

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
Université de L'arbi ben M'hidi OUM EL BOUAGHI

Faculté de sciences et sciences appliquées



THÈSE

Présentée pour l'obtention du **diplôme** de **DOCTORAT** 3^{ème} cycle

En : Construction mécanique

Spécialité : **Construction mécanique**

Par : Djefal Selman

Sujet

**Contribution à la modélisation géométrique,
cinématique et dynamique des robots continuum
bioniques**

Soutenue publiquement, le 15/12/2021, devant le jury composé de :

M. Djouambi Abdelbaki	Professeur	Univ-Oum El Bouaghi	Président
M. Mahfoudi Chawki	Professeur	Univ-Oum El Bouaghi	Directeur de thèse
M. Amouri Ammar	MCA	UMC	Co-directeur de thèse
M. Berkani Oualid	MCA	Univ-Oum El Bouaghi	Examineur
M. Barkat Belkacem	Professeur	Univ-Batna 2	Examineur
M. Ridha Kelaiaia	Professeur	Univ-Skikda	Examineur
M. Merzouki Rochdi	Professeur	Université de Lille1, france	Invité

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا بِرَبِّكَ

أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

Dedicace

Je dédie ce travail en témoignage de mon grand respect et mon estime envers mon très cher père **DJEFFAL BACHIR**, et à ma très chère mère **FERKANI NASSIRA** pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.

Que Dieu vous préserve santé et longue vie.

Remerciements

En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, tout puissant, de m'avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace et la patience pour dépasser toutes les difficultés.

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé à l'université Larbi Ben M'hidi, département de génie mécanique, faculté des sciences et sciences appliquées, Ain beida, Oum el Bouaghi, sous la direction de Monsieur **CHAWKI MAHFOUDI**, Professeur à l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum el Bouaghi, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillantes intuitions. Qu'il soit aussi remercié pour sa disponibilité et pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie également mon Co-directeur de thèse, Monsieur **AMMAR AMOURI**, Maître de conférence à l'université des Frères Mentouri, Constantine 1. Pour sa disponibilité, son suivi de mes travaux et son encadrement.

J'exprime ma gratitude à Monsieur **ABDELBAKI DJOUMBI**, Professeur à l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum el Bouaghi, ait accepté de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur **OUALID BERKANI**, Maître de conférence à l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum el Bouaghi, **BELKACEM BARKAT**, Professeur à l'université de Batna 2 et **RIDHA KELAIAIA**, Professeur à l'université 20 Août 1955 de Skikda, qui ont bien voulu être examinateurs.

Il m'est impossible d'oublier Monsieur **ABDERAHMAN AISSOUI** et **LARBI BENDADA** enseignants à l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum el Bouaghi pour leur aide précieuse. Ils ont toujours fait tout leur possible pour m'aider.

Afin de n'oublier personne, mes vifs remerciements s'adressent à tous ceux qui m'ont aidée à la réalisation de ce modeste travail.

Résumé

Cette thèse étudie le robot continuum bioniques en particulier ceux actionnés par câbles et le robot continuum qui s'appelle Compact Bionic Handling Assistant (CBHA).

En premier lieu, nous avons développé une approche simplificatrice du modèle géométrique direct (MGD) d'un robot continuum flexible à courbure variable (CV). Cette simplification consiste à établir une relation entre les angles de flexion de toutes les unités de la même section en fonction de l'angle de flexion de la première unité appartenant à la même section. Le but est la réduction du nombre de degré de liberté du robot.

En ce qui concerne le modèle géométrique inverse (MGI) du robot continuum multi-sections, il s'avère complexe et cela s'est confirmé par l'inexistence d'une solution analytique dans les travaux de recherches existants actuellement. Pour résoudre ce problème, on s'est orienté vers des méthodes méta-heuristiques pour la résolution du MGI. En particulier notre contribution se base sur l'utilisation et la comparaison des trois méthodes d'optimisation PSO, GA et ABC. Ces trois méthodes utilisent une fonction objectif minimisant une distance désirée entre le robot et la cible sous différentes contraintes d'orientation du robot.

Pour donner un aspect pratique au modèle développé, une conception d'un robot flexible continuum à deux section a été proposée avec tout le calcul de dimensionnement, à savoir corps du robot ainsi que les mécanismes de commande.

Cette thèse se termine par la proposition d'un modèle dynamique préalable pour le robot continuum à courbure variable qui pourra servir pour une future mise en ouvre d'un banc d'essai pratique. L'établissement de ce modèle dynamique s'appuie sur les approximations de Taylor. Afin de dériver le lagrangien du modèle dynamique, on a utilisé les approximations de Taylor et puis l'équation différentielle obtenue a été résolue par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

Globalement, toutes les simulations réalisées ont été faites sous l'environnement MATLAB.

Abstract

This thesis studies the robot bionic continuum in particular those actuated by cables and the robot continuum which is called Compact Bionic Handling Assistant (CBHA).

First, we have developed a new method allowing the simplification of the forward kinematic model (FKM) of a flexible continuum robot with variable curvature (CV). This simplification consists in establishing a relationship between the bending angles of all units of the same section as a function of the bending angle of the first unit belonging to the same section. The goal is to reduce the number of the robot's degrees of freedom .

Regarding the inverse kinematic model (IKM) of the multi-section continuum robot is complex and this is confirmed by the lack of an analytical solution in the currently existing research work. To figure out this problem, we have turned to meta-heuristic methods for the resolution of IKM. In particular our contribution is based on the use and comparison of the three optimization methods PSO, GA and ABC. These three methods use an objective function that minimizes a desired distance between the robot and the target using different constraints.

To give a practical aspect to our work, a design of a flexible two-section continuum robot has been proposed with all the dimensioning calculation, namely the robot body as well as the control mechanisms.

This thesis is concluded with the proposal of a preliminary dynamic model for the continuum robot with variable curvature which can be used for future improvements. The establishment of this dynamic model is based on Taylor approximations. In order to derive the Lagrangian of the dynamic model, we used Taylor's approximations and then the obtained differential equation was solved by the Runge-Kutta method of fourth order.

Overall, all the simulations were carried out through MATLAB.

الملخص

تركز هذه الأطروحة على الروبوتات المرنة، ولا سيما الروبوتات المرنة المتحكم فيها بالأسلاك وكذلك الروبوت المسمى (CBHA) Continuum Bionic Handling Assitant.

أولاً، قمنا بتطوير طريقة جديدة تسمح بتبسيط النموذج الحركي المباشر (FKM) للروبوت المرن ذي الانحناء المتغير (CV). يكمن هذا التبسيط في إنشاء علاقة بين زوايا الانحناء لجميع وحدات الروبوت و الوحدة الأساسية (unity) لكل قسم (section) من الروبوت. الهدف من هذا التبسيط هو تقليل عدد درجات حرية الروبوت.

فيما يتعلق بالنموذج الحركي العكسي (IKM) للروبوت متعدد الأقسام (multi-sections). استخدامنا وقارنا ثلاث طرق ذكية مستوحاة من الطبيعة، الكائنات التي تعيش في مجموعات (PSO)، الخوارزمية الجينية (GA) و مستعمرة النحل الاصطناعية (ABC). تستخدم هذه الطرق الثلاث في تقليل المسافة المرغوبة بين الموضع النهائي للروبوت (Robot's end tip) والمسار المطلوب باستخدام قيود مختلفة.

لإعطاء جانب عملي لهذا البحث، تم اقتراح تصميم روبوت مرن من قسمين مع كل الحسابات الضرورية لأجزاء الروبوت من خلال (SolidWorks).

تم انهاء هذه الأطروحة باقتراح نموذج ديناميكي أولي للروبوت المتصل ذي الانحناء المتغير والذي يمكن استخدامه للتحسينات المستقبلية. يعتمد إنشاء هذا النموذج الديناميكي على تايلور (Taylor). من أجل اشتقاق لاغرانج (Lagragien) من النموذج الديناميكي، استخدمنا تايلور ومن ثم تم حل المعادلة التفاضلية التي تم الحصول عليها بطريقة رونج-كوتا (Runge-Kutta) من الدرجة الرابعة. تمت محاكاة النماذج الموضوعية بواسطة ماتلاب (Matlab) للتحقق من كفاءة النماذج المقترحة في هذه الأطروحة.

Nomenclature

i	L'indice des câbles
j	L'indice des unités
k	L'indice des sections
X_k	Cordonnée cartésienne suivant X par rapport au repère local \mathfrak{R}_{k-1}
Y_k	Cordonnée cartésienne suivant Y par rapport au repère local \mathfrak{R}_{k-1}
Z_k	Cordonnée cartésienne suivant Z par rapport au repère local \mathfrak{R}_{k-1}
$A_{i,j,k}$	Le point reliant l'extrémité des câbles et la plateforme mobile de l'unité (j,k)
$B_{i,j,k}$	Le point reliant l'extrémité des câbles et la plateforme fixe de l'unité cylindrique (j,k)
$\widehat{B}_{i,j,k}$	Le point reliant l'extrémité des câbles et la plateforme fixe de l'unité conique (j,k)
t	Temps
T_{k-1}^k	Matrice de transformation homogène (4×4) , définissant le repère R_k dans R_{k-1}
$r_{j,k}$	Les rayons des disques
X	La fonction objectif
$\gamma_{i,k}$	Angle d'arrangement des segments dans une distance rotative de 120 degré
g	Constante de la gravité
$\widehat{\ell}_{i,j,k}$	Longueur de câble i de l'unité conique (j,k)
$\ell_{i,j,k}$	Longueur de câble i de l'unité cylindrique (j,k)
$l_{j,k}$	Longueur de l'axe central de l'unité flexible (j,k)
$d_{i,j,k}$	Rayons de courbure pour les câbles
R_{k-1}^k	Matrice (3×3) définissant l'orientation du repère R_k dans R_{k-1}
$v_{h,j}$	Vitesse linéaire du disque
$v(t)$	Vitesse de la particule p à t
$P_{gb}(t)$	La meilleure position obtenue par l'essaim
$P_p(t)$	La meilleure position qui est visitée par la particule
$P(t)$	Position de la particule p à t
$\theta_{j,k}$	Angle de flexion pour chaque unité
κ_k	Courbure de la section flexible
c_1, c_2	Coefficients d'accélération, constants
X_i	Source de nourriture
x_i	Source de nourriture actuelle
s_i	Un nombre aléatoire entre $[-1,1]$
λ_i	Un nombre aléatoire représentant le vecteur de position

w	Coefficient d'inertie
λ_1, λ_2	Nombres aléatoires avec une distribution uniforme dans $[0,1]$
pop	Taille des abeilles employées
F_i	La tension appliquée sur les câbles du robot
Q_k	Forces généralisées
$U_{j,k}$	Le vecteur de position de chaque point situé sur l'axe central de unité
h	Abscisse curviligne
m_j	Masse des disques
m_b	Masse de la tige
d_b	Diamètre de la tige
E	Module de young
I_b	Moment d'inertie de la tige
T	Énergie cinétique totale du robot
T_b	Énergie cinétique de la tige
T_d	Énergie cinétique des disques
U	Énergie potentielle totale du robot
U_p	Énergie potentielle des disques

Liste des abréviations

BHA	Bionic Handling Arm
CBHA	Compact Bionic Handling Arm
DDL	Degré de liberté
PSO	Optimisation par essaims de particules
ABC	Colonie d'abeilles artificielle
GA	Algorithme génétique
MGD	Modèle géométrique direct
MGI	Modèle géométrique inverse
CC	Courbure constante
CV	Courbure variable

Table des matières

Dedicace	iii
Remerciements	iv
Résumé	v
Nomenclature	viii
Liste des abbreviations	x
Liste des figures	xiv
Liste des tableaux	xix
Introduction	4
1 Etat de l’art	5
1.1 Introduction	5
1.2 Définition	5
1.2.1 Originalité des robots continuum	6
1.2.2 Quelques types de robots continuum	7
1.2.3 Principe de classification	13
1.3 Les approches de modélisation	14
1.3.1 Approche qualitative	15
1.3.2 Approche quantitative	16
1.3.3 Approche hybride	17
1.4 Conclusion	19
2 Modélisation géométrique directe	20
2.1 Introduction	20

Table des matières

2.2	Description géométrique d'un robot continuum actionné par câbles (cas général)	21
2.2.1	Géométrie de l'ensemble du profil du robot considéré	21
2.2.2	Géométrie d'une unité conique	22
2.2.3	Placement des repères sur l'axe central du robot (cas général)	23
2.3	Hypothèses de modélisation	24
2.4	Modèle géométrique direct	24
2.4.1	Modèle géométrique direct d'une unité de forme conique	25
2.4.2	Modèle géométrique direct d'une section de forme conique	31
2.4.3	Modèle géométrique direct du robot multi-sections conique	34
2.5	Génération de l'espace de travail pour un robot continuum flexible multi-sections	35
2.5.1	Comparaison entre l'espace de travail d'un robot continuum à courbure variable et constante	36
2.6	Conclusion	40
3	Modélisation géométrique inverse	41
3.1	Introduction	41
3.2	Modèle géométrique inverse	41
3.2.1	Modèle géométrique inverse d'une unité de forme cylindrique	42
3.3	Méta-heuristique pour la résolution du modèle géométrique inverse	44
3.3.1	Optimisation par essaims de particules (PSO)	44
3.3.2	La fonction objectif et la définition du problème	45
3.4	Analyse et simulation	46
3.4.1	Simulation d'un robot continuum flexible avec une seule section	46
3.4.2	Simulation d'un robot continuum flexible à deux sections	49
3.4.3	Simulation d'un robot continuum flexible à deux sections (cas spatial)	57
3.5	Comparaison d'algorithmes méta-heuristiques pour la résolution du modèle géométrique inverse	71
3.5.1	Algorithme de colonie d'abeilles artificielles (ABC)	72
3.5.2	Algorithme génétique (GA)	73
3.5.3	Résultats et discussion	74
3.6	Conclusion	78
4	Étude conceptuelle du robot flexible continuum à deux sections	79
4.1	Introduction	79

4.2	Étude du corps flexible du robot	79
4.3	Étude de la force appliquée sur le robot pendant la flexion	80
4.4	Propositions de la chaine cinématique du système de commande	82
4.4.1	Chaine cinématique	82
4.4.2	Calcul de force agissant sur la tige	84
4.4.3	Calcul des efforts agissants sur le système	84
4.4.4	Calculs des efforts sur la denture	86
4.4.5	Calcul des efforts agissant sur la vis sans fin	88
4.5	Détermination des diamètres préalables des arbres et l'étude de leur fatigue	90
4.5.1	Calcul du diamètre préalable de l'arbre	90
4.5.2	Vérification des arbres à la fatigue	91
4.5.3	Application	93
4.6	Présentation des pièces du robot sur SolidWorks	101
4.6.1	Introduction	101
4.6.2	Étude conceptuelle des robots continuum actionnés par câbles	101
4.6.3	La tige flexible	101
4.6.4	Les câbles d'actionnement	102
4.6.5	Les disques de guidage	102
4.6.6	Les moteurs électriques	102
4.7	Conception d'un robot flexible spatial	102
4.8	Conclusion	106
5	Modélisation dynamique	107
5.1	Introduction	107
5.2	Modélisation dynamique	107
5.3	Modèle dynamique du robot continuum flexible spatial	108
5.3.1	Énergie cinétique et potentielle	108
5.3.2	Les forces généralisées	111
5.3.3	Les équations de mouvement	111
5.4	Conclusion	116
	Conclusion et futurs travaux	117
	Bibliographie	119
	Annexe A	127

