

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Larbi Ben M'hidi d' Oum El Bouaghi
Institut des sciences technologiques
Département d'Electrotechnique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE

Option : commande électrique

Par

Zakaria Lammouchi

Thème

**Commande prédictive non linéaire de la machine
asynchrone**

Devant le Jury

| | | |
|------------------|-----------------------------|------------|
| Tarek Bouktir | M.C Univ. de Oum El Bouaghi | Président |
| Kamel Barra | M.C Univ. de Oum El Bouaghi | Rapporteur |
| Noureddine Goléa | Pr. Univ. de Oum El Bouaghi | Examineur |
| Mohamed Kadjoudj | Pr. Univ. de Batna | Examineur |

Promotion : 2008/2009

Remerciements

Je suis particulièrement sensible à l'honneur que m'a fait Dr. Kamel Barra Maître de conférences au département d'Electrotechnique de l'université d'Oum El Bouaghi, d'accepter d'être rapporteur de ce mémoire et pour la confiance et le suivi qu'il m'a témoigné tout au long de la réalisation de ce travail.

A cette occasion, je témoigne ma reconnaissance à toute personne m'ayant aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Enfin, un remerciement particulier à mes parents et à mes frères et sœurs.

SOMMAIRE

| | |
|------------------------------|---|
| - Introduction générale..... | 1 |
|------------------------------|---|

Chapitre 1

Modélisation de la machine à induction

| | |
|--|----|
| 1-1 Introduction..... | 4 |
| 1-2 Modèle dynamique de la machine asynchrone | 5 |
| 1-3 Modélisation électrique..... | 6 |
| -Transformation de Park..... | 7 |
| 1-4 Modèle du moteur asynchrone..... | 8 |
| 1-4.1 Modèle avec entrées en tension..... | 8 |
| 1-4.1.1 Modèle exprimé dans le repère (,) lié au stator | 9 |
| 1-4.1.2 Modèle dans le repère (d, q) lié au champ tournant (T) | 12 |
| 1-4.2 Modèle avec entrées en courant..... | 14 |
| 1-5 Validation du modèle par simulation..... | 15 |
| 1-6 commande linéarisation entrée-sortie..... | 17 |
| 1-7 Platitude d'un système non linéaire..... | 20 |
| 1-8 Conclusions..... | 21 |

Chapitre 2

Commande prédictive généralisée (GPC)

| | |
|---|----|
| 2-1 Introduction..... | 22 |
| 2-2 Principe de fonctionnement de GPC..... | 23 |
| 2-3 Algorithme GPC..... | 24 |
| 2-3.1 Définition le modèle de prédiction du système | 24 |
| 2-3.2 Commande prédictive généralisée de base | 26 |
| 2-3.3 Commande prédictive généralisée à structure cascade (CGPC) | 30 |
| 2-3.4 Commande prédictive généralisée à Modèles de Référence Multiples (GPC/MRM)... | 34 |
| 3-4 Approche polynomiale - synthèse R-S-T..... | 37 |
| 3-4.1. Introduction..... | 37 |
| 3-4.2 Synthèse RST du GPC classique..... | 37 |
| 3-4.3 Synthèse RST du GPC/MRM..... | 39 |
| 3-5 Conclusions..... | 39 |

Chapitre 3

Application de la commande non linéaire en tension à la machine à induction

| | |
|---|----|
| 3-1 Introduction | 40 |
| 3-2 Commande de référence non linéaire en tension C.R.N.L.T)..... | 41 |
| 3-3 Application de la C.R.N.L à la machine asynchrone..... | 45 |
| 3-4 Bouclage fermé et stabilisation autour de trajectoires..... | 47 |
| 3-4 .1 Commande par linéarisation entrée-sortie | 47 |
| 3-4.2 Validation des choix par l'identification..... | 53 |
| 3-4 .2 .1 Méthode des moindres carrés..... | 53 |
| 3.4 .2 .2 Deuxième Méthode | 56 |
| 3-4.3 Synthèse des correcteurs prédictifs RST | 59 |
| 3-4.3.1 Les structures finales des correcteurs RST | 59 |
| 3-4-3-2 Réglage des paramètres des correcteurs RST | 61 |
| 3-4.4 Résultat de simulation | 62 |
| - Régime de désexcitation à vide..... | 64 |
| - Robustesse de la C.R.N.L.T..... | 65 |
| 3-5 Conclusions..... | 68 |

Chapitre 4

Application de la commande non linéaire en courant à la machine à induction

| | |
|--|----|
| 4-1 Introduction..... | 69 |
| 4-2 Commande de référence non linéaire en courant (C.R.N.L.C)..... | 69 |
| - Platitude de la machine..... | 70 |
| 4-3 Application de la C.R.N.L.C à la machine asynchrone..... | 75 |
| 4-3.1 Synthèse des correcteurs P.I des boucles de courants..... | 75 |
| 4-3.2 Principe du découplage par compensation | 75 |
| 4-3.3 Schémas de simulation de la compensation | 76 |
| 4-4 Résultat de simulation C.R.L.C..... | 78 |
| 4-5 Commande de référence Non linéaire en bouclage fermé | 80 |
| - Régime de désexcitation | 82 |
| - Robustesse de la C.R.N.L.C..... | 83 |
| 4-6 Conclusions..... | 85 |
| -Conclusion générale..... | 86 |

ABREVIATIONS

| | |
|----------|--|
| GPC | Commande Prédicative Généralisée |
| GPCC | Commande prédictive Généralisée Cascade |
| GPC/MRM | Commande Prédicative Généralisée à Modèles de Référence Multiples |
| GPCC/MRM | Commande Prédicative Généralisée Cascade avec modèles de référence Multiples |
| CNP | Commande Prédicative Non linéaire. |
| CARIMA | Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average |
| CRNLT | Commande de Référence Non Linéaire en Tension |
| CRNLC | Commande de Référence Non Linéaire en Courant |
| MPC | Model Predictive Control |
| MBC | Model Based Control |
| GPC/RST | Régulateur GPC sous forme Polynomiale R-S-T |
| VSRC | Voltage Single Reference Control |
| CSRC | Current Single Reference Control |

LISTE DES SYMBOLES

| | |
|---------------------------------|---|
| R_s, R_r | Résistances d'une phase statorique et rotorique |
| p | Nombre de paires de pôles |
| J | Moment d'inertie de la machine |
| C_e | Couple électromagnétique |
| C_r | Couple de charge. |
| L_s, L_r, L_m | Inductances propres statorique, rotorique et inductance mutuelle. |
| $U_{s\alpha}, U_{s\beta}$ | Composantes (α, β) de la tension statorique dans le référentiel fixe lié au stator |
| U_{sd}, U_{sq} | Composantes (d, q) de la tension statorique dans le référentiel tournant |
| $U_{r\alpha}, U_{r\beta}$ | Composantes (α, β) de la tension rotorique dans le référentiel fixe |
| U_{rd}, U_{rq} | Composantes (d, q) de la tension rotorique dans le référentiel tournant |
| I_{sd}, I_{sq} | Composantes (d, q) du courant statorique dans le référentiel tournant |
| $\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}$ | Composantes (α, β) du flux rotorique dans le référentiel fixe |
| $\phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}$ | Composantes (α, β) du flux statorique dans le référentiel fixe |
| ϕ_{sd}, ϕ_{sq} | Composantes (d, q) du flux statorique dans le référentiel tournant |
| ϕ_{rd}, ϕ_{rq} | Composantes (d, q) du flux rotorique dans le référentiel tournant |
| $I_r(a, b, c)$ | Module du courant de phase rotorique |
| $I_s(a, b, c)$ | Module du courant de phase statorique |
| I_{rd}, I_{rq} | Composantes (d, q) du courant rotorique dans le référentiel tournant |
| $I_{r\alpha}, I_{r\beta}$ | Composantes (α, β) du courant rotorique dans le référentiel fixe |
| u | Vecteur de commande |
| f | Coefficient de frottement |
| g | Matrice de commande |
| $u_{r(a,b,c)}$ | Tension de phase rotorique |
| $u_{s(a,b,c)}$ | Tension de phase statorique |
| z | Vecteur d'état du système linéarisé |
| θ | Position angulaire du rotor par rapport au stator |
| θ_r | Position angulaire du repère (d, q) par rapport au rotor |

| | |
|-----------------------------------|--|
| θ_s | Position angulaire du repère (d, q) par rapport au stator |
| | Vitesse mécanique |
| s | Vitesse synchrone |
| $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ | pulsation rotorique |
| $\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt}$ | Vitesse de rotation du repère (d, q) par rapport au stator |
| e | Erreur |
| q^{-1} | Opérateur retard |
| J | Fonction de coût pour la commande prédictive |
| K_p, K_i | Gains du contrôleur PI |
| L_g, L_f | Dérivée de Lie |
| N_u | Horizon de commande, |
| N_1 | Horizon minimal de prédiction |
| N_2 | Horizon maximal de prédiction |
| T_e | Période d'échantillonnage |
| E_j, G_j, F_j, H_j | polynômes pour les solutions des équations de Diophantine |
| N_{12}, N_{22}, N_{u2} | Paramètres de réglage pour la boucle interne dans GPCC |
| N_{11}, N_{21}, N_{u1} | Paramètres de réglage pour la boucle externe dans GPCC |

Introduction générale

Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des commandes de plus en plus évoluées. De ce fait, les outils fondamentaux de synthèse de lois de commande utilisés dans le domaine non linéaire deviennent complexes. De cette complexité résulte une détermination et une mise en œuvre relativement difficile des lois de commande surtout lorsqu'il s'agit de système non linéaire fortement couplé comme il est le cas de la machine à induction.

Le comportement du moteur asynchrone est celui d'un système non linéaire fortement couplé, sa dynamique est rapide, ses paramètres varient continuellement dans le temps et il est sujet à des perturbations inconnues. Toutes ces caractéristiques rendent la commande de cette machine complexe. Par conséquent, la conservation de la nature non linéaire de la machine, la poursuite de trajectoires prédéterminées, la robustesse aux variations de paramètres et le rejet de perturbations inconnues avec une réponse performante sont les objectifs à satisfaire lors d'une mise en œuvre d'une stratégie de commande. La commande prédictive généralisée GPC, apparaît comme une alternative intéressante pour contrôler le moteur asynchrone et satisfaire les exigences souhaitées.

La puissance de la commande prédictive réside dans le fait qu'elle utilise un modèle (donc bénéficie des propriétés des systèmes linéaires) pour prédire le comportement futur du système en utilisant les équations Diophantiennes et choisir par la suite la meilleure décision (commande) à appliquer au système par minimisation d'un critère quadratique (commande optimale).

La commande par orientation du flux FOC étant le concept de base de la commande moderne des machines à induction donnant des performances acceptables, toutefois elle souffre d'une part de la connaissance exacte du repère (d-q) tournant dont la position n'est pas mesurable, et d'autre part en régime de survitesse ou le découplage ne devient que partiel et reste sensible aux variations des paramètres de la machine. La commande non linéaire offre une alternative très efficace pour le problème de découplage des boucles de vitesse (couple) et de flux quelque soit le régime de fonctionnement (dynamique ou statique) et cela par utilisation d'un bouclage statique[Ch06] rendant ainsi le système découplé et linéarisé avec des performances dynamiques et statiques meilleures.

Objectifs du travail présenté

Nous présentons dans ce mémoire la combinaison de deux stratégies de commandes évoluées, d'une part, la commande prédictive généralisée GPC pour la planification des trajectoires de références (stratégie très séduisante pour le suivi de trajectoires) et d'autre part, pour le découplage on fait appel à la commande non linéaire à travers deux aspects : la commande non linéaire par linéarisation entrée-sortie pour la commande en tension de la machine et la commande non linéaire sous concept de la platitude pour la commande en courant. Ces deux variantes de la commande non linéaire (commande par linéarisation entrée-sortie et commande fondée sur la platitude) utilisent les outils théoriques de la géométrie et de l'algèbre différentielle, permettent de donner un aperçu de la recherche en commande non linéaire ainsi que l'apport de cette théorie dans un contexte d'électrotechnique.

Structure du mémoire

Ce mémoire est organisé comme suit :

- Le premier chapitre expose la description et la modélisation du moteur asynchrone de point de vue de l'automaticien, pour une utilisation en commande par la suite. Deux classes de modèles sont présentées : une modélisation fondée sur des entrées en tension, et une autre utilisant un modèle réduit de la machine dont les entrées sont les courants.
- Le second chapitre tente de découvrir la richesse de la commande prédictive généralisée GPC par ses variantes, notamment, la commande GPC algorithmique (classique), la commande prédictive généralisée à structure cascade (GPCC), la commande prédictive généralisée à modèles de référence multiples (GPC/MRM) et enfin, une transposition de ces commandes sous forme polynomiale est présentée, permettant la mise au point des régulateurs prédictifs sous forme *RST*.
- Nous introduisons, dans le troisième chapitre, la commande de référence non linéaire en tension (C.R.N.L.T) pour le suivi de trajectoires de référence en vitesse et en flux ; d'abord en boucle ouverte, ensuite en boucle fermée (synthèses de correcteurs prédictifs sous forme *RST* permettant la stabilisation de la machine autour des trajectoires de références). Pour le modèle d'alimentation en tension, on s'aperçoit que l'application de la méthode de linéarisation entrée-sortie nous permet d'obtenir uniquement un sous système linéarisable avec une dynamique supplémentaire qui est la dynamique des zéros

dont il faut prouver la stabilité. Une phase de validation des modèles obtenus est réalisée par la technique d'identification des moindres carrés récursive MCR.

- Dans le dernier chapitre, nous introduisons la commande de référence non linéaire en courant (C.R.N.L.C) qui est une commande non linéaire fondée sous le concept de platitude (plate différentiellement). Ce concept permet d'apporter une solution très importante pour la commande de la machine définie par une démarche inverse (à partir des sorties, on remonte aux commandes du système). L'état étant exprimé en fonction des sorties et d'un nombre fini de leurs dérivés, le comportement dynamique du système est alors entièrement imposé par la planification des trajectoires. Les commandes obtenues en boucle ouverte nécessitent un bouclage stabilisant (autour de trajectoires) pour le rejet de perturbations et les variations paramétriques.

Enfin, pour clôturer, une conclusion générale avec quelques perspectives qui nous paraissent utiles pour une éventuelle expansion et continuation de ce travail.

Chapitre 1

Modélisation de la machine à induction en vue de la commande

1-1 Introduction

La machine asynchrone (à induction), très appréciée dans les applications industrielles pour sa grande robustesse mécanique et son faible coût, requiert des structures de contrôle de plus en plus spécifiques et complexes à cause de sa non linéarité et du couplage complexe de ses différents paramètres.

Le développement des différentes méthodes de commande du moteur asynchrone est justifié par le besoin de prendre en compte sa structure non linéaire. C'est d'ailleurs pour cette raison, et en dépit de son plus faible coût et de son encombrement moindre, que l'industrie avait préféré, jusqu'aux années 1980, l'utilisation des moteurs à courant continu, car leur structure linéaire en facilitait la commande.

Une méthode de commande pour le moteur asynchrone, qui se ramenait à une structure de commande linéaire par l'hypothèse dite d'orientation du flux, a été proposée par Blaschke en 1972. Si cette méthode est restée peu exploitée jusqu'au début des années 80, les progrès réalisés dans la technologie des semi-conducteurs et dans la microélectronique ont permis son utilisation dans les variateurs industriels actuels. Cependant, l'expérience a montré les faiblesses de cette méthode face aux incertitudes de paramètres, qu'ils soient mesurés, comme la vitesse des moteurs, ou qu'ils varient en cours de fonctionnement, comme les résistances du stator et du rotor. Par ailleurs, la commande des moteurs électriques s'est révélée être un champ d'application des méthodologies de l'automatique non linéaire, développées depuis les années 70. En effet, la modélisation des moteurs à courant alternatif est bien maîtrisée, et elle se traduit en des modèles non linéaires caractérisés par un nombre limité de variables d'état. Dans un même temps, l'évolution rapide de l'électronique numérique permet la réalisation de commandes de plus en plus sophistiquées telles que la commande par linéarisation entrées-sorties, commande directe du couple, etc... [5], [6], [10].

L'objectif de ce chapitre est de présenter mathématiquement, d'un point de vue de l'automaticien, une modélisation de la machine asynchrone sous forme de différents modèles d'état selon le choix de repère, le vecteur d'état et les entrées-sorties possibles du moteur.

Généralement, ces modèles sont définis dans un référentiel diphasé, soit tournant (d, q), soit fixe au stator (α, β). Ces référentiels sont définis à partir du référentiel triphasé naturel de la machine asynchrone à l'aide de transformations mathématiques adaptées. Dans la deuxième partie, on présente brièvement quelques rappels sur la linéarisation entrée-sortie et Commande des systèmes par platitude.

Pour établir des relations simples entre les tensions d'alimentation du moteur et ses courants, il faut s'appuyer sur un certain nombre d'hypothèses de simplifications:

- ✓ L'absence de saturation dans le circuit magnétique.
- ✓ Les pertes fer et les pertes supplémentaires ne sont pas prises en considération.
- ✓ Assimilation de la cage à un bobinage en court-circuit de même nombre de phases que le bobinage statorique.
- ✓ répartition sinusoïdale, le long de l'entrefer, des champs magnétiques de chaque bobinage.
- ✓ L'effet de peau est négligé.

1-2 Modèle dynamique de la machine asynchrone

La machine asynchrone triphasée est représentée schématiquement par la Figure (1-1). Elle est munie de six enroulements :

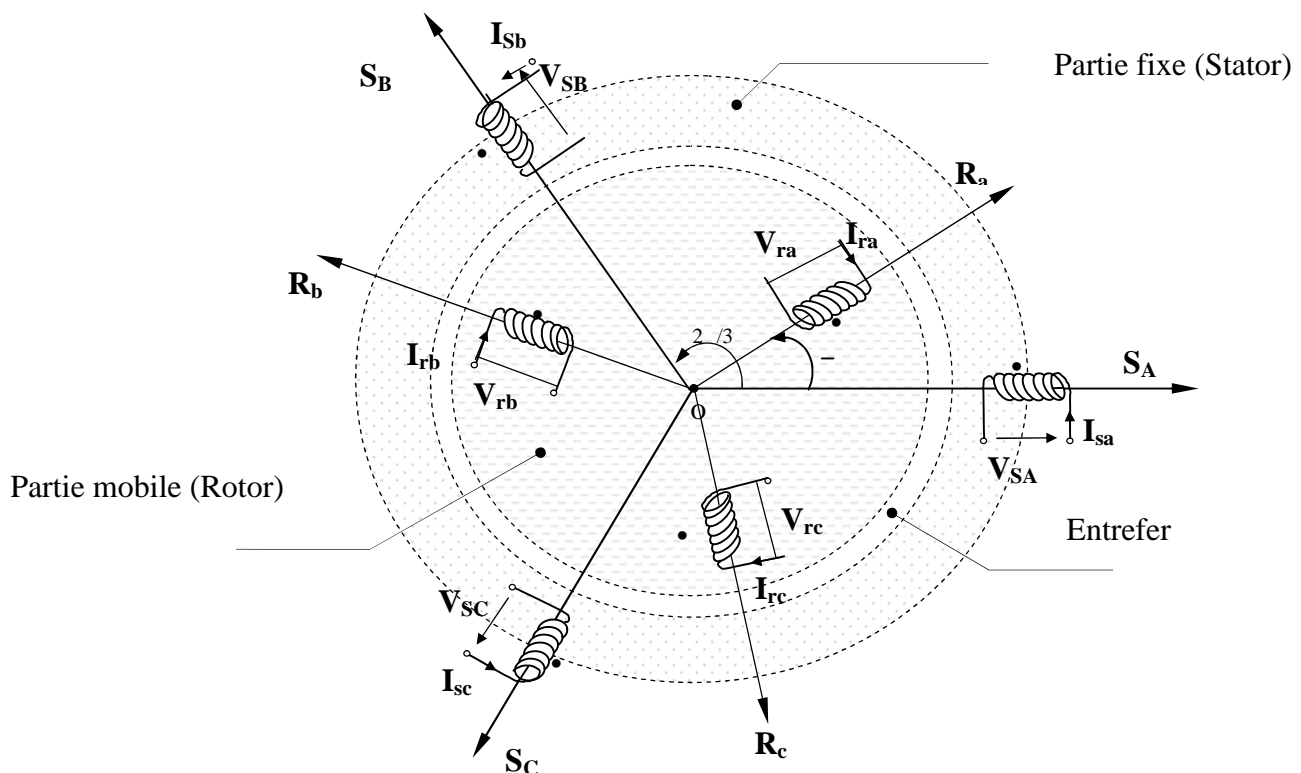


Figure (1-1) : Machine asynchrone modélisée - Définition des repères stator et rotor

- ✓ Le stator de la machine est formé de trois enroulements fixes décalés de 120° dans l'espace et traversés par trois courants variables (conditions du champ tournant).

- ✓ Le rotor peut être modélisé par trois enroulements identiques décalés dans l'espace de 120°. Ces enroulements sont en court-circuit et les courants qui y circulent sont induits grâce au champ tournant du stator.

Avec:

S_A, S_B et S_C : sont les trois enroulements du stator

R_a, R_b et R_c les trois enroulements rotoriques

θ : Angle entre l'axe de la phase statorique et la phase rotorique.

I_{sabc}, V_{sabc} : les courants et les tensions statoriques.

I_{rabc}, V_{rabc} : les courants et les tensions rotoriques.

Selon le vocabulaire électrotechnique, on appelle une machine à induction toute machine à courant alternatif et étant reliée au réseau de pulsation ω_s ne tournant pas exactement à la vitesse du champ tournant définie par $\Omega_s = \omega_s / p$, En effet, le flux variable statorique balayant les enroulements rotoriques induits de f.e.m (forces électromotrices) qui à leurs tour génèrent un système triphasé de courants alternatifs de fréquence f_R puisque le rotor est en court-circuit. Les courants qui en résultent donnent naissance à un moment magnétique qui, sous l'action du champ primaire, provoque l'apparition d'un couple électromagnétique. Le moteur tourne à une vitesse Ω d'autant inférieure à Ω_s que le couple développé est important, puisque la variation de flux, donc des f.e.m et des courant du secondaire, est liée à la vitesse relative $\Omega_s - \Omega$. Cette différence de vitesse relative est évaluée par le glissement :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \quad (1-1)$$

1-3 Modélisation électrique

La représentation vectorielle d'une grandeur triphasée peut s'exprimer dans différents référentiels liés à la machine asynchrone. Ces référentiels sont de type biphasé linéarisé, ce qui réduit considérablement la complexité du modèle triphasé non linéaire en vue de la commande. La structure symétrique et équilibrée de la machine permet le passage d'une représentation triphasée à une autre biphasée équivalente (transformations de Park et Concordia). Toutes les grandeurs électromagnétiques de la machine, statorique ou rotorique, sont ramenées à un seul référentiel [2].

Les deux référentiels les plus utilisés dans la commande de la machine asynchrone sont:

- ✓ le référentiel fixe par rapport au stator, par convention appelé (,).
- ✓ le référentiel tournant à la vitesse du champ statorique appelé (d, q).

• **Transformation de Park**

Toutes les grandeurs électromagnétiques soit statorique que rotorique sont ramenées sur un seul repère tournant .La transformation de Park est une opération mathématique qui permet de passer d'un système triphasé d'axes magnétique décalés d'un angle électrique de cent vingt degrés ; en un système à deux axes orthogonaux. En fait ce n'est rien d'autre qu'un changement de base pour les axes magnétiques du système [13].

Ainsi, on pourra effectuer le passage du système réel (a,b,c) au système fictif (d,q) par une double transformation réalisée grâce à la transformation de Park [32]:

- Transformation de Concordia pour pouvoir passer du système (a,b,c) au système (α_s, β_s) c'est-à-dire la transformation de Clarke.
- Ensuite, une rotation de l'angle θ_s entre le système d'axes (α_s, β_s) et le système d'axes (d,q) de la Figure (1-2).

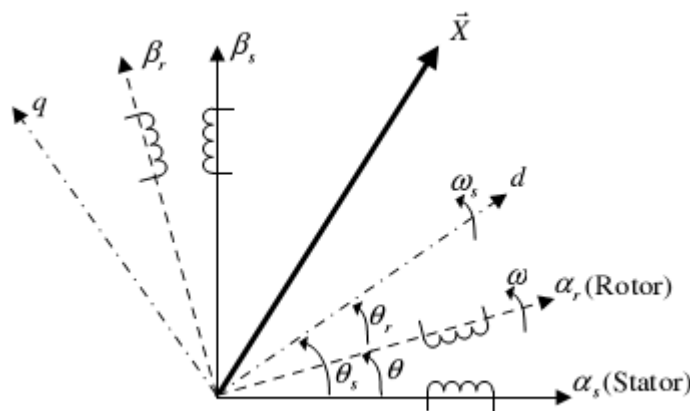


Figure (1-2): Position du système d'axes (d,q)

Sachant que:

(α_s, β_s) repère fixe par rapport au stator.

(α_r, β_r) repère solide du rotor tournant à la vitesse $\omega = p\Omega$.

La transformation de Park à comme objectif de permettre d'exprimer le vecteur réel $\bar{X}_{(s)}(t)$ de coordonnées (a, b, c) dans un référentiel (T) d'axes (d,q) tournant tout en gardant le principe de l'invariance de la puissance:

$$\bar{X}_{(T)}(t) = x_d + jx_q = e^{-j\theta_s} \bar{X}_{(s)}(t)$$

$$\theta_s = \theta + \theta_r \quad \implies \quad \omega_s = \omega + \omega_r \quad (1-2)$$

Alors, le passage du système réel (a,b,c) au système fictif (d,q) s'effectue par une double transformation réalisée grâce à la transformation de Park :

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{pmatrix} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_s & \sin \theta_s & 0 \\ -\sin \theta_s & \cos \theta_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{pmatrix} &= \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta_s & \cos \left(\theta_s - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_s + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_s & -\sin \left(\theta_s - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_s + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}_{P_{23}} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \tag{1-3}
\end{aligned}$$

P_{23} : représente la matrice de Park.

Remarque

La composante homopolaire a été ajoutée pour pouvoir inverser facilement la matrice de passage (matrice carrée) et pour faire extension de l'étude dans le cas d'une alimentation dissymétrique (courant homopolaire non nul).

1-4 Modèle du moteur asynchrone

La modélisation en représentation d'état en vue de la commande est une approche appréciée par tout automaticien, surtout pour l'étude d'un système multivariable. Le choix des variables d'état, d'entrées et de sorties du système dépend des objectifs liés à la commande ou à l'observation [2]. Ces objectifs imposent donc directement le choix des sorties du système. Nous donnons, dans ce chapitre, deux classes de modèles de la machine asynchrone qui seront exploitées par la suite.

1-4.1 Modèle d'alimentation en tension

La machine est alimentée par un onduleur de tension, les composantes du vecteur de commande de l'équation d'état seront donc des tensions. Les différentes grandeurs seront, dans un premier temps, exprimées dans leurs repères respectifs. Un premier changement de variable permettra d'exprimer le flux ($\bar{\phi}_{r(r)}$) dans le repère (,) fixe par rapport au stator.

- Equations de base

Les différents vecteurs sont, dans un premier temps, exprimés dans leurs repères biphasés :

$$\bar{V}_{s(s)} = R_s \bar{I}_{s(s)} + \frac{d\bar{\phi}_{s(s)}}{dt} \quad (1-4)$$

$$\bar{V}_{r(r)} = R_r \bar{I}_{r(r)} + \frac{d\bar{\phi}_{r(r)}}{dt} \quad (1-5)$$

$$\bar{\phi}_{s(s)} = L_s \bar{I}_{s(s)} + L_m e^{jp\theta} \bar{I}_{r(r)} \quad (1-6)$$

$$\bar{\phi}_{r(r)} = L_r \bar{I}_{r(r)} + L_m e^{-jp\theta} \bar{I}_{s(s)} \quad (1-7)$$

avec :

p : nombre de paire de pôles.

$\bar{X}_s(s)$: grandeur qui peut être un courant statorique, un flux statorique ou une tension statorique exprimée dans le repère biphasé lié au stator.

$\bar{X}_r(s)$: grandeur qui peut être un courant rotorique, un flux rotorique ou une tension rotorique exprimée dans le repère biphasé lié au stator

$$\begin{aligned} \bar{X}_s(s) &= \bar{X}_s(r) e^{jp\theta} \\ \bar{X}_r(r) &= \bar{X}_r(s) e^{-jp\theta} \end{aligned} \quad (1-8)$$

1-4.1.1 Modèle exprimé dans le repère (,) lié au stator

Nous étudions ici la classe d'objectifs relative au contrôle de la vitesse sous l'hypothèse d'un fonctionnement à flux constant, ce choix représente en effet [VR94] la majorité des applications de commande de la machine asynchrone dans le domaine industriel à vitesse variable. Pour la commande non linéaire en tension nous utilisons le modèle dans le repère (,) pour la simple raison de développer une loi de commande non linéaire dans le repère fixe sans recourir à un repère tournant ($d-q$) qui nécessite la connaissance exacte de la position du repère et par conséquent une variable supplémentaire.

Avec la vitesse mécanique, dont on veut contrôler l'évolution, comme étant une variable d'état, nous considérons dans notre cas les variables d'état suivantes :

$$x = \left(I_{s\alpha}, I_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}, \Omega \right) \quad (1-9)$$

Ce choix des variables se justifie d'une part par le fait que les courants statoriques sont mesurables et d'autre part parce que l'on veut réguler la norme du flux rotorique. Les entrées du modèle de la machine asynchrone sont les tensions de commande $U_{s\alpha}, U_{s\beta}$.

Nous avons, d'après l'équation du flux (1-6), on a :

$$\bar{I}_{r(r)} = \frac{1}{L_r} \left(\bar{\phi}_{r(r)} - L_m e^{-jp\theta} \bar{I}_{s(s)} \right) \quad (1-10)$$

D'où, après dérivation,

$$\dot{\bar{I}}_{r(r)} = \frac{1}{L_r} \left(\dot{\bar{\phi}}_{r(r)} - L_m e^{-jp\theta} \dot{\bar{I}}_{s(s)} + L_m jp\dot{\theta} e^{-jp\theta} \bar{I}_{s(s)} \right) \quad (1-11)$$

Les équations (1-4) et (1-6) donnent :

$$L_s \dot{\bar{I}}_{s(s)} + jL_m p\dot{\theta} e^{jp\theta} \dot{\bar{I}}_{s(s)} + L_m jp\dot{\theta} e^{jp\theta} \dot{\bar{I}}_{r(r)} = \bar{V}_{s(s)} - R_s \bar{I}_{s(s)} \quad (1-12)$$

Remplaçons $\dot{\bar{I}}_{r(r)}$ par l'expression (1-11) :

$$L_s \dot{\bar{I}}_{s(s)} + jL_m p\dot{\theta} e^{jp\theta} \bar{I}_{r(r)} + \frac{L_m}{L_r} e^{jp\theta} \left(\dot{\bar{\phi}}_{r(r)} - L_m e^{-jp\theta} \dot{\bar{I}}_{s(s)} + jL_m p\dot{\theta} e^{jp\theta} \dot{\bar{I}}_{s(s)} \right) = \bar{V}_{s(s)} - R_s \bar{I}_{s(s)} \quad (1-13)$$

Nous avons $\bar{V}_{r(r)} = 0$ (rotor en court-circuit), soit d'après (1-4), on obtient alors :

$$\bar{I}_{r(r)} = -\frac{\dot{\bar{\phi}}_{r(r)}}{R_r} \quad (1-14)$$

Soit en remplaçant $\bar{I}_{r(r)}$ dans l'expression (1-7):

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(r)} = -\frac{R_r}{L_r} \left(\bar{\phi}_{r(r)} - L_m e^{-jp\theta} \bar{I}_{s(s)} \right) \quad (1-15)$$

Nous avons alors, en remplaçant $\bar{I}_{r(r)}$ et $\dot{\bar{\phi}}_{r(r)}$ par leurs expressions respectives dans (1-13) et après les simplifications, on obtient :

$$\left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{\bar{I}}_{s(s)} = L_m \left(\frac{R_r}{L_r} - j \frac{p\dot{\theta}}{L_r} \right) e^{jp\theta} \bar{\phi}_{r(r)} - \left(\frac{L_m^2}{L_r} R_r + R_s \right) \bar{I}_{s(s)} + \bar{V}_{s(s)} \quad (1-16)$$

En introduisant les définitions suivantes :

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad k = \frac{L_m}{\sigma L_r L_s}, \quad \gamma = \frac{R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r}}{\sigma L_s}$$

Nous avons également $\Omega = \dot{\theta}$, vitesse mécanique. Nous pouvons alors écrire :

$$\dot{\bar{I}}_{s(s)} = -\gamma \bar{I}_{s(s)} + k \left(-jp\Omega + \frac{1}{T_r} \right) e^{jp\theta} \bar{\phi}_{r(r)} + \frac{1}{\sigma L_s} \bar{V}_{s(s)} \quad (1-17)$$

Soit le changement de repère pour définir le flux rotorique dans le repère (,) fixe par rapport au stator, et avec la dérivation on déduit :

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(s)} = jp\dot{\theta} e^{jp\theta} \bar{\phi}_{r(r)} + e^{jp\theta} \dot{\bar{\phi}}_{r(r)} \quad (1-18)$$

En remplaçant $\dot{\bar{\phi}}_{r(r)}$ par l'expression (1-15), nous obtenons :

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(s)} = jp\dot{\theta} e^{jp\theta} \bar{\phi}_{r(r)} + L_m \frac{R_r}{L_r} \bar{I}_{s(s)} - \frac{R_r}{L_r} e^{jp\theta} \bar{\phi}_{r(r)} \quad (1-19)$$

Soit, après regroupement,

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(s)} = \frac{L_m}{T_r} \bar{I}_{s(s)} - \left(\frac{1}{T_r} - jp\theta \right) \bar{\phi}_{r(s)} \quad (1-20)$$

Dans le repère (,), on écrit les vecteurs $\bar{I}_{s(s)}$ et $\bar{\phi}_{r(s)}$ sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \bar{I}_{s(s)} &= I_{s\alpha} + jI_{s\beta} \\ \bar{\phi}_{r(s)} &= \phi_{r\alpha} + j\phi_{r\beta} \end{aligned} \quad (1-21)$$

A partir des équations (1-17) et (1-20), nous pouvons alors écrire les quatre équations suivantes:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dI_{s\alpha}}{dt} &= -\gamma I_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\alpha} + kp\Omega \phi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{s\alpha} \\ \frac{dI_{s\beta}}{dt} &= -\gamma I_{s\beta} - kp\Omega \phi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{s\beta} \\ \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} I_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\alpha} - p\Omega \phi_{r\beta} \\ \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} I_{s\beta} + p\Omega \phi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\beta} \end{aligned} \right. \quad (1-22)$$

▪ Expressions du mouvement

Pour avoir un modèle complet de la machine asynchrone, il est nécessaire d'avoir le modèle décrivant le mouvement de l'arbre de la machine. Cette équation s'écrit :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r - f\Omega \quad (1-23)$$

J : est l'inertie de l'ensemble tournant.

f : étant le coefficient de frottement visqueux.

