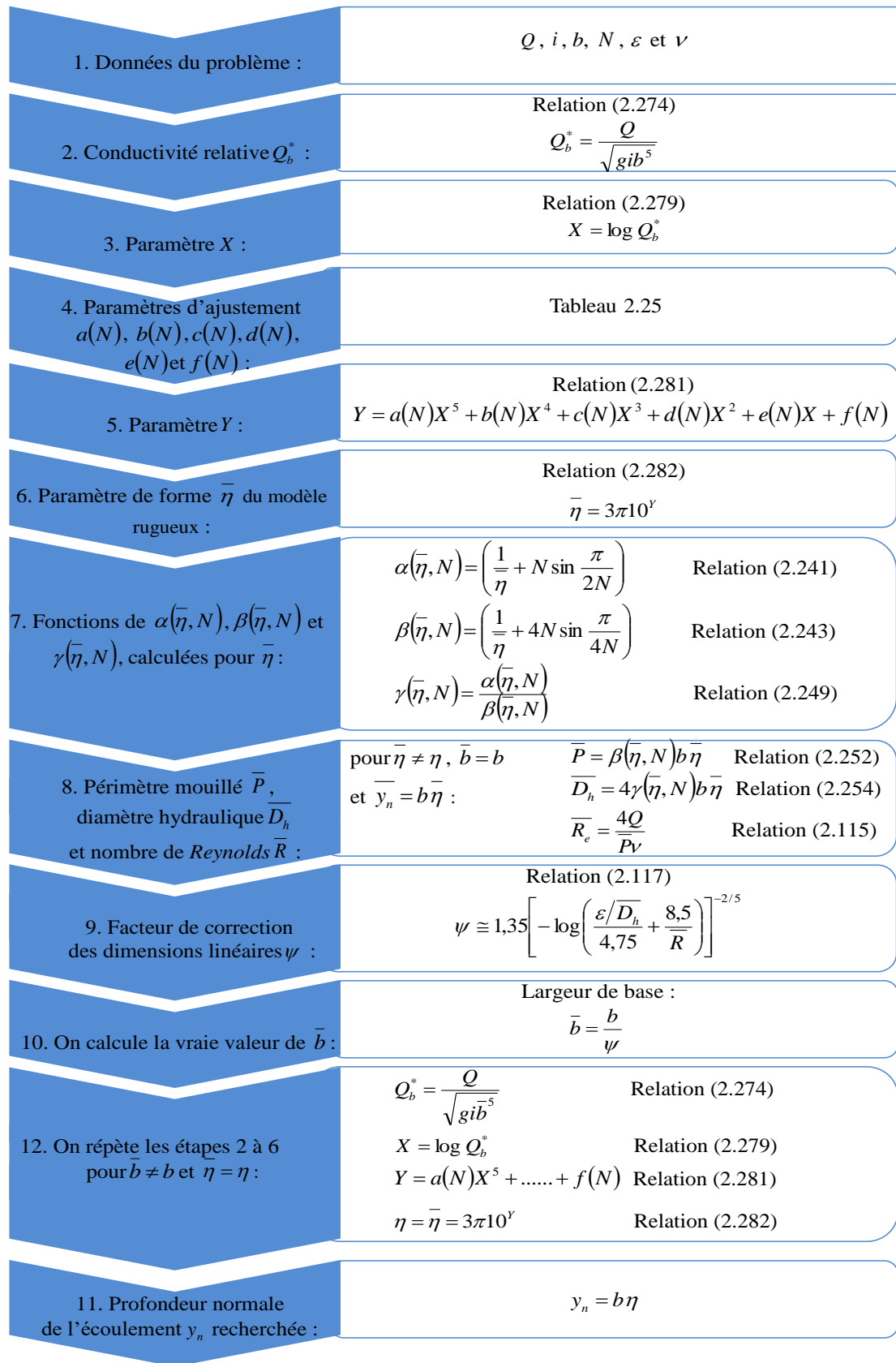


Figure 2.35 : Etapes de calcul de la profondeur normale y_n dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond.

III.3. Exemple d'application 2.3

Reprenons les données de l'exemple d'application 2.2, soient : $N = 1$ à 10 , $Q = 136,15 \text{ m}^3/\text{s}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $i = 10^{-3}$ et $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m}$.

La largeur du fond du canal b pour chaque valeur de N a été évaluée au cours de l'exemple d'application 2.2, elle est imposée dans le présent exemple. Il s'agit alors d'évaluer la profondeur normale de l'écoulement y_n pour chaque valeur de N . Le résultat attendu devra être le même que celui obtenu lors de la solution de exemple d'application 2.2.

Les valeurs de la largeur de la base b à utiliser dans cet exemple sont présentées dans le tableau 2.17.

Solution

- i.* Admettons dans un premier temps que la largeur \bar{b} de la base du modèle rugueux soit la même que celle b (m) dans le canal étudié. Calculons alors la conductivité relative Q_b^* en application la relation (2.274) pour chaque valeur du nombre de segments ($N = 1$ à 10), les résultats sont présentés dans le tableau 2.27.

$$Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}} \quad (2.274)$$

Tableau 2.27 : Valeurs de la conductivité relative Q_b^* .

N	b (m)	Q_b^*	Q_b^*
1	7,0000181	10,603158	$0,36442428 \leq Q_b^* \leq 477,742$
2	6,53531698	12,5897324	$0,38174907 \leq Q_b^* \leq 718,232$
3	6,44927632	13,0138465	$0,38540692 \leq Q_b^* \leq 771,016$
4	6,41920434	13,166797	$0,38672261 \leq Q_b^* \leq 790,154$
5	6,40529421	13,238398	$0,38733791 \leq Q_b^* \leq 799,131$
6	6,39774061	13,277508	$0,38767383 \leq Q_b^* \leq 804,040$
7	6,39318691	13,3011637	$0,38787695 \leq Q_b^* \leq 807,010$
8	6,39023174	13,3165469	$0,38800902 \leq Q_b^* \leq 808,943$
9	6,38820585	13,327107	$0,38809967 \leq Q_b^* \leq 810,269$
10	6,38675683	13,3346674	$0,38816456 \leq Q_b^* \leq 811,219$

- ii.* On calcule le paramètre X par la relation (2.279). les valeurs de X pour chaque nombre de segments sont regroupées dans le tableau 2.28.

$$X = \log Q_b^* \quad (2.279)$$

Tableau 2.28 : Valeurs de X .

N	X
1	1,02543523
2	1,1000165
3	1,11440568
4	1,11948014
5	1,12183543
6	1,12311657
7	1,12388964
8	1,12439162
9	1,12473589
10	1,12498219

iii. Les paramètres $a(N)$, $b(N)$, $c(N)$, $d(N)$, $e(N)$ et $f(N)$ sont déduits à partir du tableau 2.25 pour chaque valeur de N .

Tableau 2.25 : Valeurs des paramètres d'ajustement $a(N)$, $b(N)$, $c(N)$, $d(N)$, $e(N)$ et $f(N)$.

N	$a(N)$	$b(N)$	$c(N)$	$d(N)$	$e(N)$	$f(N)$
1	-0,0007902	0,007509	-0,020132	-0,026591	0,64025	-1,6904298
2	-0,0006843	0,005847	- 0,012483	- 0,035112	0,6145043	- 1,71223
3	-0,0006468	0,005464	-0,011106	- 0,036301	0,60998	- 1,71643
4	-0,0006332	0,005329	- 0,010633	- 0,036691	0,60842	- 1,71791
5	-0,0006269	0,005266	- 0,010416	- 0,036868	0,6076996	- 1,718596
6	-0,0006234	0,005232	- 0,010298	- 0,036962	0,60731	- 1,71897
7	-0,00062	0,00521	- 0,01023	- 0,03702	0,60707	- 1,7192
8	-0,00061998	0, 0051986	- 0,0101819	- 0,03705516	0,60692	- 1,71934
9	-0,000619	0,005189	- 0,010151	- 0,03708	0,60682	- 1,71944
10	-0,00061838	0,00518296	- 0,010128	- 0,037098	0,60674	- 1,71951

iv. On calcule Y par la relation (2.281) dont le calcul est représenté dans le tableau 2.29.

$$Y = a(N)X^5 + b(N)X^4 + c(N)X^3 + d(N)X^2 + e(N)X + f(N) \quad (2.281)$$

Tableau 2.29 : Valeurs de Y .

N	Y
1	-1,076153183
2	-1,087914581
3	-1,08980039
4	-1,09044097
5	-1,09073413
6	-1,0908925
7	-1,0909877
8	-1,09104936
9	-1,09109159
10	-1,09112176

- v. Compte tenu de la relation (2.282), les valeurs du rapport d'aspect ou paramètre de forme du modèle rugueux $\bar{\eta}$ sont présentées dans le tableau 2.30.

$$\bar{\eta} = 3\pi 10^Y \quad (2.282)$$

Tableau 2.30 : Valeurs de $\bar{\eta}$.

N	$\bar{\eta}$
1	0,790893387
2	0,76976214
3	0,76642689
4	0,76529725
5	0,76478083
6	0,764502
7	0,76433444
8	0,76422592
9	0,76415162
10	0,76409853

- vi. On calcule maintenant les fonctions de $\alpha(\bar{\eta}, N)$, $\beta(\bar{\eta}, N)$ et $\gamma(\bar{\eta}, N)$, pour $\bar{\eta}$, respectivement par les relations (2.241), (2.243) et (2.249) du chapitre précédent, pour chaque valeur du nombre de segments ($N = 1$ à 10). Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.31.

$$\alpha(\bar{\eta}, N) = \left(\frac{1}{\bar{\eta}} + N \sin \frac{\pi}{2N} \right) \quad (2.241)$$

$$\beta(\bar{\eta}, N) = \left(\frac{1}{\bar{\eta}} + 4N \sin \frac{\pi}{4N} \right) \quad (2.243)$$

Et :

$$\gamma(\bar{\eta}, N) = \frac{\alpha(\bar{\eta}, N)}{\beta(\bar{\eta}, N)} \quad (2.249)$$

Tableau 2.31 : Valeurs des fonctions $\alpha(\bar{\eta}, N)$, $\beta(\bar{\eta}, N)$ et $\gamma(\bar{\eta}, N)$.

N	$\alpha(\bar{\eta}, N)$	$\beta(\bar{\eta}, N)$	$\gamma(\bar{\eta}, N)$
1	2,264392921	4,092820046	0,55325983
2	2,71331617	4,360570062	0,622238865
3	2,80475588	4,410584426	0,635914794
4	2,83741554	4,42812696	0,640771045
5	2,85264912	4,43625345	0,643031142
6	2,86095533	4,44066967	0,644262136
7	2,865974339	4,443333132	0,645005507
8	2,86923616	4,44506207	0,645488435
9	2,871474408	4,446247548	0,645819734
10	2,873076388	4,447095567	0,646056813

- vii. Avec les valeurs de b et $\bar{\eta}$, les relations (2.252), (2.254) et (2.115) permettent d'évaluer respectivement le périmètre mouillé \bar{P} , le diamètre hydraulique \bar{D}_h et le nombre de *Reynolds* \bar{R} du modèle rugueux pour $\bar{\eta}$. Les calculs pour chaque forme du canal sont montrés dans le tableau 2.32.

$$\bar{P} = \beta(\bar{\eta}, N) \bar{y}_n \quad (2.252)$$

$$\bar{D}_h = 4\gamma(\bar{\eta}, N) \bar{y}_n \quad (2.254)$$

Et :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{\bar{P}v} \quad (2.115)$$

Pour les relations (2.252) et (2.254) : $\bar{y}_n = b\bar{\eta}$.

Tableau 2.32 : Valeurs des caractéristiques du modèle rugueux : \bar{P} , \bar{D}_h et \bar{R} .

N	\bar{P} (m)	\bar{D}_h (m)	\bar{R}
1	22,65894875	12,25197882	24034654,3
2	21,93645637	12,52103786	24826252,28
3	21,80107256	12,57304994	24980422,3
4	21,75361407	12,59140592	25034920,6
5	21,73163629	12,59992834	25060239
6	21,71969494	12,60456471	25074017
7	21,71249375	12,6073626	25082333,1
8	21,70781954	12,60917955	25087733,9
9	21,7046148	12,6104256	25091438,2
10	21,7023223	12,6113172	25094088,7

- viii. Avec les valeurs ainsi calculées de \bar{D}_h et de \bar{R} , la relation (2.117) permet d'évaluer le facteur de correction des dimensions linéaires ψ . Les résultats pour chaque nombre de segments sont présentés dans le tableau 2.33.

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5} \quad (2.117)$$

Tableau 2.33 : Valeurs du facteur de correction des dimensions linéaires ψ .

N	ψ
1	0,72349432
2	0,72291542
3	0,72280514
4	0,72276634
5	0,72274835
6	0,72273857
7	0,72273267
8	0,72272883
9	0,72272621
10	0,72272433

- ix. On déduit la vraie valeur de la largeur de la base du modèle rugueux \bar{b} à partir de la relation fondamentale de la MMR (1.101) présentée dans le chapitre I de la première partie, soit :

$$\bar{b} = \frac{b}{\psi}$$

Les calculs sont mentionnés dans le tableau 2.34.

Les conditions suivantes sont suggérées : $\bar{b} \neq b$ et $\bar{\eta} = \eta$

Tableau 2.34 : Valeurs de la largeur de la base du modèle rugueux \bar{b} .

N	$\bar{b} (m)$
1	9,67529098
2	9,04022348
3	8,92256568
4	8,88143786
5	8,86241279
6	8,85208138
7	8,84585299
8	8,84181098
9	8,83904
10	8,83705805

- x. Alors la relation (2.274) donnera les valeurs de la conductivité relative Q_b^* en fonction des nouvelles valeurs de \bar{b} , soit :

$$Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^{-5}}}$$

Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.35.