Liste des figures

1.1	Evolution des robots manipulateurs rigides aux manipulateurs continuum	5
1.2	Tentacule de poulpe	6
1.3	Robot tentacle avec tige flexible et incompressible	7
1.4	Prototype de l'OctArm V	8
1.5	JHUs snake robot (Credit :JHU/Vanderbilt University)	8
1.6	Le robot continuum hyper-redondant	9
1.7	Columoscope continuum avec la forme d'un serpent	9
1.8	Robot à tube concentrique	10
1.9	HARP snake robot (Credit : Howie Choset/CMU)	10
1.10	(Gauche) Octopus-Arm, (Droite) Octopus-inspired robotic arm	11
1.11	Robot camera	11
1.12	(Gauche) Plateformes d'effecteurs robotiques insérables pour la chirurgie à accès unique (2010), (Droite) Robots miniatures ressemblant à des serpents (2006)	12
1.13	Les robots hybrides serpent-continuum	12
1.14	(Gauche) Bionic Handling Arm (BHA), (Droite) RobotinoXT : la trompe bionique "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA) " montée sur le robot omnidirectionnel "Robotino"	13
1.15	Types des robots continuum	14
2.1	(Gauche) La totale structure du robot avec les coordonnées globales pour chaque section, (Droite) Placement des repères sur l'axe central pour chaque unité	21
2.2	(Gauche) Description d'une unité de forme conique et cylindrique (j, k) , (Droite) La variation des longueurs des câbles pour les deux formes conique ou cylindrique	22
2.3	Placement des repères sur la structure d'un manipulateur flexible	23
2.4	Vue globale de la modélisation	25

2.5	Définition des différents rayons de courbure de l'unité (j, k)	27
2.6	Unité avec $r_{max} = 25mm$ et $r_{min} = 23.5mm$; (Gauche) L'angle de flexion $\theta = 0rad$; (Centre) L'angle de flexion $\theta = 0.4rad$; (Droite) L'angle de flexion $\theta = 0.5rad$	32
2.7	Illustration de la distribution des longueurs de câbles de la première unité $(1, k)$ sur les unités restantes de la première section $(k = 1)$	32
2.8	Angles de flexion en fonction d'une variation donnée de la longueur des câbles pour chaque unité (j, k)	33
2.9	Les rapports des angles et disques pour une variation donnée de la longueur des câbles de la section $(k = 1)$	33
2.10	Vue 2D de l'espace de travail du robot continuum à CV	35
2.11	Vue 3D de l'espace de travail d'une section à CC et CV	36
2.12	Vue dans le plan YZ de l'espace de travail d'une section à CC et CV	36
2.13	Vue 2D pour l'espace de travail pour un robot continuum flexible à courbure constante : $r_{max} = r_{min} = 25mm$	37
2.14	Vue 2D de l'espace de travail pour un robot continuum flexible à courbure variable : $r_{max} = 25mm, r_{min} = 10mm$	37
2.15	Comparaison entre l'espace de travail pour un robot continuum flexible à CC et CV	38
2.16	Simulation 1 d'un robot continuum à CV (trois sections)	38
2.17	Simulation 2 d'un robot continuum à CV (trois sections)	39
3.1	Représentation 3D de l'axe central de l'unité	42
3.2	Représentation 2D de l'axe central de l'unité	43
3.3	Représentation de la configuration initiale et finale de la première section du robot continuum flexible pendant le suivi de la trajectoire désirée dans son propre espace de travail 3D	47
3.4	Angles de flexion obtenus à partir de MGD et MGI	47
3.5	Le temps d'exécution pour accomplir le suivi de la trajectoire en forme d'arc de cercle	48
3.6	La précision de la méthode PSO pour le suivi de la trajectoire en forme d'arc de cercle	48
3.7	Angles d'orientation obtenus à partir de MGD et MGI	49
3.8	Solutions possibles pour chaque point constituant la trajectoire linéaire	50
3.9	Quelques configurations du robot suivant la trajectoire linéaire avec des contraintes : $\theta_2 > 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$	50

Liste des figures

3.10	Quelques configurations du robot suivant la trajectoire linéaire avec des contraintes : $\theta_2 < 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$	51
3.11	Longueur de câbles calculée pour la première section (première configuration)	51
3.12	Longueur de câbles calculée pour la deuxième section (première configuration)	52
3.13	Longueur de câbles calculée pour la première section (deuxième configuration)	52
3.14	Longueur de câbles calculée pour la deuxième section (deuxième configuration)	53
3.15	Profil de la longueur de câbles L1 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)	54
3.16	Profil de la longueur de câbles L2 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)	54
3.17	Profil de la longueur de câbles L3 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)	55
3.18	Profil de la longueur de câbles L4 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)	55
3.19	Profil de la longueur de câbles L5 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)	56
3.20	Profil de la longueur de câbles L6 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)	56
3.21	Quelques configurations de l'axe central du robot lors du suivi de la trajectoire circulaire désirée.	57
3.22	Comparaison entre la trajectoire générée et celle désirée ainsi que leurs erreurs euclidiennes.	58
3.23	Profil des longueurs de câbles pour la première section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (première configuration)	59
3.24	Profil des longueurs de câbles pour la deuxième section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (première configuration)	59
3.25	Angles de flexion pour la trajectoire circulaire	60
3.26	Angles d'orientation pour la trajectoire circulaire	60
3.27	Profil des longueurs de câbles pour la première section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (deuxième configuration)	61
3.28	Profil des longueurs de câbles pour la deuxième section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (deuxième configuration)	61

3.29 Profil de la longueur de câble L1 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)	62
3.30 Profil de la longueur de câble L2 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)	62
3.31 Profil de la longueur de câble L3 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)	63
3.32 Profil de la longueur de câble L4 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)	63
3.33 Profil de la longueur de câble L5 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)	64
3.34 Profil de la longueur de câble L6 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)	64
3.35 Robot lors du suivi d'une trajectoire spirale désirée	65
3.36 Comparaison entre la trajectoire spirale générée et celle désirée avec leurs erreurs euclidiennes	66
3.37 Profil de la longueur des câbles pour la première section (trajectoire spirale)	66
3.38 Profil de la longueur des câbles pour la deuxième section (trajectoire spirale)	67
3.39 Angles de flexion pour la trajectoire spirale	67
3.40 Angles d'orientations pour la trajectoire spirale	68
3.41 Profil de la longueur de câbles L1 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale	68
3.42 Profil de la longueur de câbles L2 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale	69
3.43 Profil de la longueur de câbles L3 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale	69
3.44 Profil de la longueur de câbles L4 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale	70
3.45 Profil de la longueur de câbles L5 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale	70
3.46 Profil de la longueur de câbles L6 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale	71
3.47 Robot continuum flexible avec une seule section en suivi trajectoire circulaire	74
3.48 Valeur de la fonction coût pour les trois algorithmes méta-heuristiques .	75

Liste des figures

3.49	Temps d'exécution pour les trois algorithmes méta-heuristiques	75
3.50	Valeur de la fonction coût pour les trois algorithmes méta-heuristiques (trajectoire spirale)	76
3.51	Temps d'exécution pour les trois algorithmes méta-heuristiques (trajec- toire spirale)	76
3.52	Le premier angle de flexion obtenu par les trois approches méta-heuristiques pour suivre la trajectoire spirale	77
3.53	Le deuxième angle de flexion obtenu par les trois approches méta- heuristiques pour suivre la trajectoire spirale	77
4.1	Schéma de la chaîne cinématique du corps flexible	80
4.2	Poutre élancée sous une force axiale	81
4.3	Schéma de la chaîne cinématique en vue de face	83
4.4	Schéma de la chaîne cinématique en vue de dessus	83
4.5	L'emplacement du mécanisme de commande sur la base fixe	83
4.6	Schéma représenté les efforts agissants sur l'arbre 2	84
4.7	Efforts agissants sur la vis sans fin	88
4.8	Schéma des dimensions de la section de l'arbre	92
4.9	Efforts et les réactions agissants sur l'arbre de la vis dans le plan vertical	93
4.10	Efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan horizontal	94
4.11	Efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan vertical	98
4.12	Les efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan horizontal	99
4.13	représentation 3D du robot continuum	103
4.14	Interface du logiciel SolidWorks représentant le robot en 4 vues	103
4.15	Corps du robot (tige et les disques)	104
4.16	Conception du sous ensemble de le base du robot	104
4.17	Représentation 3D du système de commande en 4 vues (pour un seul câble)	105
5.1	Représentation 3D de l'axe central de l'unité	109
5.2	L'oscillation du robot pour $\theta = \frac{\pi}{8}$ et $\varphi = 0$	114
5.3	L'oscillation du robot pour $\theta = 0$ et $\varphi = 0$	115

Liste des tableaux

2.1	Les paramètres du robot continuum flexible à deux sections	31
2.2	Les rayons de disques pour chaque section du robot	31
2.3	Variation des longueurs de câbles pour la première simulation du robot continuum à trois section	39
2.4	Variation des longueurs de câbles pour la deuxième simulation du robot continuum à trois section	39
3.1	Longueurs des câbles pour les deux configurations	53
3.2	Les paramètres utilisés pour les trois méthodes d'optimisation	72
4.1	Pièces constituant le robot	84
4.2	Caractéristiques géométriques de l'engrenage	86
4.3	Résultats du calcul de la capacité à la rupture	87
4.4	Résultats du calcul de la puissance admissible suite à la rupture	87
4.5	Résultats du calcul de la capacité à la pression superficielle	88
4.6	Résultats du calcul de la puissance admissible à la pression superficielle	88
4.7	Application les caractéristiques de la vis sans fin	89
4.8	Coefficients de sensibilité de matériau	93
5.1	Les caractéristiques d'une seule section du robot continuum flexible	112
5.2	Les paramètres de la section considérée	112

Introduction

L'étude de la robotique suscite un intérêt croissant au cours de ces dernières décennies, ce qui incite les chercheurs à concevoir différents types de robots. Les robots sont omniprésents, la sécurité est l'avantage le plus évident de l'utilisation de la robotique. Les machines lourdes, celles qui fonctionnent à température élevée et les objets tranchants peuvent facilement blesser un être humain. Les robots peuvent aussi effectuer des actions traditionnelles ou des tâches répétitives dans un environnement industriel dangereux pour les humains (par exemple destruction de bombes, à proximité de réacteurs nucléaires ou en manipulation de déchets chimiques). De nombreuses entreprises à travers le monde travaillent sur des nouvelles technologies destinées au bien vieillir. Parmi ces projets, des robots devront pouvoir venir en aide aux personnes handicapées, âgées ou malades ainsi que des robots capables d'intervenir à l'intérieur du corps humain, ce que l'on appelle la chirurgie non-invasive. Récemment, un nouveau type de robot a émergé, qui suscite de plus en plus l'intérêt des chercheurs. Ce nouveau type est appelé les robots biomimétiques dont la morphologie et le comportement s'inspirent des animaux.

Les robots rigides traditionnels dominent toujours l'industrie, avec une tâche et un espace de travail très structurés et bien définis. En dehors de l'industrie, leur utilité est très limitée en raison de leurs mouvements prédéterminés, ne permettant que des manipulations limitées. Vient alors, l'idée de la structure flexible qui sera adaptable à son environnement, généralement actionnée pneumatiquement ou par câble en éliminant les liens rigides et en les remplaçant par une structure continue. Ces robots sont appelés robots continuum.

Les robots continuum possèdent une structure flexible, parmi les exemples les plus représentatifs de ces robots on cite la trompe d'éléphant [1], le bras de poulpe [2], le serpent [3], et la queue de kangourou [4]. La capacité des robots continuum en médecine [5], dans l'espace [6], en inspection [7] et dans d'autres applications rend ce type de robots un sujet omniprésent dans les recherches récentes. Pour modéliser le

comportement des structures de ce type de robot continuum mentionnés avant, des modèles géométriques et dynamiques s'avèrent encore ouverts aux chercheurs pour être développés.

Dans ce contexte, cette thèse présente une modeste contribution pour la modélisation géométrique, cinématique et dynamique d'un robot continuum mutli-sections.

Diverses approches de modélisation ont été appliquées aux robots continuum, à la différence des robots traditionnels rigides, les robots flexibles bioniques sont plus difficiles à modéliser et à construire en raison de leur manque de rigidité et du nombre important de degrés de liberté que requièrent les modèles géométriques sous leur forme continue. Les approches de modélisation dans lesquelles des repères sont attachés à chaque articulation sont inappropriées pour ce type de robots. Leurs modélisation nécessite l'établissement d'un modèle continu de l'axe central de la structure. La recherche sur la modélisation de ce type de robots s'intéresse aux calculs du modèle géométrique tout en respectant au maximum les spécificités et les propriétés mécaniques des robots continuum. Cependant, il n'existe pas encore un modèle géométrique général qui peut explicitement faire une description précise du comportement de ce type de robot.

- **Motivation** : Cette problématique de résolution du modèle géométrique inverse nous incite à développer une approche de modélisation pour un robot continuum flexible à courbure variable.
- **Objectifs de la thèse** : L'objectif principal de ce travail est la modélisation du comportement géométrique des robots continuum. Afin d'atteindre cet objectif, des modèles mathématiques ont été développés sur la base des approches géométriques, cinématiques et dynamiques.
- **Contribution** : Les résultats obtenus au cours de ce travail peuvent être résumés comme suit : la simplification du modèle géométrique direct par l'adaptation d'une nouvelle approche mathématique qui permet d'établir la localisation de chaque unité d'une section par rapport à l'unité de base de la même section, ce qui simplifie considérablement les équations de mouvement. La résolution du modèle géométrique inverse par les méthodes méta-heuristiques, se présente comme un problème d'optimisation gouverné par une fonction objectif avec des contraintes pour différentes applications, à savoir, le suivi de trajectoire, tout en ayant des postures adéquates à l'environnement rencontré. Une conception pour un robot continuum à deux sections est construite sous SolidWorks. Finalement, la proposition d'un modèle dynamique préalable pour le robot continuum à

courbure variable. L'établissement de ce modèle dynamique s'appuie sur les approximations de Taylor. Afin de dériver le lagrangien du modèle dynamique, on a utilisé les approximations de Taylor et puis l'équation différentielle obtenue a été résolue par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

- **Organisation du manuscrit** : Cette thèse est organisée en cinq chapitres. Le *Chapitre 1* s'intéresse à l'état de l'art des robots continuum. Dans la 1ère partie, nous présentons les différents types de robots continuum et leurs utilisations dans divers domaines. Dans la 2ème partie de l'état de l'art on présente quelques études récentes sur la modélisation géométrique et dynamique. Dans le *Chapitre 2* on a entamé la description géométrique d'un robot possédant une structure complexe similaire au robot CBHA. Ensuite, on a établi la modélisation géométrique directe d'une unité, d'une section flexible, puis du robot entier. Le *Chapitre 3* est dédié à la modélisation géométrique inverse (MGI). Le modèle géométrique inverse d'une unité à courbure constante (CC) est analytiquement présenté, cependant le modèle géométrique inverse d'une section ou du robot entier ne peut être résolu analytiquement ce qui nous a orienté vers l'utilisation de quelques algorithmes d'optimisation pour la résolution de ses équations complexes. Une étude de conception et de dimensionnement d'un prototype du robot continuum flexible à deux sections a été réalisée dans le *4ème chapitre*. La mise en plan de cette étude a été faite sous SolidWorks. Finalement, le dernier chapitre aborde une étude dynamique préalable d'un robot continuum à une seule section.

- **Liste de publications** :

Djeffal, S., Amouri, A., Mahfoudi, C., "Kinematics modeling and simulation analysis of variable curvature kinematics continuum robots," UPB Sci. Bull. Ser. D Mech. Eng., vol. 81, pp. 28–41, 2021.

Djeffal, S., Mahfoudi, C., Amouri, A., "Comparison of three meta-heuristic algorithms for solving inverse kinematics problems of variable curvature continuum robots," 10th European Conference on Mobile Robots (ECMR). IEEE, pp. 1-6, 2021.

Amouri, A., Mahfoudi, C., Djeffal, S., "Kinematic and dynamic modeling and simulation analysis of a cable-driven continuum robot," In computational methods and experimental testing in mechanical engineering. springer, pp. 26-37, 2019.

Djeffal, S., Mahfoudi, C., Amouri, A., "A path optimization technique with obstacle avoidance for multi-sections continuum robot using teaching learning

based optimization," 3rd international conference on mechanical sciences ICMS' 2021, Oum el Bouaghi, Algeria. (accepté)

Djeffal, S., Mahfoudi, C., Amouri, A., "The improvement of the orthoglide's proposed design through the dynamics' implementation," 5th international conference on advances in mechanical engineering decembre 17-19, 2019, istanbul, Turkey.