C_r : est le couple résistant à appliquer sur l'arbre du moteur par la machine d'utilisation (charge).

Avec l'expression du couple électromagnétique exprimé à partir des différentes grandeurs exprimées dans le repère (,) :

$$C_e = p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{r\alpha} I_{s\beta} - \phi_{r\beta} I_{s\alpha}) \quad (1-24)$$

Le modèle complet de la machine asynchrone sous forme matricielle de la représentation d'état est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + gu \\ y &= \begin{bmatrix} \Omega \\ \sqrt{\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1-25)$$

avec $f(x) \in \mathfrak{R}^5$, g et $y \in \mathfrak{R}^2$

$$\begin{aligned} x &= [I_{s\alpha}, I_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}, \Omega]^T \\ u &= [U_{s\alpha}, U_{s\beta}]^T \\ f(x) &= \begin{bmatrix} -\mathcal{N}_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\alpha} + p\Omega k \phi_{r\beta} \\ -\mathcal{N}_{s\beta} - p\Omega k \phi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\beta} \\ \frac{L_m}{T_r} I_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\alpha} - p\Omega \phi_{r\beta} \\ \frac{L_m}{T_r} I_{s\beta} + p\Omega \phi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\beta} \\ p \frac{L_m}{JL_r} (\phi_{r\alpha} I_{s\beta} - \phi_{r\beta} I_{s\alpha}) - \frac{(f\Omega + C_r)}{J} \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sigma L_s & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1-26)$$

1-4.1.2 Modèle vectoriel dans le repère (d, q) lié au champ tournant (T)

Le changement de référentiel est effectué en appliquant les relations suivantes :

$$\bar{V}_{s(T)} = e^{-j\theta_s} \bar{V}_{s(s)} \quad (1-27)$$

$$\bar{\phi}_{r(T)} = e^{-j\theta_s} \bar{\phi}_{r(s)} \quad (1-28)$$

$$\bar{I}_{s(T)} = e^{-j\theta_s} \bar{I}_{s(s)} \quad (1-29)$$

Dérivons cette dernière équation :

$$\dot{\bar{I}}_{s(T)} = e^{-j\theta_s} \dot{\bar{I}}_{s(s)} - j\dot{\theta}_s e^{-j\theta_s} \bar{I}_{s(s)} \quad (1-30)$$

En remplaçant $\dot{\bar{I}}_{s(s)}$ par son expression dans le système d'équation (1-17), nous obtenons :

$$\dot{\bar{I}}_{s(T)} = -\gamma e^{-j\theta_s} \bar{I}_{s(s)} + k \left(\frac{1}{T_r} - jp\Omega \right) e^{-j\theta_s} \bar{\phi}_{r(s)} + \frac{1}{\sigma L_s} e^{-j\theta_s} \bar{V}_{s(s)} - j\dot{\theta}_s e^{-j\theta_s} \bar{I}_{s(s)} \quad (1-31)$$

$$\dot{\bar{I}}_{s(T)} = - \left(\gamma + j\dot{\theta}_s \right) \bar{I}_{s(T)} + k \left(\frac{1}{T_r} - jp\Omega \right) \bar{\phi}_{r(T)} + \frac{1}{\sigma L_s} \bar{V}_{s(T)} \quad (1-32)$$

De même, dérivons l'équation (1-28) :

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(T)} = e^{-j\theta_s} \dot{\bar{\phi}}_{r(s)} - j\dot{\theta}_s e^{-j\theta_s} \bar{\phi}_{r(s)} \quad (1-33)$$

A partir l'équation (1-20) en remplaçant $\dot{\bar{\phi}}_{r(s)}$ dans l'équation (1-33), nous obtenons :

$$\dot{\bar{\phi}}_{r(T)} = \frac{L_m}{T_r} \bar{I}_{s(s)} - \left(\frac{1}{T_r} - jp\Omega - j\dot{\theta}_s \right) \bar{\phi}_{r(T)} \quad (1-34)$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} \bar{I}_{s(t)} &= I_{sd} + jI_{sq} \\ \bar{\phi}_{r(T)} &= \phi_{rd} + j\phi_{rq} \end{aligned} \quad (1-35)$$

Nous obtenons finalement le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dI_{sd}}{dt} = -\gamma I_{sd} + \omega_s I_{sq} + \frac{k}{T_r} \phi_{rd} + p\Omega k \phi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sd} \\ \frac{dI_{sq}}{dt} = -\omega_s I_{sd} - \gamma I_{sq} - p\Omega k \phi_{rd} + \frac{k}{T_r} \phi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sq} \\ \frac{d\phi_{rd}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{sd} - \frac{1}{T_r} \phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega) \phi_{rq} \\ \frac{d\phi_{rq}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{sq} - (\omega_s - p\Omega) \phi_{rd} - \frac{1}{T_r} \phi_{rq} \end{cases} \quad (1-36)$$

L'équation mécanique de la machine asynchrone est donnée par :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r \quad (1-37)$$

Le couple dans le référentiel tournant (d, q) est défini par :

$$C_e = p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{rd} I_{sq} - \phi_{rq} I_{sd}) \quad (1-38)$$

Nous pouvons alors écrire l'équation d'état de la machine asynchrone dans le repère (d, q) en forme matricielle :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + gu \\ y &= \left[\frac{\Omega}{\sqrt{\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2}} \right] \end{aligned}$$

avec $f(x) \in \mathfrak{R}^5$, g et $y \in \mathfrak{R}^2$

$$x = [I_{sd}, I_{sq}, \phi_{rd}, \phi_{rq}, \Omega]^T$$

$$u = [U_{sd}, U_{sq}]^T$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma I_{sd} + \omega_s I_{sq} + \frac{k}{T_r} \phi_{rd} + p\Omega k \phi_{rq} \\ -\omega_s I_{sd} - \gamma I_{sq} - p\Omega k \phi_{rd} + \frac{k}{T_r} \phi_{rq} \end{bmatrix}$$

$$, \quad g = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-39)$$

Remarque :

Il est possible de vérifier que si la vitesse ω_s nulle, nous retrouvons le repère (α, β) . Pour la commande non linéaire en tension nous utilisons ce modèle dans le repère (α, β) , cela permet d'éviter une transformation dans un repère dont la position est mal connue.

1-4.2 Modèle avec entrées en courant

Il est bien connu que les onduleurs de tension sont aujourd'hui les plus utilisés par rapport aux onduleurs de courant, pourtant plus sécuritaires puisqu'ils intègrent, par définition, une limitation de courant, gage de protection en cas de court-circuit [16].

Le modèle avec entrées en courant a été considéré pour surmonter les problèmes rencontrés avec la commande en tension (limiter les temps morts de l'onduleur de tension).

Pour se faire, nous considérons uniquement les trois dernières équations du modèle précédant c'est-à-dire les équations de flux rotorique $\dot{\phi}_{rd}, \dot{\phi}_{rq}$, et aussi l'équation mécanique de la machine dans le repère (d, q) . Nous pouvons mettre en évidence le sous modèle suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{rd} &= \frac{L_m}{T_r} I_{sd} - \frac{1}{T_r} \phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega) \phi_{rq} \\ \dot{\phi}_{rq} &= \frac{L_m}{T_r} I_{sq} - (\omega_s - p\Omega) \phi_{rd} - \frac{1}{T_r} \phi_{rq} \\ \dot{\Omega} &= p \frac{L_m}{J} (\phi_{rd} I_{sq} - \phi_{rq} I_{sd}) - \frac{(f\Omega + C_r)}{J} \end{aligned} \quad (1-40)$$

Si l'on considère à présent les flux rotoriques et la vitesse comme variables d'état $(\frac{\phi_{rd}}{L_r}, \frac{\phi_{rq}}{L_r}, \Omega)$ et les courants statoriques comme variables de commande (I_{sd}, I_{sq}) et le rapport

des carrés des flux rotorique/inductances rotoriques $(\frac{\phi_{rd}^2}{L_r^2} + \frac{\phi_{rq}^2}{L_r^2})$ et la vitesse comme variables de sortie, le modèle complet de la machine lors d'une commande en courant s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \frac{\dot{\phi}_{rd}}{L_r} = -\frac{1}{T_r} \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} I_{sd} \right) + (\omega_s - p\Omega) \frac{\phi_{rq}}{L_r} \\ \frac{\dot{\phi}_{rq}}{L_r} = -\frac{1}{T_r} \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} I_{sq} \right) - (\omega_s - p\Omega) \frac{\phi_{rd}}{L_r} \\ \dot{\Omega} = p \frac{L_m}{J} \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r} I_{sq} - \frac{\phi_{rq}}{L_r} I_{sd} \right) - \frac{f}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \end{cases} \quad (1-41)$$

Avec le vecteur de sortie:

$$y = \begin{bmatrix} \Omega \\ \frac{\phi_{rd}^2}{L_r^2} + \frac{\phi_{rq}^2}{L_r^2} \end{bmatrix} \quad (1-42)$$

1-5 Validation du modèle par simulation

En ingénierie, la simulation est un moyen efficace et économique, couramment utilisé pour faire des études préliminaires et/ou comparatives, tant au stade du développement (conception), qu'au cours du fonctionnement normal des systèmes.

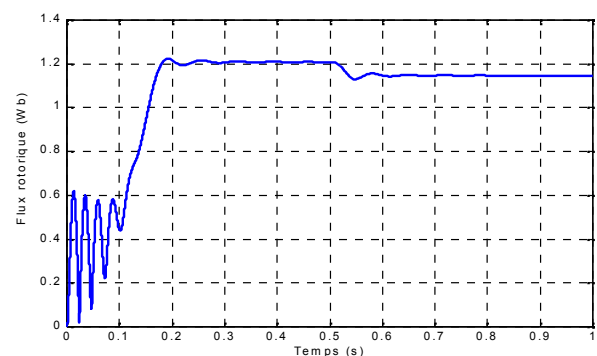
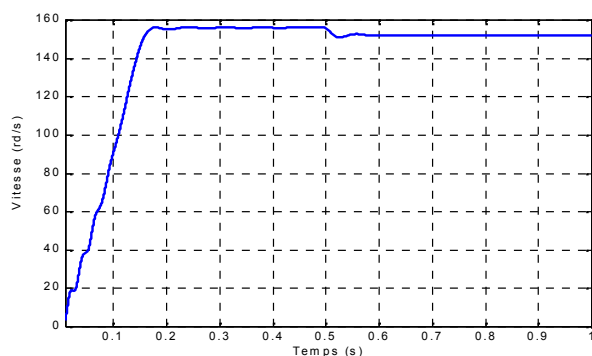
Actuellement, plusieurs outils de simulations parmi les quels le logiciel Matlab qui est largement utilisé dans le domaine de la commande des machines.

Les deux figures (1-3) et (1-4) représentent les résultats de simulation du modèle de la machine asynchrone alimentée en tension dans les deux référentiels (d,q) et (α,β) . La machine asynchrone est simulée sous charge nominale après un démarrage à vide.

Les allures des caractéristiques des flux et courants sont converties en grandeurs continues dans le repère synchrone (d,q) , ce qui rend plus aisé l'étude, la régulation et la réalisation d'une commande pour la machine asynchrone.

Lors du démarrage, un fort appel de courant apparaît qui est nécessaire pour développer un couple moteur vainquant l'inertie de la machine à l'arrêt, puis la machine est sollicité à une charge de 6 N.m à l'instant $t=0,5s$ ou on s'aperçoit que la vitesse à diminué puisque plus la charge augmente, le glissement de vitesse l'est aussi.

Les résultats de simulation montrent bien le fort couplage existant entre les différentes variables (couple, flux) indiquant le caractère non linéaire de la machine asynchrone.



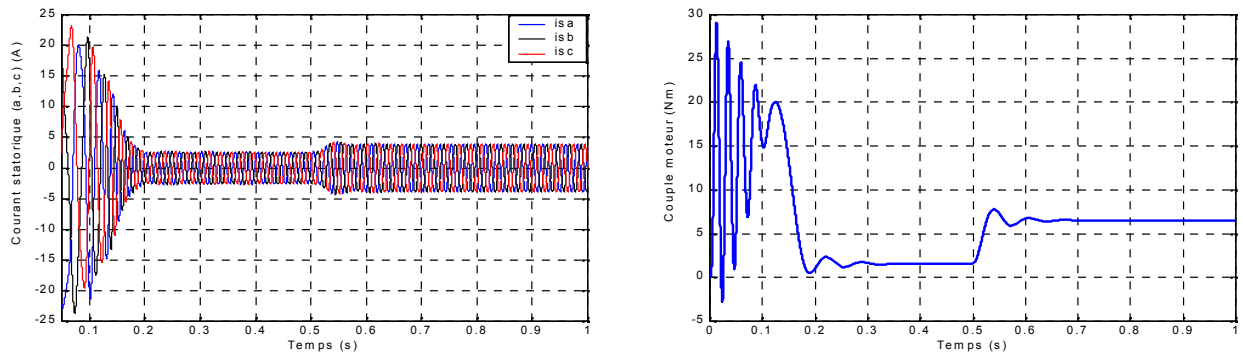
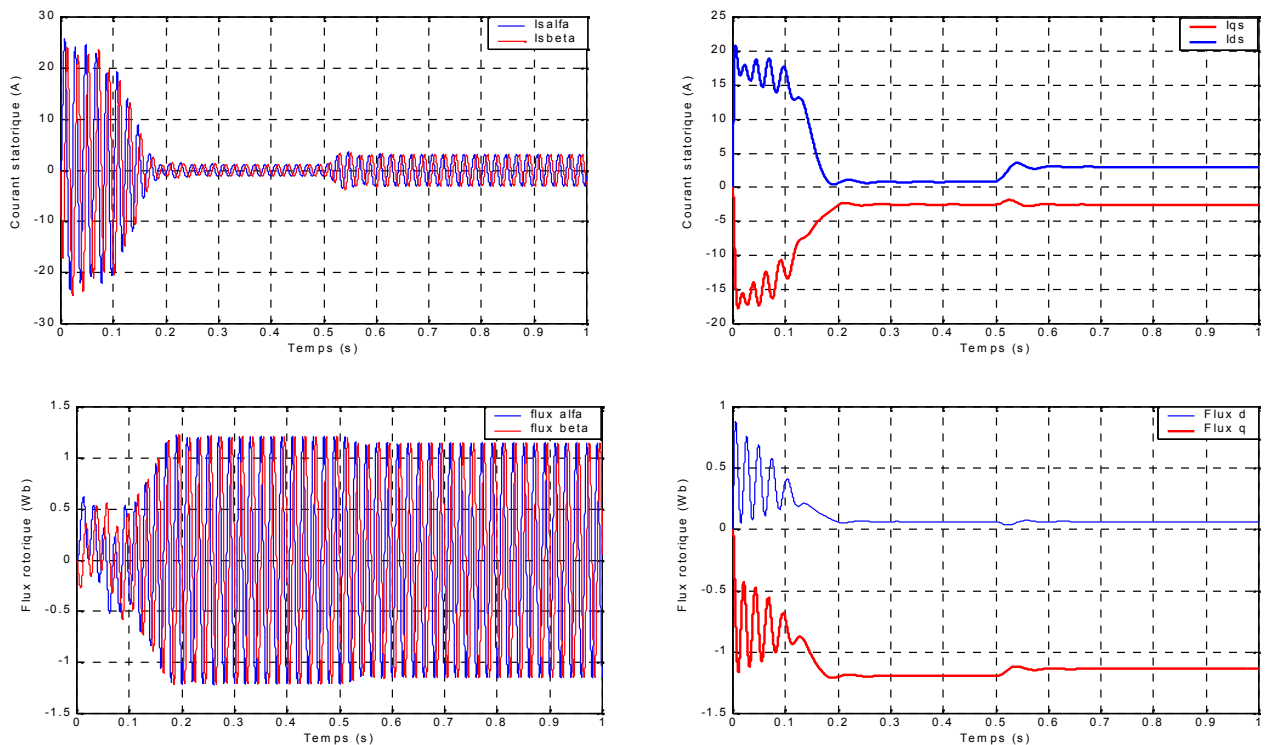


Figure (1-3) : Résultats de simulation de la M.AS en tension sous charge nominale après un démarrage à vide



- cas A : Référentiel (α, β)

- cas B : Référentiel (d, q) .

Figure(1-4): Résultats de simulation de la M.AS en tension sous charge nominale après un démarrage à vide dans les deux référentiels .

1-6 Conclusions

La simulation du modèle de la machine asynchrone nous permet de valider le modèle établi et de montrer notamment le caractère bien connu entre les grandeurs flux et couple spécialement lorsque une charge (perturbation) est appliquée.

Dans ce chapitre, différentes approches de modélisation de Park de la machine asynchrone ont été présentées brièvement, l'accent étant mis sur les modèles biphasés représentés dans les deux repères tournant et fixe. Le choix de cette représentation permet de modéliser la machine sous forme d'un modèle d'état qu'on peut utiliser pour la commande.

Le modèle d'état choisi dans ce travail est celui d'un système non linéaire multi variable avec comme entrées les tensions statoriques, et un modèle avec comme entrées les courants statoriques. Le choix des sorties est lié à la nature de l'étude effectuée sur la machine. Dans le cas de la commande d'un système multivariable carré, les sorties sont la vitesse rotorique et la norme du flux rotorique qui seront exploitées pour la mise au point de lois de commande des chapitres 3,4.

Chapitre 2

Commande prédictive généralisée (GPC)

2-1 Introduction:

La prédiction est une notion qui joue un rôle important dans toute activité dans laquelle on cherche à anticiper une trajectoire. Dans de nombreuses activités humaines telles que la marche, la conduite d'un automobile ou dans une activité sportive. On cherche à anticiper une trajectoire afin de prévoir les gestes et les manœuvres à effectuer. C'est sur ce concept intuitif et naturel que se base la commande prédictive.

Généralement, les techniques de commande basées sur l'utilisation d'un modèle du processus s'inscrivent dans la catégorie des stratégies de commande avancées, apparues à partir des années 60. La commande prédictive s'avère une structure suffisamment complète proposée pour résoudre un problème très général, fournissant un système asservi stable pour un jeu de paramètres de réglage donné. Cette stratégie permet de commander des processus à déphasage non minimal, avec des pôles instables ou mal amortis, avec des temps morts, constants ou inconnus, ou avec un modèle d'ordre inconnu [9].

L'idée d'utiliser la commande GPC pour la prédiction du comportement du système trouve toute sa puissance grâce à l'apparition du calculateur offrant des capacités de calcul, de stockage, d'implantation des algorithmes et de communication très importantes. Les techniques de commande prédictive à bases de modèle, notées '*MPC*' (Model Predictive Control) regroupent des lois de commande basées sur l'utilisation explicite d'un modèle du processus à commander pour l'élaboration de la commande par minimisation d'une fonction coût quadratique. Les nombreux avantages de cette catégorie, apparue il y a 30 ans avec les résultats publiés par J.Richalet [32] lors d'applications industrielles, et par la suite notamment avec les travaux de D.W.Clarke et son équipe à Oxford [10] dans les années 80, qui ont contribué à son développement toujours croissant popularisant son concept vers des domaines très variés tels que les secteurs de l'industrie chimique, pétrolière, de la robotique et plus généralement de la machine-outil.

Les actions naturelles naissantes de la volonté de prédiction peuvent être transposées dans le cadre de la commande de processus, par exemple, l'action liée à la poursuite de trajectoire au cours du temps et l'action liée à la stabilisation autour des trajectoires. La commande prédictive

qui est une méthode assez récente apporte en partie une réponse à la mise en place de ce type d'actions.

Dans ce second chapitre, nous allons voir certaines types de structures prédictives apportant des réponses à plusieurs problèmes.

2-2 Principe de fonctionnement de GPC

Le concept clé de la commande prédictive réside dans la création d'un effet anticipatif. On exploite pour cela les connaissances explicites sur l'évolution de la trajectoire à suivre dans le future. La méthodologie de GPC est donnée à l'aide des figures (2-1) et (2-2), par les trois points suivants :

- Prédiction des sorties futures grâce au modèle numérique du système.
- Elaboration d'une séquence de commandes future. Le rôle du calculateur est de générer cette commande.
- Application de la première valeur de cette séquence sur le système.

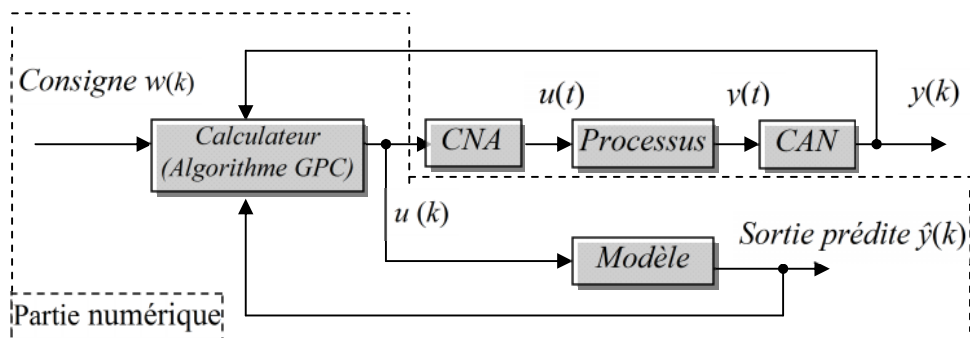


Figure (2-1): Boucle de commande avec régulateur prédictif par modèle

avec :

- $w(k)$: consigne.
- $\hat{y}(k)$: sortie prédite .
- $y(k)$: sortie du processus.
- $u(k)$: commande appliquée sur le système.

On remarque que la définition d'un modèle numérique du système permet de réaliser la prédiction du comportement futur du système. Cette particularité permet de classer la commande prédictive dans la grande famille des commandes à bases de modèles, dite 'MBC'

(Model Based Control).

Il est clair aussi d'après la figure (2-1) que le calculateur doit générer la commande optimale $u(k)$ afin d'obtenir le ralliement autour de la consigne.

Les autres commandes seront oubliés car à la période d'échantillonnage suivante, les séquences sont décalées, une nouvelle sortie est mesurée et la séquence d'opérations est alors recommencée à chaque période d'échantillonnage selon le principe de l'horizon fuyant.

La philosophie de la commande prédictive est donc, connaissant la sortie du processus à commander, de déterminer la commande permettant de lui faire rallier la consigne selon une trajectoire prédéfinie (trajectoire de référence) sur la sortie du processus en accord avec la figure (2-2).

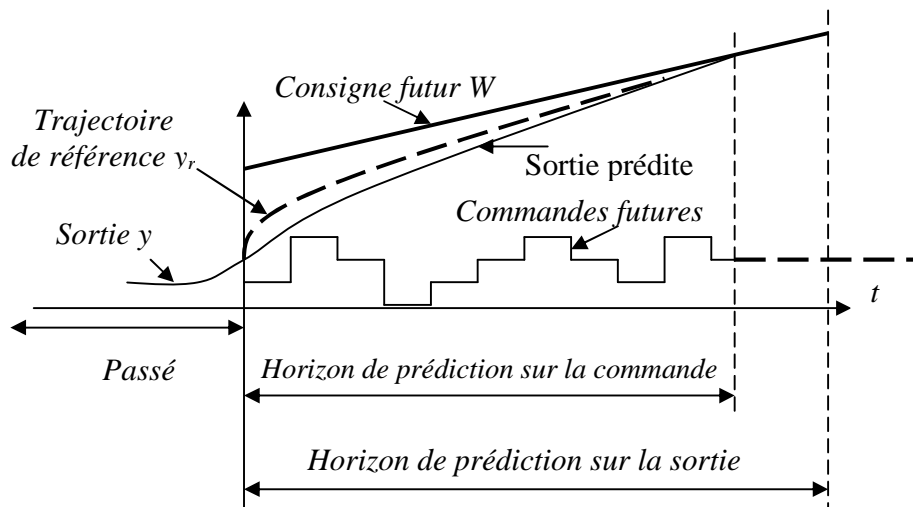


Figure (2-2): Evolution temporelle de la prédiction à horizon fini

2-3 Algorithme GPC

A partir des développements formulés par Clarke et al.[10], [4], les principales étapes donnant la loi de commande sont les suivantes :

2-3.1 Définition du modèle de prédiction du système

La commande prédictive nécessite, comme nous avons indiqué, un modèle numérique de représentation pour son fonctionnement qu'il permet de calculer la sortie prédite sur un horizon fini. Ce modèle peut être obtenu soit par discrétisation de la fonction de transfert continue du modèle (transformée en z), soit en utilisant les techniques d'identification de l'automatique (la méthode des moindres carrés récursifs MCR étant la plus populaire)[22].

Le système peut être représenté sous la forme CARMA (Controlled Auto Regressive Moving Average), correspondant à la figure (2-3). dont l'expression est:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + x(t)$$

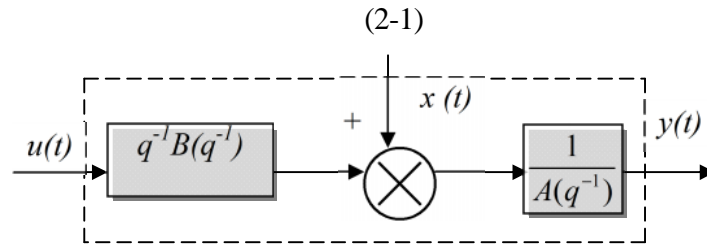


Figure (2-3) : Modèle numérique de représentation pour le GPC

avec: $y(t)$: sortie du processus

$u(t)$: commande appliquée au système

q^{-1} : opérateur retard

$x(t)$: terme lié aux perturbations, choisi généralement sous la forme

$x(t) = C(q^{-1}) e(t)$ avec $e(t)$: séquence aléatoire non corrélée centrée.

Les polynômes $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ sont définis [9]:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

(2-2)

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

(2-3)

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

(2-4)

Pour des raisons de simplicité, on a pris $C(q^{-1})=1$

On obtient alors le modèle CARMA suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + e(t)$$

(2-5)

Une autre possibilité (modèle CARIMA) consiste à raisonner sur un modèle incrémental du système, en introduisant une action intégrale dans le modèle[3] :

$$A(q)y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{C(q^{-1})e(t)}{\Delta(q^{-1})} \quad (2-6)$$

avec : $(q^{-1})=1- q^{-1}$

2-3.2 Commande prédictive généralisée de base (GPC classique)

- Recherche du prédicteur optimal

La commande prédictive généralisée doit nous permettre de connaître avec j pas à l'avance la valeur de la sortie du système. Pour se faire, nous devons disposer des équations de **Diophantine** afin de manipuler les sorties futures.

On peut s'exprime à partir l'équation du modèle (2-6) par : $(C(q^{-1})=1)$

$$A(q^{-1})\Delta(q^{-1})y(t+1) = B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + e(t+1) \quad (2-7)$$

Ou encore :

$$y(t+1) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t+j-1) + \frac{e(t+j)}{\Delta(q^{-1})A(q^{-1})} \quad (2-8)$$

Soit à résoudre l'identité Diophantienne suivante [26] :

$$C(q^{-1}) = \Delta(q^{-1})A(q^{-1})E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \quad (2-10)$$

$$E_j(q^{-1}) = e_0^j + e_1^j q^{-1} \dots \dots \dots + e_{j-1}^j q^{-(j-1)} \quad (2-11)$$

$$F_j(q^{-1}) = f_0^j + f_1^j q^{-1} \dots \dots \dots + f_{na}^j q^{-na} \quad (2-12)$$

En supposant que la meilleure prédiction du bruit dans le future est sa moyenne , il s'ensuit alors que son prédicteur est nul. La seconde équation Diophantienne sera alors utilisée afin de séparer entre les signaux de commande passées et futures comme suit [4] [35]:

$$G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})E_j(q^{-1}) \quad (2-13)$$

Le prédicteur optimal est défini alors de façon unique :

$$\hat{y}(t+j) = \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1)}_{\text{terme lié aux commandes futurs}} + \underbrace{F_j(q^{-1})y(t) + H_j(q^{-1})\Delta u(t-1)}_{\text{Réponse libre}} \quad (2-14)$$

Le premier terme correspond aux commandes futures dont on cherche à déterminer la commande optimale à appliquer à l'entrée du système, alors que le second terme représente l'état présent de la sortie connue et l'état passé de la commande. Les polynômes E_j , G_j , F_j et H_j solutions des équations de Diophantine sont définies de manière unique puisque dans les identités (2-10), (2-11) et (2-12) les polynômes $\Delta(q^{-1})A(q^{-1})$ et q^j d'une part et $G_j(q^{-1})$ et q^j d'autre part sont premiers entre eux. La détermination des polynômes E_j , G_j , F_j et H_j sera donnée en Annexe .

Avec : $\deg[G_j(q^{-1})] = \deg[J_j(q^{-1})] = j - 1$

$\deg[F_j(q^{-1})] = \deg[A_j(q^{-1})]$

$\deg[H_j(q^{-1})] = \deg[B_j(q^{-1})] - 1$

- Expression du critère sous forme analytique

Une fois définie l'équation de prédiction, la méthode suppose la minimisation d'un critère quadratique à horizon fini. La stratégie GPC minimise une somme pondérée des carrés des erreurs futures entre la sortie prédite et la consigne, et des incréments des commandes future :

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} (y(t+j) - w(t+j))^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} u(t+j-1)^2 \quad (2-15)$$

Sous l'hypothèse : $u(t+j)=0 \quad \forall j \geq N_u$

$$(2-16)$$

avec :

$w(t+j)$: consigne appliquée à l'instant $(t+j)$.

$y(t+j)$: sortie prédite à l'instant $(t+j)$.

$u(t+j-1)$: incrément de commande à l'instant $(t+j-1)$.

N_1 : horizon de prédiction minimal sur la sortie.

N_2 : horizon de prédiction maximal sur la sortie.

Nu : horizon de prédiction sur la commande.

λ : Coefficient de pondération sur la commande.

A partir L'expression (2-15) du critère on peut remarquer, si l'on dispose effectivement des valeurs de la consigne dans le futur, on utilise toute ces information entre les horizons N_1 et N_2 de façon à faire converger la sortie prédite vers cette consigne.

On trouve l'aspect incrément du système en considérant u dans le critère. Le coefficient λ permet de donner plus ou moins de poids à la commande par rapport à la sortie, de façon à assurer la convergence lorsque le système de départ présente un risque d'instabilité.