Tableau 2.35 : Valeurs de la nouvelle conductivité relative Q_b^* .

N	Q_b^*	Q_b^*
1	4,72088101	$0,36442428 \leq Q_b^* \leq 477,742$
2	5,59416441	$0,38174907 \leq Q_b^* \leq 718,232$
3	5,78041152	$0,38540692 \leq Q_b^* \leq 771,016$
4	5,84756338	$0,38672261 \leq Q_b^* \leq 790,154$
5	5,87899655	$0,38733791 \leq Q_b^* \leq 799,131$
6	5,89616525	$0,38767383 \leq Q_b^* \leq 804,040$
7	5,90654951	$0,38787695 \leq Q_b^* \leq 807,010$
8	5,91330223	$0,38800902 \leq Q_b^* \leq 808,943$
9	5,91793776	$0,38809967 \leq Q_b^* \leq 810,269$
10	5,92125647	$0,38816456 \leq Q_b^* \leq 811,219$

- xi. On calcule le paramètre X par la relation (2.279). Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.36.

$$X = \log Q_b^* \quad (2.279)$$

Tableau 2.36 : Valeurs du paramètre X .

N	X
1	0,67402305
2	0,74773523
3	0,76195876
4	0,76697494
5	0,7693032
6	0,77056965
7	0,77133385
8	0,77183008
9	0,77217039
10	0,77241387

- xii. Le paramètre Y est donné par la relation (2.281). Le calcul est présenté dans le tableau 2.37.

$$Y = a(N)X^5 + b(N)X^4 + c(N)X^3 + d(N)X^2 + e(N)X + f(N) \quad (2.281)$$

Tableau 2.37 : Valeurs du paramètre Y .

N	Y
1	-1,275689815
2	-1,27593084
3	-1,27596226
4	-1,27597239
5	-1,27597693
6	-1,27597936
7	-1,27598081
8	-1,27598174
9	-1,27598238
10	-1,27598284

- xiii. Par suite, la relation (2.282) mènera au calcul du paramètre de forme du canal étudié η . Le tableau 2.38 regroupe les résultats de calcul.

$$\eta = \bar{\eta} = 3\pi 10^y \quad (2.282)$$

Tableau 2.38 : Valeurs du paramètre de forme η .

N	η
1	0,4995527
2	0,49927554
3	0,49923941
4	0,49922777
5	0,49922255
6	0,49921976
7	0,4992181
8	0,49921702
9	0,49921629
10	0,49921576

- xiv. Enfin, nous pouvons déduire la valeur recherchée de la profondeur normale de l'écoulement y_n à partir de la relation $y_n = b\eta$ pour $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10. Les résultats sont montrés dans le tableau 2.39.

Tableau 2.39 : Valeurs de la profondeur normale y_n , et des écarts relatifs $\Delta y_n/y_n$.

N	y_n (m)	$\Delta y_n/y_n$ (%)
1	3,49687796	0,09
2	3,26292392	0,14
3	3,21973293	0,15
4	3,20464508	0,15
5	3,19766734	0,16
6	3,19387856	0,16
7	3,1915946	0,16
8	3,19011246	0,16
9	3,1890964	0,16
10	3,18836968	0,16

Les écarts relatifs $\Delta y_n/y_n$ mentionnés dans le tableau 2.39 ont été calculés par rapport aux valeurs de la profondeur normale y_n calculées au cours de l'exemple d'application 2.2 (Tableau 2.16). Alors, il s'agit des valeurs très proches de celles calculées au cours de l'exemple d'application 2.2 avec des écarts relatifs acceptables.

IV. Conclusion

Dans cette étude, deux approches théoriques explicites ont été principalement développées afin de déterminer la profondeur normale de l'écoulement dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond, cela a été rendu possible par l'application de la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR. La première approche s'est élaborée dans le cas où le paramètre de forme ou rapport d'aspect est imposé tandis que la deuxième a été proposée afin de couvrir le cas où la largeur du fond du canal est connue. En effet, pour les deux situations, les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence ont été d'abord exprimées. Ainsi, une relation permettant le calcul direct de la profondeur normale de l'écoulement a été élaborée pour le cas où le paramètre de forme est imposé. La méthode a été organisée sous forme d'un organigramme afin mettre toutes les relations en ordre logique facilitant alors son utilisation par l'ingénieur. Un exemple d'application a été proposé afin de montrer l'application pratique de l'approche ainsi que sa validité. Cet exemple d'application nous a permis également de procéder à une étude comparative fortement intéressante entre les différents canaux à parois bisées afin de conclure au nombre de segments optimal menant à la section la plus avantageuse tout en tenant compte des différentes restrictions pratiques. De ce fait, l'étude approfondie de la loi de variation des paramètres adimensionnels en fonction du nombre de segments d'une part et d'autre part, l'étude des lois d'évolution de l'aire de la section mouillée, du périmètre

mouillé et de la profondeur normale en fonction du nombre de segments pour les différents scénarios pratiques, ainsi que la comparaison avec la section trapézoïdale et celle semi-circulaire avec fond ont mené aux conclusions suivantes :

- i.* Pour $N = 1$, le canal est de section trapézoïdale et pour $N = 3021$ le canal est à parois circulaires avec fond. Cependant, pour l'intervalle $1 < N < 3021$ le canal est à parois brisées en N -segments identiques avec fond horizontal.
- ii.* Pour $N = 2$ où les parois latérales du canal sont brisées en deux segments seulement (Figures 2.17 et 2.26), l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent significativement par rapport à ceux du canal trapézoïdal ($N = 1$).
- iii.* En ce qui concerne $N \geq 2$, l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent lentement lorsque N augmente jusqu'à atteindre la section à parois circulaires avec fond. Cette remarque, clairement observée sur la figure 2.30, mène à favoriser fortement le choix de la section à parois brisées en 2 segments ($N = 2$).
- iv.* Pour $N > 2$, les paramètres géométriques A et P diminuent davantage mais les moyens et les techniques de construction deviennent plus pointus avec une main d'œuvre plus qualifiée. Ainsi le choix des sections brisées en N -segments > 2 est adopté selon le cas.
- v.* En ce qui concerne les canaux en terre où il n'est pas possible d'adopter une section à parois circulaires (la plus avantageuse) à cause de la stabilité des berges, nous avons montré qu'on peut faire recours à la section à parois brisées où le nombre de segments doit être sélectionné en fonction de l'angle de frottement interne dépendant de la nature des berges du canal. Ce choix est justifié par le fait que plus le nombre de segments N augmente plus les paramètres géométriques A et P ont tendance à retrouver ceux de la section à parois circulaires avec fond.

Quant à la deuxième approche théorique proposée, elle a été développée pour le cas où une largeur du fond du canal imposée et un paramètre de forme inconnu. Dans ce cas une relation approchée a été obtenue dont le rôle est de déterminer le paramètre de forme du modèle rugueux en fonction de la conductivité relative et du nombre de segments N . L'application de cette expression occasionne un écart relatif maximal $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ inférieur à 0,046 %. Cette solution mènera par la suite au calcul aisé de la profondeur normale recherchée. La méthode a été également récapitulée dans un organigramme renforcé par un exemple d'application pratique montrant la méthode d'exécution des différentes étapes de calcul.

CHAPITRE V

APPROCHE THEORIQUE AU CALCUL DE LA PROFONDEUR CRITIQUE DANS QUELQUES TYPES DE CANAUX OUVERTS

CHAPITRE V

APPROCHE THEORIQUE AU CALCUL DE LA PROFONDEUR CRITIQUE DANS QUELQUES TYPES DE CANAUX OUVERTS

I. Introduction

Le présent chapitre vise à étudier le régime critique dans les canaux semi-circulaires et en forme de polygone semi-régulier de différents types et dans des canaux à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal. L'objectif principal du travail est la recherche d'une relation permettant la détermination de la profondeur critique à partir de la formule du nombre de *Froude*. De ce fait, pour chaque type des canaux considérés, un modèle théorique sera proposé et organisé sous forme d'un organigramme. En outre, pour chaque catégorie des canaux étudiés, un exemple d'application sera inséré afin de montrer la procédure de calcul qui sera suggérée.

II. Expression de la profondeur critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier

II.1. Caractéristiques de l'écoulement critique

Le canal semi-circulaire et les canaux en forme de polygone semi-régulier, lorsqu'ils sont en régime d'écoulement critique, se caractérisent par la profondeur critique y_c et la largeur superficielle B_c , comme illustré dans la figure 2.36.

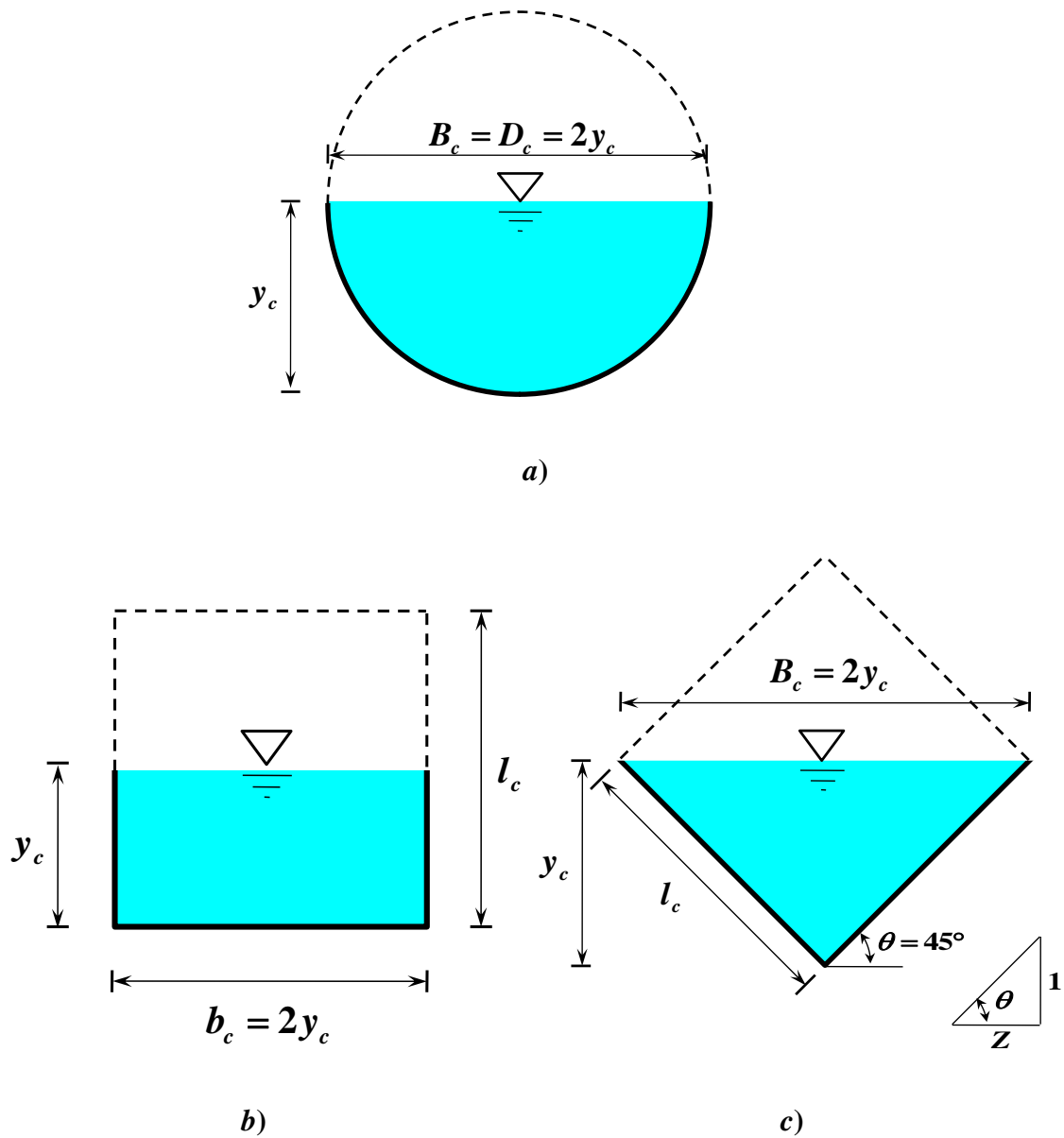


Figure 2.36 : Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier.