Djeffal, S., Mahfoudi, C., Amouri, A., "Contribution to the conceptual study with a view to including the ortho-glide robot's equation," 3rd international conference on electromechanical engineering ICEE 2018, 20 aout 1995-Skikda, Algeria.

Chapitre 1

Etat de l'art

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord une définition d'un manipulateur continuum, puis l'état de l'art traitant les approches de modélisation pour ce type de robots. Cela nous a permis de positionner nos travaux vis à vis la littérature actuelle sur les robots continuum. Une partie de l'état de l'art qui concerne les différents types de robots continuum est basée sur les travaux développés par Manas Milind Tonapi [8].

1.2 Définition

Les robots continuum sont une extension des robots rigides récemment développés. En ajoutant plus d'articulations aux robots rigides, cela a changé leur nom en robots hyper redondants [9]. Si nous répétons le même processus en ajoutant de plus en plus d'articulations au robot jusqu'à ce que les longueurs de ses segments s'approchent du zéro [10], cela donne naissance au robot dit "continuum".



FIGURE 1.1 : Évolution des robots manipulateurs à segments rigides aux manipulateurs continuum [10, 12, 13]

1.2.1 Originalité des robots continuum

Les robots bioniques continuum sont inspirés généralement de la nature, en particulier des espèces biologiques qui imitent les hydrostats, par exemple la trompe de l'éléphant, et la queue des animaux. Ces structures continues sont très utiles à ces espèces pour effectuer leurs tâches quotidiennes.

Si quelqu'un regarde un robot continuum pour la première fois, cela lui rappelle un sentiment de quelque chose existant dans la nature, notamment avec les hydrostats musculaires.

Les hydrostats musculaires, couramment trouvés dans les troncs d'éléphants, les langues de mammifères et les tentacules de poulpe, sont des structures musculaires molles qui peuvent se déformer, s'étendre et se tordre et fournir la force nécessaire pour faire un mouvement.

Il y a une cavité remplie de liquide qui est entourée d'un muscle et reliée à des fibres tissulaires. Le muscle hydrostatique prend une grande variété de formes grâce à ces fibres qui s'opposent les unes aux autres, par exemple, l'élongation et la flexion sont dues à ces muscles [14].

Plus d'enquêtes sur les hydrostats musculaires peuvent ouvrir la voie à la possibilité de comprendre la source principale des changements de forme complexes effectués à plusieurs reprises par ces espèces, par exemple une torsion facilement faite par le poulpe. Sur la base de ces conclusions, les robots continuum peuvent être améliorés en termes de dextérité.



FIGURE 1.2 : Tentacule de poulpe

La compréhension profonde des mouvements physiques des poulpes et leurs principes fonctionnels ont donné aux roboticiens un aperçu intéressant et un point de départ solide dans la conception de manipulateurs continuum.

1.2.2 Quelques types de robots continuum

Le robot actionné par des câbles (voir figure 1.3) [8] développé récemment à l'université de Clemson, est un robot continuum avec une tige flexible et incompressible [15]. Il contient des sections, chaque section se plie sous la forme d'une courbure constante [16]. Il a un profil d'épine dorsale élancée mais manque d'extension ou de contraction locale.

Généralement, ce robot continuum se compose de deux sections flexibles à 4 degrés de liberté, deux angles d'orientation (φ_1, φ_2) et deux angles de flexion (θ_1, θ_2). Chaque section se compose de trois éléments principaux : la tige flexible utilisée comme épine dorsale, trois câbles d'entraînement et des disques. Le mouvement spatial du manipulateur est effectué par l'application des tensions électriques à un ou à deux moteurs en même temps afin de produire des tensions dans les câbles. Les points d'attachement de ces câbles sont équidistants à 120° sur tous les disques.

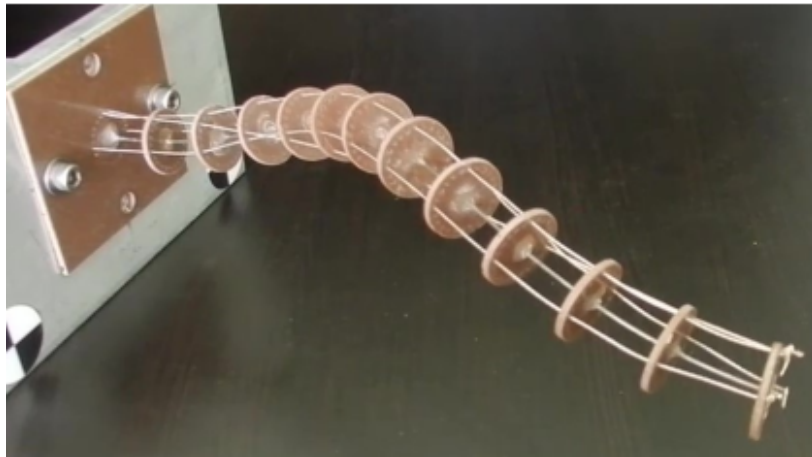


FIGURE 1.3 : Robot tentacle avec tige flexible et incompressible[17]

l'OctArm est un robot continuum développé par M. D. Grissom, I. D. Walker et al. Au début des années 2000 [18, 19]. Plusieurs OctArms ont été développés, comme OctArm IV à quatre sections et OctArmV à trois sections.

La figure 1.4 montre l'OctArm V. Il est actionné par le muscle artificiel pneumatique. Chaque segment a trois muscles. La capacité de charge de l'OctArm est importante par rapport aux autres robots continuum. Pour OctArm IV, la capacité de charge verticale est de 90 N et la capacité de charge transversale est de 16 N ; pour OctArm V, ce sont respectivement 220 N et 70 N. Cependant, le temps de réponse est long.



FIGURE 1.4 : Prototype de l'OctArm V

Un robot serpent entraîné par un câble conçu par l'Université John Hopkins (JHU) pour la chirurgie du larynx (voir figure 1.5) possède un profil mince de 4 mm [20]. Le robot se compose d'un disque de base, d'un disque d'extrémité, de plusieurs disques d'espacement et de quatre tubes super-élastiques appelés tubes de squelette fabriqués à partir d'un alliage (aluminium). Cependant, il présente une complexité significative en degrés de liberté (DDL) et des problèmes de surchauffe qui provient de la friction de l'alliage de l'aluminium contre la surface des tubes du robot [21].



FIGURE 1.5 : JHUs snake robot (Credit :JHU/Vanderbilt University)

Le robot continuum hyper-rendant [22] est un robot de 48 DDL, voir figure 1.6 actionné par 24 moteurs. Il est analogue à une trompe d'éléphant et similaire à un autre robot avec 8 DDL. Un ressort est utilisé comme colonne vertébrale pour actionner la flexion. Cela donne au robot la possibilité de réaliser une variété de formes. Cependant, ce type de robot manque d'extension et de contraction locale. De plus, le DDL plus élevé demande un nombre de moteurs plus élevé afin de pouvoir contrôler chaque articulation, ce qui n'est pas souhaitable pour une utilisation dans les applications spatiales.

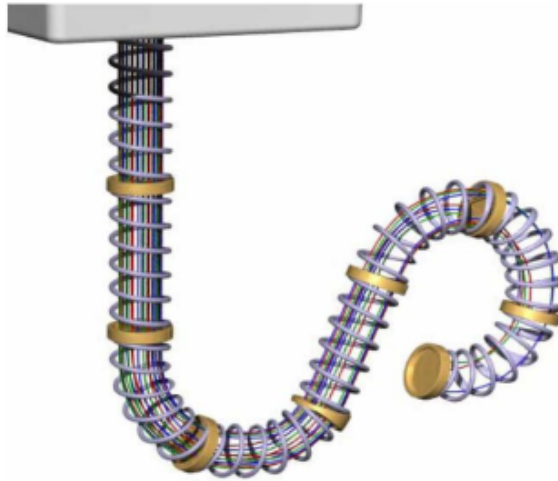


FIGURE 1.6 : Le robot continuum hyper-redondant[22]

Le coloscope continuum en forme de serpent [23] (voir figure 1.7) est composé d'une série de joints universels reliés entre eux par des rivets avec des guides pour porter des tubes à ressort. Les câbles d'entraînement sont enfermés dans les tubes à ressort et l'ensemble du corps du colonoscope est recouvert d'un treillis métallique externe. L'inconvénient de ce robot réside dans le grand nombre d'actionneurs (20) nécessaires pour une longueur relativement plus petite (60 cm) malgré une conception propre et relativement mince.



FIGURE 1.7 : Columoscope continuum avec la forme d'un serpent[23]

Les robots continuum développés avec une structure tubulaire concentrique [23] sont constitués de tubes pré-courbés coulissant les uns dans les autres (voir figure 1.8) [24]. Ils sont couramment utilisés en chirurgie mini-invasive. Certains ont une courbure

limitée en raison de la nature pré-pliée de la conception du tube concentrique, mais peuvent intrinsèquement obtenir une extension et une contraction locales.

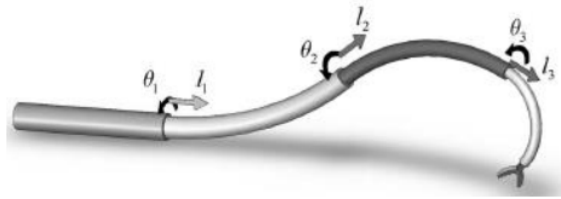


FIGURE 1.8 : Robot à tube concentrique[24]

La sonde robotique hautement articulée (highly articulated robotic probe) (HARP) introduite par l'Université Carnegie Mellon (voir figure 1.9) [21] et Massachusetts Institute Technology (MIT) [25] est un robot serpent, travaillant sur des variations du principe mis en œuvre dans le Brevet ShapeLock® de USGI Medical [26]. Il s'agit essentiellement de tubes concentriques ayant des liaisons cylindriques rigides (ou des billes de conception modulaire dans le cas du MIT) reliées par un type de joint sphérique (ou des surfaces d'appui sphériques par MIT). Les maillons (ou perles) sont enfilés par des câbles, trois pour le tube extérieur et un pour le tube intérieur (ou trois pour chacun des tubes tandem par MIT). Seul le tube extérieur est plié via des câbles. Les tubes intérieur et extérieur sont alternativement rendus rigides ou souples en tirant ou libérant tous leurs câbles. lorsque tous les câbles sont tirés, le frottement entre les liaisons et les joints sphériques rend le tube concerné rigide

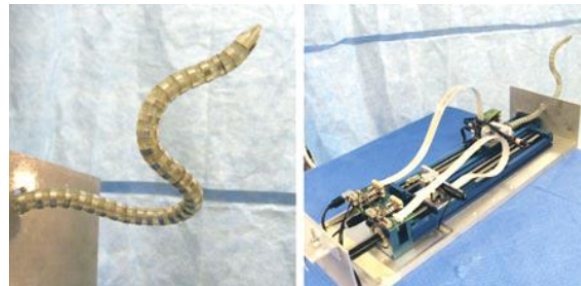


FIGURE 1.9 : HARP snake robot (Credit : Howie Choset/CMU)

Guglielmino E. et son groupe [27] ont proposé des structures similaires au bras de la pieuvre ; dont le premier robot nommé Octopus-Arm (figure 1.10) est conçu en 2010 . Le robot est composé de deux sections flexibles et dispose de 15 degrés de liberté actifs. Leur actionnement est réalisé par des muscles artificiels pneumatiques longitudinaux et transversaux. A la différence des robots précédents, ce robot est capable de contrôler sa contraction diamétrale à l'aide des muscles transversaux.

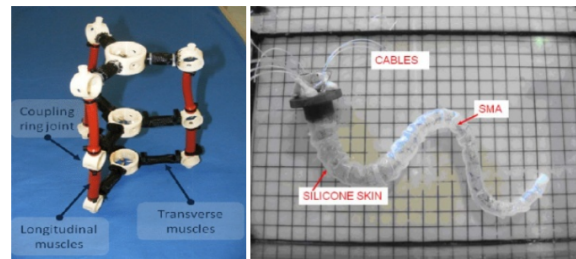


FIGURE 1.10 : (Gauche) Octopus-Arm, (Droite) Octopus-inspired robotic arm[27]

En 2012, l'équipe du Guglielmino [28], ont introduit un autre type du robot similaire au bras de la pieuvre. Le robot "octopus-like robotic arm" est commandé par des câbles et la contraction diamétrale est contrôlée par une structure mécanique articulée (SMA).

La caméra active scope (figure 1.11), est le plus long type de robot serpent de style continuum (8 mètres) [29] à ce jour. Mais son mouvement n'est possible que si son mécanisme d'entraînement fait face à une surface de contact contre laquelle il est poussé. Ceci n'est pas pratique du point de vue de l'inspection dans l'espace, où un contact minimal est souhaité. En outre, il manque d'extension et de contraction de l'épine dorsale locale.



FIGURE 1.11 : Robot camera[29]

Les robots canules actives (figure 1.12 (gauche) [30]), (figure 1.12 (droite) [31]) représentent une autre sorte de robots continuum flexibles, destinées spécialement aux

applications chirurgicales qui nécessitant une grande dextérité dans un environnement confiné [32, 33]. Les chercheurs tels que Nabil Simaan, Pierre E. Dupont et Robert J. Webster III ont été des contributeurs fréquents dans ce domaine.

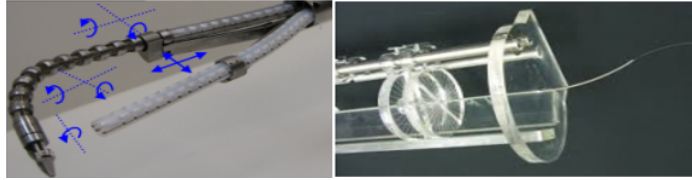


FIGURE 1.12 : (Gauche) Plateformes d'effecteurs robotiques insérables pour la chirurgie à accès unique (2010) [30], (Droite) Robots miniatures ressemblant à des serpents (2006) [31].

Les robots hybrides impliquant des éléments serpent et continuum [34, 35] ont été développés pour éliminer les inconvénients de chaque type individuellement. La figure 1.13(Gauche) montre la conception HARP avec du nitinol inséré entre la sonde interne et externe à travers un canal pour fournir plus de dextérité. La figure 1.13 (Droite) illustre un robot hybride qui possède des articulations sphériques avec une colonne vertébrale élastique et des câbles pour contrôler la flexion. Cependant, ces deux structures reposent fortement sur l'homologue de serpent (c'est-à-dire le squelette segmenté) en ce qui concerne la conception mécanique. Cela augmente leur complexité structurelle et diminue leur capacité à maintenir un profil élancé.

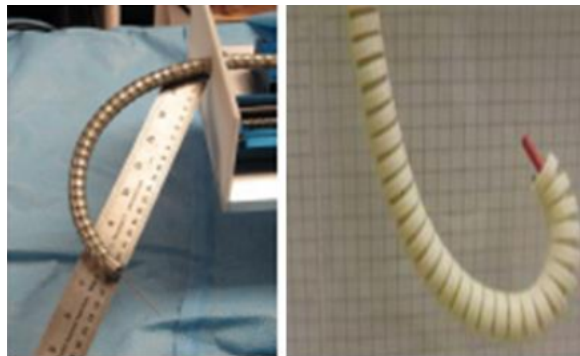


FIGURE 1.13 : Les robots hybrides Serpent-continuum[34]

Les robots flexibles bioniques qui ressemblent à la trompe d'éléphant (figure 1.14) ont été développés par la compagnie Festo. Les sections flexibles du robot "Bionic Handling Assistant" (BHA) [36] sont fabriqués avec du polyamide ce qui le rend flexible. Chaque section flexible est constituée de trois tubes commandés par trois actionneurs électropneumatiques. La position et l'orientation de chaque section est

contrôlée en faisant varier la pression d'air en entrée. RobotinoXT [37] est un robot mobile manipulateur coopératif basé sur un robot omnidirectionnel appelé Robotino et une petite version du robot BHA appelé "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)". La trompe bionique CBHA est composée de : 2 sections flexibles, 1 partie rotative, et 1 pince COMPLIANTE. La partie rotative est composée d'un tube vertébré flexible décrivant un arc de cercle. Ces types de robots se caractérisent par leur hyper-redondance avec un nombre élevé de degrés de liberté.