- Expression du critère sous forme matricielle

Le critère précédemment introduit sous forme analytique, peut également s'écrire sous forme matricielle, on à :

$$J = (G \hat{u} + F - w)^T (G \hat{u} + F - w) + \lambda \hat{u}^T \hat{u} \quad (2-17)$$

avec :

$$\begin{aligned} w &= [w(t+1), \dots, w(t+N_2)]^T \\ &= [w(t+1), \dots, w(t+N_2)]^T \\ \hat{u} &= [u(t), \dots, u(t+Nu-1)]^T \\ F &= [F_{N_1} \quad F_{N_2}]^T \end{aligned}$$

Où la matrice G peut se mettre sous forme matricielle suivante, avec les coefficients g_i^j des polynômes G_j correspondent aux valeurs de la réponse indicielle:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N_1}^{N_1} & g_{N_1-1}^{N_1} & \dots & \\ g_{N_1+1}^{N_1+1} & g_{N_1}^{N_1+1} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ g_{N_2}^{N_2} & g_{N_2-1}^{N_2} & \dots & g_{N_2-N_u+1}^{N_2} \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

La solution optimale est ensuite obtenue par dérivation de (2-17) par rapport au vecteur des incréments de commande :

$$\begin{aligned}
J &= [G^T \hat{u}^T + (F-w)^T] (G \hat{u} + F-w) + \lambda \hat{u}^T \hat{u} \\
&= \hat{u}^T [G^T G + \lambda I_{N_u}] \hat{u} + \hat{u}^T G^T (F-w) + (F-w)^T G \hat{u} + (F-w)^T (F-w)
\end{aligned}
\tag{2-19}$$

La commande optimale se déduit par :

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{u}} = 2[G^T G + \lambda I_{N_u}] \hat{u} + 2G^T (F-w) = 0
\tag{2-20}$$

Soit la solution optimale :

$$\hat{u}_{opt} = [G^T G + \lambda I_{N_u}]^{-1} G^T (w-F)
\tag{2-21}$$

Il apparaît ainsi que la matrice $G^T G$ est de dimension $N_u \times N_u$ et \hat{u}_{opt} de dimension $N_u \times 1$.

Considérons le cas particulier où N_u vaut 1, des simplifications peuvent alors être apportées:

$$\hat{u}_{opt} = M(w-F)
\tag{2-22}$$

$$M = [G^T G + \lambda I_{N_u}]^{-1} G^T = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_{N_u} \end{pmatrix}$$

Seule la première valeur de la séquence optimal est appliquée, ce qui mène à l'expression finale du signal de commande :

$$u_{opt}(t) = u_{opt}(t-1) + m_1(w-F)
\tag{2-23}$$

La séquence d'opération est alors recommencée à chaque période d'échantillonnage selon la stratégie de l'horizon fuyant.

- Choix des paramètres :

✓ **Choix de l'horizon minimal de prédiction N_I**

Le produit $(N_I Te)$ (Te : période d'échantillonnage) est choisi égale au retard pur de système. Ainsi, pour un système ne présentant pas de retard ou un retard mal connu ou variable, N_I est choisi égale à 1. Pour un système à déphasage non minimal, N_I est pris égal au nombre maximal d'échantillons durant lequel ce phénomène se produit.

✓ ***Choix de l'horizon maximal de prédiction N_2***

Le produit ($N_2 T_e$) est limité par la valeur du temps de réponse souhaité. Plus N_2 est grand, plus du système corrigé est stable et lent.

✓ ***Choix de l'horizon de prédiction sur la commande N_u***

Pour un processus simple, la valeur $N_u = 1$ simplifie les calculs et ne pénalise pas les marges de stabilité. Augmenter N_u dans une certaine limite rend la commande et la réponse correspondante en sortie plus nerveuse. Un tel choix à pour conséquence que le calculateur devient gourmand en temps de calcul, puisque N_u fixe la dimension des matrices à inverser dans le calcul de la commande optimale. Par conséquent, la valeur $N_u = 1$ est très souvent choisie.

✓ ***Choix du facteur de pondération de la commande***

Concernant le paramètre λ , et partant de la constatation que plus le gain d'un système est grand plus la commande doit être pondérée (c'est -à- dire plus λ est important), et vice versa, il apparaît que λ doit être lié au gain du système à régler. Plus précisément, la valeur optimal de procurant une marge de phase maximale et une bonne marge de gain peut, de façon commune à tout les système étudiés, se définir par : $\lambda_{opt} = \text{tr}(G^T G)$

Où G est la matrice formée des coefficients de la réponse indicielle.

Partant de ces considérations, sélectionner le meilleur jeu de paramètres s'effectue en fonction d'une part du critère de stabilité, et d'autre part en fonction du critère de robustesse.

• **Résultats de simulation et interprétations**

L'algorithme GPC est appliqué à la commande en vitesse d'une machine asynchrone dont les résultats d'identification ont été présentés au troisième chapitre, donc on s'intéresse initialement au transfert 'couple-vitesse'.

La fonction de transfert couple-vitesse issue de l'équation mécanique peut être représentée dans le plan continu par le transfert suivant :

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{C_{em}^*(s)} = \frac{1}{Js + f} = \frac{1/f}{(J/f)s + 1} \quad (2-24)$$

Les résultats de simulation sont donnés sur la base des paramètres de la machine asynchrone avec les caractéristiques principales suivantes:

$$R_s = 8 \quad ; \quad R_r = 3.6 \quad ; \quad L_s = 0.47 \text{ H}; \quad L_r = 0.47 \text{ H}; \quad M = 0.452 \text{ H}$$

$$p = 2;$$

$$J = 0.015 \text{ Kg.m}^2; \quad f = 0.01 \text{ N.m.s}^{-1}; \quad \phi_r = 1.14 \text{ Wb}; \quad C_{nom} = 5 \text{ Nm}$$

Après la discrétisation dans le plan numérique par la transformation en Z, les résultats de simulation pour la vitesse et la commande appliquée sont illustrés par la figure (2-3) et la figure (2-4).

Le choix du réglage est comme suit : $[N_1=1, N_2=25, N_u=1, N_d=165]$; la figure (2-4) illustre la réponse en vitesse du moteur concerné lors d'un démarrage à vide ($C_r=0$) et lors de l'inversion du sens de rotation du moteur, après un démarrage à vide, on a appliqué un couple de charge. La figure (2-5) mis en évidence l'aspect anticipatif de la commande prédictive de la sortie sur la consigne.

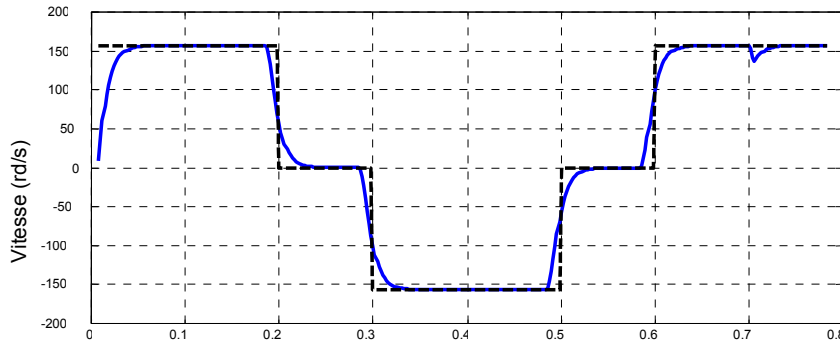


Figure (2-4): consigne de vitesse (générée) et sortie vitesse du moteur (GPC classique).

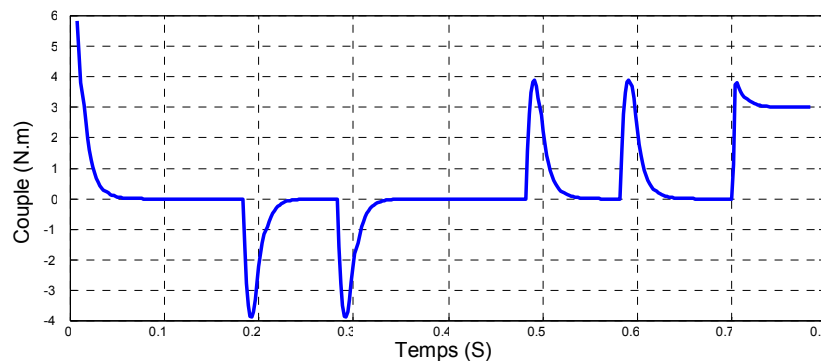


Figure (2-5): commande couple appliquée au moteur (GPC classique).

- Remarques

- ✓ il n'existe pas de lien entre le jeu de paramètres (N_1, N_2, Nu, λ) pour la détermination de la dynamique entrée-sortie du système en boucle fermé, notamment le temps de réponse et l'analyse fréquentielle de la stabilité par exemple.
- ✓ Dans certains cas, les commandes obtenues en régime transitoire peuvent être assez importantes.
- ✓ L'hypothèse (2-16) se justifie pour une consigne constante, elle ne peut pas être valide pour une consigne évolutive.

2-3.3 Commande prédictive généralisée à structure cascade (CGPC)

version algorithmique

Cette nouvelle approche a été mise au point pour essayer de combiner les avantages de la commande prédictive, à savoir possibilité de créer un effet d'anticipation, à ceux d'une structure cascade, très utilisée pour améliorer notamment la réjection des perturbations dans les boucles internes (voir par exemple, [24], [20],[19],[18]). Grâce à cette structure, plusieurs variables pourront être commandées en même temps. La prise en compte de l'information sur les mesures internes permet d'améliorer la qualité de prédiction et surtout les performances dynamiques notamment la dynamique de réjection des perturbations dans les boucles internes.

Pour simplifier la présentation, on n'envisagera ici qu'une structure à deux boucles, corrigées chacune par un algorithme de commande prédictive, en supposant que l'on ait pu au préalable décomposer le système en deux sous-systèmes notés respectivement interne et système externe.

Le schéma de principe de cette structure est donné figure (2-6).

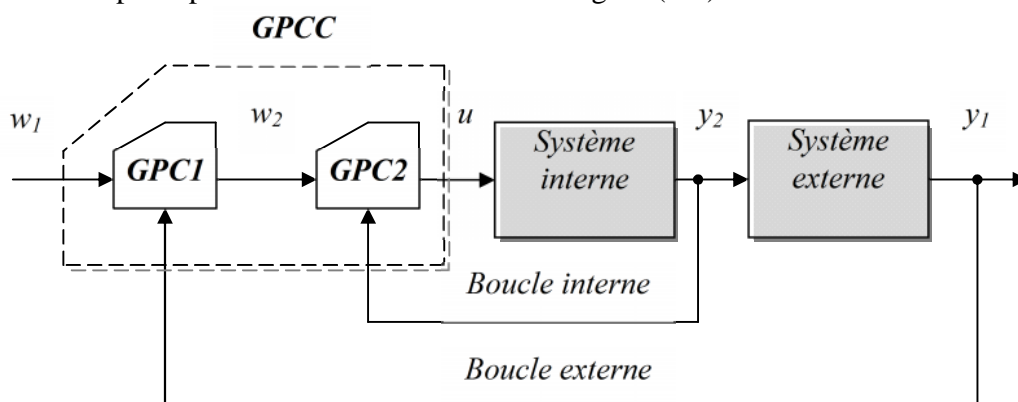


Figure (2-6): Régulateur prédictif à structure cascade GPCC

Avec les notations suivantes utilisées par la suite :

w_1 : consigne du système global

y_1 : sortie du système global

y_2 : sortie du système interne.

w_2 : consigne interne à suivre par la sortie interne y_2 provenant de la minimisation de GPC1

u : commande appliquée sur l'ensemble du système

Le système se trouve décomposé en deux parties auxquelles on va faire correspondre un modèle propre:

$$\checkmark \text{ pour le modèle interne: } y_2(t) = \frac{q^{-1}B_2(q^{-1})}{A_2(q^{-1})}u(t)$$

(2-25)

$$\checkmark \text{ pour le modèle externe: } y_1(t) = \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})}y_2(t)$$

(2-26)

$$\checkmark \text{ pour le modèle global: } y_1(t) = \frac{q^{-1}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) = \frac{q^{-1}B_2(q^{-1})}{A_2(q^{-1})} \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})}u(t)$$

(2-27)

- Expression des critères

La philosophie reste la même que celle du GPC de base, mais il faudra ici minimiser deux fonctions de coût J_1 et J_2 :

Pour la boucle externe :

$$J_{GPC1} = \sum_{j=N_{11}}^{N_{21}} [w_1(t+j) - \hat{y}_1(t+j)]^2 + \lambda_1 \sum_{j=N_{11}}^{N_{u1}} [\Delta w_2(t+j-1)]^2$$

(2-28)

La boucle interne :

$$J_{GPC2} = \sum_{j=N_{12}}^{N_{22}} \left[w_{2opt}(t+j) - \hat{y}_2(t+j) \right]^2 + \lambda_2 \sum_{j=N_{12}}^{N_{u2}} [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2-29)$$

Le résultat de la minimisation du critère externe fournit la séquence optimisée de la consigne interne w_{2opt} . Cette séquence est ensuite directement réutilisée au niveau de la minimisation interne pour élaborer la commande globale à appliquer au système c'est à dire u_{opt} .

Pour la résolution de *GPCC*, la philosophie étant la même que pour le *GPC* classique, La solution optimale est enfin obtenue en minimisant dans un premier temps J_{GPC1} puis avec ce résultat, la minimisation de J_{GPC2} fournit la commande appliquée sur le système :

$$\begin{cases} J_{GPC1} \Rightarrow w_{2opt} = [G_1^T G_1 + \lambda_1 I_{N_{u1}}]^{-1} G_1^T [w_1 - F_1] \\ J_{GPC2} \Rightarrow u_{opt} = [G_2^T G_2 + \lambda_2 I_{N_{u2}}]^{-1} G_2^T [w_{2opt} - F_2] \end{cases} \quad (2-30)$$

Où G_1 et G_2 sont les matrices du régime indiciel des deux sous-systèmes.

À partir de la séquence de commande obtenue, il faut bien sur extraire la seule commande retenue :

$$u_{opt} = u_{opt}(t-1) + 1^{ère} \text{ ligne} \left\{ [G_2^T G_2 + \lambda_2 I_{N_{u2}}]^{-1} G_2^T [w_{2opt} - F_2] \right\} \quad (2-31)$$

- Résultats de simulation et interprétations :

Nous avons appliqué l'algorithme GPCC à la commande de la vitesse et de la position de notre moteur asynchrone. La fonction de transfert vitesse-position représente le modèle externe, alors que le bouclage couple-vitesse représente le modèle interne.

La relation vitesse-position étant un intégrateur modélisé par :

$$\frac{\theta(t)}{\Omega(t)} = \frac{T_e}{2} \frac{1+q^{-1}}{1-q^{-1}}, \quad (2-32)$$

Les paramètres de réglage pour la boucle interne de vitesse sont conservés ($N_{12}=1, N_{22}=25, N_{u2}=1, \alpha_2=165$) et pour la boucle externe de la position, les paramètres de réglage sont pris ($N_{11}=1, N_{21}=15, N_{u1}=1, \alpha_1=0.001$).

(la période d'échantillonnage est prise égale à $T_e = 2$ ms)

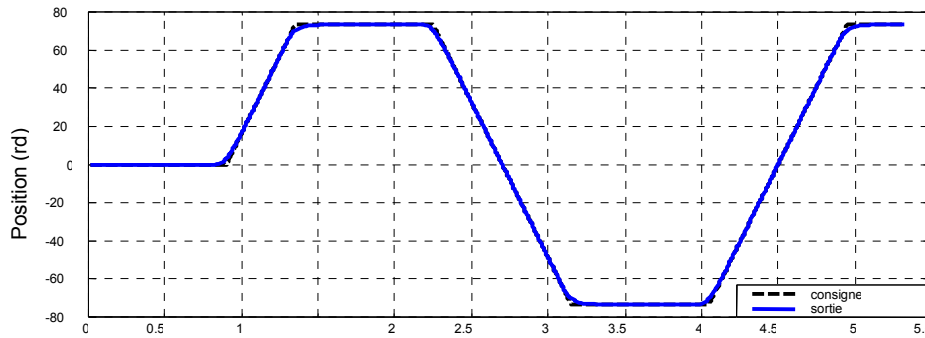


Figure (2-7): consigne de position et sortie position du moteur (GPCC).

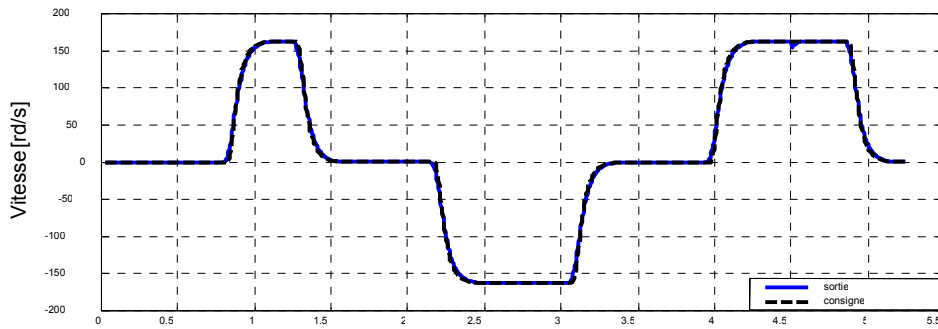


Figure (2-8): consigne de vitesse (générée) et sortie vitesse du moteur (GPCC).

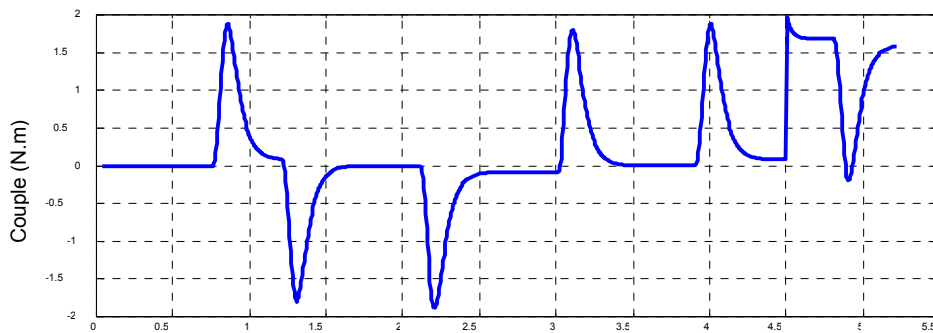


Figure (2-9): commande couple appliquée au moteur (GPCC).

La sortie position illustre bien l'effet prédictif sur sa consigne, alors que la sortie vitesse est presque confondue avec sa consigne issue de la minimisation du critère de la boucle externe.

2-3.4 Commande prédictive généralisée à Modèles de Référence Multiples (GPC/MRM)

La commande prédictive généralisée à modèles de référence multiple permettant de pallier les problèmes posés par la commande prédictive généralisée classique. Avec cette commande qui a été introduite par E. Irving et plusieurs études ont par la suite été menées comme celles de Wertz , [34], [27]. Cette technique est très séduisante pour les problèmes de suivi de trajectoires.

- Expression des modèles

L'idée première du GPC/MRM est d'imposer la dynamique E/S du système en boucle fermée et ce en utilisant un modèle de référence en poursuite. Cela permettant d'imposer à la sortie $y(t)$ du processus une dynamique connue et déterminée à l'avance. Le principe de la commande GPC/MRM est donné selon la figure (2-10)

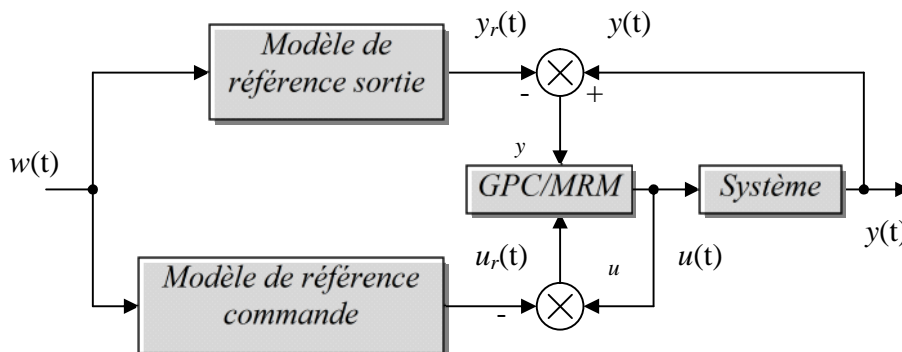


Figure (2-10) : structure de la commande GPC/MRM

La trajectoire de référence $y_r(t)$ est alors obtenu par filtrage de la consigne $w(t)$ et impose au système de répondre suivant le modèle de poursuite choisi et non pas suivant le réglage du jeu de paramètres (N_1, N_2, N_u, \dots) . La relation liant la référence sortie à la consigne est alors [37] [3]:

$$y_r(t) = \frac{q^{-1}B_r(q^{-1})}{A_r(q^{-1})} w(t) \quad (2-33)$$

Alors le premier problème peut être résolu par ce premier point. Notons que le polynôme $A_r(q^{-1})$ fournit les pôles de la dynamique en boucle fermée, ce qui peut être considéré comme une technique de placement de pôles.

Le problème d'atténuation des amplitudes du signal de commande trouve lui aussi une solution grâce au modèle de référence imposé à la commande $u_r(t)$. Irving et al. introduisent une commande de référence lié à la sortie de référence $y_r(t)$ [26] par la relation suivante

$$y_r(t) = \frac{q^{-1}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u_r(t) \quad (2-34)$$

Si la sortie du processus $y(t)$ suit la référence $y_r(t)$ alors la commande du système va suivre la commande de référence u_r . L'équation (2-33) permet d'imposer la dynamique du système, l'équation (2-34) fournit alors un modèle sur la commande, cela explique la dénomination MRM de cet algorithme.

- Expression du critère quadratique

Il s'agit de minimiser la fonction coût qui tient compte à présent de l'erreur sur l'incrément de commande $\Delta(u - u_r)$ et non pas seulement sur l'incrément du signal de commande u .

$$J_{GPC/MRM} = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\varepsilon_y(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=N_1}^{N_u} \varepsilon_u^2(t+j-1) \quad (2-35)$$

avec

$$\begin{aligned} \varepsilon_y(t+j) &= \hat{y}(t+j) - y_r(t+j) \\ \varepsilon_u(t+j-1) &= \Delta u(t+j-1) - \Delta u_r(t+j-1) \end{aligned} \quad (2-36)$$

$\Delta u_r(t+j-1)$: incrément de commande de référence à l'instant $(t+j-1)$

$\Delta u(t+j-1)$: incrément de commande à l'instant $(t+j-1)$

avec la supposition suivante, faite sur la commande:

$$\varepsilon_u(t+j) \equiv 0 \quad \text{pour} \quad j \geq N_u \quad (2-37)$$

soit donc :

$$\Delta u(t+j) = \Delta u_r(t+j) \quad \text{pour} \quad j \geq N_u \quad (2-38)$$

En conséquence, Le troisième problème trouve ainsi sa solution, puisque la relation (2-38) à toutes les chances d'être vérifiée avec la commande GPC/MRM.

On raisonne en termes d'erreurs pour la commande et pour la sortie. les erreurs de sortie en fonction des erreurs de commande est donné par la forme suivante :

$$\hat{\varepsilon}_y(t+j) = \underbrace{G_j(q^{-1})\varepsilon_u(t+j-1)}_{\text{terme lié aux commandes futurs}} + \underbrace{F_j(q^{-1})\varepsilon_y(t) + H_j(q^{-1})\varepsilon_u(t-1)}_{\text{Réponse libre}} \quad (2-39)$$

que l'on peut mettre sous la forme suivante :

$$\hat{\varepsilon}_y = G\hat{\varepsilon}_u + F\varepsilon_y(t) + H\varepsilon_u(t-1) \quad (2-40)$$

Le critère quadratique (2.34) peut être déduit sous sa forme matricielle :

$$J_{GPC/MRM} = [G\varepsilon_u + F\varepsilon_y(t) + H\varepsilon_u(t-1)]^{-1} [G\varepsilon_u + F\varepsilon_y(t) + H\varepsilon_u(t-1)] + \lambda \varepsilon_u^T \varepsilon_u \quad (2-41)$$

La minimisation de la fonction coût par rapport à $\hat{\varepsilon}_u$ donne la solution optimale :

$$\frac{\partial J_{GPC/MRM}}{\partial \hat{\varepsilon}_u} = 0 \quad (2-42)$$

$$(\hat{\varepsilon}_u)_{opt} = -M(F\varepsilon_y(t) + H\varepsilon_u(t-1))$$

$$M = [G^T G + \lambda I_{N_u}]^{-1} G^T = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_{N_u} \end{pmatrix} \quad (2-43)$$

Seulement la première commande de la séquence optimale est à appliquer au système, la procédure se recommence alors à chaque période d'échantillonnage.

$$u_{opt}(t) = u_{opt}(t-1) + \Delta u_r(t) - m_1(F\varepsilon_y(t) + H\varepsilon_u(t-1)) \quad (2-44)$$

- Résultats de simulation et interprétations

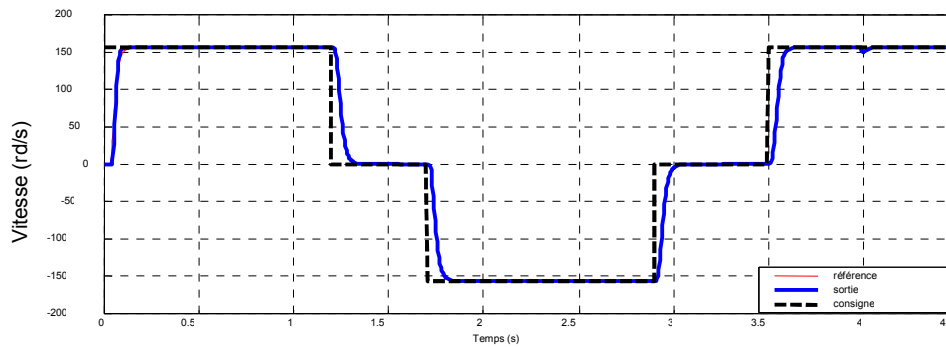


Figure (2-11): Profile de la vitesse pour la commande (GPC/MRM)

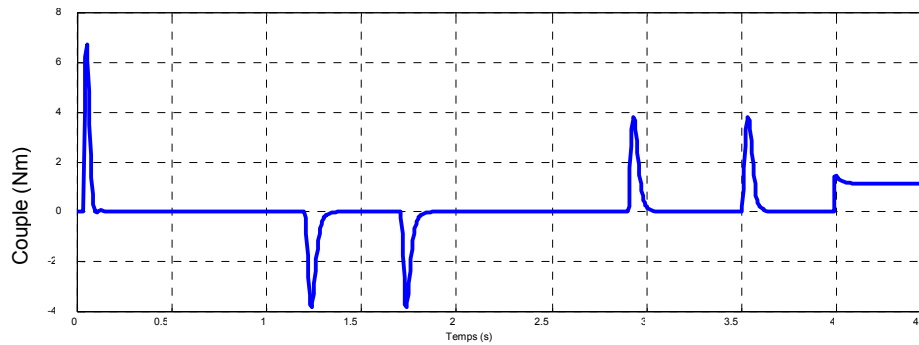


Figure (2-12): Profile de la commande (GPC/MRM)

Pour le réglage du GPC/MRM, on a conservé le même réglage précédent, soit : $N_l = 1$, $N_2 = 25$, $N_u = 1$, $\lambda = 165$.

L'effet d'anticipation entre la consigne et la sortie vitesse, qui est un caractère prédictif, disparaît. En effet, c'est le modèle de poursuite qui gère le comportement entrée-sortie du processus. Notons cependant que l'on peut retrouver l'aspect anticipatif par décalage de (q^{N_2}) du filtre de poursuite.

Remarques

Notons que malgré les avantages multiples que présente la commande GPC/MRM sur la commande GPC classique, elle présente quand même deux inconvénients :

- ✓ Il n'existe toujours pas de relation entre les paramètres de réglage pour l'analyse de la stabilité.
- ✓ Deux autres polynômes de plus à choisir $A_r(q^{-1}), B_r(q^{-1})$.

2-4 Approche polynomiale - synthèse R-S-T

2-4.1 Introduction

La forme R-S-T permet de synthétiser la loi de commande sous forme de 3 polynômes qui se calculent hors ligne réduisant ainsi le temps de calcul lors d'implantation temps réel.

2-4.2 Synthèse RST

La loi de commande (2-22) est obtenue par minimisation du critère précédent $\partial J / \partial u = 0$, ce qui mène à l'expression finale du signal de commande:

$$u_{opt}(t) = u_{opt}(t-1) - m_1 [iFy(t) + ih\Delta u(t-1) - w] \quad (2-45)$$

Reprenons l'équation fournissant la loi de commande optimale :

$$\Delta u_{opt}(t) = -m_1 iFy(t) - m_1 ih\Delta u(t-1) + m_1 w \quad (2-46)$$

Soit:

$$\Delta u_{opt}(t) [1 + m_1 ih(q^{-1})] = -m_1 iF y(t) + m_1 [q^{N_1} \dots q^{N_2}] w(t) \quad (2-47)$$

Cette relation doit correspondre d'après la figure (3-1) à l'équation :

$$S(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})w(t) \quad (2-48)$$

Ce qui fournit par identification les trois polynômes R , S et T constituant le régulateur linéaire équivalent :

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= (1 + m_1 ihq^{-1}) \\ R(q^{-1}) &= m_1 if \\ T(q^{-1}) &= m_1 [q^{N_1} \dots q^{N_2}] \end{aligned} \quad (2-49)$$

Avec

$$\begin{aligned} \text{degré} [(S(q^{-1}))] &= \text{degré} [(B(q^{-1}))] \\ \text{degré} [(R(q^{-1}))] &= \text{degré} [(A(q^{-1}))] \end{aligned} \quad (2-50)$$

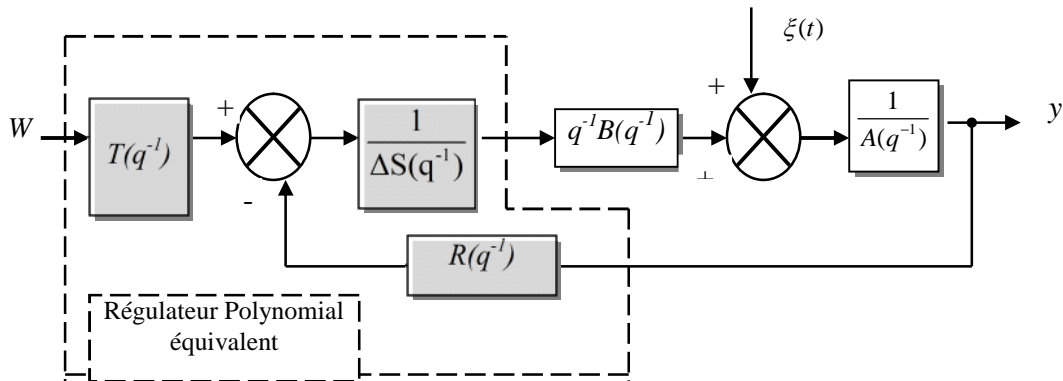


Figure (2-13): Structure polynomiale équivalente du GPC

Remarques

- ✓ On remarque que le polynôme T renferme la structure non causale inhérente à la commande prédictive.
- ✓ Les polynômes R , S et T sont en effet élaborés hors ligne et définis de façon unique dès lors que les quatre paramètres N_1 , N_2 , N_u et N_d sont choisis.
- ✓ Dans les plans de Bode ou Black on peut regarder les indicateurs suivants la marge de phase et la marge de gain.
 - Résultats de simulation et interprétations

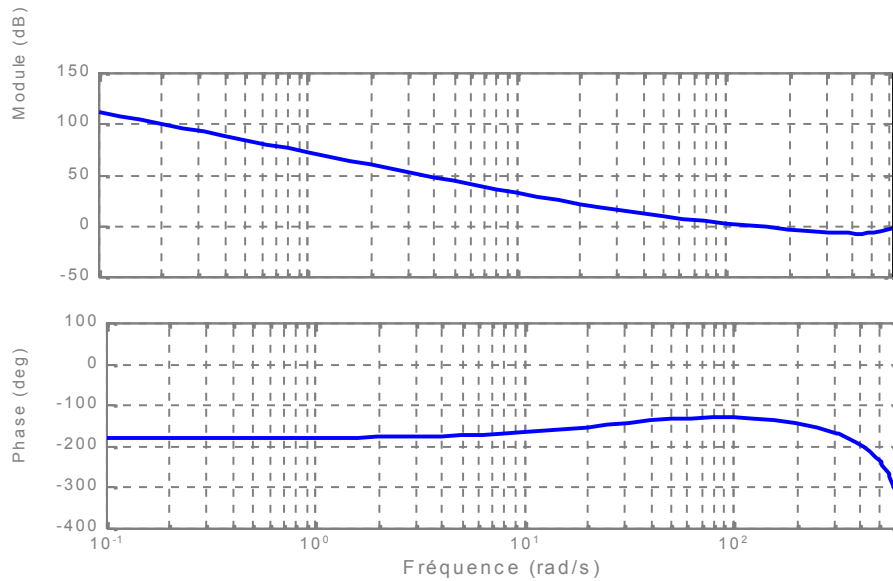


Figure (2-14): réponse fréquentielle pour la sortie vitesse dans le plan de Bode.