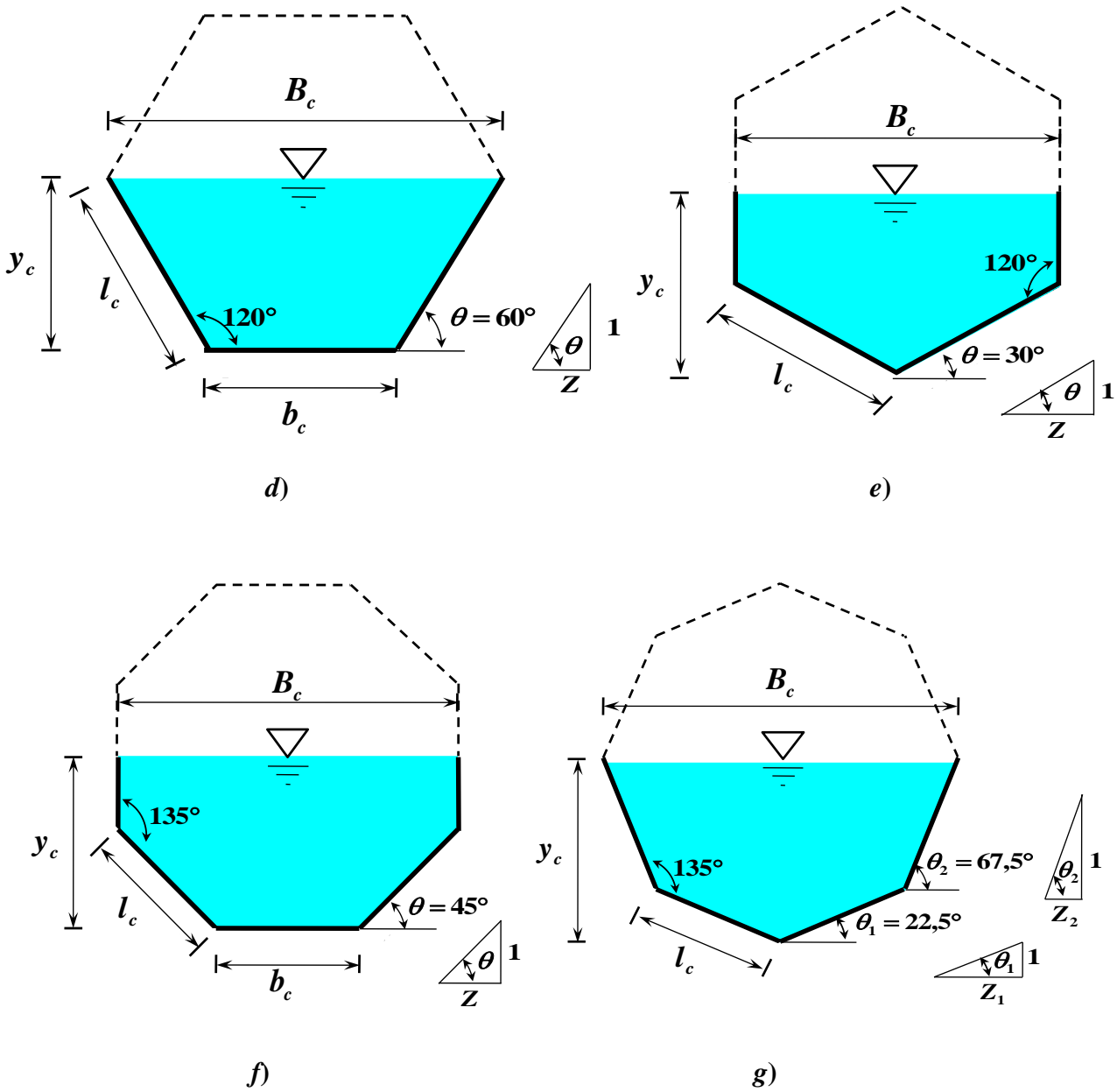


Figure 2.36 (Suite): Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier.

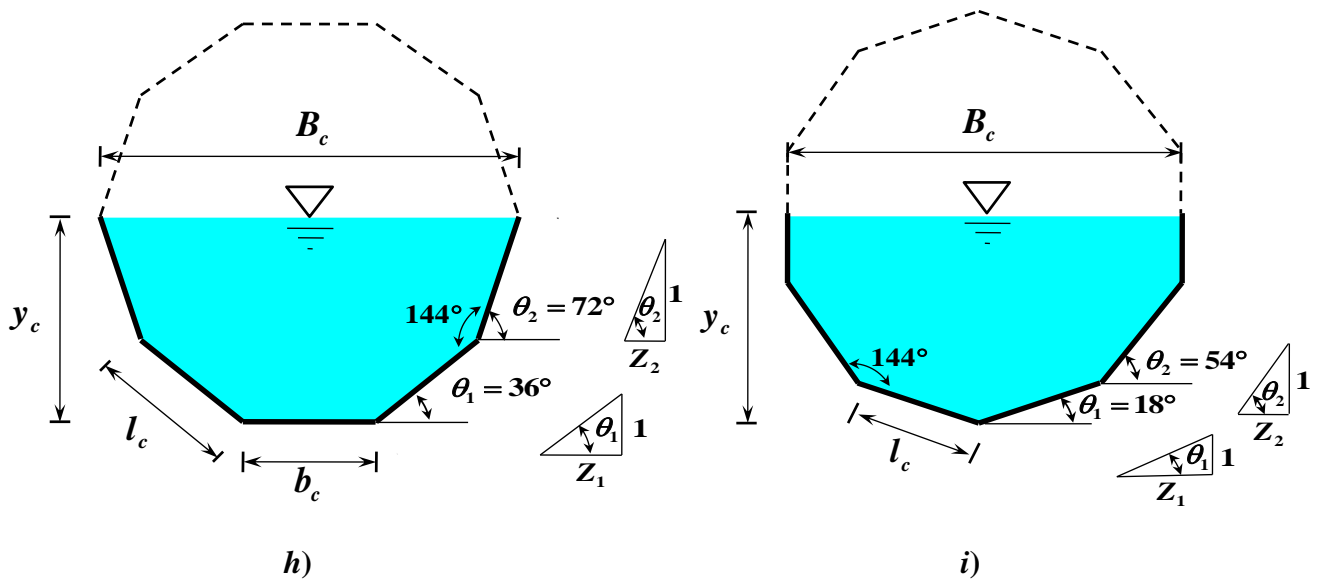


Figure 2.36 (Suite et fin) : Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal semi-circulaire et dans des canaux en forme de polygone semi-régulier.

Au cours du premier chapitre de cette deuxième partie, nous avons montré qu'il est possible d'exprimer l'aire de la section mouillée par une seule relation générale applicable aux canaux de forme semi-circulaire et en forme de polygone semi-régulier telle que :

$$A = C_A y^2 \quad (2.88)$$

De même la largeur du plan d'eau a été généralisée comme suit :

$$B = C_B y \quad (2.92)$$

A l'état critique, objet du présent chapitre, l'aire de la section mouillée A_c et la largeur du plan d'eau B_c sont déduites à partir des relations (2.88) et (2.92) respectivement, soit :

$$A_c = C_A y_c^2 \quad (2.283)$$

$$B_c = C_B y_c \quad (2.284)$$

Avec : y_c représente la profondeur critique de l'écoulement.

Rappelons que les valeurs des coefficients de forme C_A et C_B sont données dans le tableau 2.1 inséré à la fin du premier chapitre de cette partie.

II.2. Expression de la profondeur critique

A l'état critique, le nombre de *Froude* est égal à l'unité. La relation (1.105) s'écrit alors :

$$F_r^2 = \frac{Q^2}{g A_c^3} B_c = 1 \quad (1.105)$$

Où F_r est le nombre de Froude, Q est le débit volume, A_c est l'aire de la section mouillée en écoulement critique et B_c représente la largeur du plan d'eau à l'état critique.

Remplaçons les relations (2.283) et (2.284) dans la relation (1.105), on obtient :

$$\frac{Q^2}{g(C_A y_c^2)^3} (C_B y_c) = 1$$

Ou bien :

$$\frac{C_A^{-3} C_B}{y_c^5} \times \frac{Q^2}{g} = 1$$

A partir de la relation précédente, on peut déduire la profondeur critique y_c du canal semi-circulaire et des canaux en forme de polygone semi-régulier, soit :

$$y_c = (C_A^{-3} C_B)^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{g}} \right)^{2/5} \quad (2.285)$$

Ainsi, la relation (2.285) permet le calcul explicite de la profondeur critique y_c , à partir des valeurs connues du débit volume Q , des coefficients de forme C_A et C_B et de l'accélération de la pesanteur g pour un canal semi-circulaire et pour des canaux en forme de polygone semi-régulier.

Rappelons encore que les valeurs de C_A et C_B sont regroupées dans le tableau 2.1 du premier chapitre de cette partie.

II.3. Etapes de calcul de la profondeur critique

Les étapes de calcul indiquées dans la figure 2.37 montre la simplicité de calcul de la profondeur critique dans les canaux ouverts de forme semi-circulaire et en forme de polygone semi-régulier à partir de la relation (2.285). Rappelons que les polygones semi-réguliers considérés dans cette thèse sont : Le polygone semi carré de type I (rectangulaire) et de type II (triangulaire), le polygone semi-hexagonal de type I (trapèze) et de type II (triangle plein), le polygone semi-octogone de type I (trapèze plein) et de type II et le polygone semi-décagonal de types I et II.

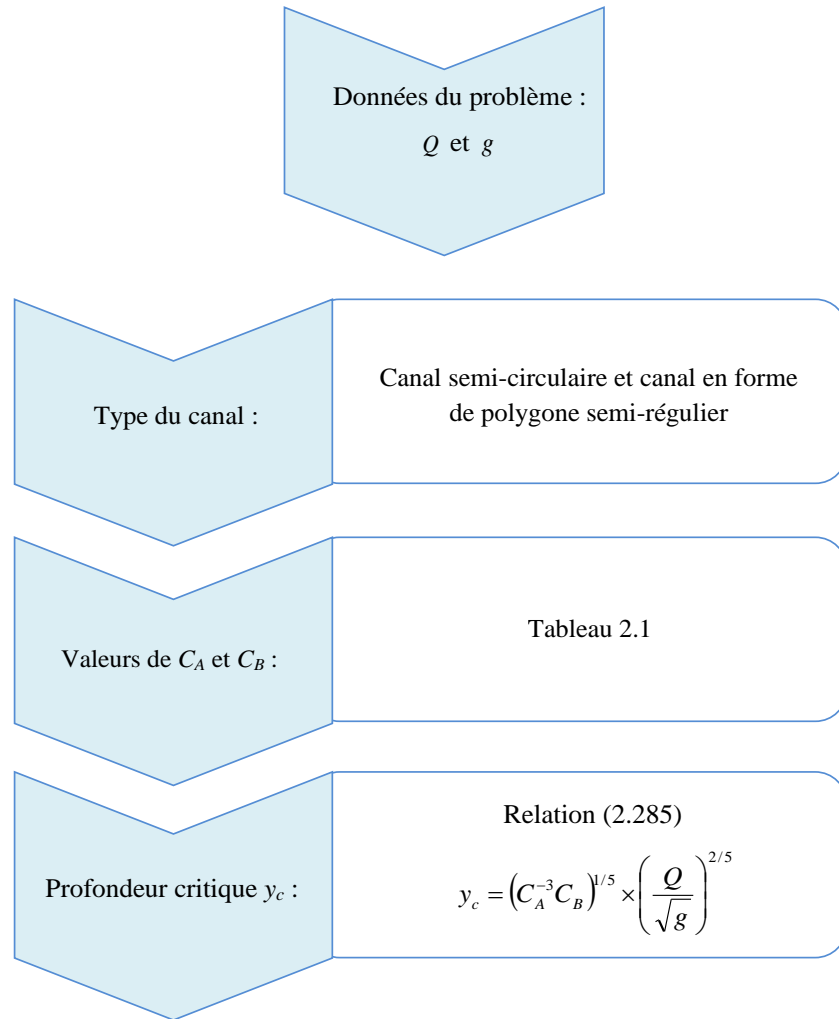


Figure 2.37 : Etapes de calcul de la profondeur critique y_c dans des canaux en forme de polygone semi-régulier et en forme semi-circulaire.

II.4. Exemple d'application 2.4

Un canal en forme semi-circulaire et des canaux en forme de polygones semi-réguliers tels que : semi-carré (Type I et type II), semi-hexagonal (Type I et type II), semi-octogonal (Type I et type II) et semi-décagonal (Type I et type II) écoulent un débit volume : $Q = 136,15 \text{ m}^3/\text{s}$. Déterminez la profondeur critique de l'écoulement y_c dans chaque canal.

Solution

- A partir des paramètres connus du problème Q et g , la valeur de la profondeur critique du canal semi-circulaire et en forme de polygone semi-régulier peut être directement calculée par application de la relation générale (2.285), soit :

$$y_c = (C_A^{-3} C_B)^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{g}} \right)^{2/5} \quad (2.285)$$

Les paramètres géométriques C_A et C_B sont donnés par le tableau 2.1 du premier chapitre de cette partie.

Les résultats de calcul sont regroupés dans le tableau 2.40.

Tableau 2.40 : Profondeur critique y_c .

Type du canal	C_A	C_B	y_c (m)
Semi-circulaire	1,57079633	2	3,96102269
Semi-carré			
Type I	2	2	3,42658302
Type II	1	2	5,19372865
Semi-hexagone			
Type I	1,73205081	2,30940108	3,84447245
Type II	1,29903811	1,73205081	4,31332565
Semi-octogone			
Type I	1,65685425	2	3,83626564
Type II	1,41421356	2	4,21861854
Semi-décagone			
Type I	1,62459848	2,10292445	3,92094152
Type II	1,46946313	1,90211303	4,08155173

III. Expression de la profondeur critique dans des canaux à parois brisées

III.1. Caractéristiques de l'écoulement critique

Dans ce cas les parois du canal sont brisées en N -segments linéaires identiques et le fond est horizontal. Dix (10) formes seront considérées ($N = 1$ à 10).

Puisque l'écoulement est supposé en régime critique, on note les éléments géométriques suivants : La profondeur critique y_c , la largeur du fond b_c et la largeur superficielle B_c (Figure 2.38).