FIGURE 1.14 : (Gauche) Bionic Handling Arm (BHA) [38], (Droite) RobotinoXT : la trompe bionique "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)" montée sur le robot omnidirectionnel "Robotino" [37]

1.2.3 Principe de classification

Les manipulateurs continuum peuvent être classés en gros selon le type de squelette qu'ils possèdent. Par conséquent, ils sont classés comme des manipulateurs à une ou plusieurs épines dorsales (tige flexible). Les manipulateurs à une seule épine dorsale (figure 1.13) ont une structure centrale qui supporte le passage du système d'actionnement le long du corps du manipulateur [39]. De nombreux manipulateurs de squelette unique ont des câbles le long de leur structure, qui sont équidistants par les disques attachés au squelette comme moyen de transmission. Les extrémités des câbles définissent la longueur de la section.

Une autre classification des manipulateurs continuum est basée sur l'actionnement qui peut être intrinsèque, extrinsèque ou hybride. Selon la classification (figure 1.15), lorsque le système d'actionnement est intégré à la structure du manipulateur continuum et la force est appliquée directement sur la colonne vertébrale, il est appelé système d'actionnement intrinsèque. Le manipulateur BHA (figure 1.14) est un manipulateur intrinsèque à commande pneumatique. L'actionnement extrinsèque est défini comme l'actionnement qui applique un couple et une force à la colonne vertébrale du manipulateur à partir de l'extérieur de la structure du robot. L'actionnement hybride est l'actionnement qui possède à la fois, un actionnement intrinsèque et extrinsèque. Génér-

ralement, la cavité centrale des manipulateurs à actionnement extrinsèque est actionnée par un actionneur activement commandé. De nombreux modèles de manipulateurs à actionnement hybride ont un actionnement pneumatique [40, 41], la figure 1.15 montre un schéma qui englobe les différents types de robots continuum [10].

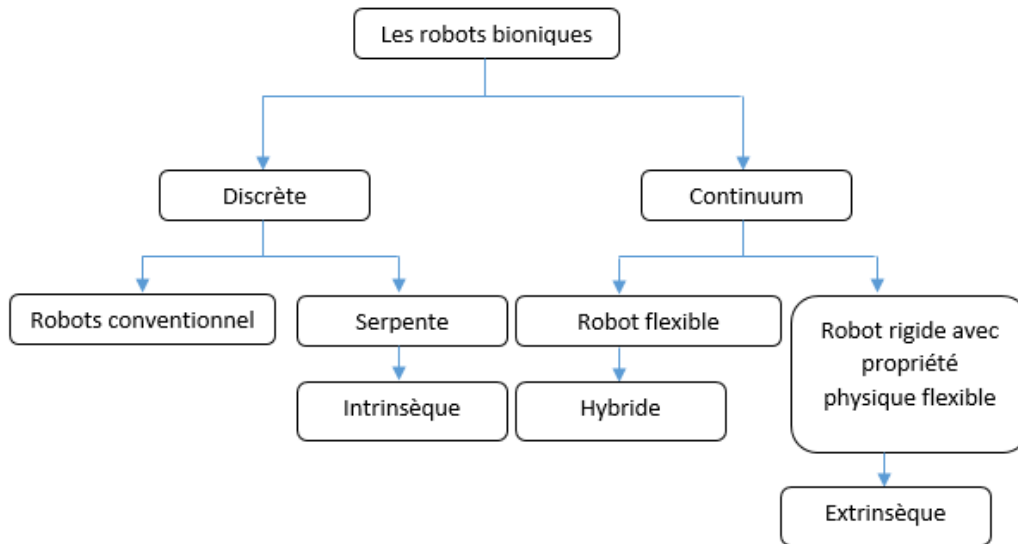


FIGURE 1.15 : Types des robots continuum

1.3 Les approches de modélisation

La modélisation des manipulateurs continuum est largement explorée dans la littérature à l'aide d'approches qualitatives, quantitatives et hybrides [13, 32, 40]. Ces travaux discutent les différentes approches pour modéliser les manipulateurs continuum. Dans la référence [42], le travail fait concerne la modélisation des manipulateurs continuum multi-sections en utilisant des fonctions de forme.

Cette approche résout le problème de singularité associé aux modèles précédemment disponibles. Dans notre cas, la classe de manipulateur continuum utilisée pour la réalisation de cette thèse est CBHA (Compact Bionic Handling Assistant). La version longue ou étendue de ce manipulateur s'appelle BHA (Bionic Handling Assistant). L'état de l'art concernant la modélisation développée pour cette classe de manipulateurs peut être classifié selon deux approches qui sont détaillées dans les sections suivantes.

1.3.1 Approche qualitative

La modélisation des robots continuum est considérée comme un obstacle pour les chercheurs en raison de la non-linéarité qui apparaît dans les équations impliquées dans la modélisation. Afin de traiter avec succès la complexité de la modélisation des robots continuum, les chercheurs se sont tournés vers des approches qualitatives qui sont basées sur des algorithmes d'apprentissage, explicitement, les algorithmes utilisés sont enseignés pour saisir le comportement du robot sans avoir besoin de résoudre les équations impliquées dans la modélisation, en d'autres termes, les algorithmes sont capables d'éviter la tâche de modélisation. Ces approches sont basées sur les données d'entrée-sortie dérivées de l'expérimentation ou la simulation et peuvent fournir des approximations précises et rapides.

Dans le travail de [43], les chercheurs ont établi une approche basée sur l'apprentissage pour le développement du modèle géométrique direct. En fait, ils ont proposé une étude comparative expérimentale et structurelle des modèles d'apprentissage couramment utilisés, à savoir le perceptron multicouche (MLP), les fonctions à base radiale (RBF), la régression par vecteur de support (SVR) et le système d'interférence neuro-floue adaptatif co-actif (CANFIS). Selon leurs résultats, la régression par vecteur de support fournit la meilleure précision et une convergence rapide pour (RBF), et un bon compromis entre le temps d'apprentissage et la précision pour (MLP) tandis que CANFIS montre une précision similaire à celle des SVR mais avec un temps d'apprentissage beaucoup plus court.

Dans la référence [44], les auteurs ont développé une approche qui est basée sur les réseaux de neurones à perceptron multicouche (MLP) et à fonction de base radiale (RBF), qui vise à fournir un modèle géométrique direct (MGD) approximatif du tronc d'éléphant qui est nommé CBHA. Pour obtenir de bons résultats, la base de données doit être bien préparée et construite avec précision. En ce qui concerne le modèle géométrique inverse, les chercheurs ont utilisé une technique d'apprentissage supervisé distal (DSL) [44] qui est principalement dérivé de l'étude [45], dans lequel le MGI est résolu. Explicitement, la SDL peut être résumée en deux étapes ; la première consiste à créer une base de données à partir du modèle géométrique direct qui est utilisé pour entraîner le robot. Pour la seconde, pour une position donnée, les angles de flexion ainsi que les longueurs de câble peuvent être obtenus. Dans le travail de [46], les auteurs ont développé une approche méta-heuristique pour résoudre le modèle géométrique inverse en se basant sur les hypothèses de la courbure constante, à savoir l'optimisation par essaims de particules (PSO). Leur idée principale vise à résoudre le modèle géométrique inverse par une fonction objectif gouvernante qui illustre la distance entre l'effecteur

final du robot continuum et la trajectoire prescrite. Ils ont prouvé que le PSO fournit une précision remarquable ainsi qu'une convergence rapide. Dans le même contexte, dans cette thèse, trois approches méta-heuristiques sont établies et développées pour résoudre le modèle géométrique inverse du robot continuum à courbure variable, à savoir le PSO, colonie d'abeilles artificielle (ABC) et algorithme génétique (GA).

Dans notre recherche, les algorithmes développés peuvent fournir les angles de flexion et d'orientation nécessaires ainsi que les longueurs de câble appropriées pour suivre une trajectoire spécifique. Le modèle géométrique inverse du manipulateur BHA [47] en utilisant une approche qualitative basée sur le babillage d'objectifs en ligne (online goal Babbling), l'idée de cette modélisation est d'apprendre le modèle inverse du manipulateur BHA (3 sections), une version longue du CBHA (2 sections), qui suggère les longueurs des paramètres communs pour atteindre la cible dans l'espace de travail.

1.3.2 Approche quantitative

La complexité de la modélisation des robots continuum n'a pas totalement détourné l'attention des chercheurs pour trouver des solutions analytiques qui sont basées sur des approches quantitatives. Pour le modèle géométrique [48–55, 16, 34], dans ces travaux, les chercheurs considèrent que chaque section du robot se déforme comme un arc de cercle.

Pour la modélisation du CBHA, deux transformations ont été utilisées, la première est une transformation indépendante qui exprime la position de l'effecteur du robot en fonction des paramètres de l'arc, et la seconde est une transformation spécifique qui établit les relations entre les paramètres de l'arc et les longueurs des tubes qui peuvent être assimilées à des câbles. Le développement de la modélisation du CBHA est purement quantitatif puisqu'il repose sur des expressions analytiques.

Les équations du modèle géométrique direct ne sont pas faciles à résoudre surtout quand il s'agit de déterminer le MGI. Par conséquent, la méthode de Newton Raphson est utilisée pour trouver la solution de ce problème [56]. La méthode Newton Raphson est une méthode itérative pour trouver la meilleure approximation des racines d'une fonction. Les fonctions utilisées pour le calcul de la solution du MGI pour le CBHA, sans avoir le MGD est mentionnée dans la référence [57]. L'étude dans [58] a introduit l'approche basée sur la méthode des éléments finis (FEM) pour modéliser les manipulateurs continuum flexible dans des conditions quasi-statiques. Dans le travail [36], les auteurs Présentent une méthodologie pour modéliser les manipulateurs continuum à courbure variable. Dans un premier temps, le modèle géométrique direct est déduit. Cette approche définit chaque section du manipulateur comme une série du nombre fini

d'arcs de cercle. Pour inclure la redondance lors du problème de MGI, la solution est fournie au niveau de la vitesse grâce à l'utilisation d'une matrice jacobienne de robot qui est calculée analytiquement. Dans [59], Les auteurs ont utilisé les spirales d'Euler pour modéliser les sections d'un robot continuum à courbure variable. Les spirales d'Euler sont des courbes dont la courbure augmente linéairement avec la longueur de l'arc. Ces spirales d'Euler ont donné une amélioration dans la prédiction de la forme des sections du robot pendant la flexion pour un cas réel. Dans [60], une nouvelle approche analytique est établie pour résoudre le MGI du robot continuum basée sur l'hypothèse de la courbure constante.

Dans le même contexte de la modélisation géométrique directe, nous avons développé un modèle mathématique qui décrit un robot continuum à courbure variable. Dans lequel, les unités coniques pour chaque section du robot dépendent du premier angle qui gouverne la base de la première unité de la section.

En ce qui concerne la modélisation dynamique, les chercheurs ont développé analytiquement des modèles qui sont basé sur la méthode d'Euler-Lagrange [54, 61–65], le formalisme de Newton-Euler [15], le principe de Hamilton [66], le principe de la puissance virtuelle [67, 68], et la théorie de la tige de Cosserat [69–74, 52]. Ces modèles décrivent les équations des mouvements d'une tige, et sont dérivées des premiers principes sous des hypothèses modérées telles que l'idéalisation de la tige en tant qu'objet élancé. dans [75], Les auteurs ont résolu le modèle dynamique inverse en utilisant des courbes paramétriques (Hodographe de Pythagore) combinées avec le modèle d'euler bernouli, ce qui permet d'établir une relation entre les entrées de l'actionneur et les courbes de 'Hodographe de Pythagore'; ainsi les entrées de l'actionneur peuvent être calculées. Dans [76], un modèle dynamique pour un robot continuum multi-sections à courbure variable est développé par le biais de la théorie de Cosserat rod en tenant compte de l'allongement de l'axe central du robot. Le modèle proposé s'est avéré avoir une précision considérablement améliorée par rapport au modèle à courbure constante. Dans le même contexte, pour le modèle dynamique développé dans cette thèse, nous avons utilisé la méthode d'Euler-Lagrange pour un robot continuum à courbure variable. Dans laquelle nous avons supposé que l'épine dorsale du robot continuum est une série d'arcs de cercle inter-connectés les uns avec les autres.

1.3.3 Approche hybride

L'approche hybride utilise des approches quantitatives (géométriques) et qualitatives (réseau neuronal, méthode d'optimisation) pour résoudre le MGI du Compact Bionic Handling Assistant (CBHA). Le CBHA est considéré comme composé de 17 vertèbres ;

par conséquent, dans cette approche, chaque inter-vertèbre est modélisée comme un robot parallèle de type 3UPS-1UP (Universal-Prismatic-Spherical). Trois articulations UPS série cinématiques contrôlent la position et l'orientation de la vertèbre supérieure par rapport à la vertèbre inférieure, mais seules les articulations prismatiques sont actives. Dans le cas du CBHA, la translation des vertèbres supérieures par rapport aux vertèbres inférieures est perpendiculaire. De plus, la torsion n'est pas possible. Pour ces contraintes, la série UP est utilisée. Les équations du modèle géométrique inverse des robots parallèles sont faciles à établir avec certaines relations géométriques élémentaires [77]. Dans notre travail, nous développons une méthode simplifiée pour calculer le modèle géométrique direct ainsi que le modèle géométrique inverse en utilisant des méthodes méta-heuristiques, voire optimisation par essais de particules (PSO) [78], colonie d'abeilles artificielle (ABC), algorithme génétique (GA). La méthode PSO est l'une des méthodes heuristiques qui a prouvé son efficacité pour la résolution des problèmes d'optimisation difficiles dans divers domaines des sciences et de l'ingénierie [78, 79]. Le principal avantage de cette méthode est sa simplicité et sa convergence rapide [80, 81]. Cette méthode est appliquée avec succès pour résoudre le MGI pour un robot continuum multi-sections planaire et spatial [82, 83], la méthode GA possède une bonne précision par rapport à PSO. De même la méthode ABC, est appliquée pour la première fois sur les robots continuum flexibles, où elle est connue par sa précision considérable. Le MGI a été formulé comme un problème d'optimisation pour le cas de la courbure variable (VC).

Par comparaison des trois approches, on constate que l'approche quantitative est plus efficace pour les tâches prédéfinies, mais n'est pas appropriée pour une mise en œuvre en temps réel, en raison de la complexité des modèles analytiques décrivant la cinématique du système. L'approche qualitative est précise lorsque l'espace d'apprentissage couvre toutes les tâches spatiales, mais dans le cas général, elle est plus appropriée pour la simulation et la mise en œuvre en temps réel. La troisième approche est une combinaison des deux premières approches et elle regroupe l'avantage du quantitatif en terme de généralisation et du qualitatif en terme de mise en œuvre en temps réel.

1.4 Conclusion

Ce chapitre présente une définition générale du robot continuum et son évolution au cours des dernières années. On a présenté également, les différents types de robots continuum ainsi que leurs applications dans divers domaines. Évidemment, la modélisation de robots continuum a été discutée en détail, ainsi que le positionnement de notre travail vis à vis des études existantes.

Chapitre 2

Modélisation géométrique directe

2.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est l'établissement du modèle géométrique direct d'un robot continuum flexible à courbure variable. Dans le même contexte, on met l'accent sur le développement de nouvelles formules mathématiques qui facilitent le calcul du modèle géométrique direct d'un robot continuum flexible à courbure variable. Le modèle géométrique direct d'un manipulateur flexible traite le problème qui concerne l'identification de la position de l'effecteur terminal pour une configuration définie du manipulateur. Pour un manipulateur rigide, cette configuration est simplement l'ensemble des variables associées aux articulations du robot ; contrairement aux robots rigides, les variables qui expriment la configuration d'un manipulateur flexible changent par rapport à la morphologie du robot et à son type d'actionnement, et ne peuvent donc pas être obtenues de manière directe. Pour cette raison, la recherche sur la modélisation des robots continuum flexibles s'intéresse aux façons de développer des modèles géométriques exhaustifs tout en respectant le maximum de spécificités et de propriétés mécaniques du robot étudié. L'approche adaptée à cette tâche, est d'assimiler l'axe central du robot à une courbe théorique en utilisant un repère de référence évoluant le long de l'axe central de la structure, dans le but d'avoir un modèle continu de l'axe central du robot [32].