On remarque que les paramètres de réglage choisis permettent d'obtenir de bonnes caractéristiques fréquentielles (marges de gain et de phase) assurant donc la stabilité du système.

Le réglage choisi conduit à une structure stable, possédant une marge de gain de 6 dB et une marge de phase de 47°.

2-4.3 Synthèse RST du GPC/MRM

Le prédicteur polynomial est dans ce cas exprimé avec les termes d'erreur en sortie et de commande. Après la minimisation du critère quadratique de GPC/MRM par rapport à ε_u , ce qui mène à l'expression finale du signal de commande :

$$u_{opt}(t) = u_{opt}(t-1) + \Delta u_r(t) - m_1 i F \varepsilon_y(t) - m_1 i h \varepsilon_u(t-1) \quad (2-51)$$

Le signal de commande est appliqué au processus à travers l'équation aux différences :

$$S(q^{-1})\Delta u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})w(t) \quad (2-52)$$

A partir les équation (2-33),(2-34) et en prenant $B_r = B.B^*$, les polynômes RST se déduisent des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= (1 + m_1 h q^{-1}) \\ R(q^{-1}) &= m_1 i f \\ T(q^{-1}) &= (\Delta SA + q^{-1} RB) A_r^{-1} B^* \end{aligned} \tag{2-53}$$

2-5 Conclusions

Ce chapitre nous a permis de développer le principe de la commande prédictive et mettre l'accent sur une grande variété de techniques à base de GPC que l'on a subdivisé en deux formes : commande prédictive sous forme algorithmique et sous forme polynomiale. La première forme comporte un ensemble de méthodes issues du GPC classique et chaque méthode diffère de l'autre de point de vue caractéristiques et champ d'applications. La synthèse de la loi de commande sous forme *RST* (seconde forme polynomiale) permet de calculer la loi de commande hors ligne.

Avec la modélisation de la machine asynchrone du premier chapitre, nous allons voir à partir du troisième chapitre la possibilité d'associer de manière efficace les propriétés de la commande non linéaire aux régulateurs de la commande prédictive.

Chapitre 3

Application de la commande non linéaire en tension à la machine à induction (commande par linéarisation entrée –sortie)

3-1 Introduction

Le moteur asynchrone est un système non linéaire, multi-variables et fortement couplé, ses paramètres varient continuellement dans le temps et il est sujet à des perturbations inconnues. Toutes ces caractéristiques rendent la commande de cette machine de plus en plus complexe. Par conséquent, la conservation de la nature non linéaire de la machine, la poursuite de trajectoires prédéterminées, la robustesse aux variations paramétriques et le rejet des perturbations inconnues sont des objectifs à satisfaire lors d'une mise en œuvre d'une stratégie de commande. La commande prédictive, mentionnée auparavant, apparaît comme une alternative intéressante pour contrôler le moteur asynchrone et satisfaire aux exigences souhaitées.

Les travaux de Rawlings et Muske [26] apportent une solution au problème de la stabilité en utilisant un correcteur prédictif sur un horizon infini. La loi de commande développée incluant une contrainte sur l'état et la commande du système et ce dans un contexte de stratégie de bouclage à horizon fuyant, cette approche valable pour un système linéaire. Il est intéressant de noter que dans toutes les démarches présentées, le prédictif optimal est donné sous forme linéaire, ce qui n'est toujours qu'une approximation de la réalité même si les résultats de nombreuses applications industrielles ont montré une bonne fiabilité dans la commande prédictive linéaire (polynomiale dans la majorité des cas). Depuis quelques années et surtout depuis l'émergence de la commande non linéaire, de nombreux travaux sont réalisés pour tenter d'intégrer l'aspect non linéaire des procédés à commander aux idées de base de la commande prédictive. On peut notamment citer les travaux dans [29] utilisant les modèles non linéaires . A propos de la stabilité, H.Chen et F.Allgöwer [8] proposent un schéma de commande prédictif pour un système non linéaire, avec contraintes sur l'entrée de commande, garantissant la stabilité en boucle fermée. La démarche est basée sur la minimisation d'une intégrale du carré de l'erreur sur un horizon fini plus une fonction de coût quadratique terminale, ceci permet de forcer l'état

du système à être dans une région finale (au voisinage de l'origine) où l'on peut garantir la stabilité.

Dans [28], [23], [19], [2], les auteurs proposent une solution pour la commande non linéaire par l'utilisation d'un modèle de poursuite pour générer les trajectoires de référence pour stabiliser la machine autour des trajectoires planifiées (Generalized Predictive Control with Single Reference Control).

Dans notre travail, on s'intéresse au jumelage de deux techniques de commande évoluées, notamment la commande prédictive à modèles de références multiples pour fixer la dynamique entrée-sortie par les trajectoires de références et la commande non linéaire par linéarisation entrée-sortie (feedback linearisation) pour linéariser et découpler les boucles de régulation pour les sorties choisies (vitesse et flux). La commande de référence non linéaire est élaboré d'abord en boucle ouverte, ensuite le bouclage fermé est introduit pour robustifier la commande.

La première partie de ce chapitre expose le détail des équations et des calculs permettant de remonter à l'expression de la commande en tension à partir des sorties choisies (système inverse) et illustrer à travers les résultats de simulation l'application de la commande de référence non linéaire en tension C.R.N.L.T sur la machine asynchrone.

La seconde partie expose les développements mathématiques permettant la synthèse des régulateurs prédictifs GPC/MRM pour la commande en vitesse et en flux (bouclage fermé face aux variations brusque de la charge et les variations paramétriques).

3-2 Commande de référence non linéaire en tension (C.R.N.L.T)

Le but de l'approche proposée en [26], [2] est d'exploiter les équations générales de la représentation biphasée du système d'axe (,) lié au stator pour concevoir un modèle inverse de la machine qu'on peut utiliser comme modèle de référence dans la commande prédictive. Ce modèle est exprimé à partir des sorties choisies (vitesse et flux), ainsi qu'un nombre fini de leurs dérivées [14].

À partir de la modélisation présentée au premier chapitre, nous mettons en évidence la possibilité de remonter à la commande de référence non linéaire en tension c'est-à-dire que l'entrée de la

machine correspond aux deux composantes du vecteur tension $U_{s\alpha}$ et $U_{s\beta}$ alors que le vecteur de sortie est:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 = \Omega \\ y_2 = \sqrt{\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2} = \phi_r \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

Le couple électromagnétique est régi par l'équation suivante:

$$C_e = p I_m (\bar{\phi}_r \bar{I}_r^*) \quad (3-2)$$

L'équation mécanique devient alors :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = p \operatorname{Im}(\bar{\phi}_r \bar{I}_r^*) - f \Omega - C_r \quad (3-3)$$

Le flux rotorique est exprimé sous sa forme complexe:

$$\bar{\phi}_r = \phi_r e^{j\rho} \quad (3-4)$$

Avec ϕ_r : représente l'amplitude du flux rotorique.

ρ : représente sa position.

L'équation électrique du rotor :

$$R_r \bar{I}_{r(r)} + \frac{d\bar{\phi}_{r(r)}}{dt} = 0 \quad (3-5)$$

Donc, le couple produit par le moteur peut s'écrire :

$$C_e = p \operatorname{Im}(\bar{\phi}_r \bar{I}_r^*) = \frac{p}{R_r} \phi_r^2 \dot{\rho} \quad (3-6)$$

En remplaçant C_e de (3-6) dans l'équation électromécanique, on obtient :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \frac{p}{R_r} \phi_r^2 \dot{\rho} - f \Omega - C_r \quad (3-7)$$

La position du flux rotorique peut se mettre sous la forme:

$$\rho = \frac{R_r}{p} \int_0^t \left(\frac{J \dot{\Omega}}{\phi_r^2} + \frac{f \Omega}{\phi_r^2} + \frac{C_r}{\phi_r^2} \right) dt \quad (3-8)$$

En considérant le couple de charge C_r nul, pour avoir des relations seulement en fonction des sorties, le flux rotorique peut être déterminé en fonction des sorties prédéterminées :

$$\bar{\phi}_r = \phi_r \exp\left(j \frac{R_r}{p} \int_0^t \left(\frac{J \dot{\Omega}}{\phi_r^2} + \frac{f \Omega}{\phi_r^2} \right) dt \right) \quad (3-9)$$

A partir de l'équation électrique rotorique (1-5) et l'équation (3-9), le courant rotorique peut être exprimé par :

$$\bar{I}_r = -\frac{1}{R_r} \left(\frac{d\bar{\phi}_r}{dt} \right) = -\frac{1}{R_r} \left(\dot{\phi}_r + j \frac{\phi_r R_r}{p} \left(\frac{J \dot{\Omega}}{\phi_r^2} + \frac{f \Omega}{\phi_r^2} \right) \right) \exp(j\rho) \quad (3-10)$$

A partir l'équation du flux rotorique (1-7):

$$\bar{\phi}_r = L_m \bar{I}_s e^{-j\rho\theta} + L_r \bar{I}_r \quad (3-11)$$

Le courant statorique s'écrit alors :

$$\bar{I}_s = \frac{1}{L_m} \left(\left(\phi_r + T_r (\dot{\phi}_r + j\rho\phi_r) \right) e^{j\rho} \right) \exp(j\rho\theta) \quad (3-12)$$

A partir de l'équation du flux statorique (1-6) :

$$\bar{\phi}_s = L_s \bar{I}_s + L_m \bar{I}_r e^{j\rho\theta} \quad (3-13)$$

On déduit l'expression suivante pour le flux statorique :

$$\bar{\phi}_s = \left(\left(\frac{L_s}{L_m} \phi_r + \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m R_r} (\dot{\phi}_r + j\rho\phi_r) \right) e^{j\rho} \right) \exp(j\rho\theta) \quad (3-14)$$

Finalement, la tension statorique dans le repère (,) peut être exprimée par :

$$\bar{U}_s = U_{s\alpha} + jU_{s\beta} = R_s \bar{I}_s + \frac{d\bar{\phi}_s}{dt} \quad (3-15)$$

A partir des équations (3-14) du flux statorique et (3-12) du courant statorique, on déduit:

$$\bar{U}_s = \left(\frac{R_s}{L_m} (\phi_r + T_r (\dot{\phi}_r + j\dot{\rho}\phi_r)) e^{j\rho} + \frac{d}{dt} \left\{ \left(\frac{L_s}{L_m} \phi_r + \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m R_r} (\dot{\phi}_r + j\dot{\rho}\phi_r) \right) e^{j\rho} \right\} \right) \exp(jp\theta) \quad (3-16)$$

En posant :

$$\exp(j(\rho + p\theta)) = \exp(j\delta) = \cos \delta + j \sin \delta \quad (3-17)$$

En remplaçant l'équation (3-17) dans l'équation (3-16), et en décomposant le vecteur tension \bar{U}_s en composante réelle et imaginaire, les commandes non linéaires suivantes sont obtenues :

$$U_{s\alpha} = f_{NL1} = \frac{R_s}{L_m} (\phi_r \cos \delta + T_r \dot{\phi}_r \cos \delta - T_r \phi_r \dot{\rho} \sin \delta) + \frac{L_s}{L_m} (\dot{\phi}_r \cos \delta - \phi_r \dot{\delta} \sin \delta) + \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m R_r} (\ddot{\phi}_r \cos \delta - \phi_r \dot{\rho} \dot{\delta} \cos \delta - \phi_r \ddot{\rho} \sin \delta - \dot{\phi}_r \dot{\delta} \sin \delta - \dot{\phi}_r \dot{\rho} \sin \delta) \quad (3-18)$$

$$U_{s\beta} = f_{NL2} = \frac{R_s}{L_m} (\phi_r \sin \delta + T_r \dot{\phi}_r \sin \delta + T_r \phi_r \dot{\rho} \cos \delta) + \frac{L_s}{L_m} (\dot{\phi}_r \sin \delta + \phi_r \dot{\delta} \cos \delta) + \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m R_r} (\ddot{\phi}_r \sin \delta - \phi_r \dot{\rho} \dot{\delta} \sin \delta + \phi_r \ddot{\rho} \cos \delta + \dot{\phi}_r \dot{\delta} \cos \delta + \dot{\phi}_r \dot{\rho} \cos \delta) \quad (3-19)$$

Les variables d'état $(\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}, i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \Omega)$, ainsi que la tension d'entrée du stator sont complètement exprimées dans la formulation désirée mais une intégration apparaît dans l'expression des états et des commandes, il est ainsi possible de calculer numériquement une commande de référence en boucle ouverte à partir des trajectoires planifiées du vecteur de sortie (y_1, y_2) , c'est-à-dire, de réaliser un suivi de trajectoires en vitesse avec maintien du flux dans le rotor.

A partir des deux équations précédentes, on remarque qu'il y a besoin de calculer les dérivées jusqu'à l'ordre deux des trajectoires de référence désirées (y_{1ref} , y_{2ref}), ainsi que la dérivée de l'angle θ qui correspond à la vitesse de glissement et la première dérivée de θ , ces dérivées sont obtenues à partir des équations (3-8) et (3-17) de la façon suivante :

$$\dot{\rho} = \frac{R_r}{p\phi_r^2} (J\dot{\Omega}_{ref} + f\Omega_{ref}) = \frac{R_r}{p\phi_r^2} \cdot C_{eref} \tag{3-20}$$

$$\dot{\delta} = \dot{\rho} + p\dot{\theta} = \dot{\rho} + p\Omega_{ref} \tag{3-21}$$

Le terme $(J\dot{\Omega}_{ref} + f\Omega_{ref})$ dans l'équation (3-20) correspond au couple de référence de la commande non linéaire en tension.

On applique maintenant cette loi de commande à la machine asynchrone modélisée dans le repère (δ, θ) lié au stator comme nous l'avons vu auparavant dans le premier chapitre.

On peut déduire un schéma de l'application de cette commande non linéaire en tension en boucle ouverte pour la vitesse et le flux d'après la figure suivante[26]:

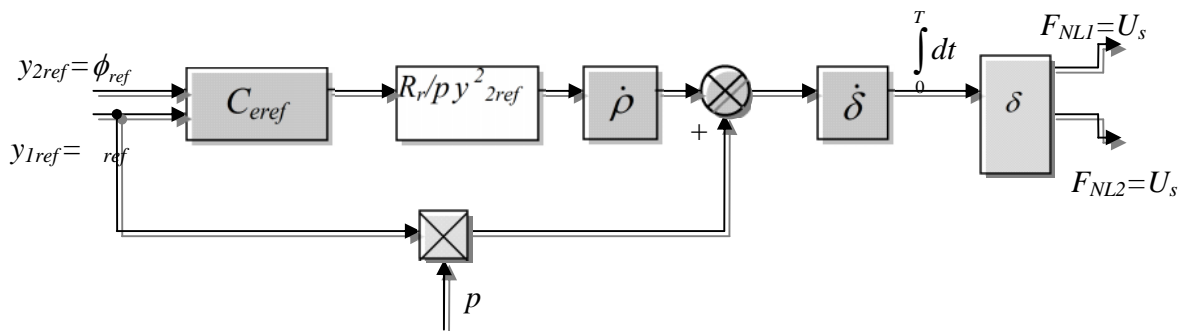


Figure (3-1) : schéma général du calcul de la C.R.N.L.T

3-3 Application de la C.R.N.L.T. à la machine asynchrone en boucle ouverte

Nous avons vu que la C.R.N.L.T fait apparaître pour la vitesse et le flux des dérivées jusqu'à l'ordre deux. De manière générale pour les trajectoires de référence, la méthodologie choisie est d'appliquer aux consignes de vitesse et de flux un filtre du second ordre distinct, permettant d'obtenir des trajectoires de référence finales qui soient dérivables deux fois. Pour la vitesse rotorique, la consigne choisie est un trapèze dont l'amplitude varie de $+73 \text{ rd/s}$ à -73 rd/s filtrée par un système du second ordre ayant un coefficient d'amortissement critique $=1$ et une pulsation $\omega_0 = 50 \text{ rad/s}$ pour obtenir la trajectoire de référence y_{1ref} . Pour le flux rotorique nous avons pris une trajectoire de référence constante de 1.14 Wb correspondant au niveau du flux nominal dans la machine.

On peut schématiser l'application de la commande en tension d'une manière plus simple par la figure ci-dessous :

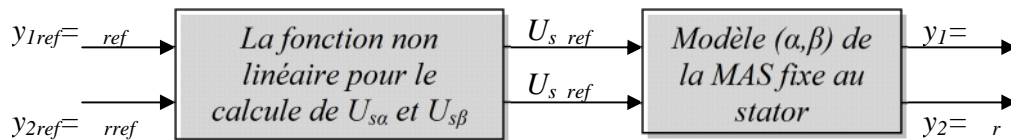


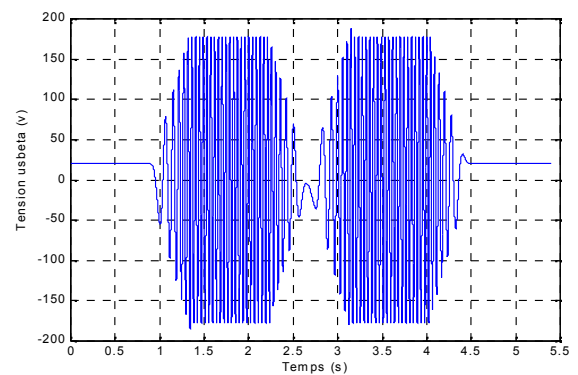
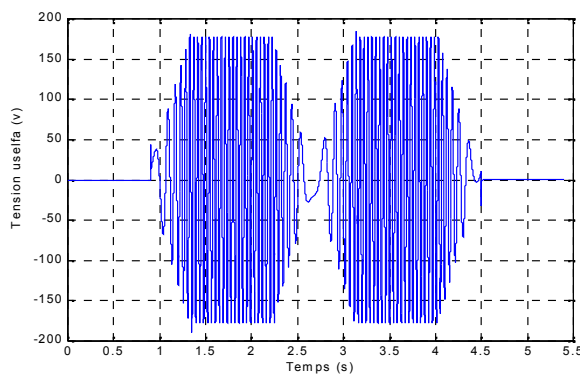
Figure (3-2) : Commande en boucle ouverte C.R.N.L.T +Machine

• Résultats de simulation

Les résultats de simulation sont donnés par la figure (3-3) sur la base des paramètres de la machine asynchrone avec les caractéristiques principales suivantes[26]:

$$R_s = 8 \quad ; \quad R_r = 3.6 \quad ; \quad L_s = 0.47 \text{ H}; \quad L_r = 0.47 \text{ H}; \quad M = 0.452 \text{ H}$$

$$p = 2; \quad J = 0.015 \text{ Kg.m}^2; \quad f = 0.01 \text{ N.m.s}^{-1}; \quad \phi_r = 1.14 \text{ Wb}; \quad C_{nom} = 5 \text{ Nm}$$



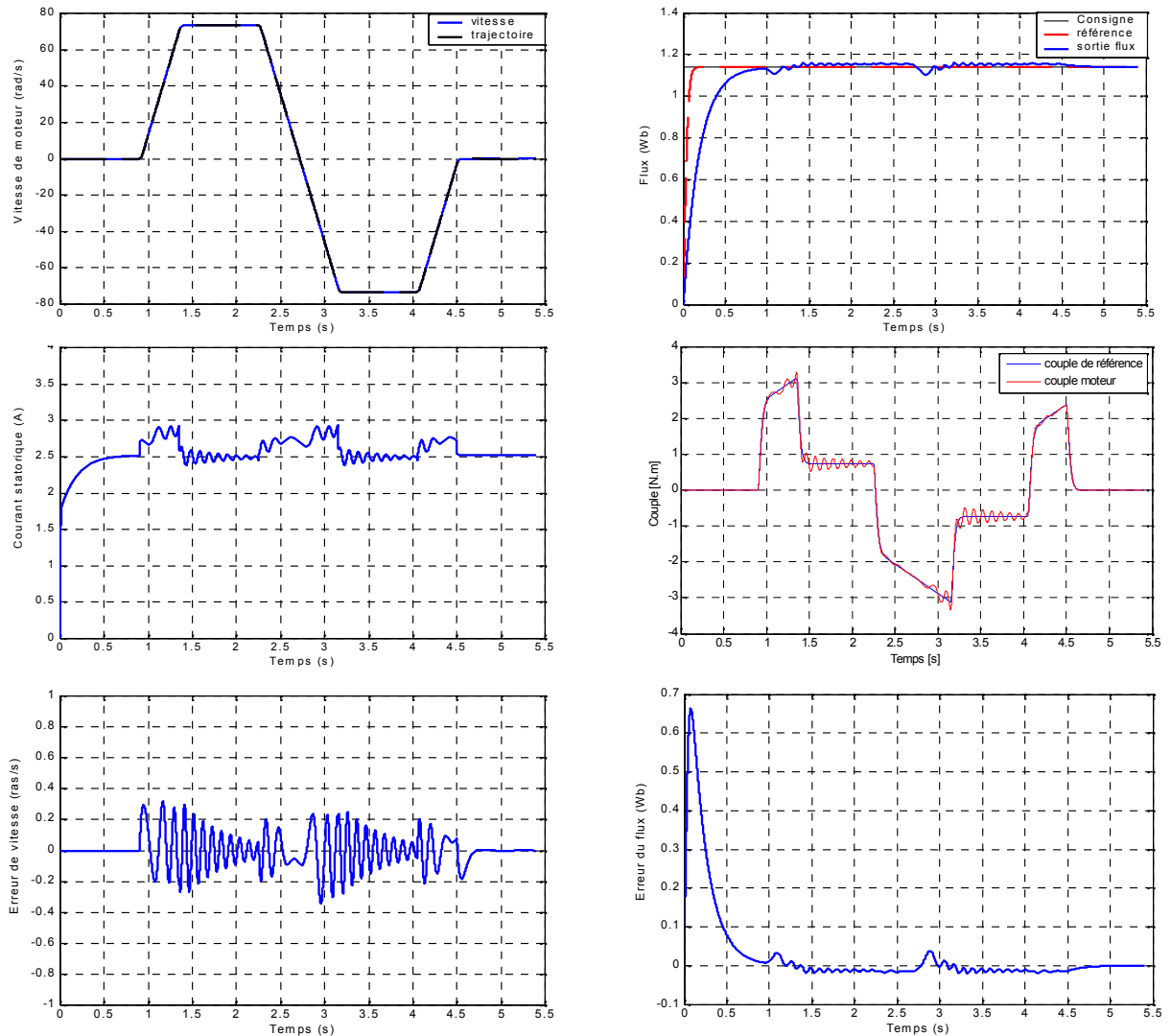


Figure (3-3): résultats de simulation de la commande C.R.N.L.T.

Les résultats de simulation obtenus mettent en évidence les remarques suivantes :

- ✓ La C.R.N.L.T. est fonction des sorties à contrôler (vitesse et flux) car l'enveloppe des tensions est un trapèze correspondant à la dynamique de la vitesse avec un flux constant.
- ✓ Le couple électromagnétique possède la même dynamique que celle du couple de référence.
- ✓ Le courant statorique suit à son tour les variations du couple moteur.
- ✓ Cette commande est moins performante en terme d'erreurs entre la sortie et la trajectoire de référence du moment que cette commande non linéaire est en boucle ouverte, d'où la

nécessité d'un bouclage fermé pour stabiliser les sorties autour des trajectoires de références.

- ✓ La norme du flux rotorique est estimée d'après les équations (1-26).

La commande, décrite par les équations (3-18), (3-19) est en boucle ouverte, ce qui ne permet pas de corriger l'erreur entre la sortie du système et la référence. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir une stratégie de stabilisation autour des trajectoires en boucle fermée. Néanmoins, cette commande peut être utilisée comme modèle de référence dans la commande prédictive à modèles de référence multiple pour améliorer les performances du système contrôlé en boucle fermée.

3-4 Bouclage et stabilisation autour des trajectoires

Nous avons vu que la mise au point de la commande de référence non linéaire en tension est obtenue par inversion du système. Si l'on définit v_1 et v_2 comme les nouvelles entrées de l'association C.R.N.L.T et du modèle du système, on peut dire, de manière intuitive, que les transferts entrée-sortie (y_1, v_1) et (y_2, v_2) vont jouir des propriétés des systèmes linéaires. Celles-ci sont, en effet, directement liées à la nature de la commande de référence. Nous donnons dans ce paragraphe, après une explication schématique, la validation par la méthode d'identification des moindres carrés récursifs des modèles linéaires représentant les transferts (y_1, v_1) et (y_2, v_2) pour la commande de référence non linéaire en tension.

3-4 .1 Commande par linéarisation entrée-sortie

Le but de cette section est de rappeler le principe de la commande du moteur asynchrone par linéarisation entrée-sortie (E/S). Cette méthode généralise les commandes de type vectorielles en assurant le découplage et la linéarisation des relations entre les entrées et les sorties. Supposant que la totalité du vecteur d'état est mesurable, il est ainsi possible de concevoir un retour d'état non linéaire qui assure la stabilité du système bouclé.

Plusieurs travaux [11],[6], [21], [25], ont démontré que cette technique de commande non linéaire fait apparaître des propriétés intéressantes quant au découplage couple/flux, au temps de réponse en couple, et à la robustesse aux variations paramétrique. Cette structure de

commande apparaît ainsi comme une alternative intéressante à la commande par orientation du flux.

Dans les travaux de Marino et al. [25], les sorties choisies sont le couple et le flux. Pour ces sorties choisies, le modèle d'état de la machine dans un référentiel fixe lié au stator (,) est une représentation non linéaire de la forme :

$$(3-22) \quad \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \frac{L_m}{JL_r} (\phi_{r\alpha} I_{s\beta} - \phi_{r\beta} I_{s\alpha}) \\ \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = \phi_r^2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = [I_{s\alpha}, I_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}, \Omega]^T \\ u = [U_{s\alpha}, U_{s\beta}]^T \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\gamma I_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\alpha} + p\Omega k \phi_{r\beta} \\ -\gamma I_{s\beta} - p\Omega k \phi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \phi_{r\beta} \\ \frac{L_m}{T_r} I_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\alpha} - p\Omega \phi_{r\beta} \\ \frac{L_m}{T_r} I_{s\beta} + p\Omega \phi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\beta} \\ p \frac{L_m}{JL_r} (\phi_{r\alpha} I_{s\beta} - \phi_{r\beta} I_{s\alpha}) - \frac{(f\Omega + C_r)}{J} \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Pour faire apparaître l'entrée du système dans la sortie, le degré relatif "r" doit être inférieur ou égal à l'ordre du système (r ≤ n), ainsi le système est contrôlable [39].

La méthode de linéarisation entrée-sortie est développée à partir de la théorie de la géométrie différentielle. Elle consiste à utiliser les dérivées de Lie pour exprimer le modèle de la machine en relation entrée-sortie.

- **Définition 1: (Dérivée de Lie)**

La dérivée directionnelle de $h(x)$ suivant le champ du vecteur $f(x)$ est définie comme suit :

$$L_f h_j(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_j}{\partial x_i} f_i(x) \quad (3-24)$$

Par itération, on a la relation suivante :

$$L_f^i h_j = L_f(L_f^{i-1} h_j) \quad (3-25)$$

La dérivation des sorties y du système par rapport au temps s'exprime alors par la relation suivante :

$$\dot{y}_j = L_f h_j + \sum_{i=1}^n (L_{g_i} h_j) u_i \quad (3-26)$$

- **Définition 2: (Degré relatif)**

On appelle vecteur de degré relatif du système non linéaire affine en commande (3-23), le vecteur $(r_1 \dots r_p)$ vérifiant l'existence d'au moins une dérivée telle que :

$$L_{g_i} L_f^{r_i-1} h_j(x) \neq 0 \quad (3-27)$$

La première dérivée de sortie y s'exprime alors par la relation suivante :

$$\dot{y}_j = L_f h_j + \sum_{i=1}^p (L_{g_i} h_j) u_i \quad (3-28)$$

- Si $L_g h(\bar{X}) \neq 0$, la sortie y est de degré relatif égale à 1 (avec \bar{X} le point d'équilibre)
- si $L_g h(\bar{X}) = 0$, la commande n'apparaît pas alors on continue la dérivation de y tel que

$\frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) \neq 0$ jusqu'à apparaître explicitement la commande :

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{r_j} h_j + \sum_{i=1}^p (L_{g_i} L_f^{r_j-1} h_j) u_i \quad (3-29)$$

où: $L_f^{r_i} h_j, L_{g_i} L_f^{r_i-1} h_j$ sont les $i^{\text{ème}}$ dérivées de Lie de h_j respectivement dans la direction de f et g , r_i est le nombre de dérivées nécessaires pour qu'au moins, une des entrées apparaisse dans l'expression (3-29) et est connu sous le nom du degré relatif correspondant à la sortie y_j .

Le degré relatif total (r) est défini comme étant la somme de tous les degrés relatifs obtenus à l'aide de (3-29) et doit être inférieur ou égal à l'ordre du système donné par la relation:

$$r = \sum_{i=1}^p r_i \leq n$$

La commande est ainsi donnée par :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v = \frac{1}{L_{g_i} L_f^{r_i-1} h_j} (-L_j^{r_i} h_j + v) \tag{3-30}$$

avec $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sont les matrices de découplage

Le système équivalent devient linéaire et totalement découplé de la forme:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} \\ \vdots \\ y_p^{r_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \tag{3-31}$$

Cette expression permet d'obtenir un système linéaire où la sortie y_i est séparée de l'entrée par une chaîne de r_p intégrateurs, tel que le comportement entrée-sortie du système après bouclage soit linéaire et découplé.

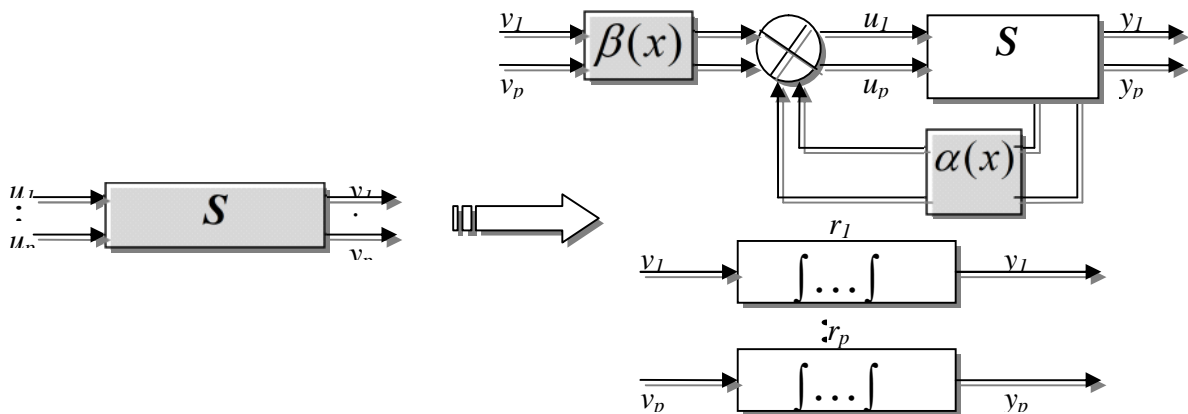


Figure (3-4) : Représentation de la linéarisation entrée-sortie

En appliquant la procédure dans le cas du moteur asynchrone avec comme sorties choisies le couple et le flux rotorique [25]:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= \dot{h}_1(x) = L_f h_1(x) + L_{g_{11}} h_1(x) u_{s\alpha} + L_{g_{12}} h_1(x) u_{s\beta} \\
 \dot{y}_2 &= \dot{h}_2(x) = L_f h_2(x) \\
 \ddot{y}_2 &= \ddot{h}_2(x) = L_f^2 h_2(x) + L_{g_{11}} L_f h_2(x) u_{s\alpha} + L_{g_{12}} L_f h_2(x) u_{s\beta}
 \end{aligned}$$

(3-29)

Le calcul des dérivées de Lie est détaillé dans l'annexe.

Nous obtenons une dynamique non observable d'ordre 2, parce que la somme des degrés relatifs du couple (degré relatif =1) et du flux (degré relatif =2) est inférieure au degré du système ($1+2 < 5$). Dans ce cas, le retour d'état linéarisant rend la dynamique non observable et de ce fait apparaît ce qu'on appelle la dynamique des zéros (qui joue un rôle similaire à celui des zéros dans le cas linéaire) et dans ce cas il faut s'assurer que cette dynamique est asymptotiquement stable pour dire que la commande linéarisante assurera la stabilité interne du système en boucle fermée [11].