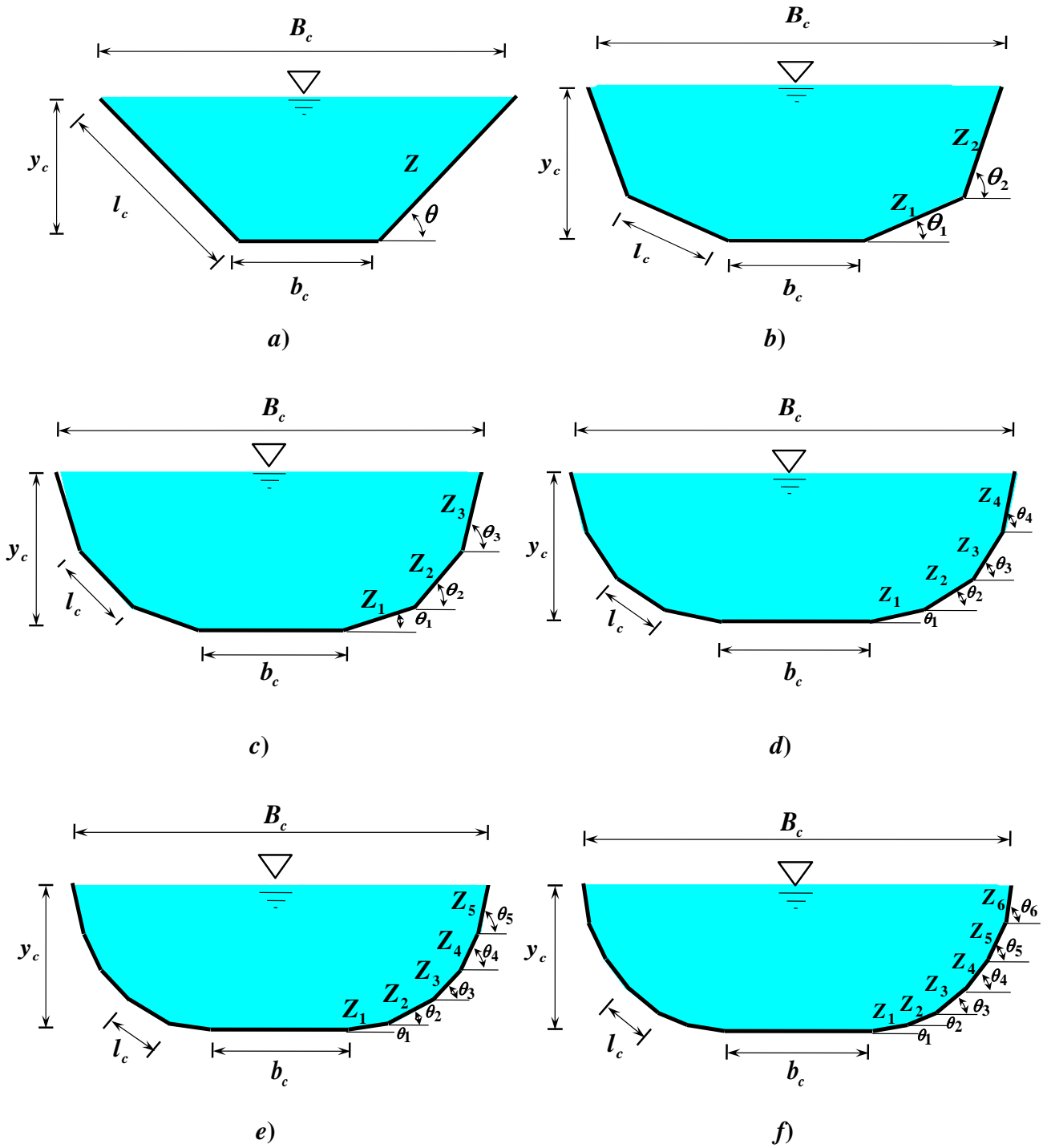


Figure 2.38 : Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.

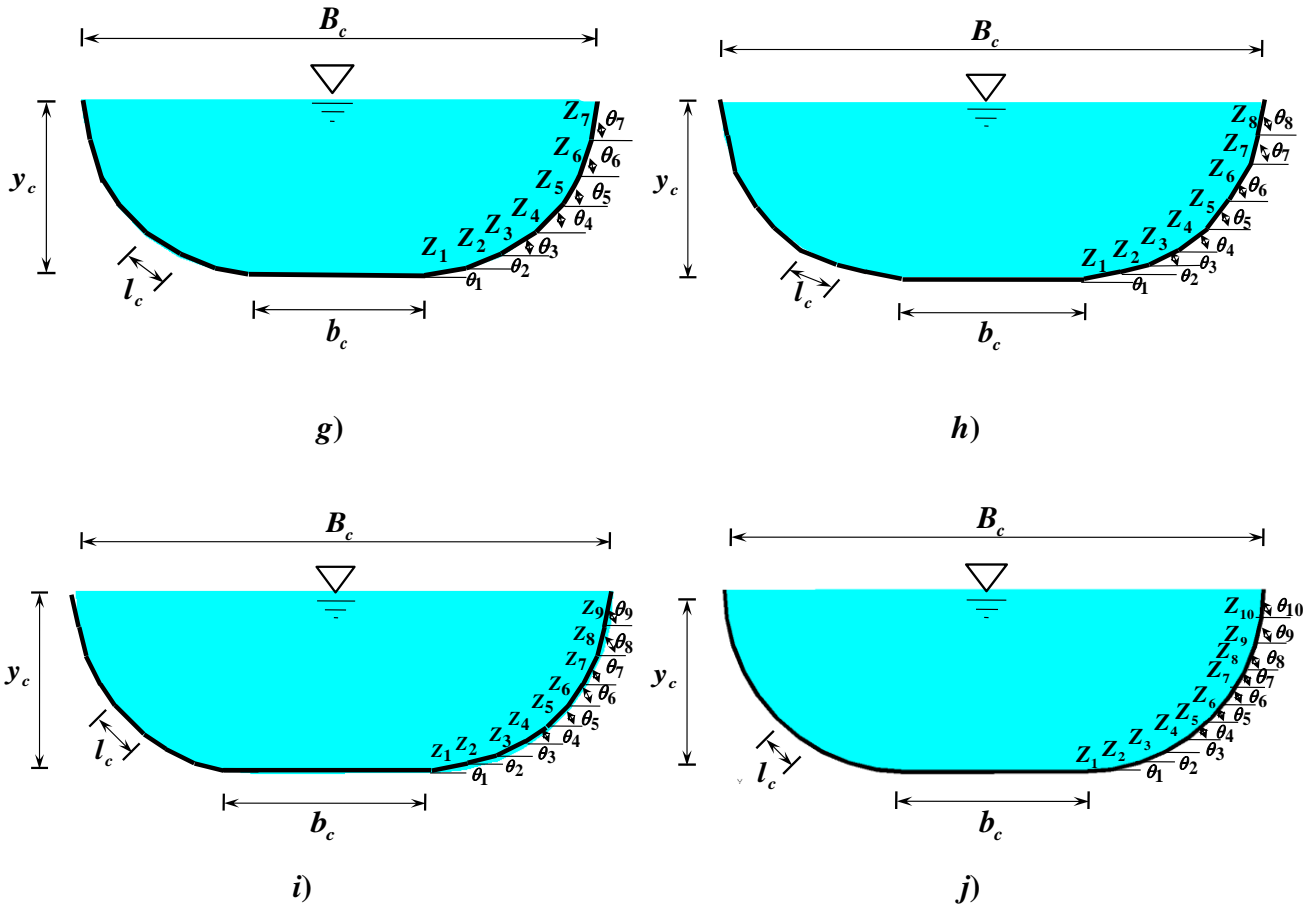


Figure 2.38 (Suite et fin) : Schéma de définition de l'écoulement critique dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal.

Les différentes valeurs des angles d'inclinaison des segments montrés dans la figure 2.38 ont été définies au cours du troisième chapitre de cette deuxième partie. Dans ce même chapitre, nous avons démontré qu'il est possible d'exprimer l'aire de la section mouillée par une seule relation générale applicable au canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal telle que :

$$A = \alpha(\eta, N)y^2 \tag{2.240}$$

De même, la largeur du plan d'eau a été généralisée de la manière suivante :

$$B = \rho(\eta)y \tag{2.245}$$

A l'état critique, les expressions de l'aire de la section mouillée A_c et de la largeur du plan d'eau B_c peuvent être déduites par analogie avec les relations (2.240) et (2.245) respectivement, soit :

$$A = \alpha(\eta, N)y_c^2 \tag{2.286}$$

$$B = \rho(\eta)y_c \tag{2.287}$$

Dans ces deux dernières relations, y_c représente la profondeur critique.

Rappelons que les fonctions $\alpha(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$ sont données respectivement par les relations (2.241) et (2.246) développées au cours du troisième chapitre de cette partie, soit :

$$\alpha(\eta, N) = \frac{1}{\eta} + N \sin \frac{\pi}{2N} \quad (2.241)$$

Et :

$$\rho(\eta) = \frac{1}{\eta} + 2 \quad (2.246)$$

Où : N représente le nombre de segments et η est le paramètre de forme défini dans ce chapitre comme le rapport entre la profondeur critique y_c et la largeur du fond b_c .

Il est important de signaler que, dans cette étude, le paramètre de forme η est identique pour les écoulements normal et critique, d'où : $\eta = \frac{y_n}{b} = \frac{y_c}{b_c}$, mais : $y_n \neq y_c$ et $b \neq b_c$.

III.2. Expression de la profondeur critique

En remplaçant les relations (2.286) et (2.287) dans la relation du nombre de *Froude* (1.105), on obtient :

$$\frac{Q^2}{g[\alpha(\eta, N)y_c^2]^3} [\rho(\eta)y_c] = 1$$

Ou bien :

$$\frac{[\alpha(\eta, N)]^{-3} \rho(\eta)}{y_c^5} \times \frac{Q^2}{g} = 1$$

A partir de cette dernière relation, on peut déduire l'expression de la profondeur critique y_c telle que :

$$y_c = \left\{ [\alpha(\eta, N)]^{-3} \rho(\eta) \right\}^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{g}} \right)^{2/5} \quad (2.288)$$

De ce fait, la relation (2.288) permet le calcul explicite de la profondeur critique y_c à partir des valeurs connues du débit volume Q et de l'accélération de la pesanteur g pour toutes les formes considérées du canal à parois brisées avec fond (Sections PNSL).

Rappelons que les fonctions $\alpha(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$ sont données respectivement par les relations (2.241) et (2.246).

III.3. Etapes de calcul de la profondeur critique

Une récapitulation simple montrant la méthode de calcul de la profondeur critique dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal (Figure 2.39). Notons que la démarche résumée dans la figure 2.39 est valide pour les nombres de segments : $N = 1$ à 10.

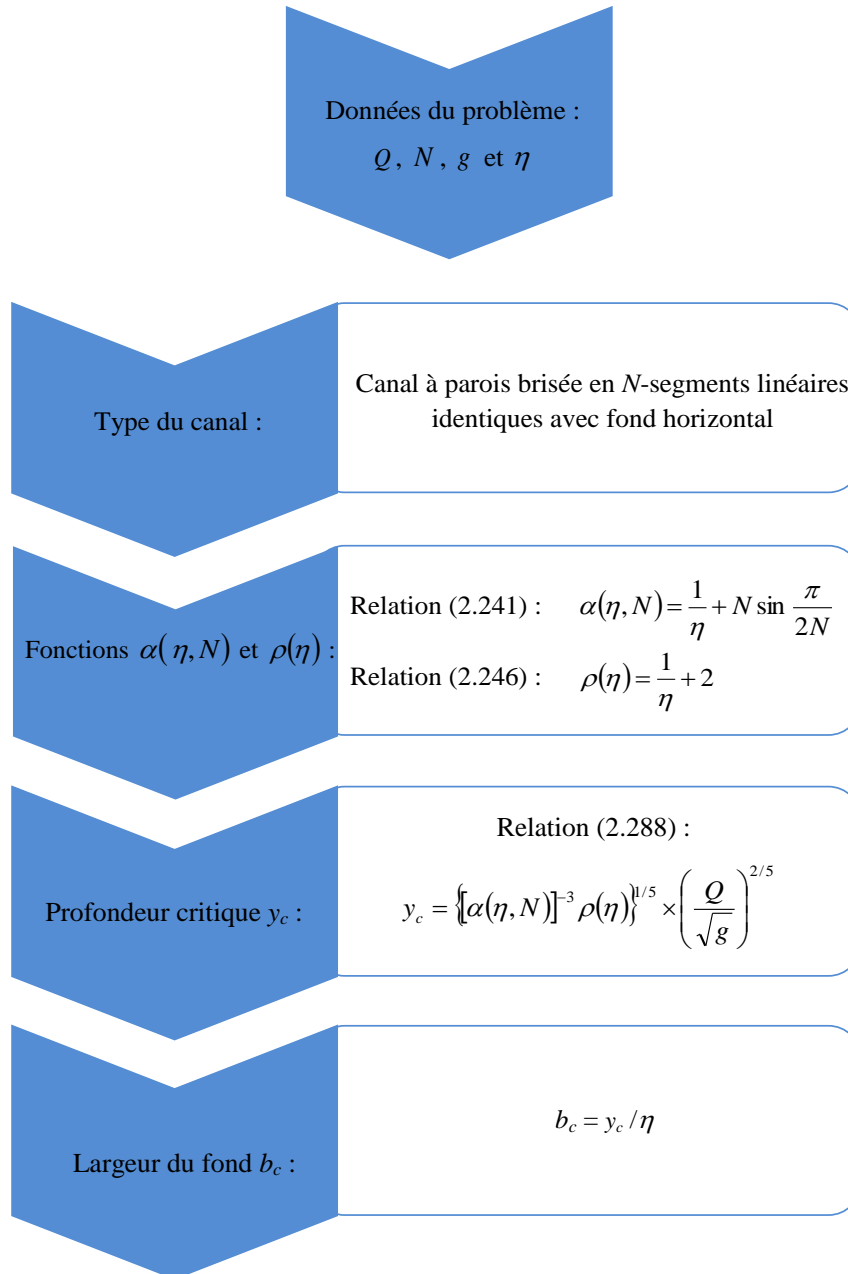


Figure 2.39 : Méthode de calcul de la profondeur critique y_c dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques.