Dans ce chapitre, la formule développée pour les robots continuum à courbure variable peut être facilement appliquée sur des robots flexibles qui possèdent une structure dont la déformation est similaire à plusieurs arcs connectés en série. Dans ce qui suit, la géométrie d'un robot continuum actionné par câbles à courbure constante et variable est discutée.

2.2 Description géométrique d'un robot continuum actionné par câbles (cas général)

Un robot continuum à câble est l'un des types les plus couramment utilisés. Les robots continuum actionnés par câble se composent d'une épine dorsale flexible avec des disques qui sont séparés les uns des autres par la même distance, et attachés à l'épine dorsale.

Dans la plupart de ces robots, le cheminement des câbles est rectiligne ou courbe hélicoïdale lisse. Les câbles passent par des trous qui sont situés sur les disques afin de guider le robot et de le faire courber vers la position désirée.

2.2.1 Géométrie de l'ensemble du profil du robot considéré

La structure du robot considéré possède deux sections de forme conique. Chaque section est montée sur la base de sa première unité conique, les unités coniques restantes sont empilées séquentiellement. Chaque section possède deux degrés de liberté, un mouvement de flexion ($\theta_{j,k}$) et d'orientation ($\varphi_{j,k}$). Le robot est actionné par trois câbles indépendants.

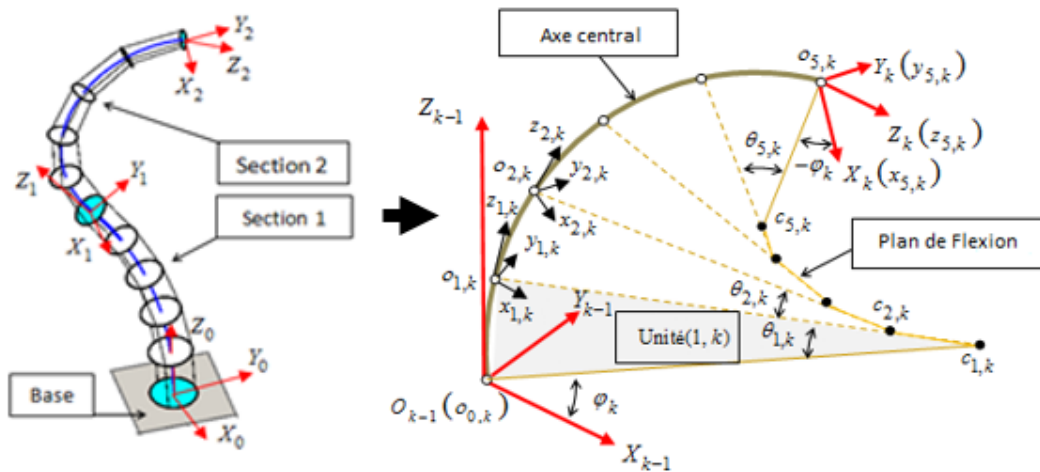


FIGURE 2.1 : (Gauche) La totale structure du robot avec les coordonnées globales pour chaque section, (Droite) Placement des repères sur l'axe central pour chaque unité

Pour avoir une description simplifiée du robot continuum considéré, le profil de la section entière est assimilé à une courbe formée par une concaténation d'arcs de cercle reliés en série les uns aux autres, et qui représentent l'axe central du robot (figure 2.1).

Une illustration détaillée d'une unité de forme conique montrant les paramètres d'arc et les propriétés géométriques est discutée dans ce qui suit.

2.2.2 Géométrie d'une unité conique

La maîtrise de la géométrie d'une seule unité conique ouvre la voie à la compréhension des unités restantes qui constituent l'épine dorsale du robot. Chaque unité est composée de deux plates-formes (figure 2.2), qui peuvent être virtuelles comme dans le cas du CBHA ou réelles comme pour notre cas.

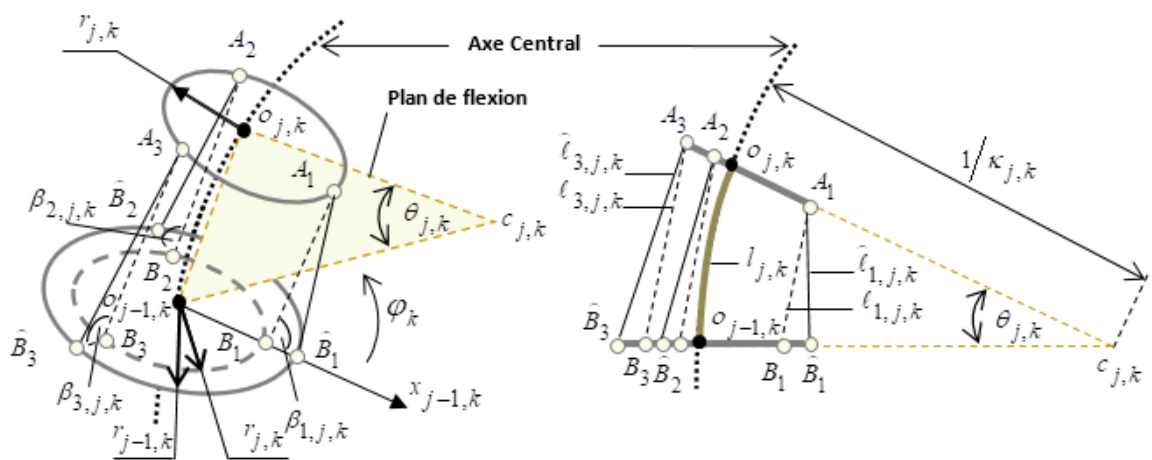


FIGURE 2.2 : (Gauche) Description d'une unité de forme conique et cylindrique (j, k) ,
(Droite) La variation des longueurs des câbles pour les deux formes conique ou cylindrique

Dans le cas général, la base de l'unité est fixe et la partie supérieure est mobile. Elles sont reliées entre eux par trois segments i ($i=1,2,3$).

Chaque segment i connecte les deux plates-formes aux points $A_{i,j,k}$ et $B_{i,j,k}$ pour le cas d'une unité de forme cylindrique respectivement, tandis que $A_{i,j,k}$, $\widehat{B}_{i,j,k}$ relie la plateforme fixe et celle mobile qui possède une forme conique (disque conique), (figure 2.2).

La longueur de câble qui relie les disques d'une unité cylindrique est désignée par $\ell_{i,j,k}$ et celle qui relie les disques d'une unité conique est désignée par $\widehat{\ell}_{i,j,k}$. Chaque unité cylindrique est paramétrée par son angle d'orientation φ_k , son angle de flexion $\theta_{j,k}$, et sa courbure $\kappa_{j,k}$.

2.2.3 Placement des repères sur l'axe central du robot (cas général)

Dans cette section, nous définissons les différents repères qui doivent être attachés à la géométrie générale d'un manipulateur flexible. Dans un premier temps, le centre de la plateforme supérieure de chaque section k du robot flexible est référencé par un repère nommé R_k . Ensuite, un repère R_0 est fixé à la base de la première section comme le montre la figure 2.3.

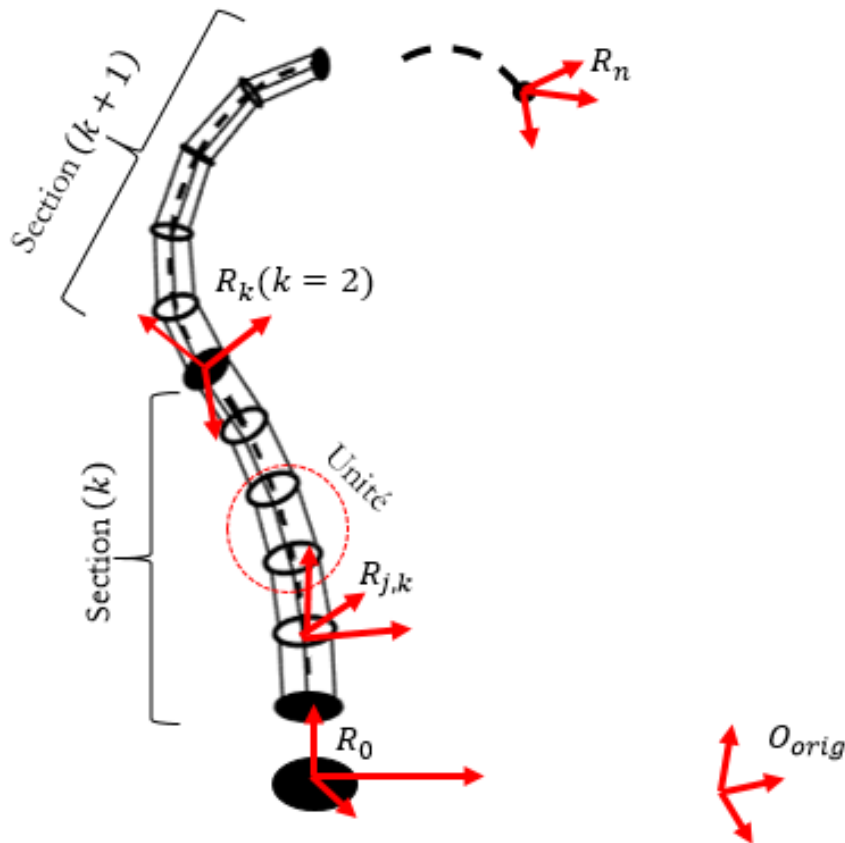


FIGURE 2.3 : Placement des repères sur la structure d'un manipulateur flexible

Afin de pouvoir calculer le modèle géométrique direct de chaque unité constituant le robot, un repère intermédiaire $R_{j,k}$ est affecté au centre de la plate-forme de chaque unité (j,k) .

La description d'une section flexible de sa base vers son extrémité se fait comme suit : les indices des unités j augmentent de 1 à m , et pour chaque plate-forme intermédiaire (j,k) , la distance entre l'axe central et les points d'ancrage est notée $r_{j,k}$ (figure 2.2

(gauche)). L'unité (j, k) , est modélisée comme un arc de cercle inextensible. Cette unité à une extrémité fixée à l'origine du repère $O_{j-1, k}$, l'autre extrémité $O_{j, k}$ est située en un point de l'espace de travail atteignable comme le montre la figure 2.2.

2.3 Hypothèses de modélisation

Avant d'entamer la modélisation du robot considéré, il faut signaler les différentes hypothèses retenues, sur lesquelles s'appuie le développement mathématique tout au long de ce travail. Les travaux précédemment développés sur les hypothèses utilisées pour modéliser l'axe central des robots continuum flexibles reposent sur la courbure constante [50], qui considèrent la déformation des sections du robot comme un arc de cercle. Les chercheurs l'ont utilisé car il facilite le calcul des modèles géométriques. Cependant, la courbure constante (CC) ne montre pas une meilleure imitation de l'axe central du robot continuum. Pour cette raison, des recherches récentes ont ouvert de nouvelles portes à la modélisation de l'axe central du robot continuum, qui décrivent de manière détaillée la déformation de chaque unité du robot comme un arc de cercle, typiquement appelé courbure variable (CV) [36].

Les hypothèses envisagées pour la modélisation de la courbure variable (CV) le long de cette thèse peuvent être résumées comme suit :

- Le robot continuum flexible est décrit comme une chaîne cinématique ouverte de n sections ;
- Chaque section est un ensemble de concaténations d'unités équidistantes de forme conique ;
- Chaque unité de forme conique est modélisée comme un arc de cercle inextensible ayant son paramètre individuel ;
- Les longueurs de câbles sont fragmentées de manière homogène le long du robot ;
- Les déformations de robot au niveau de sections et unités se font sans torsion (torsion négligée) ;

2.4 Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct (MGD) consiste à calculer la position et l'orientation de l'organe terminal du robot continuum flexible en fonction des longueurs de câbles. Le MGD pour le robot considéré dans ce travail peut être dérivé en trois étapes :

- ✓ Le MGD d'une seule unité de forme conique.
- ✓ Le MGD d'une seule section.
- ✓ Le MGD d'un robot continuum flexible à plusieurs sections

2.4.1 Modèle géométrique direct d'une unité de forme conique

Comme le montre la figure 2.2, une description élaborée de la forme conique et cylindrique du robot continuum flexible est décrite.

Dans l'ensemble, le MGD d'une unité de forme conique consiste à représenter les coordonnées opérationnelles $X_{j,k}$ en fonction de la longueur des câbles $\widehat{Q}_{j,k}$ à travers les paramètres d'arc $K_{j,k}$, et qui est obtenu par deux transformations, la première est la transformation spécifique et la seconde est celle indépendante. Les deux transformations seront discutées en détail dans la suite de ce chapitre.

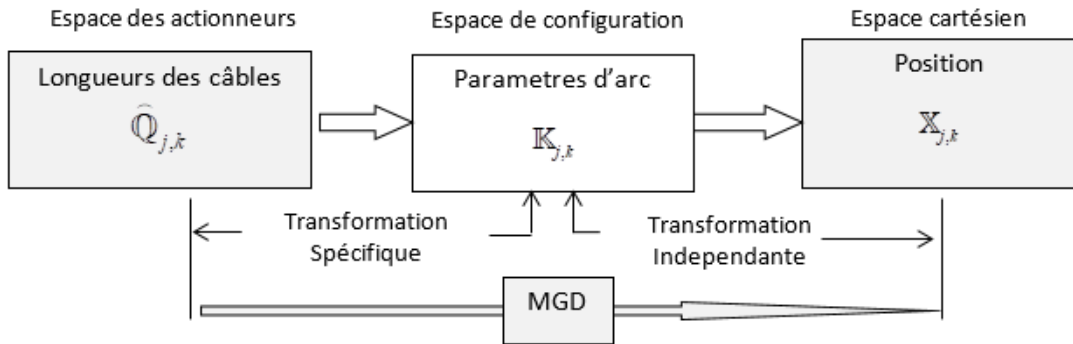


FIGURE 2.4 : Vue globale de la modélisation

En supposant que chaque unité se déforme sous la forme d'un arc de cercle. La transformation homogène peut être écrite par l'équation suivante [32] :

$$T_{j,k}^{j-1,k} = \begin{bmatrix} R_{j,k}^{j-1,k} & O_{j,k}^{j-1,k} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Avec $R_{j,k}^{j-1,k}$ et $O_{j,k}^{j-1,k}$ sont respectivement la matrice (3×3) et le vecteur (3×1) définissant l'orientation et la position de l'origine du repère $R_{j,k}$ dans le repère $R_{j-1,k}$.

Sous les hypothèses précédentes, la matrice d'orientation $R_{j,k}^{j-1,k}$ est donnée par l'équation suivante [55] :

$$\begin{aligned}
 R_{j,k}^{j-1,k} &= \text{rot}(Z_{j-1,k}, \varphi_k) \text{rot}(Y_{j-1,k}, \theta_{j,k}) \text{rot}(Z_{j-1,k}, -\varphi_k) \\
 &= \begin{bmatrix} c^2\varphi_k c\theta_{j,k} + s^2\varphi_k & c\varphi_k c\theta_{j,k} s\varphi_k - c\varphi_k s\varphi_k & c\varphi_k s\theta_{j,k} \\ c\varphi_k c\theta_{j,k} s\varphi_k - c\varphi_k s\varphi_k & s^2\varphi_k c\theta_{j,k} + c^2\varphi_k & s\varphi_k s\theta_{j,k} \\ -c\varphi_k s\theta_{j,k} & -s\varphi_k s\theta_{j,k} & c\theta_{j,k} \end{bmatrix} \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

Avec : $c. = \cos(.)$ et $s. = \sin(.)$

Pour le vecteur de position, il est défini comme suit :

$$O_{j,k}^{j-1,k} = \begin{cases} \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} (1 - \cos(\theta_{j,k})) \cos(\varphi_k) \\ \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} (1 - \cos(\theta_{j,k})) \sin(\varphi_k) \\ \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} \sin(\varphi_k) \end{cases} \quad (2.3)$$

2.4.1.1 Transformation spécifique

Afin de faire apparaître la longueur des câbles dans la matrice d'orientation, une transformation spécifique est établie. Elle exprime la longueur des câbles $l_{i,j,k}$, de chaque unité (j, k) en fonction des paramètres d'arc qui sont l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$, l'angle de flexion $\theta_{j,k}$ [rad] et sa courbure $\kappa_{j,k}$ [1/mm]. Dans un premier lieu, l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ doit être calculé.