Le changement de coordonnées (difféomorphisme dans lequel le système a un comportement linéaire) suivant est alors effectué :

$$\begin{cases}
 z_1 = h_1(x) \\
 z_2 = h_2(x) \\
 z_3 = L_f h_2(x) \\
 z_4 = \arctan\left(\frac{\phi_{r\beta}}{\phi_{r\alpha}}\right) \\
 z_5 = \Omega
 \end{cases}$$

(3-30)

Les variables z_4, z_5 sont choisies arbitrairement. Dans [25], l'auteur considère z_4 comme étant l'angle du flux rotorique exprimé dans le repère statorique et z_5 la vitesse mécanique. Donc le système s'exprime dans les nouvelles coordonnées :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{h}_1(x) = L_f h_1(x) + L_{g_{11}} h_1(x) u_{s\alpha} + L_{g_{12}} h_1(x) u_{s\beta} \\ \dot{z}_2 = L_f h_2(x) \\ \dot{z}_3 = L_f^2 h_2(x) + L_{g_{11}} L_f h_2(x) u_{s\alpha} + L_{g_{12}} L_f h_2(x) u_{s\beta} \\ \dot{z}_4 = pz_5 + \frac{R_r}{p} \frac{z_1}{z_2} \\ \dot{z}_5 = \frac{1}{J} (z_1 - C_r - fz_5) \end{cases}$$

(3-31)

On obtient alors le retour d'état qu'il faut appliqué pour linéariser le comportement entrée/ sortie du système:

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_f h_1 \\ L_f^2 h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_{g_{11}} h_1 & L_{g_{12}} h_1 \\ L_{g_{11}} L_f h_2 & L_{g_{12}} L_f h_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (3-32)$$

Alors :

$$\begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} v_1 - L_f h_1 \\ v_2 - L_f h_2 \end{pmatrix} \quad \text{avec } A(x) = \begin{pmatrix} L_{g_{11}} h_1 & L_{g_{12}} h_1 \\ L_{g_{11}} L_f h_2 & L_{g_{12}} L_f h_2 \end{pmatrix} \quad (3-33)$$

Où le vecteur $v = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 \end{pmatrix}^T$ représente les nouvelles entrées du système linéarisé.

Le calcul du déterminant $\det(A(x)) = -2p \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \right)^2 R_r (\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2)$ nous permet de vérifier que la matrice de découplage $A(x)$ n'est pas singulière sauf au point de départ, ce qui peut être évité en choisissant des conditions initiales non nulles dans l'estimation du flux (pratiquement cette condition est résolue à cause du flux rémanent de la machine). Par conséquent, le système en boucle fermée est équivalent à deux chaînes de deux intégrateurs indépendants (intégrateur pour v_1 et un double intégrateur pour v_2) comme il est illustré par la figure (3-5) :

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

(3.34)

Donc :

$$\begin{pmatrix} C_e \\ \phi_r^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (3-35)$$

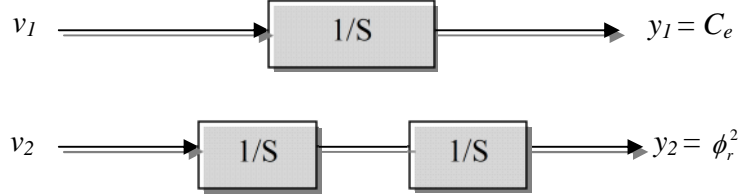


Figure (3-5) : Système linéarisé après le retour d'état

Reste à démontrer maintenant que la dynamique des zéros z_4 et z_5 est stable puisque les dynamiques \dot{z}_4 et \dot{z}_5 sont rendues inobservables. Pour se faire, il suffit de choisir le point d'équilibre (commande nulle) suivant :

$$[z_1, z_2, z_3, z_4, z_5] = [0, h, 0, z_4, z_5]$$

La dynamique des zéros est alors donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}_4 = pz_5 \\ \dot{z}_5 = -\frac{Cr}{J} - \frac{fz_5}{J} \end{cases} \quad (3-36)$$

D'une part, comme l'angle du flux rotorique est compris dans l'intervalle $[0-2\pi]$ (bornitude garantie) et d'autre part, l'équation mécanique est une dynamique linéaire du premier ordre stable (pôle à $-\frac{f}{J}$), la dynamique des zéros est donc stable.

Pour l'obtention d'une meilleure poursuite en couple et en flux de référence les nouvelles entrées sont données par [25][38] :

$$\begin{cases} v_1 = -k_{a1}(C_e - C_{eref}) + \dot{C}_{eref} \\ v_2 = -k_{b1}(\phi_r^2 - \phi_{ref}^2) - k_{b2}(\dot{\phi}_r^2 - \dot{\phi}_{ref}^2) + \ddot{\phi}_{ref}^2 \end{cases} \quad (3-37)$$

Les gains k_a, k_{b1}, k_{b2} (placement de pôles) peuvent être choisis tels que $(k_{a1}+s)$ et $(k_{b1}+k_{b2}s+s^2)$ soient des polynômes de Hurwitz afin d'assurer la stabilité exponentielle des erreurs de poursuite et le système (commande+moteur) sera linéarisé est stable [11].

Les équations d'erreurs de poursuite deviennent :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + k_a e_1 = 0 \\ \ddot{e}_2 + k_{b1} \dot{e}_2 + k_{b2} e_2 = 0 \end{cases} \quad (3-38)$$

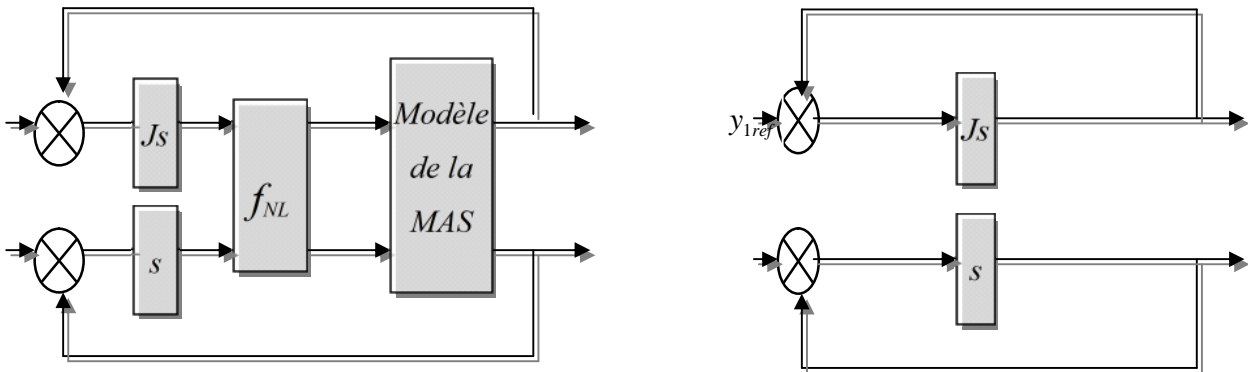
avec

$$e_1 = C_e - C_{eref} \text{ et } e_2 = \phi_r^2 - \phi_{ref}^2 \quad (3-39)$$

Nous avons vu que la commande de référence non linéaire en tension s'obtenait à partir d'un couple de référence en boucle ouverte (voir le figure (3-1)) fonction des sorties planifiées. Si on choisit pour les nouvelles entrées ce qui suit [26]:

$$\begin{cases} v_1 = J\dot{\Omega}_{ref} = J\dot{y}_{1ref} & \text{homogène à un couple [N.m]} \\ v_2 = \dot{\phi}_r = \dot{y}_{2ref} & \text{homogène à une tension [V]} \end{cases} \quad (3-40)$$

Le vecteur v_1 ne peut être que le couple de référence du moteur se ramenant ainsi à une structure de commande classique ou le couple est envoyé en variable de référence, alors que le choix du vecteur v_2 se justifie par des considérations d'ordre pratiques. Il à été trouvé dans [2][26] que le fait de prendre $v_2 = \dot{y}_2 = \dot{\phi}_{rref}$ qui n'est qu'une tension au lieu de prendre $v_2 = \ddot{y}_2$ mène à une meilleure correction puisque la machine est associée à un onduleur de tension. Celui-ci envoie des signaux de tensions et rend la tache plus facile lors d'une implantation temps réel.. Dans ce cas, les nouvelles entrées sont illustrées par le schéma suivant :



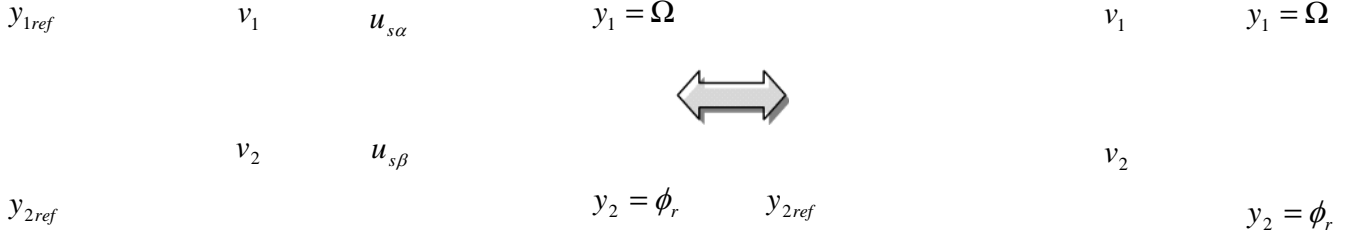


Figure (3-5): Modèles aux petites variations à partir de la C.R.N.L.T.

A partir le schéma (3-5), on peut valider ces deux modèles aux petites variations caractérisant les transferts suivants:

$$F_1(s) = \frac{\varepsilon y_1}{v_1} = \frac{\Omega_{ref} - \Omega}{v_1} = \frac{1}{Js} \quad (3-41)$$

$$F_2(s) = \frac{\varepsilon y_2}{v_2} = \frac{\phi_{ref} - \phi_r}{v_2} = \frac{1}{s} \quad (3-42)$$

3-4 .2 Validation des choix par l'identification

3-4 .2 .1 Méthode des moindres carrés

Soit le processus décrit par sa fonction de transfert en z^{-1}

$$H(z) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}} \quad (3-43)$$

La sortie à l'instant t est liée aux entrées-sorties précédentes par l'équation de récurrence suivante :

$$y(t) = -\sum_{i=1}^{na} a_i y(t-i) + \sum_{i=1}^{nb} b_i u(t-i) \quad (3-44)$$

que l'on pourra exprimer sous forme d'un produit scalaire d'un vecteur paramètres estimés $\theta(t)$ et du vecteur des mesures précédentes $\Phi(t-1)$

$$y(t) = \theta^T(t) \Phi(t-1) \quad (3-45)$$

avec:

$$\begin{aligned} \theta^T(t) &= [-a_1 \dots -a_{na} \ b_1 \dots b_{nb}] \\ \Phi(t-1) &= [y(t-1) \dots y(t-na) \ u(t-1) \ \dots u(t-nb)] \end{aligned}$$

L'idée générale est de corriger à chaque itération le vecteur des paramètres :

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \Delta\theta \quad (3-46)$$

À l'instant (k-1) nous disposons d'une valeur de $\hat{\theta}$, qui n'est pas encore optimale, et d'une estimation des mesures $\hat{y}[\hat{\theta}(k-1), k]$. La nouvelle valeur de $\hat{\theta}$ sera déduite de l'ancienne additionnée par un terme correctif qui dépend de l'écart entre les mesures prédites et les mesures effectuées (erreur de prédiction) [13].

A l'instant présent k, il est possible d'estimer les paramètres du système $[a_i, b_i]$ au sens des moindres carrés, la démarche consiste à minimiser le critère quadratique de l'erreur $J_i(\theta)$ [22]:

$$J_i(\theta) = \sum_{k=1}^i [y(k) - \theta(k)^T \Phi(k-1)]^2 \quad (3-47)$$

Le minimum de $J_i(\theta)$ s'obtient par dérivation par rapport à θ :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \left(\sum_{i=1}^N \Phi(i) \Phi^T(i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \Phi(i) y(i) \right) \\ &= P(k) \sum_{i=1}^N \Phi(i) y(i) \quad \text{avec} \quad P(k) = \left(\sum_{i=1}^N \Phi(i) \Phi^T(i) \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3-48)$$

$P(k)$: matrice de variances de l'erreur d'estimation. Nous pouvons écrire cette matrice sous une forme récursive:

$$P^{-1}(k) = P^{-1}(k-1) + \Phi(k) \Phi^T(k) \quad (3-49)$$

L'équation (3-46) contient une inversion de matrice, qui est une opération lourde numériquement. nous pouvons éviter ce problème grâce au lemme d'inversion de matrice [13], [7].

Finalement :

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1) \Phi(k) \Phi^T(k) P(k-1)}{1 + \Phi^T(k) P(k-1) \Phi(k)} \quad (3-50)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k) \Phi(k) (y(k) - \Phi^T(k) \hat{\theta}(k-1)) \quad (3-51)$$

✓ Identification du transfert y_I/v_I

Le modèle continu caractérisant le transfert couple-vitesse est de la forme

$$\frac{1/f}{\left(\frac{J}{f}\right)s+1} \quad (3-52)$$

La discrétisation munie d'un bloqueur d'ordre zéro amène au modèle discret suivant:

$$\frac{1}{f} \cdot \frac{(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau}}) \cdot q^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau}} \cdot q^{-1}} \cdot \tau = \frac{J}{f}, \quad (3-53)$$

T_e : période d'échantillonnage.

Le modèle à identifier sera choisi de la forme :

$$\frac{y_1}{v_1} = \frac{b_1 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1}} \quad (3-54)$$

Avec l'indice k pour le pas d'échantillonnage, l'équation (3-54) s'écrit:

$$y_1(k) = -a_1 \cdot y_1(k-1) + b_1 \cdot v_1(k-1) \quad (3-55)$$

A partir de cette équation, on peut obtenir une estimation des paramètres a_1 et b_1 avec la méthode de moindres carrés récurrents.

Les résultats de la première méthode d'identification (de la plaque signalétique) nous informent sur l'ordre de grandeur des paramètres à retrouver:

$$J = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ Nms}^2/\text{rad}, \quad f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Nms}/\text{rad}$$

L'évolution des paramètres est illustrée d'après la figure (3-6)

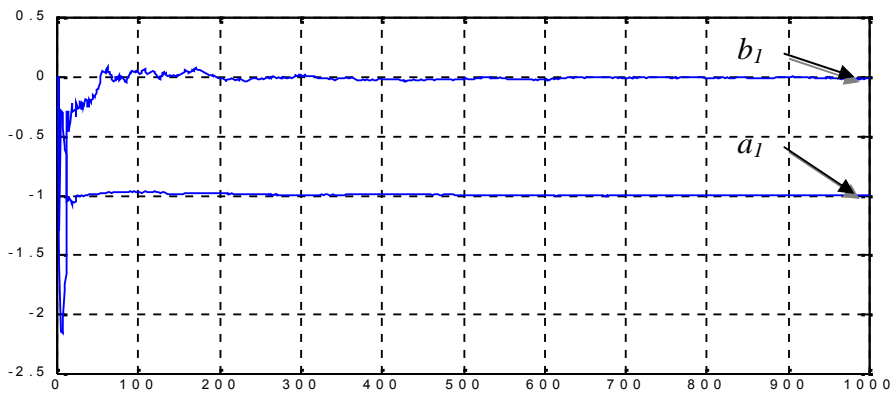


Figure (3-6) : Evolution des paramètres

Les valeurs finales à retrouver sont donc:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.998 & 0.0103 \end{pmatrix}$$

Avec le développement limité d'ordre 1, on peut vérifier la valeur estimée de b_1 :

$$(1/f) \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau}} \right) \approx (1/f) (1 - 1 + T_e \cdot f / J) \approx T_e / J \quad (3-56)$$

Le modèle est valide si la séquence des erreurs de prédiction résiduelles est parfaitement blanche autrement dit, les auto-corrélations $RN(i)$ du résidu est proche d'un bruit blanc :

$$\begin{aligned} RN(0) &= 1 \\ |RN(i)| &\leq 0.15 \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (3-57)$$

L'auto-corrélation du résidu de l'identification dans ce cas est donnée par la figure (3-7), ayant la caractéristique proche de celle du bruit blanc.

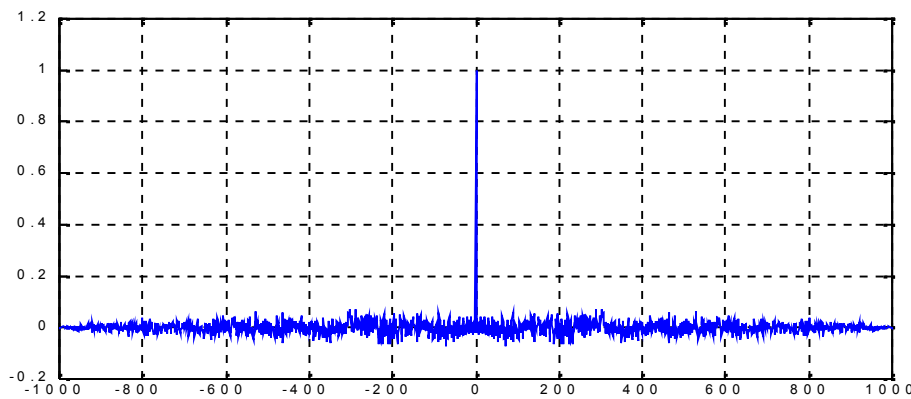


Figure (3-7) : L'auto-corrélation du résidu de l'identification (validation du modèle)

✓ Identification du transfert y_2/v_2

De la même manière, au sens des moindres carrés récursives. Le modèle à identifier sera choisi de la forme :

$$y_2(k) = -a_2 \cdot y_2(k-1) + b_2 \cdot v_2(k-1) \quad (3-58)$$

Les valeurs finales à retrouver sont donc:

$$\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0.15e^{-3} \end{pmatrix}$$

On observe que l'on obtient $b_2 T_e = 10^{-4}$, c'est-à-dire la fonction de transfert y_2/v_2 d'un intégrateur pur confirmant ainsi le choix pour l'entrée v_2 .

3-4 .2 .2 Deuxième Méthode :

Pour l'identification du transfert entre une nouvelle entrée v_1 qui représente le couple et la sortie y_1 qui représente la vitesse, on injecte un échelon de couple de 1.5 Nm avec l'autre entrée nulle ($v_2=0$) comme le traduit le schéma de la figure (3-8).

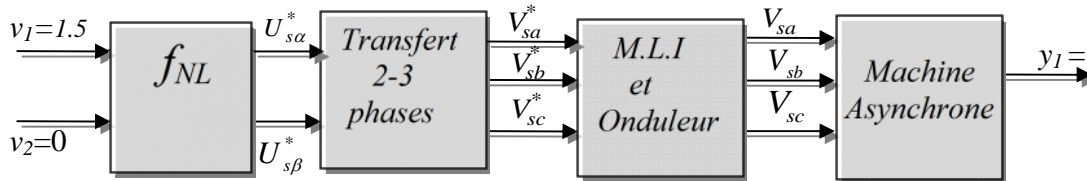


Figure (3-8): schéma utilisé pour l'identification du première transfert y_1/v_1

On vérifie si la sortie associée c'est-à-dire la vitesse correspond à une intégration dont la pente est égale au gain statique du modèle (3-41).

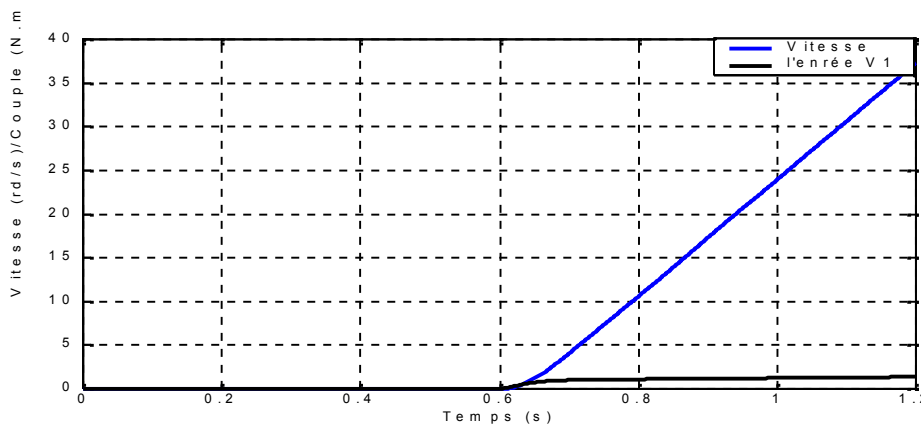


Figure (3-9) : Relevés pour l'identification de transfert y_1/v_1

On observe qu'à partir de la figure (3. 9) que la vitesse évolue en rampe, et la pente est donnée

par :

$$\frac{\Delta\Omega}{\Delta T} = 66$$

On observe donc que l'on obtient bien une valeur proche du gain statique homogène à l'inverse

de l'inertie du système :

$$\frac{1}{J} = 66.667 \text{ kg/m}^2.$$

Donc, le modèle validé est donc bien de la forme (3-41).

De la même manière, l'identification du transfert entre l'entrée v_2 qui représente la tension (dérivée du flux) et la sortie y_2 représentant le flux, on injecte un échelon de tension de 1V avec l'autre entrée nulle comme le traduit le schéma de la figure (3.10).

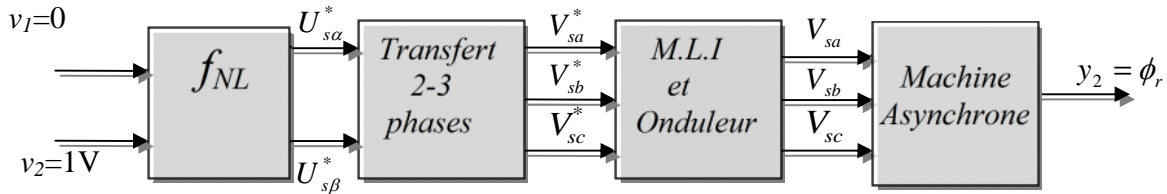


Figure (3-10): schéma utilisé pour l'identification du second transfert y_2/v_2

On vérifie si la sortie associée correspond à une intégration dont la pente est égale au gain statique du modèle (3-38).

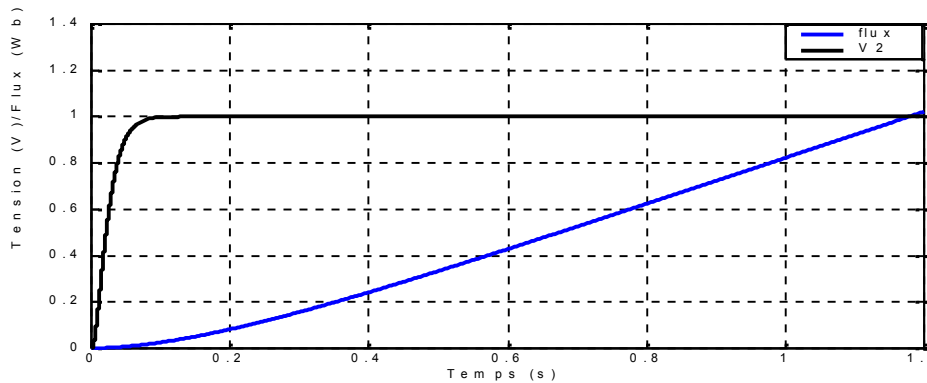


Figure (3-11) : Relevés pour l'identification de transfert y_2/v_2

On observe bien qu'à partir de la figure (3-11), le flux évolue en rampe, et la pente est donnée

par :

$$\frac{\Delta\phi_r}{\Delta T} = 0.99$$

La valeur obtenue pour la pente est proche de 1 correspondant au gain statique du modèle défini en (3-42), donc le modèle obtenu est du type intégrateur, confirmant bien la démarche de choix des nouvelles entrées.

On peut donc conclure que la C.R.N.L.T. linéarise et découple bien les transferts y_1/v_1 et y_2/v_2 . Le schéma de la commande en boucle ouverte peut être donc synthétiser par la figure (3-12) qui met en évidence les modèles (3-37) et (3-38) entre les nouvelles entrées et les sorties de la machine asynchrone.

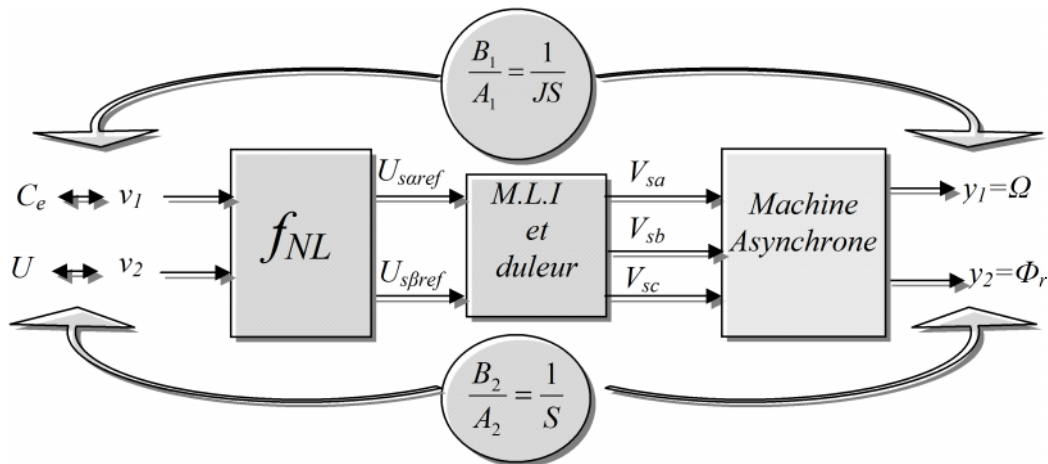


Figure (3-12): Fonctions de transfert pour la vitesse et le flux

3-4.3 Synthèse des correcteurs prédictifs RST

Nous avons vu que la commande de référence non linéaire en tension est entièrement calculée à partir de la connaissance du couple de référence en boucle ouverte, lui même défini sur la base des trajectoires planifiées. En boucle ouverte, la commande en tension est obtenue schématiquement par la figure (4-1). Nous avons vu qu'il s'écrivait:

$$C_{erefBo} = J\dot{y}_{1ref} + fy_{1ref}$$

(3-59)

Dans [26], le signal couple de référence en boucle fermé est pris égal comme étant la superposition du même signal en boucle ouverte déjà planifié avec le signal de commande issu du régulateur prédictif.

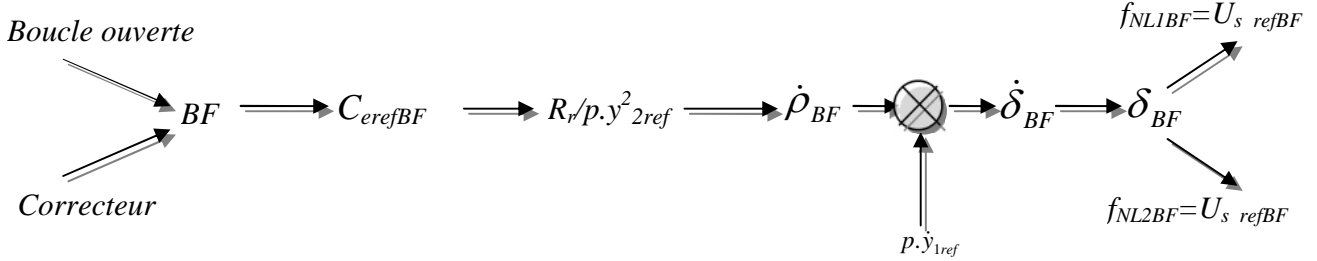


Figure (3-13) : Stratégie de bouclage sur la C.R.N.L.T

Donc, le couple en boucle fermée s'écrit sous la forme suivante:

$$C_{erefBF} = C_{erefBo} + v_{BFy1} \tag{3-60}$$

Où v_{BFy1} est la sortie de correcteur prédictif *RST*

3-4.3.1 Les structures finales des correcteurs prédictifs

Pour réaliser notre synthèse de correcteurs prédictifs, nous allons prendre l'équation de bouclage (3-60). Nous utilisons aussi les propriétés de linéarisation de la C.R.N.L.T pour le modèle de prédiction vitesse et flux. La fonction de transfert (ϕ/v_1) est régie par le modèle (3-41), et (ϕ_r/v_2) par le modèle (3-42).

La fonction de coût est déduite à partir de la GPC/MRM, avec introduction des signaux de références de la machine asynchrone dans le critère quadratique de la façon suivante:

➤ Critère quadratique pour la vitesse est alors d'écrite de la façon suivante :

$$J_{\Omega} = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\hat{y}_1(t+j) - y_{r1}(t+j))^2 + \lambda_1 \sum_{j=1}^{N_u} (\Delta u_1(t+j-1) - \Delta u_{r1}(t+j-1))^2 \tag{3-61}$$

$\hat{y}_1(t+j)$: sortie prédite pour la vitesse à l'instant t+j

$y_{r1}(t+j)$: trajectoire de référence pour la vitesse à l'instant t+j

$\Delta u_1(t+j-1)$: incrément de commande qui représente le couple de référence en boucle fermé à l'instant t+j-1

$\Delta u_{r1}(t + j - 1)$: incrément de commande qui représente le couple de référence en boucle ouverte à l'instant $t+j-1$

➤ Critère quadratique pour la vitesse est alors d'écrire de façon suivant :

$$J_{\phi_r} = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\hat{y}_2(t+j) - y_{r2}(t+j))^2 + \lambda_2 \sum_{j=1}^{N_u} (\Delta u_2(t+j-1) - \Delta u_{r2}(t+j-1))^2$$

(3-62)

Avec :

$\hat{y}_2(t + j)$: sortie prédite pour du flux à l'instant $t+j$

$y_{r1}(t + j)$: trajectoire de référence pour le flux à l'instant $t+j$

$\Delta u_{r2}(t + j - 1)$: incrément de commande qui est la dérivée de la référence flux à l'instant $t+j-1$

On déduit après la minimisation des deux critères les lois de commande suivantes:

$$u_1(t) = u_{r1}(t) + \frac{R_1(q^{-1})}{\Delta S_1(q^{-1})} (y_{r1}(t) - y_1(t))$$

(3-63)

$$u_2(t) = u_{r2}(t) + \frac{R_2(q^{-1})}{\Delta S_2(q^{-1})} (y_{r2}(t) - y_2(t))$$

(3-64)

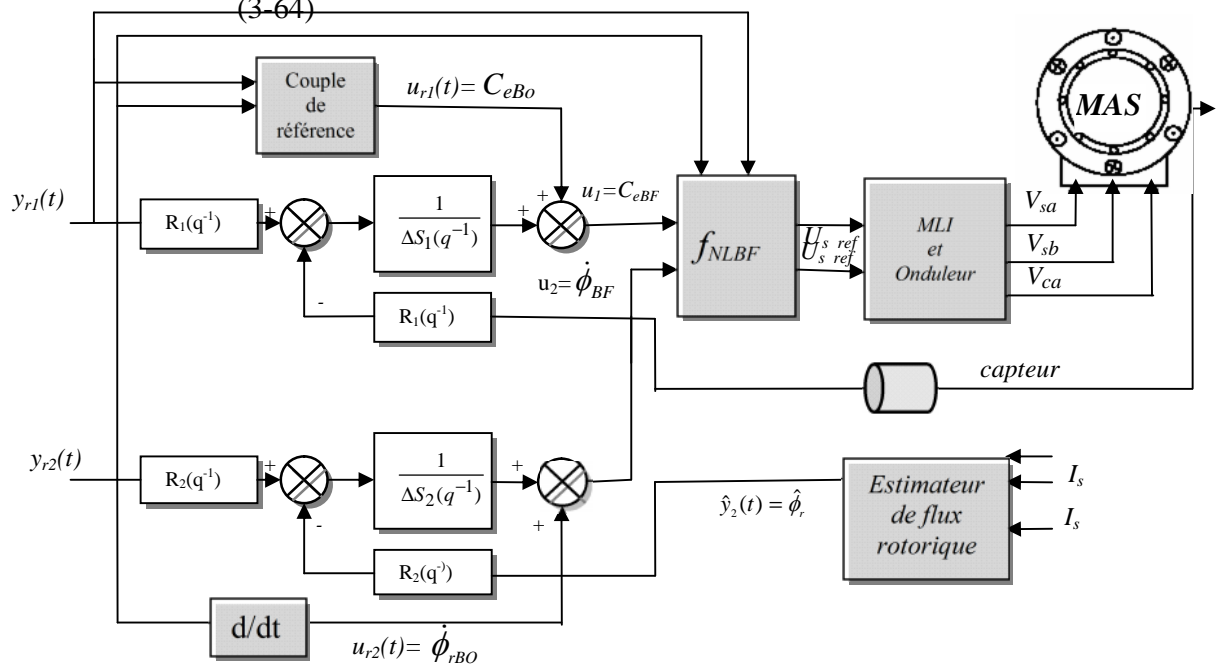


Figure (3-14): schéma bloc de la loi de commande GPC/C.R.N.L.T

3-4.3.2 Réglage des paramètres des correcteurs RST

Dans ce paragraphe, nous donnons les valeurs précises des quatre paramètres de réglage N_1, N_2, N_w pour la synthèse des polynômes R, S, T . Les réglages finaux donnés ont été obtenus en recherchant un compromis entre la stabilité du système et les marges de stabilité suffisantes c'est-à-dire la marge de gain et la marge de phase.