III.4. Exemple d'application 2.5

Un canal à parois en N -segment linéaires identiques écoule un débit volume : $Q = 136,15 \text{ m}^3/\text{s}$. Le paramètre de forme $\eta = 0,5$. Déterminez la profondeur critique de l'écoulement y_c pour chaque nombre de segments N compris entre 1 et 10.

Solution

- A partir de la valeur du paramètre de forme η on calcule les fonctions : $\alpha(\eta, N)$ et de $\rho(\eta)$ en utilisant respectivement les relations (2.241) et (2.246) pour chaque nombre de segments ($N = 1$ à 10).

$$\alpha(\eta, N) = \frac{1}{\eta} + N \sin \frac{\pi}{2N} \quad (2.241)$$

Et :

$$\rho(\eta) = \frac{1}{\eta} + 2 \quad (2.246)$$

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.41.

Tableau 2.41 : Valeurs des fonctions : $\alpha(\eta, N)$ et $\rho(\eta)$.

N	$\alpha(\eta, N)$	$\rho(\eta)$
1	3	4
2	3,41421356	4
3	3,5	4
4	3,53073373	4
5	3,54508497	4
6	3,55291427	4
7	3,55764654	4
8	3,56072258	4
9	3,5628336	4
10	3,56434465	4

- La profondeur critique du canal à parois brisées avec fond, dit PNSL, peut être calculée par la relation générale (2.288).

$$y_c = \{[\alpha(\eta, N)]^{-3} \rho(\eta)\}^{1/5} \times \left(\frac{Q}{\sqrt{g}}\right)^{2/5} \quad (2.288)$$

Les résultats de calcul sont récapitulés dans le tableau 2.42.

Tableau 2.42 : Profondeur critique y_c .

N	y_c (m)
1	3,08611782
2	2,85568858
3	2,81348386
4	2,79876398
5	2,79196047
6	2,78826738
7	2,78604147
8	2,78459714
9	2,78360707
10	2,78289897

- A partir de la valeur calculée de la profondeur critique, il est possible de calculer la largeur du fond b_c dans l'écoulement critique par la relation : $b_c = y_c / \eta$. Les résultats de calcul sont récapitulés dans le tableau 2.43.

Tableau 2.43 : Largeur du fond b_c .

N	b_c (m)
1	6,17223564
2	5,71137716
3	5,62696772
4	5,59752795
5	5,58392095
6	5,57653476
7	5,57208294
8	5,56919427
9	5,56721415
10	5,56579795

IV. Conclusion

Ce chapitre a eu pour objectif de formuler l'expression de la profondeur critique dans deux catégories différentes de canaux à savoir : les canaux semi-circulaires et en forme de polygone semi-régulier et les canaux à parois brisées en N -segments linéaires identiques dits PNSL. En effet, en se basant sur la formule du nombre de *Froude*, il a été possible d'aboutir, pour chaque catégorie des canaux étudiés, à une relation explicite permettant le calcul direct de la profondeur critique à partir de la valeur connue du débit et des paramètres tenant compte de la forme du canal. Pour une bonne visibilité des méthodes proposées, on a suggéré deux organigrammes simples qui peuvent être considérés comme guide pratique à l'utilisateur de ces méthodes. Ces deux organigrammes ont été soutenus par deux exemples d'applications pour les mêmes objectifs.

Enfin, notons qu'il est utile de poursuivre les études du régime critique dans ces types de canaux ouverts en introduisant l'effet des tous les paramètres régissant l'écoulement d'une part, et de traiter le problème de la fréquence d'apparition du régime critique d'autre part.

**CONCLUSION DE LA DEUXIEME
PARTIE**

Conclusion de la deuxième partie

Cette deuxième partie de notre thèse a permis de développer et d'analyser des méthodes innovantes pour la détermination des profondeurs normale et critique de l'écoulement dans deux grandes catégories de canaux ouverts, la catégorie des canaux en forme de polygone semi-régulier et celle des canaux à fond horizontal et à parois brisées. La partie a nécessité alors cinq chapitres, deux (02) pour les caractéristiques géométriques des profils considérés, deux (02) chapitres pour élaborer les approches théoriques au calcul de la profondeur normale de l'écoulement et un (01) chapitre pour l'étude du régime critique. Ces cinq chapitres ont été organisés comme suit :

i. Le premier chapitre : à travers lequel nous avons développé les expressions générales des caractéristiques géométriques et hydrauliques des quatre types de la catégorie du canal en forme de polygone semi-carré associée avec le profil semi-circulaire de référence.

ii. Le deuxième chapitre : ce chapitre a été réservé à l'établissement de nos méthodes de calcul de la profondeur normale dans la catégorie des canaux du premier chapitre de cette partie, en se basant sur les formules de *Darcy-Weisbach* et de *Manning* associées à la méthode MMR. L'une des deux méthodes a été proposée en généralisant la formule de *Manning* à l'ensemble du régime turbulent incluant : le domaine turbulent rugueux, lisse et de transition. L'autre méthode est applicable pour tout le domaine de l'écoulement turbulent de nature car elle a été développée en se basant sur la relation de *Darcy-Weisbach*. Une longue discussion des résultats a été menée afin de traiter les différentes conditions techniques permettant le choix de type du canal en forme de polygone semi-régulier optimal adapté à chaque situation pratique.

iii. Le troisième chapitre : le développement ainsi que la généralisation des caractéristiques du profil liquide de la catégorie des canaux à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal ont fait l'objectif du troisième chapitre. Ces expressions générales ont été nécessaires pour l'élaboration du quatrième chapitre.

iv. Le quatrième chapitre : à travers lequel deux approches théoriques explicites ont été développées pour déterminer la profondeur normale pour le cas où le paramètre de forme ou profondeur relative imposé d'une part et d'autre par lorsque la largeur de la base du canal soit un paramètre connu du problème. La méthode MMR était un outil efficace pour la réalisation de ce chapitre. Une étude comparative avec la

forme d'un canal à fond horizontal avec parois circulaires a identifié le nombre de segments optimal menant à définir la section avantageuse.

v. Le cinquième chapitre : Le dernier chapitre de cette deuxième partie a été réservé à la présentation de notre modeste contribution à l'étude du régime critique dans les deux catégories des canaux choisie dans cette thèse. En effet, nous avons établi des formules explicites pour la détermination de la profondeur critique dans les canaux semi-circulaires et en forme de polygone semi-régulier et les canaux à parois brisées en N -segments linéaires identiques (PNSL) en se basant sur la formule du nombre de *Froude* et sur les caractéristiques des profils liquides établies au cours du premier et troisième chapitre de cette partie.

**CONCLUSION GENERALE
ET RECOMMANDATIONS**

CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS

Bien que l'écoulement uniforme soit rare dans la nature, mais il est considéré comme écoulement de base de l'étude de tout autre type d'écoulement. Cette thèse a eu pour objectif l'étude de l'écoulement uniforme, normal et critique, dans deux (02) grandes catégories de canaux offrant des formes alternatives au profil semi-circulaire. Ces deux (02) grandes catégories des canaux sont : Les canaux en forme de polygone semi-régulier et les canaux munis de fond horizontal et des parois brisées en N -segments linéaires identiques dits PNSL. L'étude a été menée en se basant sur la méthode du modèle rugueux de référence dite méthode MMR.

Pour mener à bien notre étude, deux grandes parties ont été nécessaires dont la première partie, contenant deux chapitres, a été entièrement dédiée à la présentation des concepts des écoulements uniforme et critique avec un exposé particulier du principe de la méthode MMR. Tandis que la deuxième partie dont laquelle nous avons inséré notre modeste contribution à l'étude de l'écoulement uniforme, a été divisée en cinq chapitres. A travers le premier et le troisième chapitre, nous avons présenté les caractéristiques géométriques et hydrauliques des canaux ouverts en forme de polygone semi-régulier et des canaux en forme PNSL, respectivement. Ces caractéristiques ont été exprimées sous forme de relations générales pour chaque catégorie et paramètre. Les caractéristiques qui ont été développées au cours de ces deux chapitres sont : l'aire de la section mouillée, le périmètre mouillé, la largeur superficielle, le rayon hydraulique et le diamètre hydraulique.

Par ailleurs, nous avons proposé à travers le deuxième chapitre de la deuxième partie deux approches théoriques au calcul de la profondeur normale dans les différents types des canaux appartenant à la première catégorie de canaux considérés dans cette thèse qui est la catégorie des canaux en forme de polygone semi-régulier. Ces types incluent : les canaux semi-carrés (Type I : Rectangulaire et type II : Triangulaire), les canaux de forme semi-hexagonale (Type I : Trapézoïdale et type II : Triangulaire plein), les canaux de forme semi-octogonale (Type I : Trapèze plein et type II) et les canaux de forme semi-décagonale (Type I et II). Les deux approches théoriques ont été développées en se basant sur :

- i. La formule de *Darcy-Weisbach* en association avec la méthode MMR dont les étapes principales de calcul sont :
 - Définir les caractéristiques géométriques et hydrauliques des modèles rugueux de référence.

- Utiliser la relation fondamentale de la méthode MMR pour exprimer la profondeur normale en fonction de son homologue dans le modèle rugueux et du facteur de correction des dimensions linéaires. La forme et la disposition de ces canaux considérés ont été tenues en compte dans la méthode par l'introduction des paramètres géométriques C_{D_h} , C_A et C_P .
- ii. La formule de *Manning* en association avec la méthode MMR dont les étapes principales suivantes ont été considérées :
- Combiner la méthode MMR avec la formule de *Manning*,
 - Exprimer la profondeur normale en fonction du débit Q , de la pente du canal i , des paramètres géométriques C_{R_h} et C_A et du coefficient de *Manning* n .
 - Le coefficient de *Manning* n a été défini en se basant sur les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux où la forme de son expression à mener à généraliser l'application de la formule de *Manning* à l'ensemble de l'écoulement turbulent (domaine turbulent rugueux, de transition et lisse) par l'introduction de plusieurs paramètres qui régissent l'écoulement uniforme et surtout la viscosité cinématique du liquide en écoulement ν .

En revanche, un exemple d'application a été jugé utile pour la compréhension du mode d'emplois des deux méthodes proposées, pour leur validation ainsi que pour procéder à la comparaison entre les différents canaux étudiés, où on a noté, à travers l'étude comparative, les conclusions suivantes :

- i. Pour un nombre de côtés très grand (∞), la longueur de côté tendra vers zéro (0) d'où la forme du polygone peut être considérée comme circulaire et le canal est par conséquent semi-circulaire où il a été considéré comme un canal de référence.
- ii. Parmi toutes les formes étudiées dans ce chapitre, on a remarqué que les valeurs minimales de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P correspondent à la forme semi-circulaire qui est la section optimale, chose qui est connue dans la littérature. Mais l'inconvénient de la forme semi-circulaire est qu'elle est réalisable pour les canaux artificiels uniquement.
- iii. Canaux en terre : pour les canaux en terre, les formes avec parois inclinées comme le triangle et le trapèze sont préférables car leur angle de frottement interne est inférieur à 90° , ce qui aide à la stabilité des parois du canal.
- iv. La contradiction des lois de variation de la profondeur normale en fonction du nombre de côtés pour les canaux de type I et de type II a été expliquée par le fait que les canaux de type I sont plus larges que les canaux semi-circulaires et les canaux de type II sont plus étroits que les canaux semi-circulaires. Ces remarques ont mené à penser qu'il est utile d'adopter les canaux étroits (type

II) pour le transport des eaux chargées à faible débit et d'adopter les canaux plus larges (type I) lorsqu'on veut augmenter la capacité de transport du canal.

- v. Les observations faites ont permis de conclure que les canaux en forme de polygone semi-régulier de type I dont la moitié des côtés représente un nombre pair ont une taille plus petite que ceux de même forme mais de type II, d'où ces canaux de types I où la moitié des côtés est un nombre pair nécessitent un espace relativement réduit ce qui donne l'avantage de mise en place dans des endroits relativement étroits.

De même, le quatrième chapitre a eu pour objectif de développer deux approches théoriques au calcul de la profondeur normale dans un canal à parois brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal par application de la méthode MMR, soit :

- i. Première approche : établie en considérant un paramètre de forme ou profondeur normale relative imposé (connu).
- ii. Deuxième approche : elle s'applique lorsque la largeur du fond du canal est connue.

En effet, pour les deux situations, les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence ont été d'abord exprimées. Ainsi, pour la première approche, une relation permettant le calcul direct de la profondeur normale de l'écoulement a été élaborée. La méthode a été organisée sous forme d'un organigramme afin mettre toutes les relations en ordre logique facilitant alors son utilisation par l'ingénieur. Un exemple d'application a été proposé afin de montrer l'application pratique de l'approche ainsi que sa validité.

Cet exemple d'application nous a permis également de procéder à une étude comparative fortement intéressante qui a été effectuée afin de conclure au nombre de segments optimal menant à la section la plus avantageuse tout en tenant compte des différentes restrictions pratiques. En effet, cette étude comparative a abouti aux conclusions suivantes :

- i. Pour $N = 1$, le canal est de section trapézoïdal et pour $N = 3021$ le canal est assimilé à un canal à parois circulaires avec fond. Cependant, pour l'intervalle $1 < N < 3021$, le canal est à parois brisées en N -segments identiques avec fond horizontal.
- ii. Pour $N = 2$ où les parois latérales du canal sont brisées en deux segments seulement (Figures 2.17 et 2.26), l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent significativement par rapport à ceux du canal trapézoïdal ($N = 1$).
- iii. En ce qui concerne $N \geq 2$, l'aire de la section mouillée A et le périmètre mouillé P diminuent lentement lorsque N augmente jusqu'à atteindre la section à parois circulaires avec fond. Cette remarque, clairement observée sur la figure 2.30, mène à favoriser fortement le choix de la section à parois brisées en 2 segments ($N = 2$).