Comme le diamètre de chaque disque est inclus, nous fournissons une équation générale qui permet de déterminer chacun d'eux :

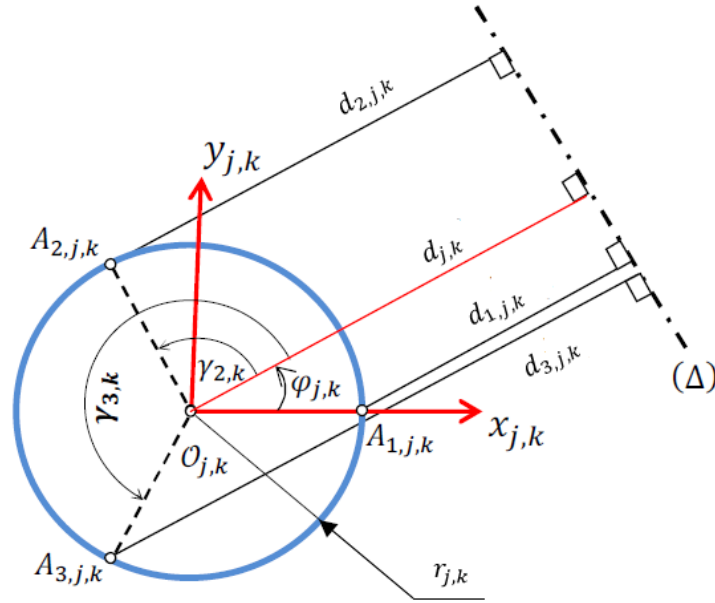
$$r_{j,k} = r_{\max,k} - \frac{j}{k} (r_{\max,k} - r_{\min,k}) \quad (2.4)$$

Avec $r_{\max,k}$ et $r_{\min,k}$ sont, respectivement, le rayon minimum et maximum de la section k . Lorsque l'angle d'orientation est égal à 0, l'axe central de l'unité prend une forme d'arc de cercle de centre $[d_{j,k}, 0, 0]^T$.

De même, les points $A_{i,j,k}$ et $B_{i,j,k}$ où les câbles sont attachés, seront situés dans un arc de cercle de centre $[d_{i,j,k}, 0, 0]^T$. Sur la base de ces résultats, nous pouvons obtenir l'équation suivante :

$$l_{j,k} [mm] = \frac{\theta_{j,k}}{\kappa_{j,k}} \quad (2.5)$$

Cet aspect peut être décrit par l'équation (2.6) basée sur la figure 2.5, où $d_{j,k}$ est le rayon de courbure de l'unité (j, k) et $d_{i,j,k}$ le rayon de courbure pour chaque câble.


 FIGURE 2.5 : Définition des différents rayons de courbure de l'unité (j,k)

Additionnellement, il existe une relation entre l'angle $\varphi_{j,k}$ et $\gamma_{i,k}$. L'angle $\gamma_{i,k}$ prend trois valeurs : $-\varphi_{j,k}$, $\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}$, $-\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}$, pour $i = 1,2,3$ respectivement. Par le biais de la figure 2.5, le rayon de courbure peut être exprimé comme suit :

$$\begin{cases} d_{1,j,k} = d_{j,k} - r_{j,k} \cos(\gamma_{1,k}) \\ d_{2,j,k} = d_{j,k} - r_{j,k} \cos(\gamma_{2,k}) \\ d_{3,j,k} = d_{j,k} - r_{j,k} \cos(\gamma_{3,k}) \end{cases} \quad (2.6)$$

Si nous substituons les trois valeurs de $\gamma_{i,k}$ dans l'équation (2.6), nous pouvons obtenir l'équation suivante :

$$\begin{cases} \ell_{1,j,k} = l_{j,k} - r_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{1,k}) \\ \ell_{2,j,k} = l_{j,k} - r_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{2,k}) \\ \ell_{3,j,k} = l_{j,k} - r_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{3,k}) \end{cases} \quad (2.7)$$

Selon l'équation (2.7), l'un des moyens de faire sortir $\varphi_{j,k}$ de cette équation est de soustraire membre à membre la première équation de la deuxième et la première équation de la troisième, on aura :

$$\begin{cases} \ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} = r_{j,k} \theta_{j,k} \left(\cos(\gamma_{2,k}) - \cos(\gamma_{1,k}) \right) \\ \ell_{1,j,k} - \ell_{3,j,k} = r_{j,k} \theta_{j,k} \left(\cos(\gamma_{3,k}) - \cos(\gamma_{1,k}) \right) \end{cases} \quad (2.8)$$

En divisant membre à membre l'équations (2.8), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k}}{\ell_{1,j,k} - \ell_{3,j,k}} = \frac{r_{j,k}\theta_{j,k} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right) \right)}{r_{j,k}\theta_{j,k} \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right) \right)} \quad (2.9)$$

Puis, nous remplaçons $\gamma_{1,k}$, $\gamma_{2,k}$, $\gamma_{3,k}$ par leurs valeurs, ce qui permet de trouver l'égalité suivante :

$$\frac{\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k}}{\ell_{1,j,k} - \ell_{3,j,k}} = \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right)}{\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right)} \quad (2.10)$$

Après simplification l'équation (2.10) devient :

$$\frac{\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k}}{\ell_{1,j,k} - \ell_{3,j,k}} = \frac{-\frac{1}{2} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right)}{-\frac{1}{2} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \cos\left(-\varphi_{j,k}\right)} \quad (2.11)$$

Dans la suite, une procédure détaillée pour l'obtention des paramètres de l'arc est établie en remplaçant l'angle $\gamma_{i,k}$ par ses valeurs $-\varphi_{j,k}$, $\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}$, $-\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}$, pour $i = 1, 2, 3$ respectivement.

- 1^{ère} simplification :

$$\frac{1}{2}\ell_{1,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{1,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \ell_{1,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{1}{2}\ell_{1,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{2,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \ell_{2,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) = -\frac{1}{2}\ell_{1,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{1,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) - \ell_{1,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{1}{2}\ell_{3,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{3,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \ell_{3,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right)$$

- 2^{ème} simplification :

$$-\sqrt{3}\ell_{1,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{1}{2}\ell_{2,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{2,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \ell_{2,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) = \frac{1}{2}\ell_{3,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{3,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \ell_{3,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right)$$

- 3^{ème} simplification :

$$-\sqrt{3}\ell_{1,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{3}{2}\ell_{2,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{2,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right) = \frac{3}{2}\ell_{3,j,k} \cos\left(\varphi_{j,k}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell_{3,j,k} \sin\left(\varphi_{j,k}\right)$$

- 4^{ème} simplification :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(-2\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k} \right) \sin\left(\varphi_{j,k}\right) = \frac{3}{2} \left(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k} \right) \cos\left(\varphi_{j,k}\right)$$

- 5^{ème} simplification :

$$\frac{\sin\left(\varphi_{j,k}\right)}{\cos\left(\varphi_{j,k}\right)} = \frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{(-2\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})}$$

Finalement, on aura la formule de l'angle d'orientation :

$$\varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{2\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} - \ell_{3,j,k}} \right) \quad (2.12)$$

Après avoir déterminé l'angle d'orientation, nous calculons maintenant le rayon de courbure à l'aide de l'équation (2.7) mentionnée précédemment, en faisant la somme des trois membres :

$$3l_{j,k} = \ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k} + r_{j,k}\theta_{j,k} \left(\cos(\gamma_{1,k}) + \cos(\gamma_{2,k}) + \cos(\gamma_{3,k}) \right) \quad (2.13)$$

Par le biais de la figure 2.5, on peut écrire :

$$\sum_{i=1}^3 \cos(\gamma_{i,k}) = 0 \quad (2.14)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$l_{j,k} = \frac{\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k}}{3} \quad (2.15)$$

En substituant l'équation (2.5) et (2.15) dans l'équation (2.6), et après des simplifications trigonométriques, on aura la formule du rayon de courbure :

$$d_{j,k} = \frac{1}{\kappa_{j,k}} = \frac{r_{j,k} (\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})}{2\sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}}} \quad (2.16)$$

Le dernier paramètre de l'arc de cercle est l'angle de flexion $\theta_{j,k}$, qui peut être calculé en substituant les équations (2.15) et (2.16) dans (2.5), on obtient alors :

$$\theta_{j,k} = \frac{2\sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}}}{3r_{j,k}} \quad (2.17)$$

Finalement, les expressions de l'arc de cercle peuvent être résumées dans l'équation (2.18) :

$$\begin{cases} \varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{2\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} - \ell_{3,j,k}} \right) \\ \theta_{j,k} = \frac{2\sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}}}{3r_{j,k}} \\ \kappa_{j,k} = \frac{2\sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}}}{r_{j,k}(\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})} \end{cases} \quad (2.18)$$

Sachant que chaque unité possède une forme conique, les équations (2.18) doivent être exprimées en fonction des longueurs de câble $\widehat{\ell}_{i,j,k}$ au lieu de $\ell_{i,j,k}$. Par conséquent, selon l'hypothèse mentionnée avant ; chaque unité de forme conique est modélisée comme un arc de cercle inextensible ayant ses paramètres d'arc individuels et se déforme selon des angles faibles, la relation entre ces deux longueurs de câble est donnée par la loi des cosinus [36] :

$$\widehat{\ell}_{i,j,k}^2 = \ell_{i,j,k}^2 + (r_{j-1,k} - r_{j,k})^2 - 2\ell_{i,j,k}(r_{j-1,k} - r_{j,k}) \cos(\beta_{i,j,k}) \quad (2.19)$$

Avec :

$$\cos(\beta_{i,j,k}) = \sin\left(\frac{\kappa_{j,k} l_{j,k}}{2}\right) \cos\left(\frac{2}{3}\pi(k-1) - \varphi_{j,k}\right)$$

Après avoir résolu l'équation (2.19), la longueur des câbles $\ell_{i,j,k}$ peut être exprimée comme suit :

$$\ell_{i,j,k} = \sqrt{\widehat{\ell}_{i,j,k}^2 - (r_{j-1,k} - r_{j,k})^2} + (r_{j-1,k} - r_{j,k}) \cos(\beta_{i,j,k}) \quad (2.20)$$

D'après l'équation (2.20), la longueur du câble $\ell_{i,j,k}$ est en fonction de la longueur du câble $\widehat{\ell}_{i,j,k}$, la variation des diamètres des disques pour chaque unité conique ($r_{j-1,k} - r_{j,k}$) et de l'angle $\beta_{i,j,k}$.

Pour trouver une solution analytique approximative entre les longueurs du câble de l'unité conique $\widehat{\ell}_{i,j,k}$ et l'état de configuration $\kappa_{j,k}$, l'influence de $\beta_{i,j,k}$ sur les longueurs du câble de l'unité cylindrique selon l'équation (2.20) doit être négligeable. Comme la conicité unitaire ne peut pas être modifiée, des angles $\beta_{i,j,k}$ proches de $\frac{\pi}{2}$ sont nécessaires. Ceci peut être atteint en choisissant un nombre des unités élevé, car l'angle de flexion $\theta_{j,k}$ de l'unité diminue avec l'augmentation du nombre d'unités par section. Dans ce cas, l'équation (2.20) se simplifie en :

$$\ell_{i,j,k} = \sqrt{\widehat{\ell}_{i,j,k}^2 - (r_{j-1,k} - r_{j,k})^2} \quad (2.21)$$

2.4.1.2 Transformation indépendante

Pour exprimer les coordonnées cartésiennes $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$ en fonction des paramètres de l'arc, nous substituons l'équation (2.18) dans (2.3), les coordonnées cartésiennes $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$ en fonction des longueurs des câbles seront exprimées comme suit :

$$\begin{cases} x_{j,k} = \frac{r_{j,k}(\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})}{M_{j,k}} \sin^2\left(\frac{M_{j,k}}{3r_{j,k}}\right) \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{2\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} - \ell_{3,j,k}}\right)\right) \\ y_{j,k} = \frac{r_{j,k}(\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})}{M_{j,k}} \sin^2\left(\frac{M_{j,k}}{3r_{j,k}}\right) \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{2\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} - \ell_{3,j,k}}\right)\right) \\ z_{j,k} = \frac{r_{j,k}(\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k})}{2M_{j,k}} \sin\left(\frac{2M_{j,k}}{3r_{j,k}}\right) \end{cases} \quad (2.22)$$

avec : $M_{j,k} = 2\sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}}$

2.4.2 Modèle géométrique direct d'une section de forme conique

Comme mentionné précédemment, une section k est une concaténation de m unités. En plus, chaque section se déforme sans effet de torsion, donc nous pouvons avoir le modèle géométrique direct d'une section par la multiplication des matrices de transformations, ce qui peut s'exprimer par la relation suivante :

$$T_k^{k-1} = T_{m,k}^{0,k} = \prod_{j=1}^m T_{j,k}^{j-1,k} \quad (2.23)$$

Où $T_{j,k}^{j-1,k}$ est la matrice (4×4) définissant l'orientation et la position de l'origine du repère $R_{j,k}$ dans le repère $R_{j-1,k}$.

Les paramètres utilisés pour la section considérée du robot continuum sont indiqués dans le [Tableau. 2.1](#).

TABLEAU 2.1 : Les paramètres du robot continuum flexible à deux sections

	Section (k=1)	Section (k=2)	Description
m_k	5 unités	5 unités	Nombre d'unités par section
L_k	300 mm	300 mm	Longueur totale de la section
$r_{\min,k}$	17.5 mm	10 mm	Distance de câble radiale
$r_{\max,k}$	25 mm	17.5 mm	Distance de câble radiale

TABLEAU 2.2 : Les rayons de disques pour chaque section du robot

Les rayons de disques (mm)	Section 1	Section 2
r_1 (disque de base)	25	17.5
r_2	23.5	16
r_3	22	14.5
r_4	20	13
r_5	19	11.5
r_6	17.5	10

Nous avons considéré une section ($k = 1$) à courbure variable (figure 2.7) dont le rayon du disque de base est $25mm$ et celui supérieur est $17.5mm$. La longueur de

l'épine dorsale (tige) de la section est $300mm$. En utilisant l'équation (2.4), la première unité de la section possède $25mm$ (rayon de disque de base) et $23.5mm$ (rayon de disque supérieur) comme le montre le Tableau 2.2. Ensuite, l'unité reçoit un ensemble d'angles de flexion ($-0.5rad < \theta < 0.5rad$), en d'autres termes, à chaque angle de flexion, les trois longueurs de câble prennent une certaine valeur (Au titre d'exemple, on présente trois configurations des angles de flexion de la première unité figure 2.6). A l'aide de l'équation (2.21), nous avons déterminé la longueur des câbles d'une unité à courbure variable (CV) en fonction de celles d'une unité à courbure constante (CC) en tenant compte la conicité de chaque unité (différents diamètres).