▪ Pour la vitesse

Le modèle discret de représentation est obtenu en calculant la transformation en Z avec bloqueur d'ordre zéro mène à la fonction de transfert discrète suivante:

$$F_1(q^{-1}) = q^{-1} \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})} = \frac{T_e \cdot q^{-1}}{J(1 - q^{-1})} \quad (3-65)$$

L'analyse fréquentielle à travers le tracé de la boucle ouverte corrigé dans le plan de Black est donnée par la figure (3-15) suivante

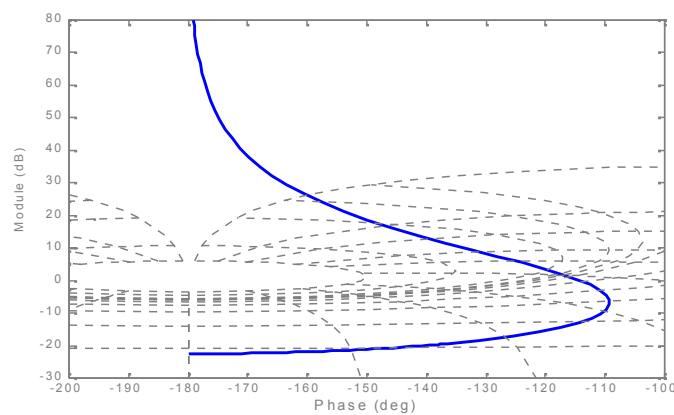


Figure (3-15) : Diagramme de black de la boucle ouverte corrigée pour la vitesse

Le choix du jeu de paramètres de réglage est effectué en recherchant des marges suffisantes garantissant la stabilité du système en boucle fermée. Pour le régulateur RST du transfert couple-vitesse le réglage retenu est le suivant:

| Paramètre | N_1 | N_2 | N_u | | MG | MP |
|-----------|-------|-------|-------|-----|------|------|
| Vitesse | 1 | 25 | 1 | 165 | 22 | 66 |

▪ **Pour le flux**

Le modèle discret de représentation est obtenu en calculant la transformation en Z avec bloqueur d'ordre zéro menant à la fonction de transfert discrète suivante:

$$F_2(q^{-1}) = q^{-1} \frac{B_2(q^{-1})}{A_2(q^{-1})} = \frac{T_e \cdot q^{-1}}{(1 - q^{-1})} \quad (3-66)$$

Le diagramme de black de la boucle ouverte corrigé est donné ci-dessous :

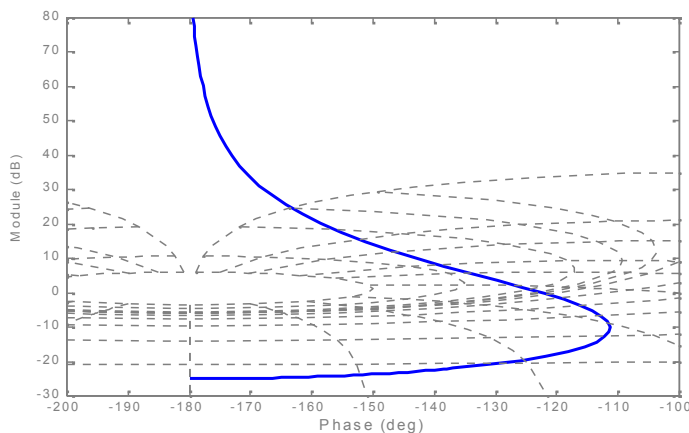


Figure (3-16) : Diagramme de black de la boucle ouvert corrigée pour le flux

Les valeurs des marges de stabilité pour le correcteur *RST* du flux sont données dans la table suivante :

| Paramètre | N_1 | N_2 | N_u | | MG | MP |
|-----------|-------|-------|-------|--------|------|------|
| Flux | 1 | 20 | 1 | 0.0272 | 25 | 58 |

3-4.4 Résultats de simulation

❖ **Régime de fonctionnement normal sans charge (à vide)**

La consigne vitesse à un profil trapézoïdal variable entre [73 : -73] rd/s filtrée ensuite par un filtre du second ordre ayant un coefficient d'amortissement égale 0.8 et une fréquence de coupure de 80 rad/s constituant ainsi la référence vitesse. Quant à la consigne flux, elle est prise autour de sa valeur nominale (1.14Wb) filtrée ensuite constituant ainsi la référence flux.

Les figures ci-dessous correspondent aux résultats de simulation de la commande C.R.N.L.T. associée aux régulateurs prédictifs *R,S,T*.

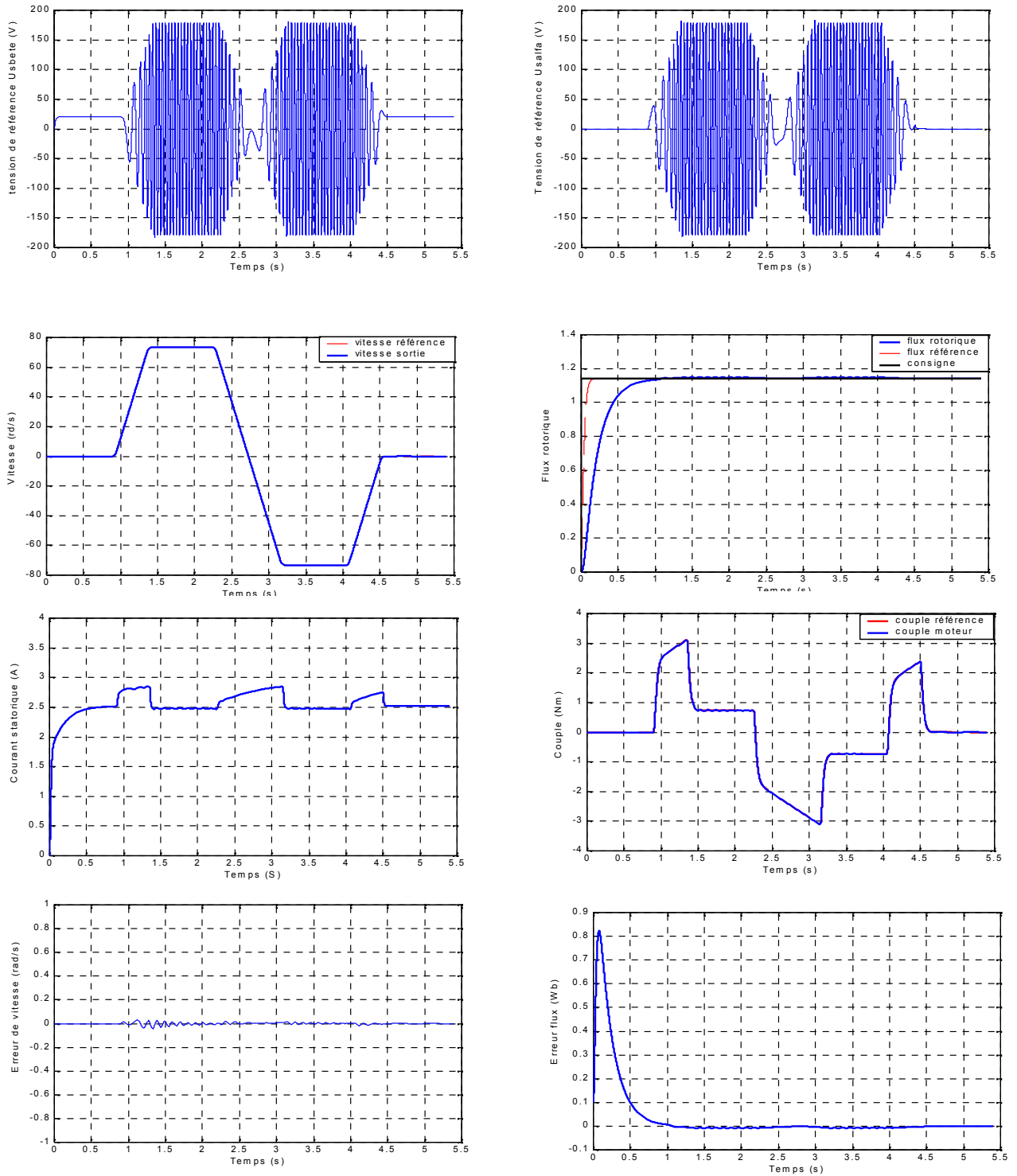


Figure (3-17): résultats de simulation de la commande GPC/C.R.N.L.T

Les remarques suivantes sont à souligner :

- ✓ La C.R.N.L.T. en boucle fermée se confirme comme étant fonction des sorties à contrôler (vitesse et flux) car l'enveloppe des tensions est un trapèze correspondant à la dynamique de la vitesse avec un flux constant (même profil de la tension que celui de la vitesse).
- ✓ La vitesse du moteur et sa référence sont parfaitement confondues, en effet, il suffit de comparer l'erreur de vitesse en boucle ouverte (Figure 3-3) avec celui en boucle fermée pour justifier l'utilisation du bouclage fermé (Figure 3-17).
- ✓ L'erreur de flux se trouve lui aussi nettement meilleur dans le cas du bouclage fermé par rapport à celui de la figure (3-3).
- ✓ La dynamique du couple électromagnétique est parfaitement confondue avec celle du couple de référence en boucle ouverte) malgré qu'on a pas utilisé une troisième boucle pour le couple.

❖ *Régime de désexcitation à vide*

Afin d'étendre les constatations faites aux résultats de simulation obtenus précédemment pour les régimes de fonctionnement normaux (vitesse moteur inférieure ou égale à la vitesse nominale) aux régimes de fonctionnement de survitesse, nous avons examiné un régime de désexcitation (défluxage de la machine) pour les vitesses au-delà de la vitesse nominale. Le profil choisi pour la vitesse est trapézoïdal toujours de valeur 73 rd/s pour l'intervalle [0.7 - 2.5]s et 160 rd/s pour le régime de défluxage dans l'intervalle [2.5 - 4.7] s. Les paramètres de réglage pour les boucles de vitesse et de flux sont les mêmes que ceux donnés auparavant. Les résultats de simulation sont donnés selon les figures (3-19) suivantes pour la vitesse, le flux, le couple, le courant statorique et les tensions. Notons que le moteur est sans charge (à vide). On a constaté ce qui suit :

- ✓ Une parfaite régulation de la vitesse tant pour le régime normal (73 rd/s) que pour le régime de défluxage (160 rd/s) justifiant ainsi l'utilisation de cette commande non linéaire en tension avec bouclage fermé.
- ✓ Lors du passage au régime de survitesse, les capacités intrinsèques du moteur font que le flux moteur subit une décroissance passant de 1.14Wb à 0.55 Wb avec de bonnes performances.

- ✓ Les couples moteur et de référence se trouvent même pour le régime de désexcitation en parfaite coïncidence puisque le couple de référence en boucle ouverte est défini sur la bases des trajectoires de vitesse planifiée.
- ✓ Le courant se trouve en image fidèle aux variations du couple.
- ✓ Le vecteur tension possède l'allure du profil de vitesse.

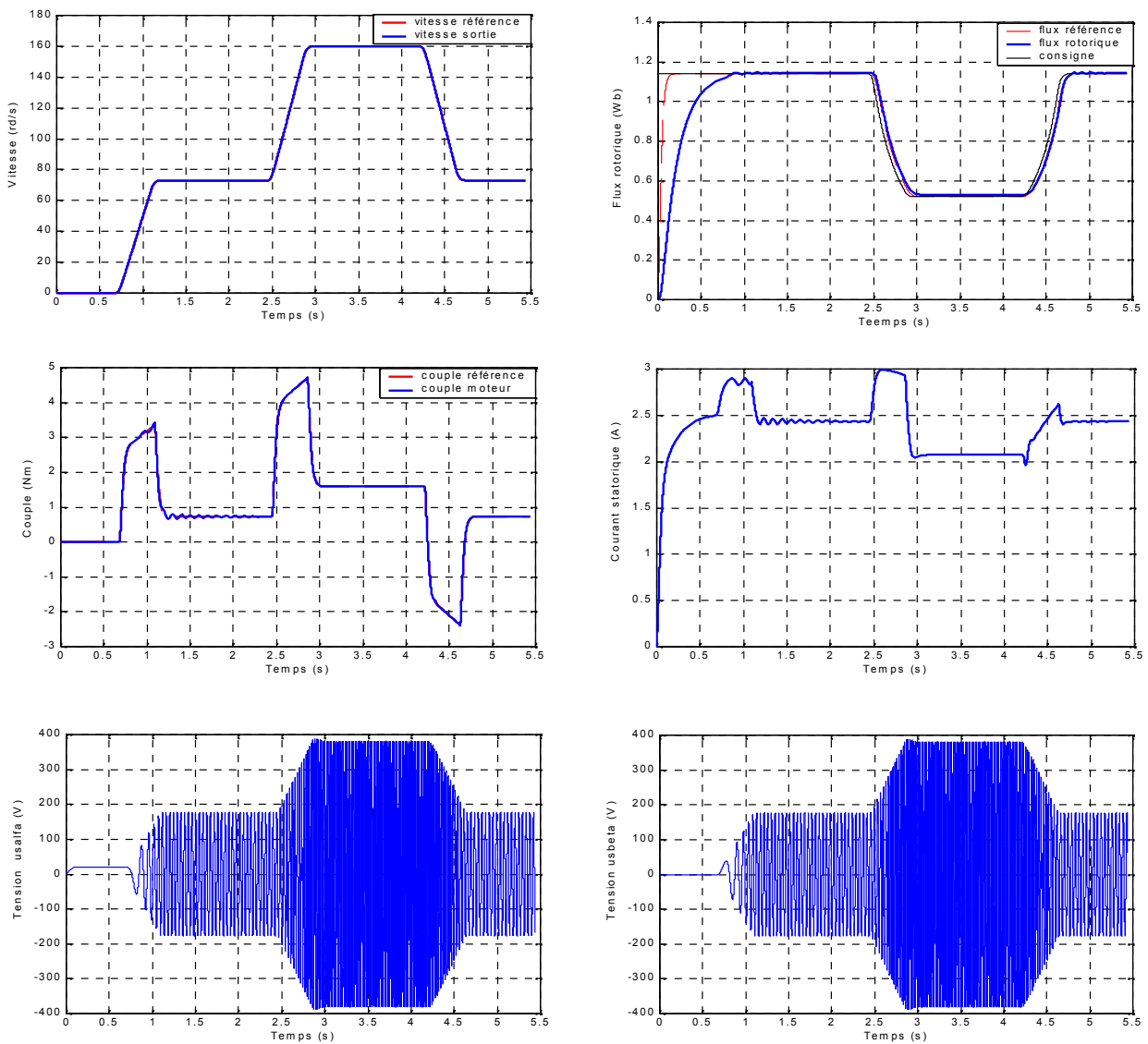


Figure (3-18) : Résultats de la commande GPC/C.R.N.L.T pour le régime de désexcitation

❖ *Robustesse de la C.R.N.L.T*

Le dernier test sera porté sur les variations paramétriques simultanées de la machine notamment les résistances et les inductances statorique et rotorique augmenté d'une sollicitation de couple de charge (perturbation externe). Les lois de variations de ces paramètres sont données selon les figures (3-19) suivantes :

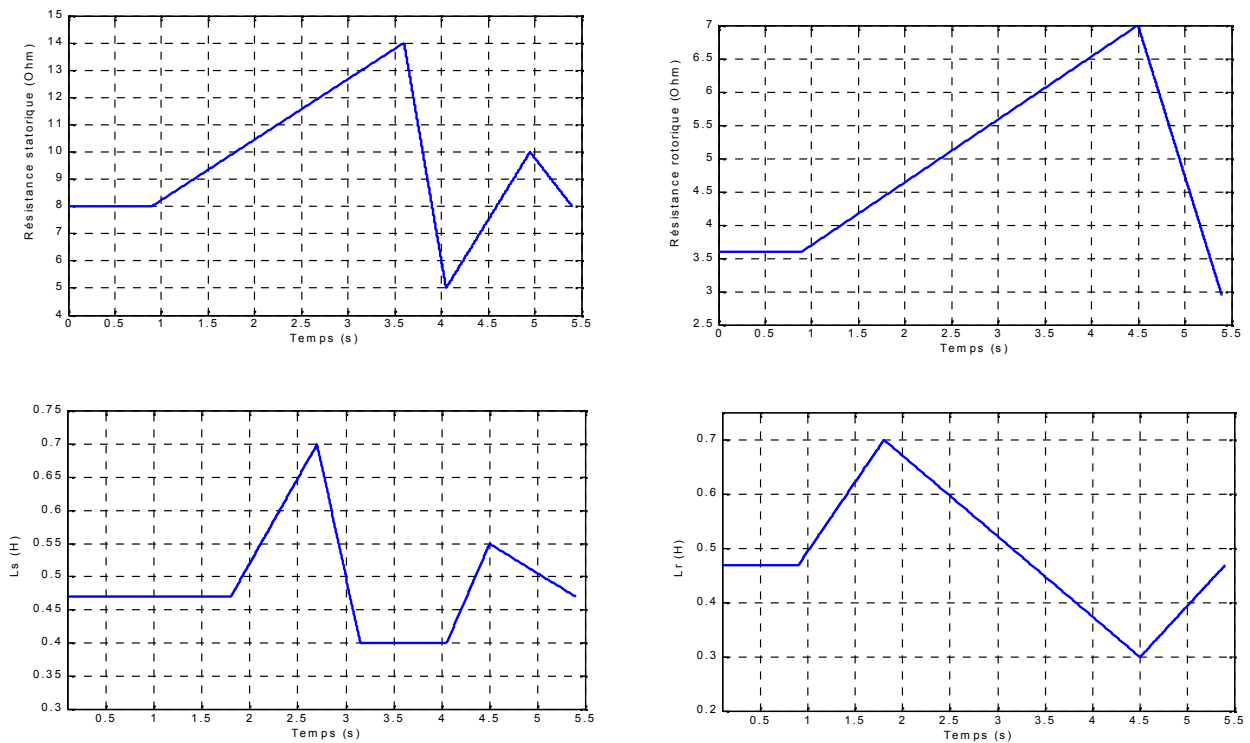
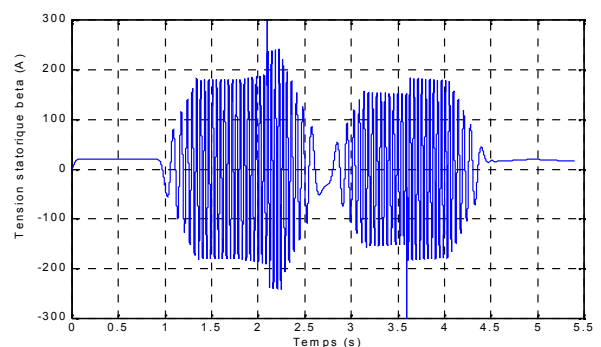
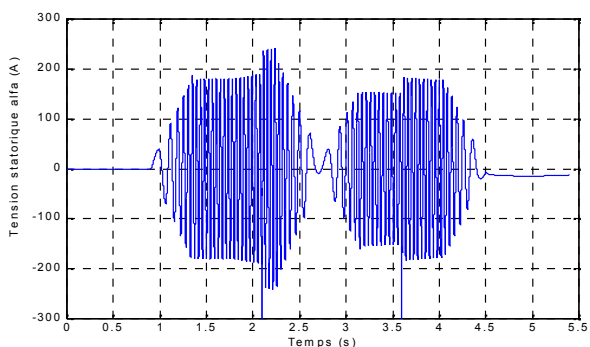
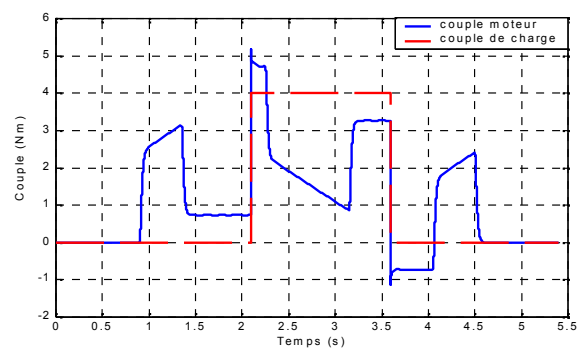
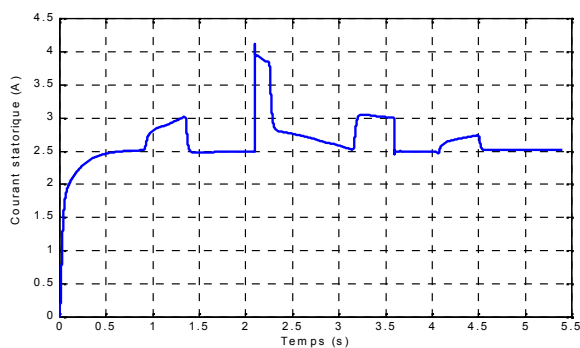
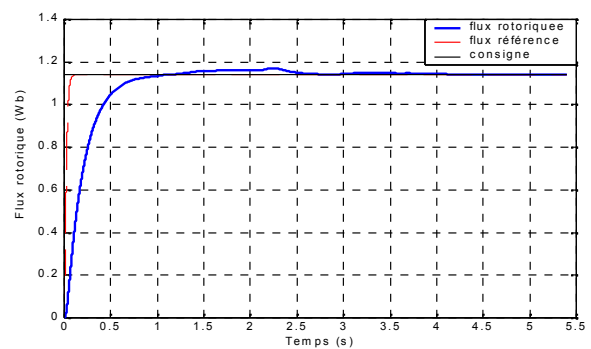
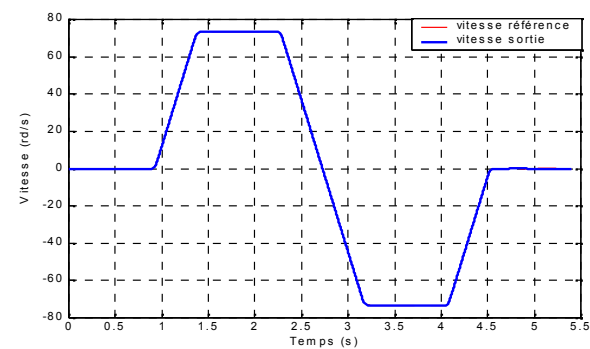


Figure (3-19): variations des paramètres de la machine.

La robustesse de notre commande est testée maintenant en présence des variations simultanées et sévères des paramètres de la machine (jusqu'à 100% des valeurs nominales) avec application de couple de charge lors d'un fonctionnement normal. Les résultats sont illustrés selon les figures (3-20). Les remarques suivantes méritent d'être soulignées :

- ✓ En observant l'erreur de vitesse, on remarque la légère différence par rapport au cas nominal (sans variations de paramètres) de la figure (3-17).
- ✓ L'erreur de flux est relativement significative par rapport au cas nominal
- ✓ L'effet des variations des paramètres et de la charge se reflète de manière grossière sur le couple ou on s'apercevait de l'erreur entre le couple de charge et le couple moteur dans la zone d'application de celui-ci.
- ✓ L'allure du courant confirme la constatation déjà faite auparavant affirmant une loi de variation fidèle au couple même lors de variation des paramètres.
- ✓ Les performances dynamiques et statiques du moteur sont très satisfaisantes justifiant ainsi l'utilisation de cette commande C.R.N.L.T. même en présence de variations paramétriques sévères.



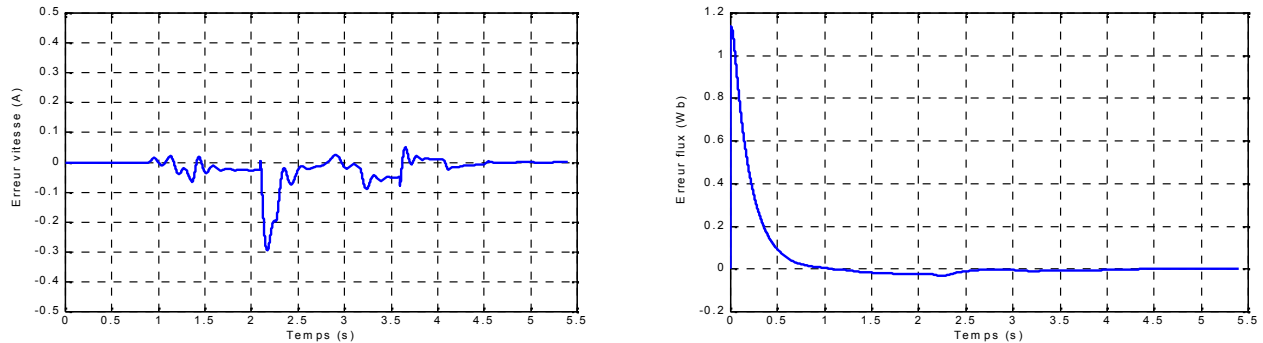


Figure (3-20): résultats de simulation de la commande GPC/C.R.N.L.T avec variation des paramètres de la machine et couple résistant.

3-5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons pu voir, la mise au point de la commande de référence non linéaire en tension, à partir de la planification des trajectoires de références de la vitesse et du flux rotorique. La commande en tension est déterminée uniquement en fonction des sorties choisies pour l'objectif de commande (vitesse et flux). En effet, la démarche d'écrire tout l'état en fonction des sorties planifiée permet de résumer le comportement du système par le profil des trajectoires de références.

Nous avons vu que la commande de référence non linéaire en tension est entièrement calculée à partir de la connaissance du couple de référence en boucle ouverte, lui même défini sur la base des trajectoires planifiées.

Pour la stabilisation autour des trajectoires, une synthèse de loi de la commande prédictive à modèles de référence multiples est utilisée pour l'obtention de meilleures performances dynamiques et pour une meilleure poursuite de trajectoires.

La synthèse prédictive associée à la C.R.N.L.T. permet d'exploiter pleinement d'une part la planification des signaux de référence (expression des critères quadratiques), et d'autre part les modèles issus des propriétés de linéarisation entrée-sortie. Les correcteurs prédictifs R, S, T obtenus sont alors définis hors ligne, d'où un temps de calcul de la boucle temps réel considérablement réduit.

De nombreux tests ont été effectués témoignant de la qualité (performances) de cette technique de commande dans les différents régimes de fonctionnement du moteur d'une part et d'autre part de sa robustesse en présence de variations paramétriques et de charge sévères. La démarche suivie ici avec entrée en tension peut être obtenue avec des entrées en courant, qui fera l'objet du chapitre prochain.

Chapitre 4

Application de la commande non linéaire en courant à la machine à induction

4-1 Introduction

Il à été montré lors d'une implantation de la commande non linéaire en tension que cette commande souffre de certaines insuffisances [26] telle que le couplage des boucles de courants aux basses vitesses et la sensibilité de cette commande à cause des défauts de l'onduleur de tension qui sont significatifs (temps morts du à la commutation des composants : lorsque l'interrupteur du haut du bras de l'onduleur se ferme, celui du bas du bras s'ouvre instantanément, or en pratique il y'a un temps de retard appelé temps mort qui introduit une distorsion sur les signaux envoyés par l'onduleur) sur la dynamique de la boucle. La commande en courant est une alternative intéressante pour surmonter les problèmes rencontrés avec la commande en tension du moment que les composantes du courant sont corrigées avant d'être transformées en tension, alors que le problème des temps morts de l'onduleur de tension ne se posent plus avec l'onduleur de courant (à cause de l'inductance de l'onduleur ayant une grande valeur) et cela malgré la contrainte économique qui fait que l'onduleur de courant est peu utilisé dans la pratique (les onduleurs de courants sont plus sécuritaires puisque ils intègrent une limitation de courant, une gage de protection en cas de courts-circuits au niveau de la machine [16]).

Dans ce chapitre, une extension de la commande de référence non linéaire sera appliquée à la machine à induction avec une alimentation en courant (commande de référence non linéaire en courant C.R.N.L.C.). D'abord il faut s'assurer de la platitude de la machine avec ce type d'alimentation avant d'appliquer la commande de linéarisation entrée-sortie de la même manière que précédemment en prenant comme vecteur de sortie la vitesse et le flux rotorique. Une fois la loi de commande en boucle ouverte est définie, l'association avec les contrôleurs prédictifs en bouclage fermé est mise en œuvre justifiant l'utilisation de cette technique de commande.

4-2 Commande de référence non linéaire en courant (C.R.N.L.C)

À partir de la modélisation deux phases présentée au premier chapitre, nous mettons en évidence la possibilité de remonter à la commande de référence non linéaire en courant c'est-à-dire que l'entrée de la machine correspond aux deux composantes du vecteur courant $(u_1, u_2) = (I_{sd}, I_{sq})$ et les composantes d'état $(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r}, \frac{\phi_{rq}}{L_r}, \Omega \right)$, alors que le vecteur de sortie est:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega \\ \frac{\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2}{L_r^2} \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

Le modèle complet de la machine pour la commande en courant dans le repère $(d-q)$ tournant s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\phi}_{rd}}{L_r} &= -\frac{1}{T_r} \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} I_{sd} \right) + (\omega_s - p\Omega) \frac{\phi_{rq}}{L_r} \\ \frac{\dot{\phi}_{rq}}{L_r} &= -\frac{1}{T_r} \left(\frac{\phi_{rq}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} I_{sq} \right) - (\omega_s - p\Omega) \frac{\phi_{rd}}{L_r} \\ \dot{\Omega} &= p \frac{L_m}{J} \left(\frac{\phi_{rd}}{L_r} I_{sq} - \frac{\phi_{rq}}{L_r} I_{sd} \right) - \frac{f}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \quad (4-2)$$

Que l'on peut écrire sous la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{x_1}{T_r} + \frac{K}{T_r} u_1 + w_r x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{x_2}{T_r} + \frac{K}{T_r} u_2 - w_r x_1 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{x_3}{\Gamma} + \frac{pL_m}{J} (x_1 u_2 - x_2 u_1) - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \quad (4-3)$$

Avec
$$[x_1, x_2, x_3]^T = \left[\frac{\phi_{rd}}{L_r}, \frac{\phi_{rq}}{L_r}, \Omega \right]^T, \quad K = \frac{L_m}{L_r}, \quad \Gamma = \frac{J}{f}$$

Le but est d'abord de s'assurer de la platitude de la MAS alimentée en courant et d'exploiter cette modélisation par la suite pour obtenir la commande de référence non linéaire en courant .

▪ Platitude de la machine

La propriété de platitude d'un système est une notion relativement récente en automatique qui a été proposée et développée, à partir de 1992, par M. Fliess, J. Lévine, P. Martin et P. Rouchon. Cette propriété, qui permet de paramétrer de façon très simple le comportement dynamique d'un système, est basée sur la mise en évidence d'un ensemble de variables fondamentales du système appelés *sorties plates*. Ce point de vue, comme nous allons le voir, a de multiples et intéressantes conséquences sur la commande des systèmes.

Un système est dit *différentiellement plat* s'il existe un vecteur y appelé *sortie plate* tel que :

- Les variables d'état x et la commande u s'expriment en fonction de la sortie y et d'un

nombre fini de ses dérivées.

$$\begin{cases} x = \psi_1(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots) \\ u = \psi_2(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots) \end{cases}$$

(4-4)

- La sortie *plate* y s'exprime aussi en fonction des variables d'état x , du vecteur de commande u , et d'un nombre fini des dérivées de cette commande.

$$y = \psi_3(x, u, \dot{u}, \dots)$$

(4-5)

L'intérêt de la platitude d'un système non linéaire c'est qu'elle permet d'apporter une solution au problème de poursuite de trajectoires (vouloir faire suivre à certaines variables du système une loi d'évolution) où d'imposer la dynamique au procédé par l'intermédiaire d'une commande plate correspondant à l'inverse du système (à partir des sorties on remonte aux commandes).