- iv. Pour $N > 2$, les paramètres géométriques A et P diminuent davantage mais les moyens et les techniques de construction deviennent plus pointus nécessitant le recours à une main d'œuvre plus qualifiée. Ainsi le choix des sections brisées en N -segments > 2 est adopté selon le cas.
- v. En ce qui concerne les canaux en terre où il n'est pas possible d'adopter une section à parois circulaires (la plus avantageuse) à cause de la stabilité des berges, nous avons montré qu'on peut faire recours à la section à parois brisées où le nombre de segments doit être sélectionné en fonction de l'angle de frottement interne dépendant de la nature du sol des berges du canal. Ce choix est justifié par le fait que plus le nombre de segments N augmente plus les paramètres géométriques A et P ont tendance à retrouver ceux de la section à parois circulaires avec fond.

Quant à la deuxième approche théorique proposée, elle a été développée pour le cas où la largeur du fond du canal est imposée et le paramètre de forme ou rapport d'aspect est inconnu. Dans ce cas une relation approchée a été obtenue dont l'objectif est de déterminer le paramètre de forme du modèle rugueux $\bar{\eta}$ en fonction de la conductivité relative et du nombre de segments. L'application de cette expression occasionne un écart relatif maximal $\Delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ inférieur à 0,046 %. Cette solution mènera par la suite au calcul aisé de la profondeur normale recherchée. La méthode a été également récapitulée dans un organigramme renforcé par un exemple d'application pratique montrant le mode d'exécution des différentes étapes de calcul.

Le cinquième et dernier chapitre de la deuxième partie a été réservé pour l'étude de l'écoulement à l'état critique menant au calcul de la profondeur critique dans les deux catégories des canaux considérées dans cette thèse à savoir :

- i. Les canaux en forme de polygone semi-régulier ainsi que les canaux semi-circulaires.
- ii. Les canaux à parois brisées en N -segments linéaires identiques (PNSL).

En effet, en se basant principalement sur la formule du nombre de *Froude*, il a été possible d'aboutir, pour chaque catégorie des canaux étudiés, à une relation explicite permettant le calcul direct de la profondeur critique à partir de la valeur connue du débit et des paramètres tenant compte de la forme du canal. Deux organigrammes simples ont été proposés afin de guider les utilisateurs à l'application des méthodes proposées. Ces deux organigrammes ont été soutenus par deux exemples d'applications pour le même objectif.

Enfin, nous recommandons :

- i. De poursuivre les recherches des formes améliorées et pratiques afin d'augmenter la gamme de choix du type du canal le plus approprié à une situation donnée.
- ii. De poursuivre les études afin de proposer une relation approchée plus précise et plus simple au calcul de la profondeur normale dans le canal *PNSL* lorsque la largeur du fond est connue en utilisant l'une des méthodes numériques d'inversion les plus modernes telle que la méthode de δ -perturbation.

iii. De procéder à une étude technico-économique visant au choix de la meilleure forme entre les deux catégories des canaux étudiés dans cette thèse plus particulièrement entre les canaux en forme de polygone semi-régulier de type II et les canaux à parois brisées sans fond.

PRINCIPALES NOTATIONS

PRINCIPALES NOTATIONS

A	Aire de la section mouillée	(m^2)
A_c	Aire de la section mouillée en écoulement critique	(m^2)
A_{opt}	Aire de la section mouillée optimale du canal trapèze plein selon <i>Abdulrahman</i> (2007)	(m^2)
\bar{A}	Aire de la section mouillée du modèle rugueux de référence	(m^2)
B	Largeur superficielle ou largeur du plan d'eau	(m)
B_c	Largeur du plan d'eau à l'état critique	(m)
\bar{B}	Largeur superficielle du modèle rugueux de référence	(m)
b	Largeur du fond horizontal	(m)
b_c	Largeur du fond dans l'écoulement critique	(m)
b_{opt}	Largeur du fond optimale du canal trapèze plein selon <i>Abdulrahman</i> (2007)	(m)
\bar{b}	Largeur de fond du modèle rugueux de référence	(m)
C	Coefficient de résistance de <i>Chézy</i>	$(m^{1/2}/s)$
\bar{C}	Coefficient de résistance de <i>Chézy</i> dans le modèle rugueux	$(m^{1/2}/s)$
$C_A, C_P, C_{R_h}, C_{D_h}$ et C_B	Coefficients pour chaque forme du canal polygonal semi-régulier (Voir tableau 2.1)	$(-)$
C_n	Paramètre adimensionnel donné par <i>Elhakeem</i> (2017)	$(-)$
D	Diamètre de la conduite	(m)
D_h	Diamètre hydraulique	(m)
\bar{D}_h	Diamètre hydraulique du modèle rugueux de référence	(m)
F_r	Nombre de <i>Froude</i>	$(-)$
f	Coefficient de frottement	$(-)$
\bar{f}	Coefficient de frottement du modèle rugueux de référence	$(-)$
g	Accélération de la pesanteur	(m/s^2)
H_h	Profondeur hydraulique équivalente	(m)
H_s	Energie spécifique ou la charge spécifique	(m)
i	Pente longitudinale du canal	(m/m)

\bar{i}	Pente longitudinale du modèle rugueux	(m/m)
J	Pente de la ligne de charge (Lorsque l'écoulement est uniforme : $J = i$)	(m/m)
K	Coefficient de résistance de l'écoulement de <i>Strickler</i> $K = 1/n$ (Voir Annexe I)	($m^{1/3}/s$)
L	Dimension linéaire de la conduite ou du canal étudié	(m)
\bar{L}	Dimension linéaire du modèle rugueux (homologue à L)	(m)
l	Longueur du côté d'une partie latérale d'un canal	(m)
l_{opt}	Longueur optimale de la partie inclinée du canal en forme de trapèze plein	(m)
M_c	Profondeur relative critique	(-)
N^*	Paramètre adimensionnelle dépendant du coefficient de <i>Manning</i>	(-)
$N = 1 \text{ à } 10$	Nombre des segments dans un canal à paroi brisées en N -segments linéaires identiques avec fond horizontal	(-)
n	Coefficient de rugosité de <i>Manning</i>	($m^{-1/3}/s$)
\bar{n}	Coefficient de <i>Manning</i> du modèle rugueux	($m^{-1/3}/s$)
P	Périmètre mouillé	(m)
P_{opt}	Périmètre mouillé optimal du canal trapèze plein selon <i>Abdulrahman</i> (2007)	(m)
\bar{P}	Périmètre mouillé du modèle rugueux	(m)
PNSL	Abréviation du : « Canal à parois brisées en N -segments linéaire identiques avec fond horizontal »	(-)
Q	Débit volume	(m^3/s)
Q^*	Conductivité relative du canal	(-)
Q_c^*	Conductivité relative dépendant du coefficient C de <i>Chézy</i>	(-)
Q_D	Paramètre adimensionnel, débit adimensionnel ou débit relatif	(-)
Q_n^*	Conductivité relative dépendant du coefficient n de <i>Manning</i>	(-)
\bar{Q}	Débit volume écoulé par le modèle rugueux	(m^3/s)
R ou R^*	Nombre de <i>Reynolds</i> : $R = V D_h / \nu$ et $R^* = 32\sqrt{2}(\sqrt{gR_h^3 i} / \nu)$	(-)
\bar{R}	Nombre de <i>Reynolds</i> caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux	(-)

R_h	Rayon hydraulique	(m)
$R_{h,opt}$	Rayon hydraulique optimal du canal trapèze plein selon <i>Abdulrahman</i> (2007)	(m)
\overline{R}_h	Rayon hydraulique du modèle rugueux	(m)
\overline{R}_{lim}	Nombre de <i>Reynolds</i> limite caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux	(-)
R_1	Rayon inscrit d'un polygone régulier	(m)
R_2	Rayon circonscrit d'un polygone régulier	(m)
V	Vitesse moyenne de l'écoulement	(m/s)
W_0	Branche principale de la fonction W de <i>Lambert</i>	(-)
x	Paramètre géométrique	(m)
y	Profondeur de l'écoulement	(m)
y_n	Profondeur normale de l'écoulement	(m)
y_c	Profondeur critique	(m)
$y_{n,opt}$	Profondeur normale optimale du canal trapèze plein selon <i>Abdulrahman</i> (2007)	(m)
\overline{y}_n	Profondeur normale de l'écoulement dans le modèle rugueux de référence	(m)
Z	Fruit = 1/Pente	(-)
Z_1 à Z_{10}	Fruit des segments d'un canal PNSL ($N = 1$ à 10)	(-)
z	Paramètre adimensionnel	(-)
α	Coefficient de correction de l'énergie cinétique ≈ 1 pour l'écoulement turbulent	(-)
$\alpha(\eta, N)$	Fonction dépendant du paramètre de forme η et du nombre de segments N d'un canal PNSL	(-)
$\beta(\eta, N)$	Fonction dépendant du paramètre de forme η et du nombre de segments N d'un canal PNSL	(-)
β	Paramètre adimensionnel	(-)
$\gamma(\eta, N)$	Fonction dépendant du paramètre de forme η et du nombre de segments N d'un canal PNSL	(-)
γ	Coefficient de <i>Bazin</i> (Voir annexe II)	($m^{1/2}$)
ε	Rugosité absolue d'une paroi interne d'un conduit	(m)
$\overline{\varepsilon}$	Rugosité absolue du modèle rugueux de référence	(m)
ε^*	Paramètre adimensionnel	(-)

ε/D_h	Rugosité relative	(-)
$\bar{\varepsilon}/\overline{D_h}$	Rugosité relative du modèle rugueux de référence	(-)
ξ	Taux de remplissage d'une conduite circulaire $\xi = y_n/D$	(-)
ξ_c	Taux de remplissage de la conduite circulaire à l'état critique	(-)
η	Paramètre de forme.	(-)
η_0	Paramètre de forme (Valeur initiale)	(-)
η_c	Paramètre de forme à l'état critique	(-)
θ	Angle d'inclinaison des parois latérales d'un canal par rapport à l'horizontale	(°)
θ_1 à θ_{10}	Angles d'inclinaison des segments par rapport à l'horizontale de $N = 1$ à 10 pour un canal PNSL	(°)
ν	Viscosité cinématique d'un liquide en écoulement	(m^2/s)
ν^*	Paramètres adimensionnel	(-)
$\rho(\eta)$	Fonction dépendant du paramètre de forme η d'un canal PNSL	(-)
σ	Paramètre dépendant de la forme du profil géométrique du canal polygone semi-régulier	(-)
ϕ	Angle d'inclinaison du fond du canal par rapport à l'horizontale	(°)
ψ	Facteur de correction des dimensions linéaires	(-)
Ω	Paramètre dépendant de la forme du canal polygonal semi-régulier	(-)
$\frac{\partial A}{\partial y}$	Variation l'aire de la section mouillée A par rapport à la profondeur de l'écoulement ($B = \partial A / \partial y$).	(m)

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abdulrahman, A. (2007). Best hydraulic section of a composite channel. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(6), 695-697.
- Achour, B. (2007). Calcul des conduites et canaux par la MMR, Tome 1 : Conduites et canaux en charge. *Larhyss Edition Capitale*, 610, Biskra, Algérie.
- Achour, B. (2013)a. Conduite circulaire en charge et à surface libre, Partie II : Ecoulement uniforme à surface libre dans une conduite de forme circulaire. *Edtions El-Djazair*, 88, Alger, Algérie.
- Achour, B. (2013)b. Design of pressurized vaulted rectangular conduits using the rough model method. *Advanced Materials Research*, 779-780, 414-419.
- Achour, B. (2014)a. Ecoulement uniforme dans un canal rectangulaire, Chapitre II : Canal rectangulaire en charge et à surface libre. *Edtions El-Djazair*, 66, Alger, Algérie.
- Achour, B. (2014)b. Computation of normal depth in horseshoe shaped tunnel using the rough model method. *Advanced Materials Research*, 1006-1007, 826-832.
- Achour, B. (2014)c. Design of a pressurized rectangular conduit with triangular bottom using the rough model method. *The Open Civil Engineering Journal*, 8, 205-212.
- Achour, B., Bedjaoui, A. (2006). Discussion of "Exact solution for normal depth probem" by Swamee, P. K., Rathie, P. N., *Journal of Hydraulic Research*, 44(5),715-717.
- Achour, B., Bedjaoui, A., Khattaoui, M., Debabeche, M. (2002). Contribution au calcul des écoulements uniformes à surface libre et en charge. *Larhyss Journal*, 1(1), 7-36.
- Achour, B., Riabi, M. (2014). Design of a pressurized trapezoidal shaped conduit using the rough model method (Part 1). *Advanced Materials Research*, 945-949, 892-898.
- Akram, M. K., Irzooki, R. H., Jamel, A. A., Mohammed-Ali, W. S., Abbas, S. S. (2021). Novel approach to computing critical and normal depth in circular channels. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 8(6), 923-927.