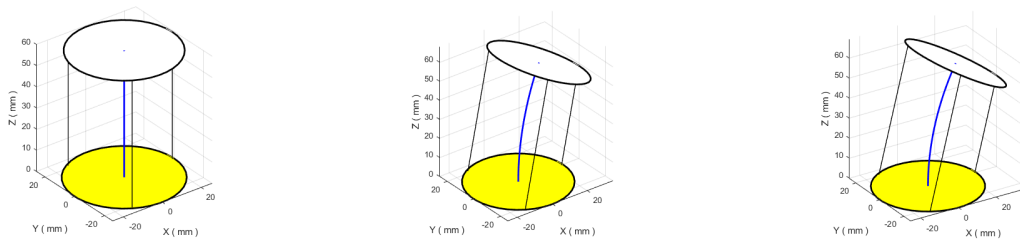


FIGURE 2.6 : Unité avec $r_{max} = 25mm$ et $r_{min} = 23.5mm$; (Gauche) L'angle de flexion $\theta = 0rad$; (Centre) L'angle de flexion $\theta = 0.4rad$; (Droite) L'angle de flexion $\theta = 0.5rad$

Les longueurs de câbles obtenues pour la première unité conique seront uniformément réparties sur les unités restantes de la première section (4 unités). En d'autres termes, pour un angle de flexion donné, les longueurs de câbles calculés pour la première unité seront également réparties sur les unités de la section. Après cela, pour chaque unité on calcule l'angle de flexion par la biais de l'équation (2.17).

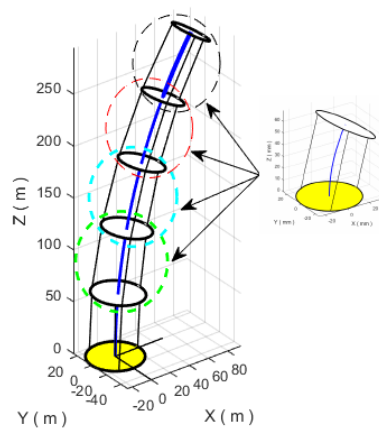


FIGURE 2.7 : Illustration de la distribution des longueurs de câbles de la première unité ($1, k$) sur les unités restantes de la première section ($k = 1$)

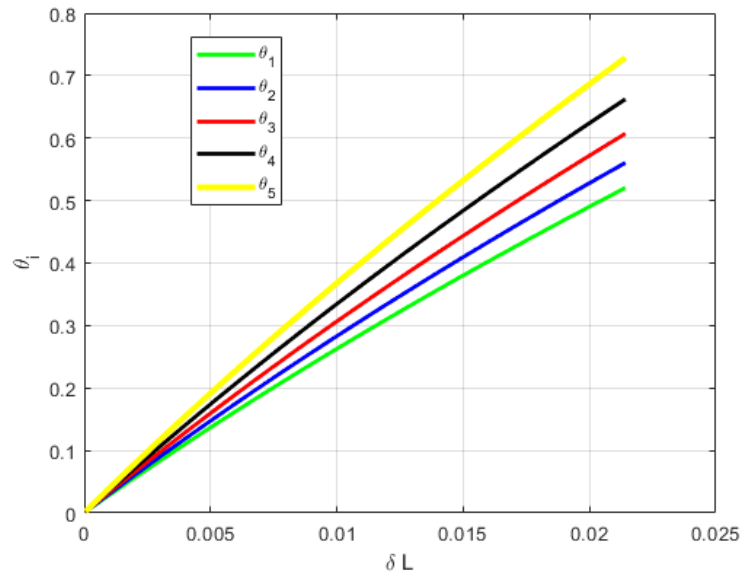


FIGURE 2.8 : Angles de flexion en fonction d'une variation donnée de la longueur des câbles pour chaque unité (j, k) .

D'après la figure 2.8, pour une variation donnée de la longueur des câbles pour la première section, l'angle de flexion de chaque unité varie linéairement. Il est donc clair que les angles de flexion pour chaque unité peuvent être reliés entre eux par un facteur, qui peut être l'un des paramètres géométriques ou physiques du robot.

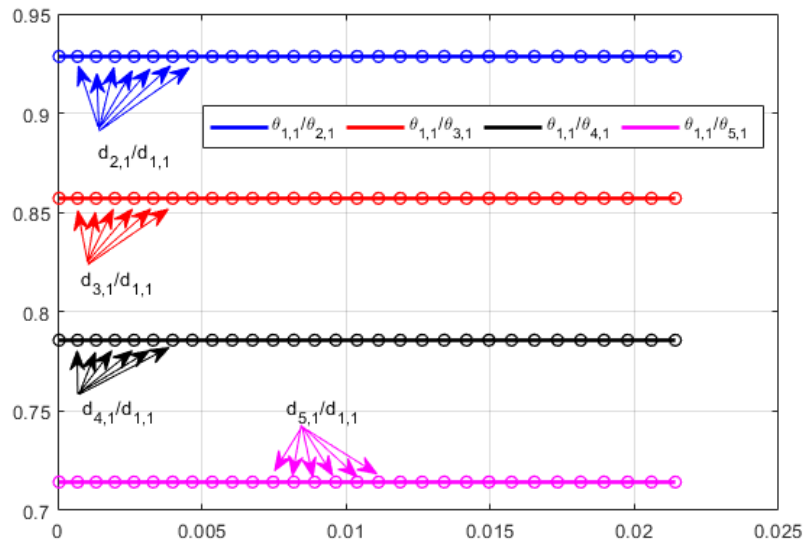


FIGURE 2.9 : Les rapports des angles et disques pour une variation donnée de la longueur des câbles de la section $(k = 1)$

Selon la figure 2.9, il est clair que les rapports des angles ainsi que les rapports des disques ont approximativement la même valeur, cela conduit à une observation importante qui réside dans l'établissement d'une relation entre l'angle de chaque unité et celle voisine en fonction des diamètres des disques.

Autrement dit, un rapport constant qui relie l'angle de flexion d'arc et les paramètres géométriques des unités de la section considérée. Ainsi, nous pouvons obtenir la relation suivante :

$$\theta_{j,k} = \frac{r_{1,k}}{r_{j,k}} \theta_{1,k} \quad (2.24)$$

Plus le nombre d'unités augmente, la précision des solutions de l'équation (2.24) augmente également, c'est-à-dire lorsque l'angle β_i est plus proche de $\frac{\pi}{2}$ (voir la figure 2.2). Par conséquent, en utilisant l'équation (2.24), le modèle géométrique direct d'une seule section ne peut être exprimé que par deux variables $\theta_{1,k}$ et φ_k . Cette approximation conduit à une simplification et une diminution remarquable du nombre de variables impliquées dans le MGD.

Une illustration de l'équation (2.24) est représentée par la figure 2.8 et 2.9. Les rapports constants concernent les paramètres de l'arc et les paramètres géométriques sont illustrés sur la figure 2.9.

2.4.3 Modèle géométrique direct du robot multi-sections continue

L'inclusion de l'équation (2.24) rend relativement plus simple l'identification de la position et l'orientation de l'organe terminal du robot car les différents angles d'unités seront exprimés en fonction de l'angle de flexion de la première unité. Donc le modèle géométrique direct pour un robot continuum à plusieurs sections (voir figure 2.1) peut être facilement trouvé par la multiplication successive des matrices de transformation indépendante pour chaque section k et la matrice de transformation du repère statique. La matrice résultante est donnée par l'équation suivante :

$$T_n^{orig} = \begin{bmatrix} A_n^{orig} & O_n^{orig} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = T_0^{orig} \prod_{k=1}^n T_k^{k-1} \quad (2.25)$$

Où les matrices T_0^{orig} et T_k^{k-1} représentent respectivement la matrice de transformation statique et la matrice de transformation indépendante de chaque section flexible.

2.5 Génération de l'espace de travail pour un robot continuum flexible multi-sections

Par définition, l'espace de travail présente l'ensemble de toutes les positions accessibles par l'organe terminal du robot.

La figure 2.10 montre les positions possibles qui peuvent être atteintes par la première section du robot continuum ainsi que par le robot continuum avec deux sections dans des représentations bidimensionnelles. Ces points ont été obtenus en utilisant le MGD, en faisant varier le premier angle de flexion pour chaque section dans l'intervalle $\theta_{1,k} \in \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$.

Sur la figure 2.10, on présente certaines positions possibles que le point final du robot continuum puisse atteindre, désignées par la lettre A (lignes courbées pointillées en rouge) ainsi que les positions de la première section du robot, désignées par la lettre B (lignes courbées pointillées en jaune). Pour bien comprendre le comportement du robot considéré dans son espace de travail, nous avons fixé la première section du robot dans des positions spécifiques et exclusivement on permet à la deuxième section du robot de se déplacer, ses mouvements possibles sont illustrés par la lettre C (lignes courbées en noir), trois lignes courbées en noire pour chaque position spécifiée.

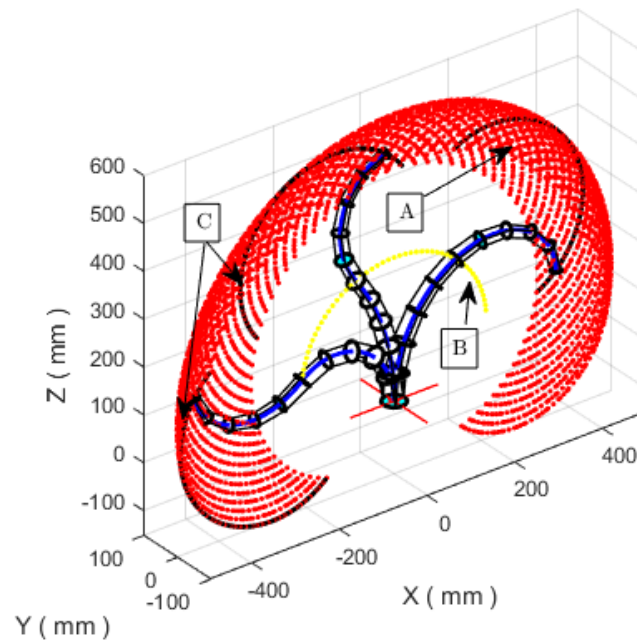


FIGURE 2.10 : Vue 2D de l'espace de travail du robot continuum à CV

2.5.1 Comparaison entre l'espace de travail d'un robot continu à courbure variable et constante

Dans cette section, nous comparons l'espace de travail d'un robot continuum flexible à courbure constante et celle variable. En commençant par la comparaison d'une seule section du robot continuum dont les caractéristiques de chaque section sont montrées sur le [Tableau 2.1](#). Le premier angle de flexion et orientation de la section sont variés dans l'intervalle $[0, \frac{\pi}{5}]$ et $[-\pi, \pi]$ respectivement.

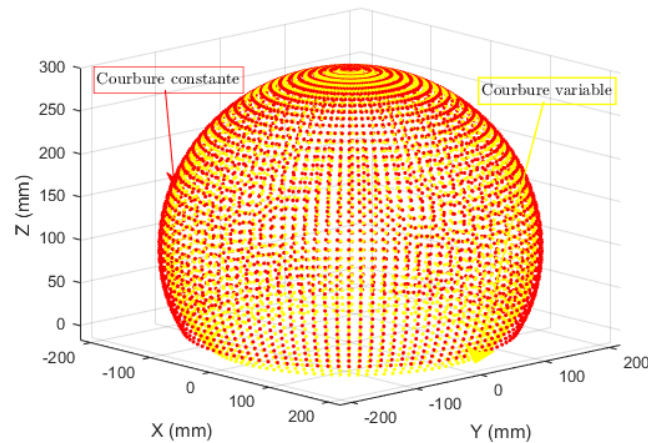


FIGURE 2.11 : Vue 3D de l'espace de travail d'une section à CC et CV

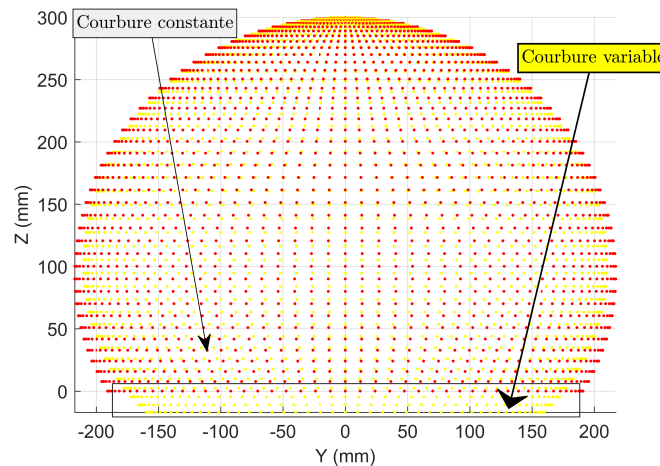


FIGURE 2.12 : Vue dans le plan YZ de l'espace de travail d'une section à CC et CV

Sur la figure 2.11 et 2.12, On peut clairement voir que la courbure variable est capable de produire des angles de flexion avec une courbure croissante, à savoir, le point final de la section peut atteindre des positions beaucoup plus courbées vis-à-vis la courbure constante, ce qui est similaire aux résultats obtenus dans [36].

Dans le deuxième exemple, nous faisons varier le premier angle de flexion pour chaque section dans le même intervalle $\theta_{j,k} \in \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$.

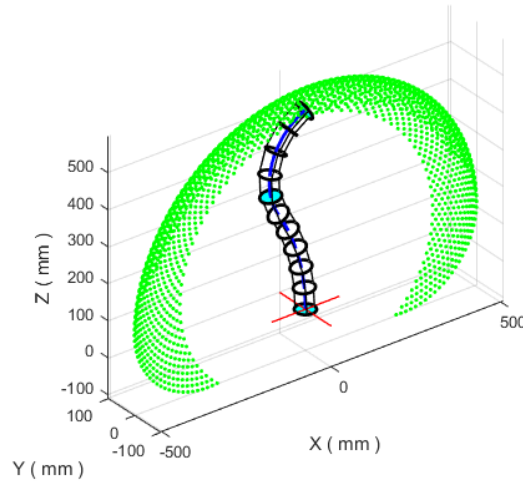


FIGURE 2.13 : Vue 2D pour l'espace de travail pour un robot continuum flexible à courbure constante : $r_{\max} = r_{\min} = 25mm$

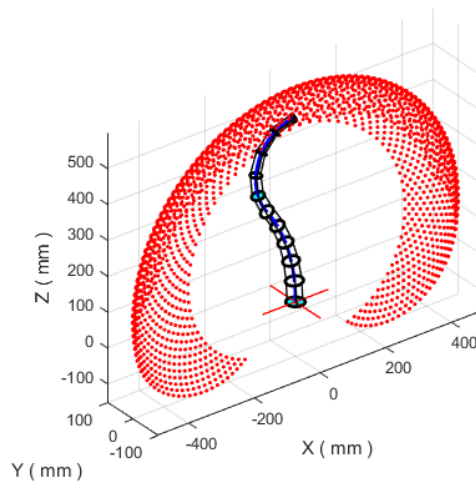


FIGURE 2.14 : Vue 2D de l'espace de travail pour un robot continuum flexible à courbure variable : $r_{\max} = 25mm, r_{\min} = 10mm$

La figure 2.13 et 2.14 montrent l'espace de travail d'un robot continu flexible à CC et CV respectivement. Comparativement, l'organe terminal d'un robot continu flexible à CV peut atteindre des positions beaucoup plus courbées vis-à-vis un robot continu à CC comme il est montré sur la figure 2.15.

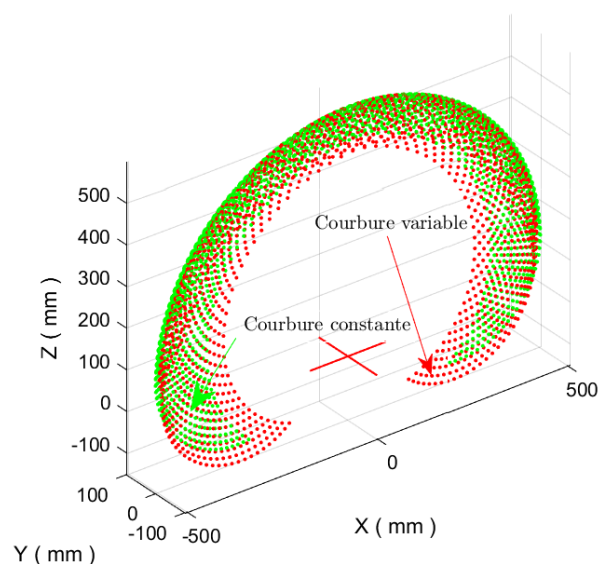


FIGURE 2.15 : Comparaison entre l'espace de travail pour un robot continu flexible à CC et CV

Dans ce qui suit on présente une application pour le cas d'un robot continu à 3 sections comme le montrent les figures 2.16 et 2.17.