Pour obtenir la platitude de ce modèle, on dérive les sorties y_1 et y_2 par rapport au temps :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -\frac{y_1}{\Gamma} + \frac{pL_m}{J}(x_1u_2 - x_2u_1) - \frac{C_r}{J} \\ \dot{y}_2 &= -\frac{2}{T_r}y_2 + \frac{2K}{T_r}(x_2u_2 + x_1u_1) \end{aligned}$$

(4-6)

Donc:

$$\dot{y}_1 + \frac{y_1}{\Gamma} + \frac{C_r}{J} = -\frac{pL_m}{J} x_2 u_1 + \frac{pL_m}{J} x_1 u_2$$

$$\frac{1}{2} \dot{y}_2 + \frac{y_2}{T_r} = \frac{K}{T_r} x_1 u_1 + \frac{K}{T_r} x_2 u_2$$

(4-7)

On déduit les composantes de la commande (u_1, u_2) à partir des deux équations précédentes :

$$u_1 = -\frac{JT_r}{pL_m Ky_2} \left(\frac{K}{T_r} x_2 \left(\dot{y}_1 + \frac{y_1}{\Gamma} + \frac{C_r}{J} \right) - \frac{pL_m}{J} x_1 \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2}{T_r} \right) \right)$$

(4-8)

$$u_2 = -\frac{JT_r}{pL_m Ky_2} \left(-\frac{K}{T_r} x_1 \left(\dot{y}_1 + \frac{y_1}{\Gamma} + \frac{C_r}{J} \right) - \frac{pL_m}{J} x_2 \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2}{T_r} \right) \right)$$

(4-9)

En exprimant les variables d'état figurants dans les relations (4-8) et (4-9) en fonction des sorties et d'un nombre fini de leur dérivées, en dérivant premièrement les équations (4-6) on obtient :

$$\ddot{y}_1 = -\frac{\dot{y}_1}{\Gamma} + \frac{pL_m}{J} (x_1 \dot{u}_2 - x_2 \dot{u}_1) - \frac{pL_m}{JT_r} (x_1 u_2 - x_2 u_1) + \frac{pL_m}{J} (x_2 u_2 + x_1 u_1) w_r$$

(4-10)

$$\ddot{y}_2 = -\frac{2\dot{y}_2}{T_r} + \frac{2K}{T_r} \left((x_1 \dot{u}_1 + x_2 \dot{u}_2) - (x_2 u_2 + x_1 u_1) + \frac{K}{T_r} (u_1^2 + u_2^2) - (x_1 u_2 - x_2 u_1) w_r \right)$$

(4-11)

Avec les deux équations de commande (4-8) et (4-9), on déduit

$$u_1^2 + u_2^2 = \left(\frac{JT_r}{pL_m Ky_2} \right)^2 \left(\left(\frac{K}{T_r} \left(\dot{y}_1 + \frac{y_1}{\Gamma} + \frac{C_r}{J} \right) \right)^2 + \left(\frac{pL_m}{J} \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2}{T_r} \right) \right)^2 \right) y_2$$

(4-12)

$$x_1 u_1 + x_2 u_2 = \frac{T_r}{K} \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2}{T_r} \right)$$

(4-13)

$$x_1 u_2 - x_2 u_1 = \frac{J}{pL_m} \left(\dot{y}_1 + \frac{y_1}{\Gamma} + \frac{C_r}{J} \right)$$

(4-14)

En dérivant les commande u_1 et u_2 et avec les équations d'état on peut déduire :

$$x_1 \dot{u}_1 + x_2 \dot{u}_2 = \left(\frac{A}{\Delta} + b_1 \right) x_1^2 + \left(a_2 - \frac{E}{\Delta} \right) x_2^2 + \left(b_2 + \frac{B}{\Delta} + a_1 - \frac{D}{\Delta} \right) x_1 x_2$$

(4-15)

$$x_1 \dot{u}_2 - x_2 \dot{u}_1 = \left(a_1 - \frac{D}{\Delta} \right) x_1^2 + \left(b_2 + \frac{B}{\Delta} \right) x_2^2 + \left(a_2 - \frac{E}{\Delta} - b_1 - \frac{A}{\Delta} \right) x_1 x_2$$

(4-16)

En remplaçant les cinq équations précédentes dans les deux équations (4-10) et (4-11) et avec la seconde composante du vecteur de sortie $y_2 = x_1^2 + x_2^2$ on peut finalement déduire :

$$\begin{aligned} A_1(y, \dot{y}, \ddot{y}) &= -B_1(y, \dot{y}, \ddot{y})x_2^2 + \gamma_1(y, \dot{y}, \ddot{y})x_1x_2 \\ A_2(y, \dot{y}, \ddot{y}) &= -B_2(y, \dot{y}, \ddot{y})x_2^2 + \gamma_2(y, \dot{y}, \ddot{y})x_1x_2 \end{aligned}$$

(4-17)

Les termes $A, B, C, D, E, A_1, B_1, A_2, B_2, \Delta, a_1, b_1, a_2, b_2$ sont donnés en annexe.

On a donc formulé l'état complet du système en fonction des sorties choisies :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = \left(\frac{A_2 (pL_m T_r)^2 B_2 - A_1 B_1 4J^2 \tau^2}{(pL_m T_r)^2 B_2^2 + B_1^2 4J^2 \tau^2} \right)^{1/2} \\ x_2 = (y_2 - x_2^2)^{1/2} \\ x_3 = y_1 \end{array} \right.$$

(4-18)

Alors :

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1(y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ddot{y}_1, \ddot{y}_2) \\x_2 &= f_2(y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ddot{y}_1, \ddot{y}_2) \\x_3 &= y_1\end{aligned}\tag{4-19}$$

Finalement la commande en courant est exprimée aussi en fonction des sorties choisies et d'un nombre fini de leurs dérivées :

$$\begin{aligned}u_1 &= f_3(y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ddot{y}_1, \ddot{y}_2) \\u_2 &= f_4(y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ddot{y}_1, \ddot{y}_2)\end{aligned}\tag{4-20}$$

On peut donc conclure que le fait de choisir les sorties et les variables d'état comme précédemment permet de s'assurer de la platitude de la machine lors d'une commande en courant et au détriment d'un calcul très lourd.

Dans [26], l'auteur propose une autre approche pour vérifier la platitude de la machine avec une expression simple en exprimant les états x_1 et x_2 à partir du flux rotorique sous sa forme complexe. La méthode suggère d'orienter la totalité du flux rotorique selon l'axe direct 'd'.

Le flux rotorique peut être exprimé dans le repère (d, q) tournant par l'expression vectorielle suivante :

$$\bar{\phi}_r = \phi_{rd} + j\phi_{rq} = \phi_r e^{j(p\theta + \theta_r)} \cdot e^{-j\theta_s} = \phi_r e^{j(p\theta + \theta_r)} \cdot e^{-j(p\theta + \theta_r)} = c^{ste}$$

Alors :

$$\begin{cases} \phi_{rd} = \phi_r \\ \phi_{rq} = 0 \end{cases}\tag{4-21}$$

Les composantes de vecteur d'état sont alors :

$$x_1 = \frac{\phi_{rd}}{L_r} = \frac{\phi_r}{L_r} \quad (4-22)$$

$$x_2 = \frac{\phi_{rq}}{L_r} = 0 \quad (4-23)$$

La sortie y_2 peut être exprimée en fonction du flux rotorique comme suit :

$$y_2 = \frac{\phi_r^2}{L_r^2} = \frac{\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2}{L_r^2} = \frac{\phi_{rd}^2}{L_r^2} \quad (4-24)$$

Les équations (4-22) et (4-23) permettent d'exprimer les états de la façon suivante :

$$x_1 = \sqrt{y_2}$$

$$x_2 = 0 \quad (4-25)$$

En remplaçant les équations (4-25) dans les équations (4-8) et (4-9), on obtient :

$$u_1 = -\frac{JT_r}{pKL_m y_2} \left(-\frac{pL_m}{J} \sqrt{y_2} \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2}{T_r} \right) \right) \quad (4-26)$$

$$u_2 = -\frac{JT_r}{pKL_m y_2} \left(-\frac{K}{T_r} \sqrt{y_2} \left(\dot{y}_1 + \frac{y_1}{k} \right) \right) \quad (4-27)$$

En développant les équations ci-dessus à l'aide des équations (4-25) on obtient alors les expressions finales de u_1 et u_2 :

$$u_1 = I_{sd} = -\frac{JL_r^2}{pL_m^2 R_r} \cdot \frac{1}{y_2} \left(-\frac{pL_m}{J} \sqrt{y_2} \left(\frac{\dot{y}_2}{2} + \frac{y_2 \cdot R_r}{L_r} \right) \right) = \frac{L_r \cdot \dot{\phi}_r}{L_m \cdot R_r} + \frac{\phi_r}{L_m} \quad (4-28)$$

$$u_2 = I_{sq} = -\frac{JL_r^2}{pL_m^2 R_r} \cdot \frac{1}{y_2} \left(-\frac{L_m R_r}{L_r^2} \sqrt{y_2} \left(\dot{y}_1 + \frac{f y_1}{J} \right) \right) = \frac{L_r}{pL_m \phi_r} (J\dot{\Omega} + f\Omega)$$

(4-29)

Remarques:

- ✓ Dans les équations (4-28) et (4-29), la définition de la platitude est vérifiée car aucune intégration n'apparaît dans les expressions des composantes du vecteur d'état ni dans celles des commandes.
- ✓ La commande (4-28) et (4-29) est plus simple que celle (4-8) et (4-9), et par conséquent exploitable pour une commande temps réel.

Du moment qu'on travaille dans le repère $(d-q)$ tournant, il faut exprimer l'angle θ_s (position du repère tournant par rapport au stator), et pour cela on utilise les équations suivantes :

$$I_{rd} = -\frac{1}{R_r} (\dot{\phi}_{rd} - \omega_s \phi_{rq})$$

(4-30)

$$I_{rq} = -\frac{1}{R_r} (\dot{\phi}_{rq} + \omega_r \phi_{rd})$$

(4-31)

En remplaçant les équations (4-22) dans (4-30) et (4-31), on obtient :

$$I_{rd} = -\frac{1}{R_r} \dot{\phi}_r$$

(4-32)

$$I_{rq} = -\frac{1}{R_r} \omega_r \phi_r$$

(4-33)

A partir de l'équation mécanique :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = -p\Im[\phi_r^* \cdot I_r] - f\Omega$$

(4-34)

Le schéma de commande C.R.N.L.C. nécessite dans le bloc "transformation entre I_{sdq} et U_{sdq} " deux régulateurs PI pour corriger et transformer les courants en tensions.

4-3.1 Synthèse des correcteurs P.I des boucles de courants

On considère les équations du système pour les variables I_{sd} et I_{sq} dans le repère (d,q) tournant:

$$\frac{dI_{sd}}{dt} = -\gamma \cdot I_{sd} + \omega_s I_{sq} + \frac{k}{T_r} \phi_{rd} + p\Omega k \phi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sd} \quad (4-39)$$

$$\frac{dI_{sq}}{dt} = -\gamma \cdot I_{sq} - \omega_s I_{sd} + \frac{k}{T_r} \phi_{rq} - p\Omega k \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sq} \quad (4-40)$$

A partir de ces deux équations, on remarque que les tension U_{sd} et U_{sq} influent à la fois sur I_{sd} et I_{sq} . Il est donc nécessaire de réaliser un découplage. Nous utilisons dans notre travail le découplage par compensation [36].

4-3.2 Principe du découplage par compensation

Le principe de découplage revient à définir deux nouvelles variables de commande U_{sd1} et U_{sq1} tel que U_{sd1} n'agit que sur I_{sd} et U_{sq1} que sur I_{sq} .

Définissons deux nouvelles variables de commande U_{sd1} et U_{sq1} comme suit [15] :

$$\begin{cases} U_{sd} = U_{sd1} - e_{sd} \\ U_{sq} = U_{sq1} - e_{sq} \end{cases} \quad (4-41)$$

Avec

$$e_{sd} = \sigma L_s \omega_s I_{sq} + \sigma L_s \frac{k}{T_r} \phi_{dr} + \sigma L_s p\Omega \phi_{qr} \quad (4-42)$$

$$e_{sq} = -\sigma L_s \omega_s I_{ds} + \sigma L_s \frac{k}{T_r} \phi_{qr} - \sigma L_s p \Omega \phi_{dr}$$

(4-43)

On a donc un nouveau système :

$$U_{sd1} = \sigma L_s \gamma I_{sd} + \sigma L_s \frac{dI_{sd}}{dt}$$

(4-44)

$$U_{sq1} = \sigma L_s \gamma I_{sq} + \sigma L_s \frac{dI_{sq}}{dt}$$

(4-45)

A partir de la transformation de Laplace nous obtenons la reconstruction suivante :

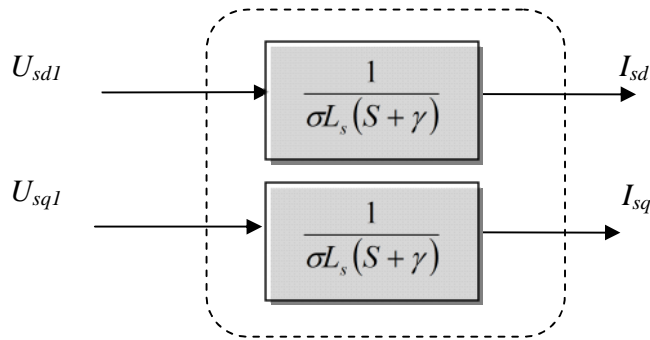


Figure (4-2): représentation du découplage

4-3.3 Schémas de simulation de la compensation

Nous présentons les blocs de compensation comme suit:

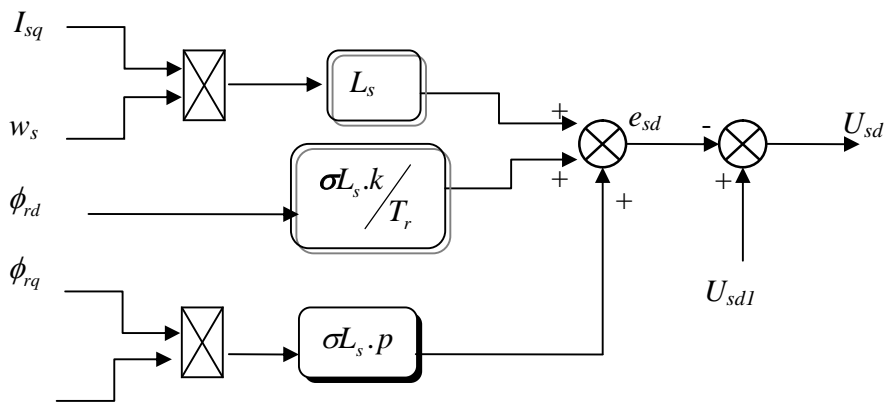


Figure (4-3) : Bloc de compensation e_{sd}

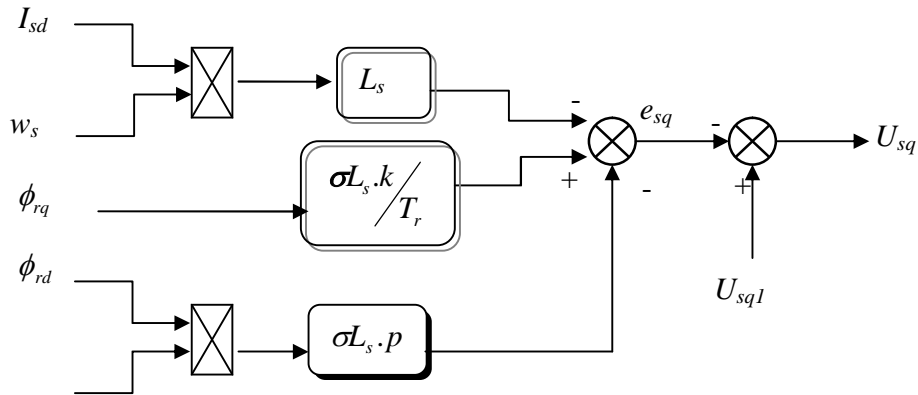


Figure (4-4) : Bloc de compensation e_{sq}

Utilisons un régulateur proportionnel- intégral (PI) représenté par la Figure (4-5):

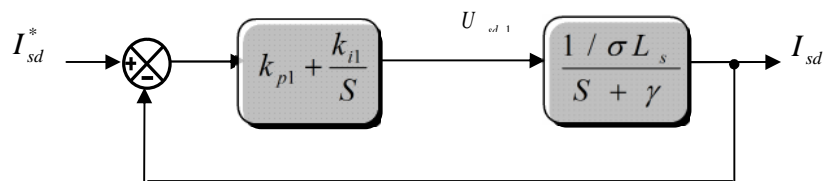


Figure (4-5) : Schéma de la régulation du courant I_{sd}

La fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par :

$$\frac{I_{sd}(S)}{I_{sd}^*(S)} = \frac{\left(k_{p1} + \frac{k_{i1}}{S}\right) \left(\frac{1}{\sigma L_s (S + \gamma)}\right)}{1 + \left(k_{p1} + \frac{k_{i1}}{S}\right) \left(\frac{1}{\sigma L_s (S + \gamma)}\right)} = \frac{(1 + \tau_1 S)}{1 + \left(\frac{\sigma L_s \gamma}{k_{i1}} + \tau_1\right) S + \frac{\sigma L_s}{k_{i1}} S^2} \quad (4-46)$$

Avec : $\tau_1 = \frac{K_{p1}}{K_{i1}}$

Cette fonction de transfert possède une dynamique du deuxième ordre. En identifiant le

dénominateur à la forme canonique $\left(1 + \frac{2}{0} S + \frac{1}{0} S^2\right)$, on aura :

$$\begin{cases} \frac{\sigma L_s}{k_{i1}} = \frac{1}{\omega_0^2} \\ \frac{\sigma L_s \gamma}{k_{i1}} + \tau_1 = \frac{2\xi}{\omega_0} \end{cases}$$

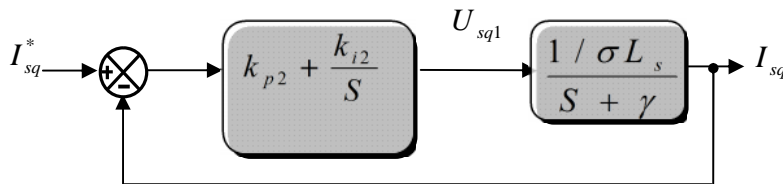
(4-47)

on obtient :

$$\begin{cases} k_{p1} = \tau_1 \cdot k_{i1} \\ k_{i1} = \frac{4 \cdot \sigma L_s}{\tau_1^2} \cdot \xi^2 \end{cases}$$

(4-48)

tel que : $\tau_1 = \frac{t_{rep1}(5\%)}{3}$

Avec les mêmes étapes, on déduit l'expression de k_{i2} et k_{p2} :**Figure (4-6) :** Schéma de la régulation du courant I_{sq}

on obtient finalement:

$$\begin{cases} k_{p2} = \tau_2 \cdot k_{i2} \\ k_{i2} = \frac{4 \cdot \sigma L_s}{\tau_2^2} \cdot \xi^2 \end{cases}$$

(4-49)

tel que : $\tau_2 = \frac{t_{rep2}(5\%)}{3}$

4-4 Résultats de simulation C.R.N.L.C en boucle ouverte

Les trajectoires pour la vitesse et le flux sont celles utilisées pour la commande en tension. Notons que l'on réalise ici un asservissement sur les grandeurs I_{sd}^* et I_{sq}^* . En effet, les

courants de référence dans ce repère sont des grandeurs constantes au régime permanent, ce qui est moins difficile à réguler que les courants $I_{s\alpha}^*$ et $I_{s\beta}^*$ qui sont des grandeurs sinusoïdales au régime permanent.

Comme nous l'avons vu pour la C.R.N.L.T., on retrouve également l'enveloppe du trapèze de vitesse sur les composantes en tension $u_{s\alpha}^*$ et $u_{s\beta}^*$ obtenues à partir d'une rotation d'angle θ_s planifié.

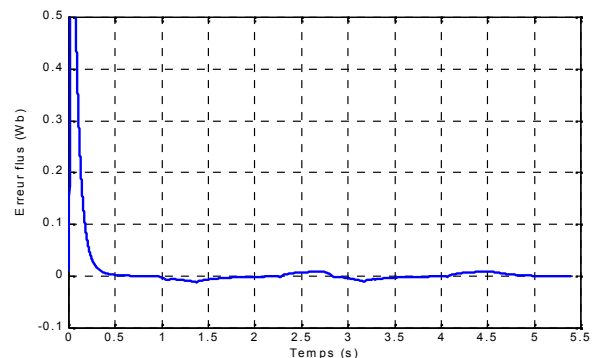
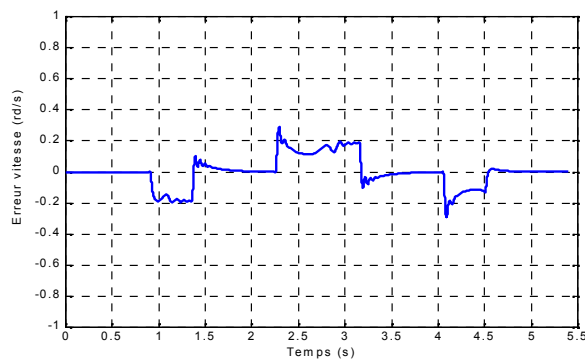
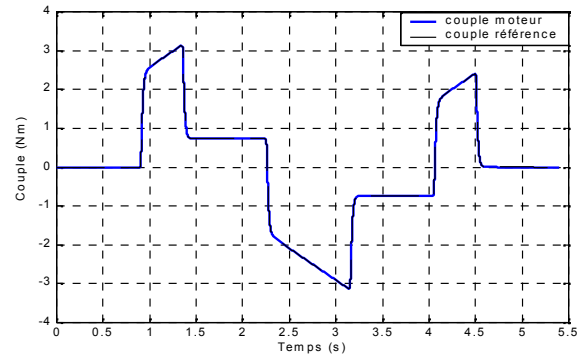
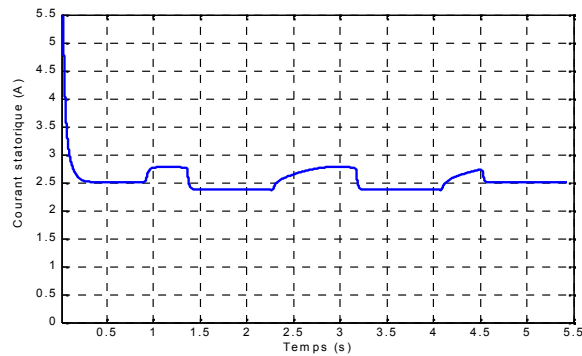
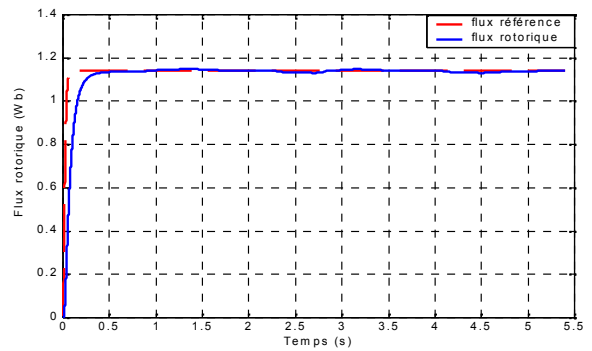
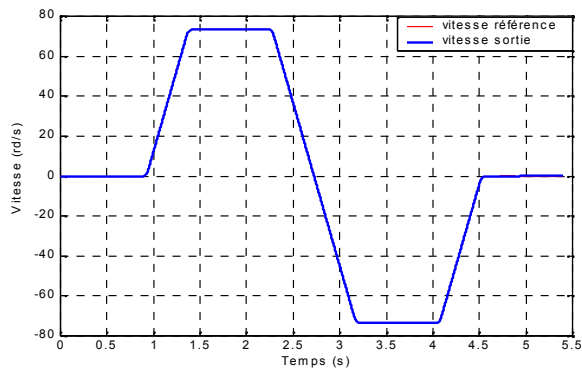
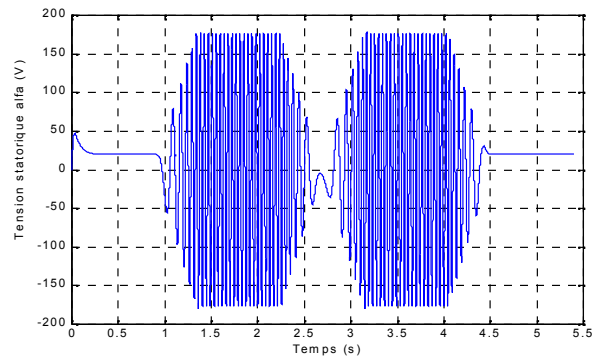
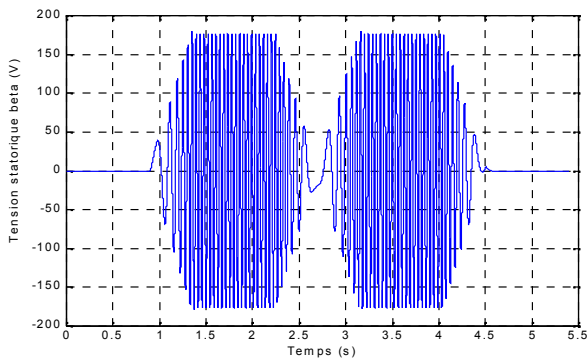


Figure (4-7): Résultats de simulation de la commande C.R.N.L.C

D'après les figures précédentes, les performances sont dorénavant et déjà satisfaisantes (bon suivi de trajectoires) malgré que la commande est en boucle ouverte, est cela grâce aux trois points suivants:

- ✓ Commande de référence en courant avec courants planifiés
- ✓ Asservissement des courants sur des grandeurs constantes au régime permanent.
- ✓ Calcul des composantes en tension $u_{s\alpha}^*$ et $u_{s\beta}^*$ utilisant l'angle θ_s planifié.

4-5 Commande de référence Non linéaire en bouclage fermé

Nous avons vu que la commande de référence non linéaire en courant est entièrement calculée comme pour la commande en tension à partir de la connaissance du couple de référence en boucle ouverte (relation (4-28), alors la même stratégie de stabilisation prédictive définie pour la commande en tension peut être aussi associée à la commande en courant.

A partir des deux équations (4 -28), (4 -29) de la commande en courant, le bouclage sera donné par les deux équations suivantes:

$$I_{sdBF}^* = \frac{L_r}{L_m \cdot R_r} u_2 + \frac{1}{L_m} y_{ref2} \quad (4-50)$$

$$I_{sqBF}^* = \frac{L_r}{pL_m \cdot y_{ref2}} (u_1 + f \Omega_{ref}) \quad (4-51)$$

Avec u_1 et u_2 sont directement les signaux de commande en boucle fermé définis de la manière suivantes:

$$u_1 = J\dot{\Omega} + v_{BFy1} \quad (4-52)$$

$$u_2 = \dot{y}_{ref2} + v_{BFy2} \quad (4-53)$$

avec v_{BFy1} , v_{BFy2} sont les sorties des correcteurs prédictifs. Dans le cadre du GPC/MRM on peut obtenir les signaux de commande des régulateurs *RST* à partir des critères quadratiques avec introduction des signaux de références de la machine dans ces critères de la façon suivantes :

- ✓ Critère quadratique pour la vitesse est alors d'écrire de façon suivant :

$$J_{\Omega} = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\hat{y}_1(t+j) - y_{r1}(t+j))^2 + \lambda_1 \sum_{j=1}^{N_u} (\Delta u_1(t+j-1) - \Delta u_{r1}(t+j-1))^2$$

(4-54)

- ✓ Critère quadratique pour le flux est alors d'écrire de façon suivant :

$$J_{\phi_r} = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\hat{y}_2(t+j) - y_{r2}(t+j))^2 + \lambda_2 \sum_{j=1}^{N_u} (\Delta u_2(t+j-1) - \Delta u_{r2}(t+j-1))^2$$

(4-55)

On déduit alors après la minimisation les deux équations de commande suivantes:

$$u_1(t) = u_{r1}(t) + \frac{R_1(q^{-1})}{\Delta S_1(q^{-1})} (y_{r1}(t) - y_1(t))$$

(4-56)

$$u_2(t) = u_{r2}(t) + \frac{R_2(q^{-1})}{\Delta S_2(q^{-1})} (y_{r2}(t) - y_2(t))$$

(4-57)

Ces équations peuvent être comparées aux équations (4-52) et (4-53) pour déduire alors que les signaux u_{r1} et u_{r2} sont respectivement le couple en boucle ouverte et la dérivée du flux, et la deuxième partie représente la sortie des correcteurs prédictifs pour la vitesse et le flux. Cette synthèse prédictive polynomiale est illustrée sur la figure suivante:

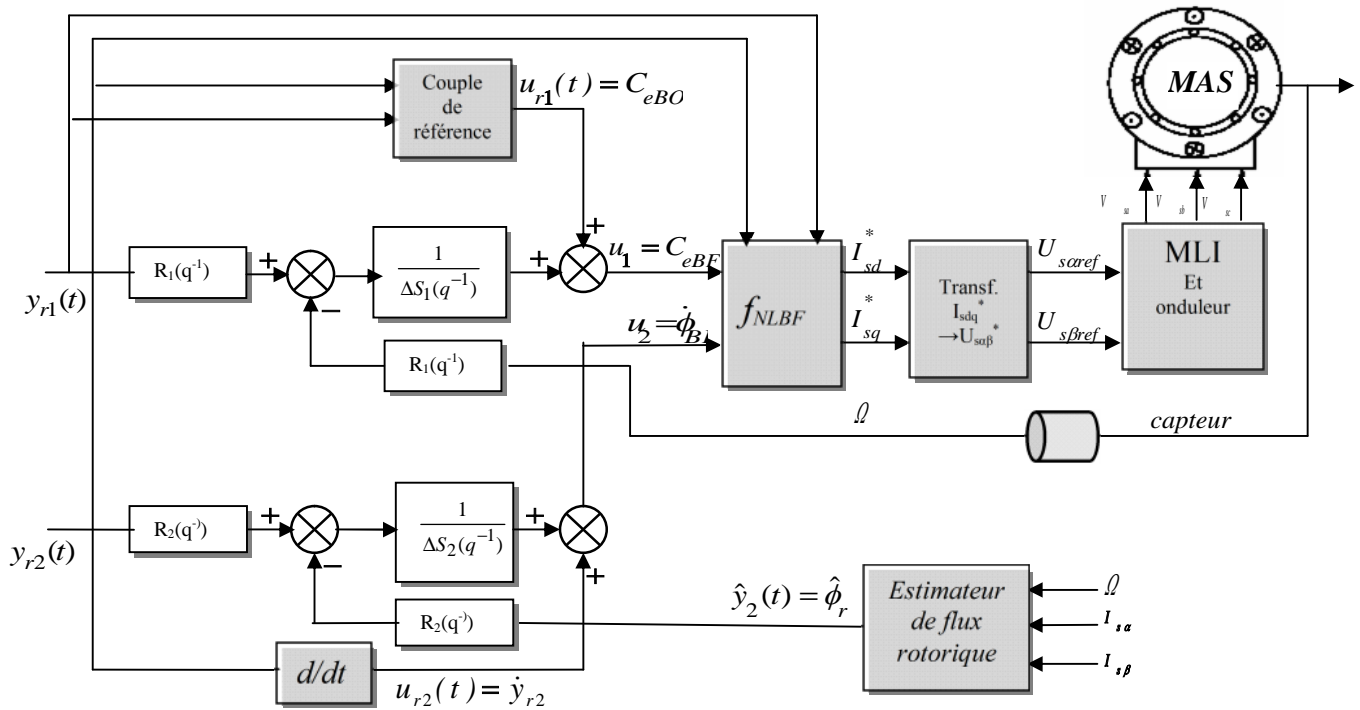


Figure (4-8): schéma bloc de la loi de commande GPC/C.R.N.C

• Résultats de simulation

Les résultats suivants sont obtenus dans les mêmes conditions que pour la commande en boucle ouverte pour voir l'effet des contrôleurs prédictifs sur les différents paramètres de la machine et spécialement sur les erreurs de vitesse et de flux par comparaison de ces erreurs avec ceux obtenus pour le cas du bouclage ouvert.

Comme on peut le constater l'apport du bouclage fermé est significatif puisque l'erreur de vitesse est nettement meilleur que dans le cas du bouclage ouvert. Le couple moteur est pratiquement confondu avec le couple de référence planifié en boucle ouverte ce qui prouve que cette stratégie de planification autour de trajectoires de références est très intéressante.