- Barr, D. I. H., DAS, M. M. (1986). Direct solutions for normal depth using the *Manning* equation. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2*, 81(3), 315-333.
- Bazin, H. (1897). Etude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts. Mémoire N°41, *Annales des ponts et chaussées*, 14(7), 4ème trimestre, 20-70, Paris.
- Bouslah, S., Hachemi-Rachidi, L., Lakehal, M., Achour, B. (2022). Modern vision for critical flow in an egg-shaped section (Part II). *Water Science and Technology*. 86(5), 1207-1221.
- Chaudhry, M. H. (2008). *Open-channel flow*. Springer, Second Edition, New York, USA.
- Chow, V. T. (1959). Open channel hydraulics, *McGraw-Hill*, New York, USA.
- Darcy, H. (1857). Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux. *Académie des Sciences*, Paris.
- Davidson, J. W., Savic, D., Walters, G. A. (1999). Method for the identification of explicit polynomial formulae for the friction in turbulent pipe flow. *Journal of Hydroinformatics*, 1(2), 115-126.
- Easa, S. M. (2011). New and improved channel cross section with piecewise linear or smooth sides. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 38(6), 690-697.
- Elhakeem, M. (2017). Explicit solution for flow depth in open channels of trapezoidal cross-sectional area : classic problem of interest. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 143(7), 1-11.
- Elhakeem, M., Sattar, A. (2017). Explicit Solution for the Specific Flow Depths in Partially Filled Pipes. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 8(4), 1-6.
- Ferro, V., Sciacca, M. (2017). Explicit equations for uniform flow depth. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 143(5), 1-5.
- French, R. H. (1985). Open-Channel Hydraulics. *MacGraw-hill*, New York, USA.
- Ganguillet, E., Kutter, W. R. (1869). Versuch zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen (Essai pour l'établissement d'une nouvelle formule générale pour l'écoulement uniforme dans les canaux et les rivières). *Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines (Journal de l'Association autrichienne des ingénieurs et architectes)*, 21(1), 6-25, 46-59, Vienna.

- Germano, A. S. C., Marcelin, D., Von Hohendorff Filho, J. C., Schiozer, D. J., De Castro, M. S. (2020). Friction Factor Equations Accuracy for Single and Two-Phase Flows. *Petroleum Technology*, 11, 1-20.
- Graf, W. H., Altinakar, M. S. (2000). *Hydraulique fluviale : Écoulement et phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 16, Suisse.
- Hanif Chaudhry, M., Murty Bhallamudi, S. (1988). Computation of critical depth in symmetrical compound channels. *Journal of Hydraulic Research*, 26(4), 377-396.
- Henderson, F. M. (1966). *Open Channel Flow*. MacMillan, New York, USA.
- Lakehal, M., Achour, B. (2014). Calcul de la profondeur normale dans une conduite ovoïdale par la méthode du modèle rugueux. *Larhyss Journal*, 11(3), 101-113.
- Lakehal, M., Achour, B. (2017). Dimensionnement d'un canal ouvert a fond horizontal et à parois circulaires par la méthode du modèle rugueux. *Larhyss Journal*, 14(3), 131-144.
- Lamri, A. A., Easa, S. M., Bouziane, M. T., Bijankhan, M., Han, Y. C. (2021). Direct Solutions for Uniform Flow Parameters of Wide Rectangular and Triangular Sections. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 147(7), 06021005-06021006.
- Macharia, K. S., Theuri, D., Kinyanjui, M. (2014). *Modeling fluid flow in an open rectangular channel with lateral inflow channel*. International Journal of Sciences: Basic and Applied Research, 17(1), 186-193.
- Moody, L. F. (1944). Trans. *ASME*, 66, 671-684.
- Raïkar, R. V., Shiva Reddy, M. S., Vishwanadh, G. K. (2010). Normal and critical depth computations for egg-shaped conduit sections. *Flow Measurement and Instrumentation*, 21(3), 367-372.
- Sehtal, S., Achour, B. (2023). Normal depth computation in a vaulted rectangular channel using the rough model method. *Larhyss Journal*, 20(2), 193-216.
- Srivastava, R. (2006). Discussion of "Exact solutions for normal depth problem" by Swamee, P. K., Rathie, P. N., *Journal of Hydraulic Research*, 44(3), 427-428.
- Swamee, P. K. (1993). Critical Depth Equations for Irrigation Canals. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 119(2), 400-409.

- Swamee, P. K. (1994). Normal-depth equation for irrigation canals. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(5), 942-948.
- Swamee, P. K., Rathie, P. N. (2004). Exact solutions for normal depth problem. *Journal of Hydraulic Research*, 42(5), 543-549.
- Swamee, P. K., Rathie, P. N. (2012). Normal depth equation for wide rectangular and triangular open channel sections involving Lambert's W function. *Journal of Hydraulic Engineering*, 18(3), 252-257.
- Vatankhah, A. R. (2013). Explicit solutions for critical and normal depths in trapezoidal and parabolic open channels. *Ain Shams Engineering Journal*, 4(1), 17-23.
- Vatankhah, A. R. (2014). Semi-regular polygon as the best hydraulic section in practice (generalized solutions). *Flow Measurement and Instrumentation*, 38, 67-71.
- Vatankhah, A. R., Easa, S. M. (2011). Explicit solutions for critical and normal depths in channels with different shapes. *Flow Measurement and Instrumentation*, 22(1), 43-49.
- Weisbach, J. (1845). *Lehrbuch der Ingenieur und Maschinenmechanik* (Manuel de mécanique des ingénieurs et des machines), Brunswick, Germany.
- Zegait, R., Achour, B. (2016). Etude de l'écoulement à coefficient de résistance variable : nouvelle méthode d'évaluation pour le coefficient de *Manning* dans les conduites en fer à cheval. *Journal of Advanced Research in Science and Technology*, 3(2), 369-383.

ANNEXES

Annexe I : Coefficients de Strickler K et de Manning n		
Caractéristiques	K $m^{1/3}.s^{-1}$	$n = 1/K$ $m^{-1/3}.s$
Parois très lisses :		
Revêtements en mortier de ciment et sable, très lisses ; planches rabotées ; tôle métallique sans soudures saillantes	100 à 90	0,01 à 0,0111
Mortier lissé	85	0,0119
Parois lisses :		
Planches avec des joints mal soignés : enduit ordinaire ; grès.....	80	0,0125
Béton lisse, canaux en béton avec des joints nombreux	75	0,0134
Maçonnerie ordinaire ; terre exceptionnellement régulière ...	70	0,0142
Parois rugueuses :		
Terre irrégulière ; béton rugueux ou vieux ; maçonnerie vieille ou mal soignée	60	0,0167
Parois très rugueuses :		
Terre très irrégulière avec des herbes : rivières régulières en lit rocheux	50	0,0200
Terre en mauvais état ; rivière en lit de cailloux	40	0,025
Terre complètement à l'abandon : torrents transportant de gros blocs	20 à 15	0,05 à 0,0667

Annexe II : Coefficient de Bazin γ		
N° des catégories	Nature des parois	γ
1	Parois très unies (ciment, bois raboté)	0,06
2	Parois unies (planches, briques, pierres de taille, etc.)	0,16
3	Parois en maçonnerie de moëllons	0,46
4	Parois de nature mixte (sections en terre très régulières)	0,85
4	Canaux en terre dans les conditions ordinaires	1,30
6	Canaux en terre avec fonds de galets, parois herbées	1,75

Annexe III

Tableau I : Evolution de y_n , A et P pour $Q_{\min} = 1m^3/s$, $i_{\min} = 10^{-6}$ et $\epsilon_{\min} = 0$.

N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %
1	0,1	1,1232	11,2324	13,87834	11,0000	4,93	14,4094	12,8284	2,38
2	0,1	1,1025	11,0254	13,87505	11,4142	1,35	14,4008	13,0615	0,61
3	0,1	1,0983	10,9832	13,87262	11,5000	0,61	14,3944	13,1058	0,27
4	0,1	1,0968	10,9682	13,87163	11,5307	0,35	14,3919	13,1214	0,15
5	0,1	1,0961	10,9612	13,87115	11,5451	0,22	14,3906	13,1287	0,10
6	0,1	1,0957	10,9574	13,87089	11,5529	0,15	14,3899	13,1326	0,07
7	0,1	1,0955	10,9551	13,87072	11,5576	0,11	14,3895	13,1350	0,05
8	0,1	1,0954	10,9536	13,87062	11,5607	0,09	14,3892	13,1365	0,04
9	0,1	1,0953	10,9525	13,87054	11,5628	0,07	14,3890	13,1376	0,03
10	0,1	1,0952	10,9518	13,87049	11,5643	0,06	14,3889	13,1384	0,02
3021	0,1	1,0949	10,9487	13,87026	11,5708	0	14,3883	13,1416	0

Annexe III

Tableau II : Evolution de y_n , A et P pour $Q_{\min} = 1m^3/s$, $i_{\min} = 10^{-6}$ et $\varepsilon_{\min} = 0$.

N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %
1	4	3,06421	0,7661	11,7367	1,2500	31,35	9,4329	3,0784	9,23
2	4	2,61031	0,6526	11,3394	1,6642	8,60	8,6439	3,3115	2,36
3	4	2,53815	0,6345	11,2739	1,7500	3,89	8,5176	3,3558	1,05
4	4	2,51365	0,6284	11,2514	1,7807	2,20	8,4746	3,3714	0,59
5	4	2,50243	0,6256	11,2411	1,7951	1,41	8,4549	3,3787	0,38
6	4	2,49637	0,6241	11,2356	1,8029	0,98	8,4443	3,3826	0,26
7	4	2,49273	0,6232	11,2322	1,8076	0,72	8,4379	3,3850	0,19
8	4	2,49037	0,6226	11,2300	1,8107	0,55	8,4338	3,3865	0,15
9	4	2,48876	0,6222	11,2285	1,8128	0,44	8,4309	3,3876	0,12
10	4	2,48760	0,6219	11,2275	1,8143	0,35	8,4289	3,3884	0,10
3021	4	2,48269	0,6207	11,2229	1,8208	0	8,4203	3,3916	0

Annexe III

Tableau III : Evolution de y_n , A et P pour $Q_{\min} = 1\text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\min} = 0$.

N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^* / A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^* / P_c^*$ %
1	0,1	0,119388	1,19388	0,1567895	11,0000	4,93	1,53157	12,8284	2,38
2	0,1	0,117189	1,17189	0,1567536	11,4142	1,35	1,53066	13,0615	0,61
3	0,1	0,116741	1,16741	0,1567271	11,5000	0,61	1,52999	13,1058	0,27
4	0,1	0,116581	1,16581	0,1567164	11,5307	0,35	1,52971	13,1214	0,15
5	0,1	0,116507	1,16507	0,1567111	11,5451	0,22	1,52958	13,1287	0,10
6	0,1	0,116466	1,16466	0,1567082	11,5529	0,15	1,52951	13,1326	0,07
7	0,1	0,116442	1,16442	0,1567064	11,5576	0,11	1,52946	13,1350	0,05
8	0,1	0,116426	1,16426	0,1567052	11,5607	0,09	1,52943	13,1365	0,04
9	0,1	0,116415	1,16415	0,1567044	11,5628	0,07	1,52941	13,1376	0,03
10	0,1	0,116407	1,16407	0,1567039	11,5643	0,06	1,52940	13,1384	0,02
3021	0,1	0,116374	1,16374	0,1567014	11,5708	0	1,52934	13,1416	0

Annexe III

Tableau IV : Evolution de y_n , A et P pour $Q_{\min} = 1\text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\min} = 0$.

N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^* / A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^* / P_c^*$ %
1	4	0,3266	0,08165	0,13333	1,2500	31,35	1,0054	3,0784	9,23
2	4	0,2784	0,06959	0,12895	1,6642	8,60	0,9218	3,3115	2,36
3	4	0,2707	0,06767	0,12823	1,7500	3,89	0,9084	3,3558	1,05
4	4	0,2681	0,06702	0,12798	1,7807	2,20	0,9038	3,3714	0,59
5	4	0,2669	0,06672	0,12787	1,7951	1,41	0,9018	3,3787	0,38
6	4	0,2663	0,06656	0,12781	1,8029	0,98	0,9006	3,3826	0,26
7	4	0,2659	0,06647	0,12777	1,8076	0,72	0,8999	3,3850	0,19
8	4	0,2656	0,06640	0,12775	1,8107	0,55	0,8995	3,3865	0,15
9	4	0,2654	0,06636	0,12773	1,8128	0,44	0,8992	3,3876	0,12
10	4	0,2653	0,06633	0,12772	1,8143	0,35	0,8990	3,3884	0,10
3021	4	0,2648	0,06620	0,12767	1,8208	0	0,8981	3,3916	0

Annexe III										
Tableau V : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\min} = 1m^3/s$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m^2)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	0,1	1,4335	14,3346	22,6030	11,0000	4,93	18,3891	12,8284	2,38	
2	0,1	1,4070	14,0704	22,5974	11,4142	1,35	18,3780	13,0615	0,61	
3	0,1	1,4017	14,0165	22,5933	11,5000	0,61	18,3698	13,1058	0,27	
4	0,1	1,3997	13,9973	22,5916	11,5307	0,35	18,3665	13,1214	0,15	
5	0,1	1,3988	13,9884	22,5908	11,5451	0,22	18,3649	13,1287	0,10	
6	0,1	1,3983	13,9835	22,5903	11,5529	0,15	18,3640	13,1326	0,07	
7	0,1	1,3981	13,9805	22,5900	11,5576	0,11	18,3634	13,1350	0,05	
8	0,1	1,3979	13,9786	22,5898	11,5607	0,09	18,3631	13,1365	0,04	
9	0,1	1,3977	13,9773	22,5897	11,5628	0,07	18,3628	13,1376	0,03	
10	0,1	1,3976	13,9764	22,5896	11,5643	0,06	18,3626	13,1384	0,02	
3021	0,1	1,3972	13,9723	22,5892	11,5708	0	18,3619	13,1416	0	