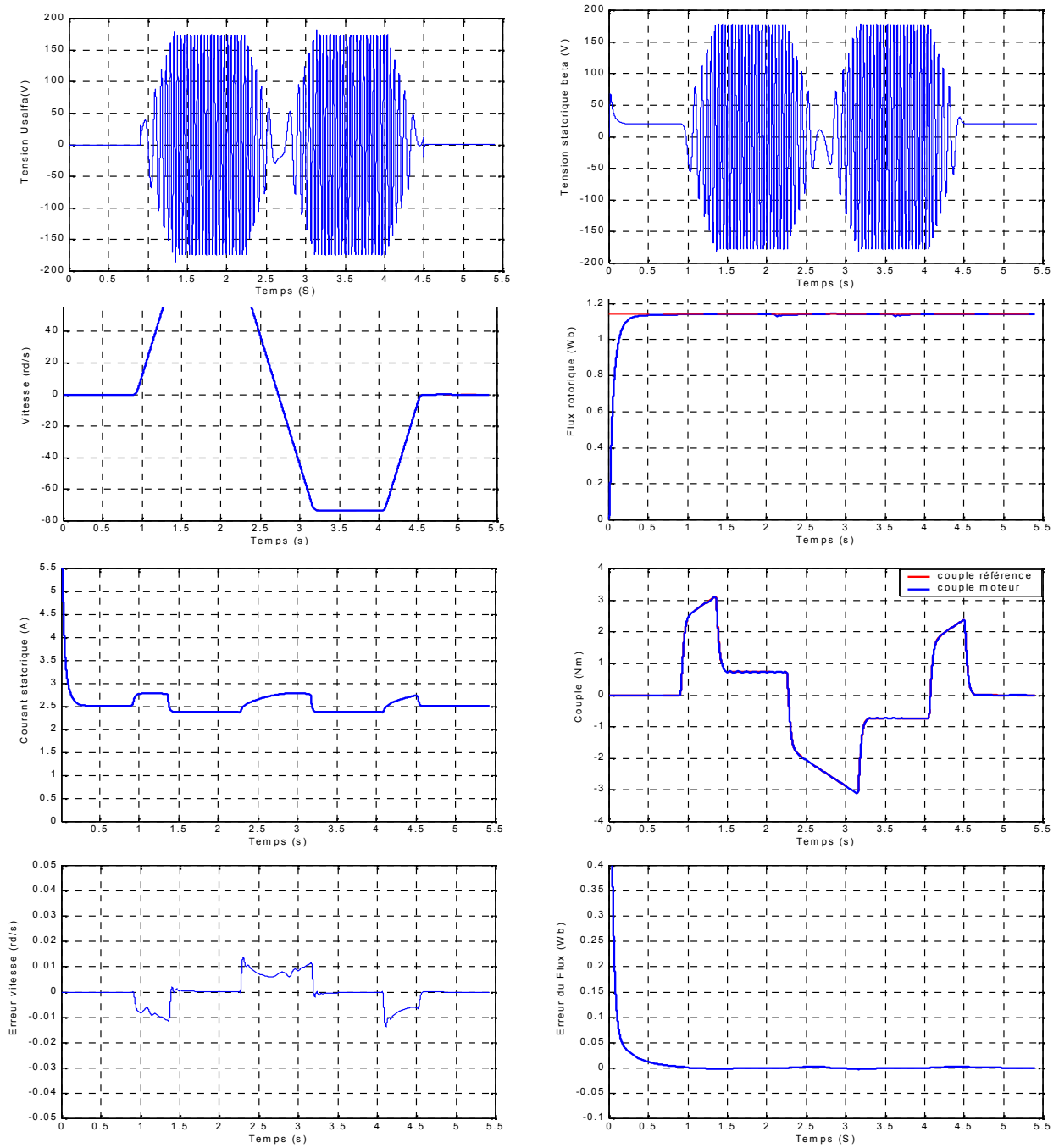


Figure (4-9): résultats de simulation de la commande GPC/C.R.N.L.C

❖ Régime de désexcitation :

Afin d'étendre les constatations faites aux résultats de simulation obtenus précédemment pour les régimes de fonctionnement normaux (vitesse moteur inférieur ou égale à la vitesse nominale) au régimes de fonctionnement de survitesse, nous avons examiné un régime de désexcitation (défluxage de la machine) pour les vitesses au-delà de la vitesse nominale. Le profil choisi pour la vitesse est trapézoïdal toujours de valeur 73 rd/s pour l'intervalle [0.7 - 2.5]s et 160 rd/s pour le régime de défluxage dans l'intervalle [2.5 - 4.7] s. Les paramètres de réglage pour les boucles de vitesse et de flux sont les mêmes que ceux donnés auparavant dans le cas de la CRNLC.

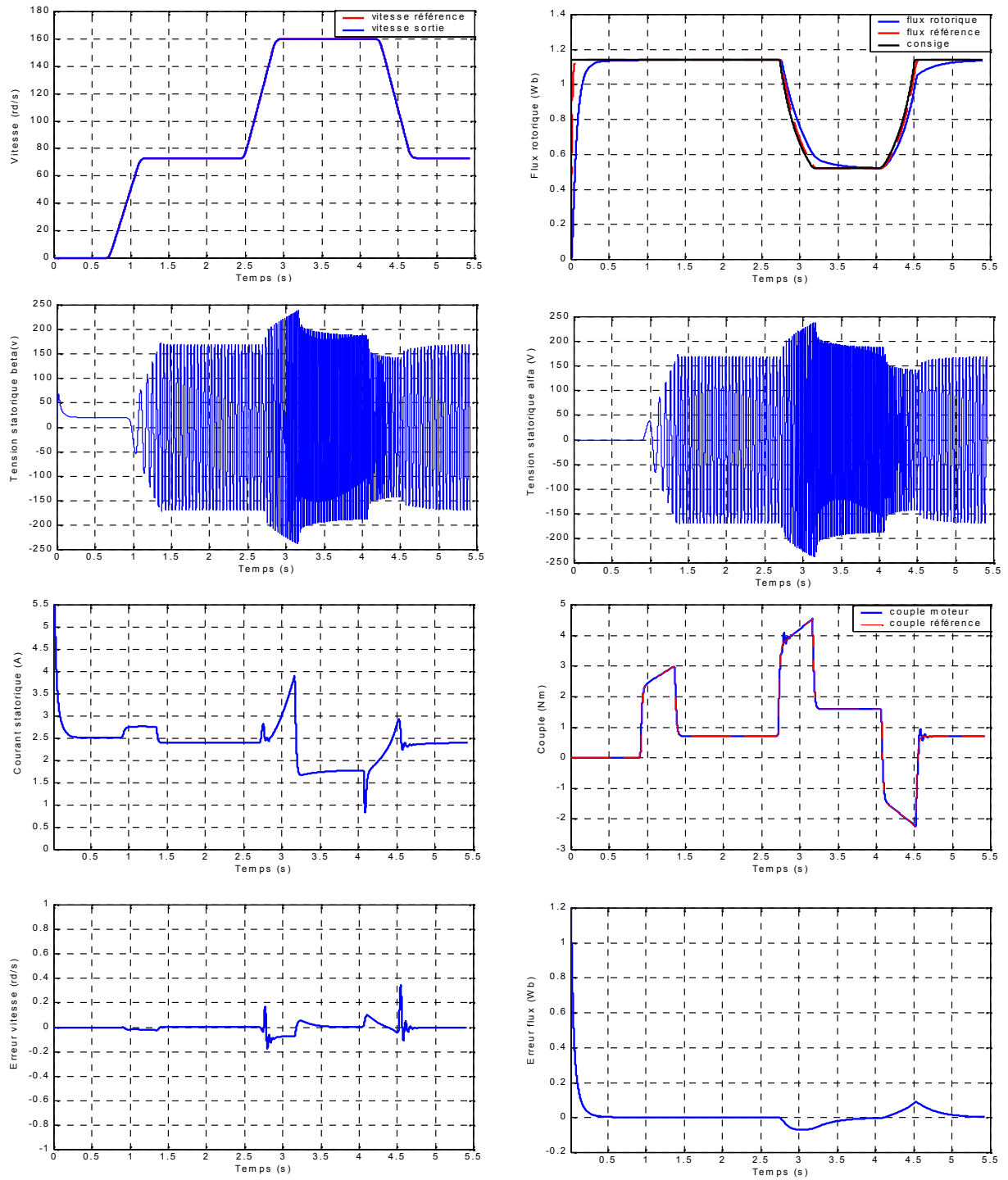


Figure (4.10): résultats de simulation de la commande GPC/C.R.N.L.C en régime de désexcitation

❖ *Robustesse de la C.R.N.L.C*

le dernier test sera porté sur les variations paramétriques simultanées de la machine notamment les résistances et les inductances statoriques et rotoriques augmenté d'une sollicitation de couple de charge (perturbation externe) avec le même profil de variations pris dans le cas de la CRNLT.

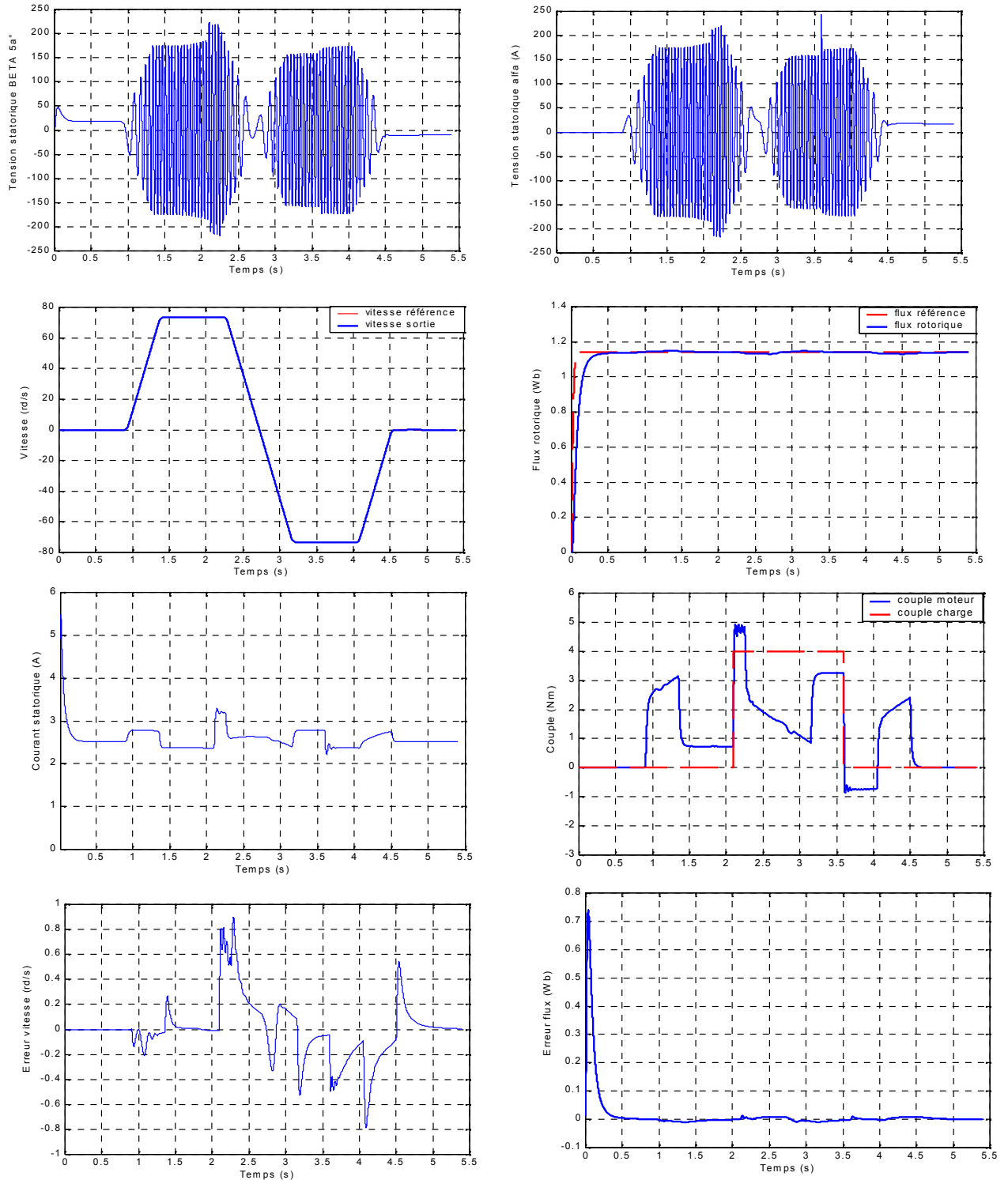


Figure (4-11): résultats de simulation de la commande GPC/C.R.N.L.C avec variation des paramètres de la machine et couple résistant.

4-6 Conclusions

Ce chapitre s'est attaché à montrer la possibilité de mettre au point d'une commande de référence non linéaire en courant (C.R.N.L.C). Après avoir présenté la structure de l'actionneur et vérifier la platitude de la MAS, une loi de commande en boucle ouverte est présentée dans le système d'axe ($d-q$) tournant nécessitant la connaissance de la position de ce repère. Les performances (statiques et dynamiques) sont d'ores et déjà satisfaisantes en bouclage ouvert et l'introduction du bouclage fermé à nettement amélioré les résultats notamment ceux de la vitesse (erreur réduit par rapport au cas du bouclage ouvert) ce qui montre les capacités de la méthode utilisée pour pallier les problèmes de suivi de trajectoires.

Conclusion générale

Ce mémoire est le résultat d'un travail consacré à la commande prédictive non linéaire d'un actionneur asynchrone. Le travail étant à caractère multidisciplinaire. Il permet d'aborder plusieurs domaines tels que l'automatique (système, commande), l'électrotechnique (machine électrique) et l'informatique. L'étude théorique de la commande prédictive non linéaire a montré la possibilité de résoudre le problème de poursuite des trajectoires prédéterminées pour un moteur asynchrone avec de bonnes performances (très exigées dans le domaine de la robotique surtout).

La commande prédictive à modèles de références multiples est une variante de la commande GPC largement utilisée pour les problèmes de suivi de trajectoires pour les systèmes linéaires et stables (cas des machines électriques) puisque elle bénéficie de trois points forts :

- Le modèle de poursuite gère la dynamique entrée-sortie
- Atténuation des amplitudes dans les boucles internes
- S'avère bien pour les consignes évolutives

La commande non linéaire basée sur la géométrie différentielle offre une solution parfaite pour le découplage de la vitesse (couple) et du flux donnant des performances meilleures que dans le cas de la commande FOC. Deux variantes de la commande non linéaire, ont été abordées : la commande de référence non linéaire en tension (N.R.N.L.T) utilisant le concept de linéarisation entrée-sortie et la commande en courant (C.R.N.L.C) utilisant le concept de platitude. Nous avons vu que ces commandes de référence sont établies et définies pour la poursuite de trajectoires en boucle ouverte, or la machine asynchrone est un système non linéaire soumis d'une part à des perturbations, et d'autre part à des variations paramétriques importantes selon le type de fonctionnement ce qui nécessite un bouclage fermé. La synthèse des correcteurs est effectuée pour répondre aux objectifs principaux de la commande.

Nous avons vu que la commande de référence non linéaire en tension est entièrement calculée à partir de la connaissance du couple de référence en boucle ouverte, lui même défini sur la base des trajectoires planifiées. Pour la stabilisation autour des trajectoires, une synthèse de loi de commande prédictive à modèles de référence multiples est utilisée pour l'obtention de meilleures performances dynamiques et pour une meilleure poursuite de trajectoires.

Les contraintes rencontrés avec l'utilisation de l'onduleur de tension ont motivé les chercheurs vers le modèle d'alimentation en courant pour mettre au point une commande de référence non linéaire en courant (C.R.N.L.C). Après avoir présenté la structure (modèle) de l'actionneur et vérifier la platitude de la MAS, une loi de commande en boucle ouverte est présentée dans le système d'axe ($d-q$) tournant nécessitant la connaissance de la position de ce repère. Les performances (statiques et dynamiques) sont d'ores et déjà satisfaisantes en bouclage ouvert et l'introduction du bouclage fermé à nettement amélioré les résultats notamment ceux de la vitesse (erreur réduite par rapport au cas du bouclage ouvert) ce qui montre les capacités de la méthode utilisée pour pallier les problèmes de suivi de trajectoires.

Perspectives

Le travail réalisé ouvre un certain nombre de perspectives. Parmi les problèmes qui n'ont pas été abordés ici et qui peuvent faire l'objet d'une recherche future, on peut citer les points suivants:

- ✓ Insertion d'observateur pour l'estimation du flux rotorique
- ✓ Synthèse d'observateur capable de fournir une estimation de la vitesse mécanique (sans capteur de vitesse)
- ✓ Inclure dans la modélisation du moteur asynchrone les équations de l'onduleur, pour agir directement au niveau du modèle en ce qui concerne le problème des temps morts de l'onduleur pour une commande en tension.

Bibliographie

- [1] **A. Kaddouri**, Etude d'une commande non-linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents Université Laval, grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.) novembre 2000
- [2] **A. Merabet** . Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone. Thèse doctorat, Université du Québec Mai 2007.
- [3] **K. Barra., K. Ben mohammed**. New extended cascaded predictive control with multiple reference models ECGP/MRM of induction motor drive with efficiency optimization, Journal of Electrical engineering, vol.58,NO.2, 71–78 ,2007
- [4] **K. Barra. , K. Ben mohammed**. A new extended cascaded predictive control ECGPC of an induction motor drive with energy saving, IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, Benalmaden, Spain, pp. 1150-1153, 2006.
- [5] **M., Barut , S. Bogosyan , M. Gokasan**. Speed sensor less direct torque control of IMs with rotor resistance estimation, Energy Conversion and Management, 46, pp. 335-349, 2005.
- [6] **T.K. Boukas, T.G. Habetler**. High-performance induction motor speed control using exact feedback linearization with state and state derivative feedback, IEEE Transactions on Power Electronics, vol.19, no.4, pp. 1022-1028, 2004.
- [7] **A. Besbiens**. Identification des systèmes. Notes de cours, Université AVAL 2002.
- [8] **H.Chen , F** . European control conference proc, vol.3 no.4, Belgique 1997.
- [9] **E.F. Camacho, C. Bordons**. Model predictive control, 2nd Ed. Springer Verlag London Limited, 2004.
- [10] **D.W.Clarke, C.Mohtadi , P.S.Tuffs**. Generalized predictive control. Automatica 23-2, 137-160, 1987.
- [11] **A.Chibani** . Commande non-linéaire Adaptative de la machine asynchrone , Thèse de majester ,Université de Batna 2006.
- [12] **F. Chen, M.W. Dunnigan**. Feedback linearization sliding-mode torque control of an induction machine, IEE Conference Power Electronics, Machines and Drives, no.487, pp.110-115,2002.
- [13] **A. David** .. Identification des paramètres du moteur à induction triphasé en vue de sa commande vectorielle . Maître ès Sciences (M.S.c), Université Laval 2004
- [14] **E. Delaleau, J-P. Louis, R. Ortega**. Modeling and control of inductions motors, International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, vol. 11, no 1, pp 105-129, 2001.

-
- [15] **Buchet. G.** Commande vectorielle de machine asynchrone en environnement temps réel , le diplôme d'ingénieur, C.N.A.M.centre regional associed grenoble2001.
- [16] **G.Grellet, G. Clerc.** Actionneurs électriques, Principes-modèles-commande, Editions Eyrolles, 1996.
- [17] **K.M.Hangos, J.Bokor , G. Szederkényi.** Analysis and Control of Nonlinear Process Systems. Series Editors Springer Verlag London Limited, 2005
- [18] **Hedjar. R., R. Toumi, P. Boucher , D. Dumur .** Finite horizon nonlinear predictive control by the Taylor approximation: application to robot tracking trajectory. International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, 15, no. 4, pp. 527-540, 2005.
- [19] **Hedjar. R., R. Toumi, P. Boucher, D. Dumur,** Two cascaded nonlinear predictive controls of induction motor, IEEE Conference on Control Applications, vol. 1,Istanbul, Turkey, pp. 458-463, 2003.
- [20] **Hedjar. R., R. Toumi, P. Boucher , D. Dumur.** Cascaded nonlinear predictive control of induction motor. Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, Anchorage, Alaska, USA, pp. 698-703, 2000.
- [21] **Ismail .M., H.A. Abdel Fattah, A. Bahgat.** Adaptive input-output of induction motors with magnetic saturation, Proceedings of the 29 IEEE Conference of Industrial Electronics Society, IECON03, vol. 1, pp. 168-173, 2003.
- [22] **K. Barra.** Commande prédictive généralisée (GPC) des associations convertisseur-machine à induction. Thèse doctorat, Université de Batna 2008.
- [23] **P. Boucher, D. Dumur , Maaziz M.K., E. Mendes.** Anew real-time control strategy or induction motors based on a reference control and RST predictive structure. 9th international power Electronic, solvak republic septembre 2000.
- [24] **Maaziz M.K., P. Boucher , D. Dumur.** A new RST cascaded predictive control scheme for inductions machines, Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, Hawaii, USA, pp. 927-932, 1999.
- [25] **Marino R., S. Peresada , P. Valigi.** Adaptive partial feedback linearization of Th induction motors, Proceedings of the 29 IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, USA, pp. 3313-3318,1990.
- [26] **M. Maaziz.** Commande prédictive de système non linéaire application a la commande de machines asynchrones. Thèse doctorat, Université de Paris-Sud U.F.R, Septembre 2000.
- [27] **M. Susanu , D. Dumur ,C.Tournier, C.lartigue .** La loi de commande prédictive pour le positionnement des axes d'une machine outil à architecture ouverte, Mécanique et industries, France 6:447-454,2005.

- [28] **D. Dumur , Maaziz M.K., E. Mendes, P. Boucher.** validation expérimentale des schéma de commande GCP/VSRC et PID/VSRC application au benchmark,1^{ère} conférence Internationale francophone d'automatique Lille, France 2000.
- [29] **G. De Nicolao, L.Magni , R. Scattolini.** Stabilizing predictive control of NARX models. European control conference proc, vol.3 no.4, Belgique 1997.
- [30] **O.Fadli.** Modalisation et commande non linéaire de l'association: machine synchrone à aimants permanents-onduleur de tension à trois niveau . Thèse de Magister Batna 2006.
- [31] **Paul-Etienne VIDAL.** Commande non linéaire une machine asynchrone à double alimentation. Thèse Doctorat. Université de Toulouse 2004.
- [32] **J. Richalet.** Pratique de la commande prédictive , Editions Hermès, 1993.
- [33] **F.ROTELLA], I.ZAMBETTAKIS .**Commande des Systèmes par Platitude. Editions T.I ,S 7 450. Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes 2008
- [34] **M.M' Saad , G.Sanchez .** Multivariable generalized predictive adaptative control with a suitable tracking capability" Journal of process control, vol.4, n 1, 45-52,1994.
- [35] **M. Susanu.** La loi de commande prédictive pour le positionnement des axes d'une machine outil à architecture ouverte", Thèse département d'automatique de supélec. France 2005.
- [36] **Tamrabet. H. Roubustesse** d'un contrôle vectoriel de structure minimale d'une machine asynchrone. Thèse de Magister Batna 2006.
- [37] **UDUEHI, D.** Generalized Predictive Control Benchmark for SISO Systems, Proc.ofthe41 IEEE Conf. on Decision and Control, Las Vegas, USA, December 2002.
- [38] **T.Von Raumer .** Commande adaptative non linéaire de machine asynchrone. Thèse de l'instit national polytechnique de Grenoble, Juillet 1994
- [39] **Zaidi saida.** Commande non linéaire du moteur à induction. Thèse de majester, Université de Batna 2006.

Annexe

❖ Résolution des équation diophantiennes

Soit le modèle mono-variable représenté par le modèle suivant:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta(q^{-1})}$$

Soient les deux identités obtenues :

$$\Delta(q^{-1})A(q^{-1})E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1$$

$$G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})E_j(q^{-1})$$

Les polynômes $A(z^{-1})$, $B(Z^{-1})$ et $C(Z^{-1})$ sont définis par

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

$$\tilde{A}(q^{-1}) = \Delta(q^{-1})A(q^{-1}) = 1 + \alpha_0 q^{-1} + \alpha_1 q^{-2} + \dots + \alpha_{n_a+1} q^{-(n_a+1)}$$

avec

$$E_j(q^{-1}) = e_0^j + e_1^j q^{-1} + \dots + e_{j-1}^j q^{-(j-1)}$$

$$F_j(q^{-1}) = f_0^j + f_1^j q^{-1} + \dots + f_{n_a}^j q^{-n_a}$$

$$G_j(q^{-1}) = g_0^j + g_1^j q^{-1} + \dots + g_j^j q^{-j}$$

$$H_j(q^{-1}) = h_0^j + h_1^j q^{-1} + \dots + h_{n_b-2}^j q^{-(n_b-2)}$$

- Détermination de (q^{-1}) :

$$\alpha_0 = 1$$

$$\alpha_i = a_i - a_{i-1} \quad \text{pour } 1 \leq i \leq n_a$$

$$\alpha_{n_a+1} = -a_{n_a}$$

- Détermination de $E_j(q^{-1})$:

La valeur de e_0^j est initialisée à 1, les autres termes se déduisant récursivement :

$$\begin{aligned}
e_0^j &= 1 \\
e_i^j &= e_i^{j-1} && \text{pour } 0 \leq i \leq j-2 \\
e_{j-1}^j &= f_0^{j-1}
\end{aligned}$$

- Détermination de $F_j(q^{-1})$:

La phase d'initialisation est la suivante :

$$f_i^j = -\alpha_{i+1} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq n_a$$

Les autres termes se déduisant au moyen des relations :

$$\begin{aligned}
f_i^j &= f_{i+1}^{j-1} - f_0^{j-1} \alpha_{i+1} && \text{pour } 0 \leq i \leq n_a \\
f_{n_a}^j &= -f_0^{j-1} \alpha_{n_a+1}
\end{aligned}$$

- Détermination de $G_j(q^{-1})$:

La phase d'initialisation est la suivante :

$$\begin{aligned}
g_0^1 &= b_0 \\
g_1^1 &= b_1
\end{aligned}$$

Les autres termes se déduisant au moyen des relations :

$$\begin{aligned}
g_i^j &= g_i^{j-1} && \text{pour } 1 \leq i \leq j-1 \\
g_j^j &= h_0^{j-1} + f_0^{j-1} b_1
\end{aligned}$$

- Détermination de $H(q^{-1})$:

Après l'initialisation suivante :

$$h_i^1 = b_{i+2} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq n_b - 2$$

On a :

$$\begin{aligned}
h_i^j &= h_{i+1}^{j-1} + f_0^{j-1} b_{i+2} && \text{pour } 1 \leq i \leq n_b - 3 \\
h_{n_b-2}^j &= f_0^{j-1} b_{n_b}
\end{aligned}$$

❖ Calcul les dérivées de Lie

Le calcul des dérivées de Lie pour les sorties couple électromagnétique et norme du flux rotorique.

- Pour la sortie Couple $y_1=C_e$

$$\begin{cases} y_1(t) = h_1(x) = p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha}) \\ \dot{y}_1(t) = L_f h_1(x) + L_{g1} h_1(x) u_{s\alpha}(t) + L_{g2} h_1(x) u_{s\beta}(t) \end{cases}$$

Calculons $L_f h_1$ et $L_{g1} h_1$ et $L_{g2} h_1$

$$L_f h_1 = \frac{pL_m}{L_r} \left(\left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) (I_{s\alpha} \phi_{r\beta} - I_{s\beta} \phi_{r\alpha}) - p\Omega (I_{s\alpha} \phi_{r\alpha} + I_{s\beta} \phi_{r\beta}) - pk\Omega (\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2) \right)$$

$$L_{g1} h_1 = -\frac{pL_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\beta} \quad , \quad L_{g2} h_1 = \frac{pL_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\alpha}$$

- Pour la sortie Flux $y_2=C_e$

$$\begin{cases} y_2(t) = h_2(x) = \phi_r^2 \\ \dot{y}_2(t) = L_f h_2(x) \\ \ddot{y}_2(t) = L_f^2 h_2(x) + L_{g1} L_f h_2(x) u_{s\alpha}(t) + L_{g2} L_f h_2(x) u_{s\beta}(t) \end{cases}$$

Calculons $L_f h_2$, $L_f^2 h_2$, $L_{g1} L_f h_2$ et $L_{g2} L_f h_2$

$$L_f h_2 = \frac{2L_m}{T_r} \left((I_{s\alpha} \phi_{r\alpha} - I_{s\beta} \phi_{r\beta}) - \frac{2}{T_r} (\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2) \right)$$

$$L_f^2 h_2 = -\frac{2L_m}{T_r} \left(\left(\gamma + \frac{3}{T_r} \right) (I_{s\alpha} \phi_{r\alpha} - I_{s\beta} \phi_{r\beta}) - \frac{2pL_m\Omega}{T_r} (I_{s\alpha} \phi_{r\beta} - I_{s\beta} \phi_{r\alpha}) + \frac{4+2L_mk}{T_r^2} (\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2) \right) -$$

$$\frac{2L_m}{T_r} \left(\frac{2L_m^2}{T_r^2} (I_{s\alpha}^2 + I_{s\beta}^2) \right)$$

$$L_{g1} L_f h_2 = \frac{2L_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\alpha} \quad , \quad L_{g2} L_f h_2 = \frac{2L_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\beta}$$

❖ la platitude du modèle en courant

Les termes sont utiliseront pour démonstration la platitude du modèle en courant:

$$\Delta = -\frac{pL_m K}{JT_r} y_2$$

$$C_1 = \dot{y}_1 + \frac{y_1}{k} + \frac{C_r}{J} \quad , \quad C_2 = \frac{y_2}{2} + \frac{y_2}{T_r}$$

$$A = -\frac{K}{T_r} C_1 (py_1 + w_r) + \frac{K}{T_r} C_1 y_2 p + \frac{pL_m C_1}{JT_r} + \frac{1}{\Delta} \left(\left(-\frac{K}{T_r} \right)^3 C_1^2 + \left(\frac{pL_m}{J} \right)^2 C_2^2 \frac{K}{T_r} \right)$$

$$B = -\frac{K}{T_r^2} C_1 - \frac{pL_m C_2}{J} (py_1 + w_r) + \frac{pL_m}{J} C_2 y_2 p + \frac{1}{\Delta} \left(\left(-\frac{K}{T_r} \right)^3 \frac{pL_m}{J} C_1 C_2 - \left(\frac{pL_m}{J} \right) \left(\frac{K}{T_r} \right)^2 C_1 C_2 \right)$$

$$a_1 = -\frac{\dot{\Delta}}{\Delta^2} \frac{K}{T_r} C_1 - \frac{K}{T_r \Delta} \dot{C}_1 \quad , \quad a_2 = -\frac{\dot{\Delta}}{\Delta^2} \frac{pL_m}{J} C_2 - \frac{1}{\Delta} \frac{pL_m}{J} \dot{C}_2$$

$$b_1 = -\frac{\dot{\Delta}}{\Delta^2} \frac{pL_m}{J} C_2 - \frac{pL_m}{J \Delta} y_2 \dot{C}_2 \quad , \quad b_2 = -\frac{\dot{\Delta}}{\Delta^2} \frac{K}{T_r} C_1 - \frac{1}{\Delta} y_2 \frac{K}{T_r} \dot{C}_1$$

$$D = -\frac{K}{T_r^2} C_1 - w_r \frac{pL_m}{J} C_2 - \left(2 \left(\frac{K}{T_r} \right)^2 \frac{pL_m}{J \Delta} C_1 C_2 \right)$$

$$E = \frac{K}{T_r} C_1 w_r - \frac{pL_m C_2}{JT_r} - \left(\frac{pL_m}{J} C_2 \right)^2 \frac{K}{\Delta T_r} + \frac{1}{\Delta} \left(\frac{K}{T_r} \right)^3 C_1^2$$

$$A_1 = \ddot{y}_2 - \frac{pL_m}{J} \left(a_1 + \frac{D}{\Delta} \right) y_2 - \frac{pL_m}{JT_r \Delta} \frac{K}{T_r} C_1 y_2 - \left(\frac{pL_m}{T_r J} \frac{1}{\Delta} C_1 y_2 - \frac{p^2 L_m^2}{J} w_r \frac{y_2}{\Delta} C_2 \right)$$

$$A_2 = \ddot{y}_2 - 2 \frac{K}{T_r} \left(b_1 + \frac{A}{\Delta} \right) y_2 + 2 \frac{pL_m}{J \Delta} \frac{K}{T_r} C_2 y_2 + \left(2 \frac{K^2}{T_r^2} \frac{1}{\Delta^2} y_2 \left(\frac{K^2}{T_r^2} C_1^2 + \left(\frac{pL_m}{J} C_2 \right)^2 \right) \right) \\ 2 \frac{K^2}{T_r} w_r \left(\frac{y_2}{\Delta} C_1 \right)$$

$$B_1 = \frac{pL_m}{J} \left(\left(a_1 - \frac{D}{\Delta} \right) y_2 + \left(b_2 + \frac{B}{\Delta} \right) \right) \quad , \quad B_2 = \frac{2K}{T_r} \left(\left(a_2 - \frac{E}{\Delta} \right) - \left(b_1 + \frac{A}{\Delta} \right) \right)$$

$$\gamma_1 = \frac{pL_m}{J} \frac{T_r}{2K} B_2 \quad , \quad \gamma_1 = \frac{J}{pL_m} \frac{2K}{T_r} B_1$$