Annexe III										
Tableau VI : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\min} = 1m^3/s$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	4	3,8965	0,9741	18,9783	1,2500	31,35	11,9951	3,0784	9,23	
2	4	3,3170	0,8292	18,3102	1,6642	8,60	10,9841	3,3115	2,36	
3	4	3,2249	0,8062	18,2001	1,7500	3,89	10,8222	3,3558	1,05	
4	4	3,1936	0,7984	18,1624	1,7807	2,20	10,7672	3,3714	0,59	
5	4	3,1793	0,7948	18,1451	1,7951	1,41	10,7420	3,3787	0,38	
6	4	3,1716	0,7929	18,1357	1,8029	0,98	10,7284	3,3826	0,26	
7	4	3,1670	0,7917	18,1301	1,8076	0,72	10,7202	3,3850	0,19	
8	4	3,1640	0,7910	18,1265	1,8107	0,55	10,7149	3,3865	0,15	
9	4	3,1619	0,7905	18,1240	1,8128	0,44	10,7113	3,3876	0,12	
10	4	3,1604	0,7901	18,1222	1,8143	0,35	10,7087	3,3884	0,10	
3021	4	3,1542	0,7885	18,1146	1,8208	0	10,6976	3,3916	0	

Annexe III										
Tableau VII : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\min} = 1m^3/s$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c$ %	
1	0,1	0,20096	2,0096	0,444252	11,0000	4,93	2,57805	12,8284	2,38	
2	0,1	0,19726	1,9726	0,444126	11,4142	1,35	2,57645	13,0615	0,61	
3	0,1	0,19650	1,9650	0,444033	11,5000	0,61	2,57527	13,1058	0,27	
4	0,1	0,19623	1,9623	0,443995	11,5307	0,35	2,57479	13,1214	0,15	
5	0,1	0,19610	1,9610	0,443977	11,5451	0,22	2,57456	13,1287	0,10	
6	0,1	0,19603	1,9603	0,443967	11,5529	0,15	2,57443	13,1326	0,07	
7	0,1	0,19599	1,9599	0,443961	11,5576	0,11	2,57435	13,1350	0,05	
8	0,1	0,19596	1,9596	0,443957	11,5607	0,09	2,57430	13,1365	0,04	
9	0,1	0,19595	1,9595	0,443954	11,5628	0,07	2,57426	13,1376	0,03	
10	0,1	0,19593	1,9593	0,443952	11,5643	0,06	2,57424	13,1384	0,02	
3021	0,1	0,19588	1,9588	0,443943	11,5708	0	2,57413	13,1416	0	

Annexe III										
Tableau VIII : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\min} = 1\text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	4	0,5398	0,1349	0,36423	1,2500	31,35	1,6617	3,0784	9,23	
2	4	0,4585	0,1146	0,34981	1,6642	8,60	1,5182	3,3115	2,36	
3	4	0,4456	0,1114	0,34744	1,7500	3,89	1,4953	3,3558	1,05	
4	4	0,4412	0,1103	0,34663	1,7807	2,20	1,4875	3,3714	0,59	
5	4	0,4392	0,1098	0,34626	1,7951	1,41	1,4839	3,3787	0,38	
6	4	0,4381	0,1095	0,34606	1,8029	0,98	1,4820	3,3826	0,26	
7	4	0,4375	0,1094	0,34594	1,8076	0,72	1,4808	3,3850	0,19	
8	4	0,4370	0,1093	0,34586	1,8107	0,55	1,4801	3,3865	0,15	
9	4	0,4368	0,1092	0,34580	1,8128	0,44	1,4795	3,3876	0,12	
10	4	0,4365	0,1091	0,34577	1,8143	0,35	1,4792	3,3884	0,10	
3021	4	0,4357	0,1089	0,34560	1,8208	0	1,4776	3,3916	0	

Annexe III										
Tableau IX : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\min} = 0$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	0,1	11,8984	118,9836	1557,2800	11,0000	4,93	152,6372	12,8284	2,38	
2	0,1	11,6792	116,7916	1556,9298	11,4142	1,35	152,5469	13,0615	0,61	
3	0,1	11,6345	116,3455	1556,6717	11,5000	0,61	152,4804	13,1058	0,27	
4	0,1	11,6186	116,1864	1556,5667	11,5307	0,35	152,4534	13,1214	0,15	
5	0,1	11,6112	116,1123	1556,5156	11,5451	0,22	152,4402	13,1287	0,10	
6	0,1	11,6072	116,0719	1556,4871	11,5529	0,15	152,4329	13,1326	0,07	
7	0,1	11,6047	116,0475	1556,4698	11,5576	0,11	152,4284	13,1350	0,05	
8	0,1	11,6032	116,0316	1556,4584	11,5607	0,09	152,4255	13,1365	0,04	
9	0,1	11,6021	116,0207	1556,4505	11,5628	0,07	152,4234	13,1376	0,03	
10	0,1	11,6013	116,0129	1556,4449	11,5643	0,06	152,4220	13,1384	0,02	
3021	0,1	11,5980	115,9797	1556,4207	11,5708	0	152,4158	13,1416	0	

Annexe III										
Tableau X : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\min} = 0$.										
N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	4	32,5956	8,1489	1328,0937	1,2500	31,35	100,3433	3,0784	9,23	
2	4	27,7904	6,9476	1285,2811	1,6642	8,60	92,0269	3,3115	2,36	
3	4	27,0260	6,7565	1278,2035	1,7500	3,89	90,6945	3,3558	1,05	
4	4	26,7663	6,6916	1275,7814	1,7807	2,20	90,2412	3,3714	0,59	
5	4	26,6475	6,6619	1274,6697	1,7951	1,41	90,0336	3,3787	0,38	
6	4	26,5833	6,6458	1274,0682	1,8029	0,98	89,9214	3,3826	0,26	
7	4	26,5447	6,6362	1273,7064	1,8076	0,72	89,8540	3,3850	0,19	
8	4	26,5197	6,6299	1273,4719	1,8107	0,55	89,8103	3,3865	0,15	
9	4	26,5026	6,6256	1273,3113	1,8128	0,44	89,7804	3,3876	0,12	
10	4	26,4904	6,6226	1273,1965	1,8143	0,35	89,7590	3,3884	0,10	
3021	4	26,4383	6,6096	1272,7077	1,8208	0	89,6680	3,3916	0	

Annexe III										
Tableau XI : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\min} = 0$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m^2)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	0,1	1,2896	12,8956	18,2926	11,0000	4,93	16,5430	12,8284	2,38	
2	0,1	1,2658	12,6581	18,2886	11,4142	1,35	16,5333	13,0615	0,61	
3	0,1	1,2610	12,6097	18,2856	11,5000	0,61	16,5261	13,1058	0,27	
4	0,1	1,2593	12,5925	18,2844	11,5307	0,35	16,5232	13,1214	0,15	
5	0,1	1,2584	12,5845	18,2838	11,5451	0,22	16,5218	13,1287	0,10	
6	0,1	1,2580	12,5801	18,2835	11,5529	0,15	16,5210	13,1326	0,07	
7	0,1	1,2577	12,5774	18,2833	11,5576	0,11	16,5205	13,1350	0,05	
8	0,1	1,2576	12,5757	18,2832	11,5607	0,09	16,5202	13,1365	0,04	
9	0,1	1,2575	12,5745	18,2831	11,5628	0,07	16,5199	13,1376	0,03	
10	0,1	1,2574	12,5737	18,2830	11,5643	0,06	16,5198	13,1384	0,02	
3021	0,1	1,2570	12,5701	18,2827	11,5708	0	16,5191	13,1416	0	

Annexe III

Tableau XII : Evolution de y_n , A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\min} = 0$.

N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c$ %
1	4	3,5382	0,8846	15,6490	1,2500	31,35	10,8922	3,0784	9,23
2	4	3,0176	0,7544	15,1539	1,6642	8,60	9,9926	3,3115	2,36
3	4	2,9347	0,7337	15,0721	1,7500	3,89	9,8484	3,3558	1,05
4	4	2,9066	0,7266	15,0440	1,7807	2,20	9,7994	3,3714	0,59
5	4	2,8937	0,7234	15,0312	1,7951	1,41	9,7769	3,3787	0,38
6	4	2,8867	0,7217	15,0242	1,8029	0,98	9,7648	3,3826	0,26
7	4	2,8826	0,7206	15,0200	1,8076	0,72	9,7575	3,3850	0,19
8	4	2,8799	0,7200	15,0173	1,8107	0,55	9,7528	3,3865	0,15
9	4	2,8780	0,7195	15,0155	1,8128	0,44	9,7495	3,3876	0,12
10	4	2,8767	0,7192	15,0141	1,8143	0,35	9,7472	3,3884	0,10
3021	4	2,8710	0,7178	15,0085	1,8208	0	9,7374	3,3916	0

Annexe III										
Tableau XIII : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	0,1	14,8234	148,2337	2417,0565	11,0000	4,93	190,1606	12,8284	2,38	
2	0,1	14,5502	145,5025	2416,5003	11,4142	1,35	190,0476	13,0615	0,61	
3	0,1	14,4946	144,9465	2416,0904	11,5000	0,61	189,9644	13,1058	0,27	
4	0,1	14,4748	144,7482	2415,9238	11,5307	0,35	189,9305	13,1214	0,15	
5	0,1	14,4656	144,6558	2415,8426	11,5451	0,22	189,9141	13,1287	0,10	
6	0,1	14,4605	144,6054	2415,7974	11,5529	0,15	189,9049	13,1326	0,07	
7	0,1	14,4575	144,5750	2415,7697	11,5576	0,11	189,8993	13,1350	0,05	
8	0,1	14,4555	144,5552	2415,7517	11,5607	0,09	189,8956	13,1365	0,04	
9	0,1	14,4542	144,5416	2415,7392	11,5628	0,07	189,8931	13,1376	0,03	
10	0,1	14,4532	144,5319	2415,7303	11,5643	0,06	189,8913	13,1384	0,02	
3021	0,1	14,4490	144,4904	2415,6918	11,5708	0	189,8835	13,1416	0	

Annexe III										
Tableau XIV : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\min} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m^2)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	4	40,5361	10,1340	2053,9738	1,2500	31,35	124,7876	3,0784	9,23	
2	4	34,5480	8,6370	1986,3499	1,6642	8,60	114,4047	3,3115	2,36	
3	4	33,5957	8,3989	1975,1770	1,7500	3,89	112,7415	3,3558	1,05	
4	4	33,2723	8,3181	1971,3537	1,7807	2,20	112,1757	3,3714	0,59	
5	4	33,1243	8,2811	1969,5990	1,7951	1,41	111,9166	3,3787	0,38	
6	4	33,0443	8,2611	1968,6497	1,8029	0,98	111,7766	3,3826	0,26	
7	4	32,9962	8,2491	1968,0786	1,8076	0,72	111,6925	3,3850	0,19	
8	4	32,9651	8,2413	1967,7085	1,8107	0,55	111,6379	3,3865	0,15	
9	4	32,9438	8,2359	1967,4550	1,8128	0,44	111,6006	3,3876	0,12	
10	4	32,9285	8,2321	1967,2737	1,8143	0,35	111,5739	3,3884	0,10	
3021	4	32,8637	8,2159	1966,5023	1,8208	0	111,4603	3,3916	0	

Annexe III										
Tableau XV : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\min}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	0,1	1,9319	19,3191	41,0551	11,0000	4,93	24,7834	12,8284	2,38	
2	0,1	1,8963	18,9630	41,0450	11,4142	1,35	24,7685	13,0615	0,61	
3	0,1	1,8890	18,8905	41,0377	11,5000	0,61	24,7575	13,1058	0,27	
4	0,1	1,8865	18,8646	41,0346	11,5307	0,35	24,7530	13,1214	0,15	
5	0,1	1,8853	18,8525	41,0332	11,5451	0,22	24,7509	13,1287	0,10	
6	0,1	1,8846	18,8459	41,0324	11,5529	0,15	24,7497	13,1326	0,07	
7	0,1	1,8842	18,8420	41,0319	11,5576	0,11	24,7489	13,1350	0,05	
8	0,1	1,8839	18,8394	41,0315	11,5607	0,09	24,7484	13,1365	0,04	
9	0,1	1,8838	18,8376	41,0313	11,5628	0,07	24,7481	13,1376	0,03	
10	0,1	1,8836	18,8363	41,0312	11,5643	0,06	24,7479	13,1384	0,02	
3021	0,1	1,8831	18,8309	41,0305	11,5708	0	24,7468	13,1416	0	

Annexe III										
Tableau XVI : Evolution de y_n, A et P pour $Q_{\max} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$, $i_{\max} = 0,05$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$.										
N	η_{\max}	y_n (m)	b (m)	A (m ²)	A^*	$\Delta A^*/A_c^*$ %	P (m)	P^*	$\Delta P^*/P_c^*$ %	
1	4	5,2575	1,3144	34,5517	1,2500	31,3487	16,1848	3,0784	9,23	
2	4	4,4766	1,1191	33,3505	1,6642	8,5997	14,8241	3,3115	2,36	
3	4	4,3525	1,0881	33,1523	1,7500	3,8882	14,6062	3,3558	1,05	
4	4	4,3104	1,0776	33,0845	1,7807	2,2003	14,5321	3,3714	0,59	
5	4	4,2911	1,0728	33,0534	1,7951	1,4121	14,4982	3,3787	0,38	
6	4	4,2807	1,0702	33,0366	1,8029	0,9821	14,4799	3,3826	0,26	
7	4	4,2744	1,0686	33,0265	1,8076	0,7222	14,4688	3,3850	0,19	
8	4	4,2703	1,0676	33,0199	1,8107	0,5533	14,4617	3,3865	0,15	
9	4	4,2676	1,0669	33,0154	1,8128	0,4373	14,4568	3,3876	0,12	
10	4	4,2656	1,0664	33,0122	1,8143	0,3543	14,4533	3,3884	0,10	
3021	4	4,2571	1,0643	32,9985	1,8208	0	14,4384	3,3916	0	