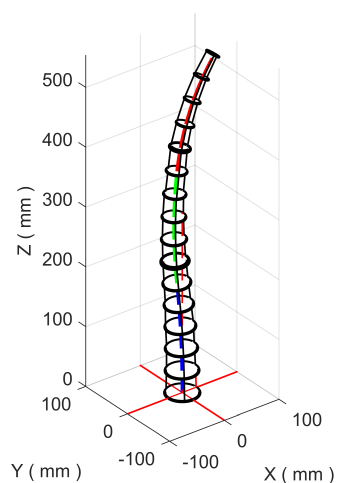


FIGURE 2.16 : Simulation 1 d'un robot continu à CV (trois sections)

TABLEAU 2.3 : Variation des longueurs de câbles pour la première simulation du robot continuum à trois section

Longueurs	Section 1	Section 2	Section 3
L_1 (mm)	190.0641	183.6008	364.9277
L_2 (mm)	186.3192	189.5372	378.9891
L_3 (mm)	186.3192	189.5372	378.9891

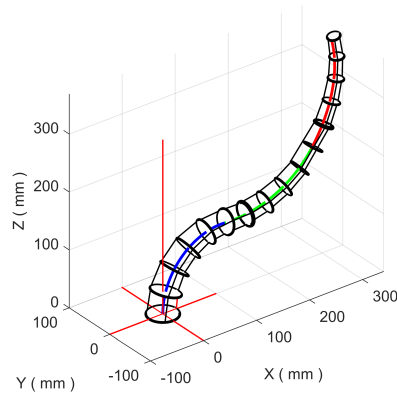


FIGURE 2.17 : Simulation 2 d'un robot continuum à CV (trois sections)

TABLEAU 2.4 : Variation des longueurs de câbles pour la deuxième simulation du robot continuum à trois section

Longueurs	Section 1	Section 2	Section 3
L_1 (mm)	149.5105	205.1044	389.4895
L_2 (mm)	205.4542	178.4248	353.7959
L_3 (mm)	205.4542	178.4248	353.7959

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation géométrique directe d'un robot continuum flexible à courbure variable. Ce modèle permet de connaître l'espace de travail de ce dernier. Le modèle géométrique direct du robot continuum flexible à courbure variable est simplifié par la mise en œuvre de l'équation mathématique reliant les angles de flexion de chaque unité du robot appartenant à la même section. Le calcul du modèle géométrique direct pour ce robot commence par celui de l'unité qui est obtenu par l'utilisation de la matrice de transformation homogène et se résume en deux étapes : la transformation spécifique qui exprime la relation entre les paramètres de l'arc de cercle et les longueurs des câbles, puis la transformation indépendante qui exprime la situation désirée (position) en fonction des paramètres de l'arc de cercle. Le modèle géométrique direct de la section flexible et du robot entier sont obtenus par la multiplication successive des matrices de transformation géométriques globales des unités. Nous avons conclu ce chapitre par une comparaison entre l'espace de travail d'un robot continuum flexible à courbure constante et celle variable.

Chapitre 3

Modélisation géométrique inverse

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente une approche méta-heuristique pour résoudre le modèle géométrique inverse du robot continuum flexible à courbure variable (CV). Nous commençons la première partie de ce chapitre par la vérification de l'efficacité de l'approche proposée à l'aide du modèle géométrique direct, explicitement, en comparant les angles de flexion et d'orientation obtenus par le modèle géométrique direct d'une section et ceux obtenus par l'algorithme proposé. Ensuite, nous appliquons l'algorithme proposé qui est l'optimisation par essais de particules (PSO) pour résoudre le modèle géométrique inverse d'un robot continuum flexible multi-sections avec des contraintes spécifiques. Dans la suite de ce chapitre, deux autres approches méta-heuristiques, à savoir la colonie d'abeilles artificielle (ABC) et l'algorithme génétique (GA), sont proposées pour résoudre le modèle géométrique inverse des robots continuum. Une comparaison entre les trois méthodes en termes de précision et de convergence a été faite.

3.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse pour le robot considéré, consiste à déterminer les paramètres de l'arc correspondant à une posture désirée de l'organe terminal du robot. Pour établir ce modèle, nous commençons en premier lieu par le calcul du modèle géométrique inverse d'une unité. Cependant, pour le calcul du modèle géométrique inverse d'une section et du robot continuum flexible multi-sections en utilisant les approches méta-heuristiques.

3.2.1 Modèle géométrique inverse d'une unité de forme cylindrique

Le modèle géométrique inverse (MGI) d'un robot continuum flexible commence par le calcul du MGI de la première unité qui est considérée comme un arc de cercle. En premier lieu, nous déterminons les paramètres de l'arc de cercle dans l'espace de configuration en fonction des coordonnées opérationnelles. L'arc de chaque unité possède :

- La courbure κ
- L'angle d'orientation φ
- L'angle de flexion θ

Pour le calcul des paramètres de l'arc, selon la figure 3.1, il est évidemment clair que l'angle d'orientation φ peut être exprimé comme suit [84] :

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.1)$$

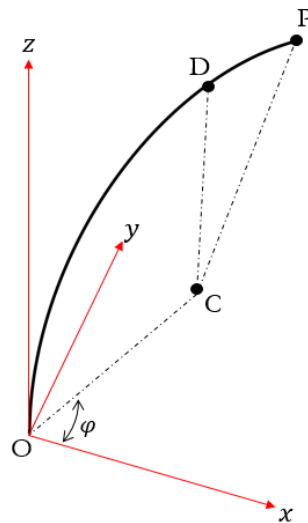


FIGURE 3.1 : Représentation 3D de l'axe central de l'unité

Le centre de l'arc se trouve dans le plan xy ; après rotation, ce centre doit se trouver le long de l'axe x . Par conséquent, le rayon r du centre de cet arc c se situe dans $(r, 0)$ par rapport au plan xz .

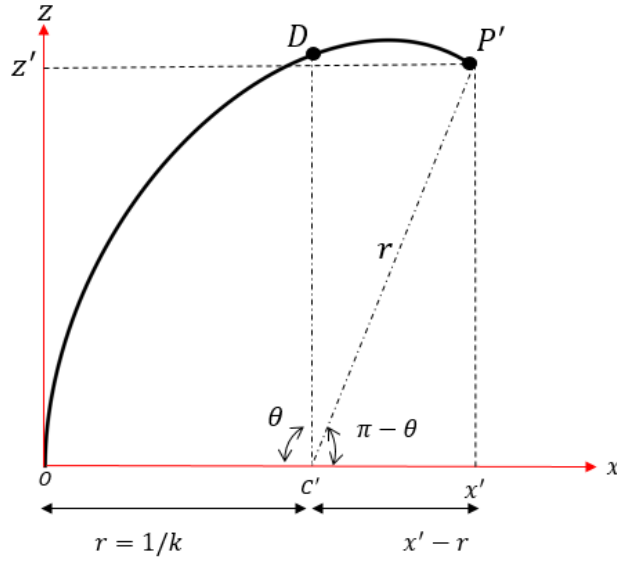


FIGURE 3.2 : Représentation 2D de l'axe central de l'unité

La courbure κ peut être déterminée en trouvant la distance entre l'origine et le centre de l'arc formé par la section continue. En faisant tourner P autour de l'axe z par $-\varphi$, cela crée P' tel que $x' = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y' = 0$ et $z' = z$. A partir de la figure 3.2, explicitement à partir du triangle $P'c'x'$, nous pouvons écrire l'équation suivante :

$$(x' - r)^2 + z'^2 = r^2 \quad (3.2)$$

$$x'^2 + r^2 - 2x'r + z'^2 - r^2 = 0$$

$$2x'r = x'^2 + z'^2$$

$$\kappa = r^{-1} = \frac{2x'}{z'^2 + x'^2}$$

En substituant x' et z' , on obtient :

$$\kappa = \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.3)$$

L'angle θ , comme indiqué sur la figure 3.2, peut être calculé à partir de la courbure et les coordonnées cartésiennes de P . Examinant le triangle $P'c'x'$ on peut écrire :

$$\cos(\pi - \theta) = \frac{(x' - r)}{r} = \frac{(\kappa^{-1} - x')}{\kappa^{-1}} \quad (3.4)$$

Pour $z \leq 0$ on obtient :

$$\theta = 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{\kappa^{-1} - x'}{\kappa^{-1}} \right) = 2\pi - \cos^{-1} \left(1 - \kappa \sqrt{x^2 + y^2} \right) \quad (3.5)$$

Pour $z > 0$ on obtient :

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\kappa^{-1} - x'}{\kappa^{-1}} \right) = \cos^{-1} \left(1 - \kappa \sqrt{x^2 + y^2} \right) \quad (3.6)$$

3.3 Méta-heuristique pour la résolution du modèle géométrique inverse

Pour tout système robotique, le modèle géométrique inverse peut être résumé comme suit : pour une posture (position et orientation) donnée, on détermine les variables d'actionnements nécessaires qui satisfont certaines contraintes de mouvements. Pour le robot étudié dans cette thèse, le modèle géométrique inverse consiste à calculer les longueurs de câbles correspondant à une position désirée de l'organe terminal du robot, pour atteindre cet objectif, diverses méthodes ont été explorées à la base du MGD, comme les travaux de [85, 15, 19, 27]. Mais en raison de la non-linéarité du modèle géométrique inverse et de la redondance de ce type de robots, il est généralement très difficile de résoudre ce problème directement. Même si l'ensemble des équations non linéaires peut être résolu, la solution unique n'est pas garantie. Généralement, ces problèmes sont résolus à l'aide d'un algorithme qui minimise / maximise un ensemble de critères. Dans ce contexte, des méthodes puissantes d'optimisation à savoir PSO, ABC et GA sont mises en œuvre pour choisir une solution géométrique inverse parmi un nombre infini de configurations satisfaisant certaines contraintes supplémentaires. Mais avant d'appliquer ces algorithmes pour résoudre le modèle géométrique inverse, nous devons déterminer les coordonnées opérationnelles de l'organe terminal du robot (pour chaque section du robot) flexible lors du suivi de la trajectoire. L'hyper-redondance des robots flexibles et la complexité des équations implémentées dans le MGI pour ce type de robots peuvent justifier l'utilisation des méthodes méta-heuristiques.

3.3.1 Optimisation par essaims de particules (PSO)

PSO est un algorithme qui a été développé par Kennedy et Eberhart [20]. Cette méthode est basée sur la simulation du comportement social d'un ensemble d'oiseaux,

de poissons et d'autres troupeaux. La phase de départ de cet algorithme consiste en des particules générées aléatoirement qui visent à atteindre des solutions optimales grâce à des itérations qui sont mises à jour. A chaque étape d'itération, quatre informations disponibles pour chaque particule : la première information est le vecteur de position locale de la meilleure solution obtenue et est notée par $P_b(t)$. La seconde est la position visitée par les particules qui ont été sélectionnées par les meilleures expériences de toutes les particules, elle représente la meilleure position globale et désignée par $P_{gb}(t)$. D'autre information est la position actuelle d'une particule dans l'espace de recherche donnée et qui est appelée par un vecteur $P(t)$ et sa vitesse donnée par $v(t)$. Par conséquent, les vitesses et les positions des particules continuent de changer à chaque pas jusqu'à ce qu'elles conviennent selon l'équation (3.7) :

$$\begin{cases} v(t+1) = \omega v(t) + c_1 \lambda_1 (P_b(t) - P(t)) + c_2 \lambda_2 (P_{gb}(t) - P(t)) \\ P(t+1) = P(t) + v(t+1) \end{cases} \quad (3.7)$$

Où ω est le poids d'inertie ; λ_1, λ_2 sont deux constantes positives ; et qui sont données d'une façon aléatoire avec une distribution uniforme entre 0 et 1. L'importance des paramètres impliqués dans l'équation (3.7) est de fournir au comportement de l'algorithme la convergence nécessaire. Par exemple, l'inertie donne le taux de convergence de l'algorithme, dans certains problèmes difficiles, le taux doit être appliqué par petits incréments afin de maintenir l'algorithme stable, et les coefficients c_1 et c_2 guident la tendance de l'essaim à converger vers un niveau local ou global pour une meilleure solution.

3.3.2 La fonction objectif et la définition du problème

Lorsque la technique point à point est concernée dans le suivi d'une trajectoire par des robots, l'organe terminal du robot nécessite des variables d'actionnement spécifiques pour suivre correctement la trajectoire désirée. De plus, l'orientation de l'organe terminal du robot ne peut pas être garantie pour le robot continuum multi-sections considéré. En raison de ces conditions difficiles, une fonction objectif appropriée est proposée comme une solution alternative et qui peut être exprimée comme :

$$f_{objective} = |X_D - X_G| \quad (3.8)$$

Où X_D et X_G sont, respectivement, les coordonnées cartésiennes désirées et générées de l'organe terminal du robot continuum qui sont données par la quatrième colonne

de la matrice homogène définie dans l'équation (2.25). D'autre part, en raison de l'hyper-redondance du robot continuum, l'équation (3.8) possède un nombre infini de solutions. Par conséquent, pour sélectionner une solution parmi elles, des contraintes supplémentaires sont ajoutées à la fonction objectif, qui sont discutées dans la section analyse et simulations. L'objectif principal de cette section est de trouver les angles de flexion et d'orientation (c'est-à-dire $\theta_{1,k}$ et φ_k) pour chaque section, qui seront adoptés pour que l'organe terminal du robot suive la trajectoire désirée via la technique point à point. A cet effet, à chaque instant d'échantillonnage, le problème d'optimisation qui est illustré par l'équation (3.8), est résolu pour obtenir les différentes combinaisons $\theta_{1,k}$ et φ_k , dans lesquelles la dernière combinaison est considérée comme celle la plus optimisée et qui permet au robot de suivre la trajectoire désirée avec une meilleure performance. Les particules générées par le PSO sont les variables à optimiser, qui sont elles-mêmes les angles de flexion et d'orientation du robot.

3.4 Analyse et simulation

Pour montrer l'efficacité des solutions du modèle géométrique inverse, divers exemples de simulations sont considérés pour un robot continuum flexible qui suit différents types de trajectoires. Le premier exemple est consacré à l'étude d'une seule section spatiale, le deuxième exemple concerne un robot continuum flexible avec deux sections dans une projection plane, tandis que le dernier exemple est considéré pour le cas tridimensionnel. Les paramètres géométriques décrivant le robot continuum multi-sections pour cette simulation sont présentés dans le [Tableau. 2.1](#). Le processus de calcul a été réalisé dans le logiciel MATLAB en utilisant un Intel Core i5, 2,19 GHz, 8 Go de RAM.

3.4.1 Simulation d'un robot continuum flexible avec une seule section

Dans cette simulation, le robot continuum avec cinq unités correspondant à la première section est décrit dans le [Tableau. 2.1](#). Comme illustré sur la figure 3.3, le robot est utilisé pour suivre une trajectoire sur son propre espace de travail. Dans cet exemple de simulation, nous avons considéré une configuration dans l'espace ; ainsi, pour une coordonnée cartésienne donnée de l'organe terminal du robot (première section), la variation des angles de flexion et d'orientation sont calculées, en utilisant le MGI proposé par l'algorithme de PSO. D'autre part, afin de vérifier l'efficacité du modèle proposé, les angles de flexion et d'orientation correspondants sont calculés à

l'aide du MGD. La figure 3.4 montre les angles de flexion et d'orientation calculés par le MGD et ceux obtenus par la méthode PSO. Les erreurs sont déduites pour chaque échantillon, pour l'angle de flexion θ_1 voir figure 3.4 et pour l'angle d'orientation φ voir figure 3.7. On peut voir qu'il y a une convergence significative entre eux, où l'erreur maximale est inférieure à 0,005 rad.

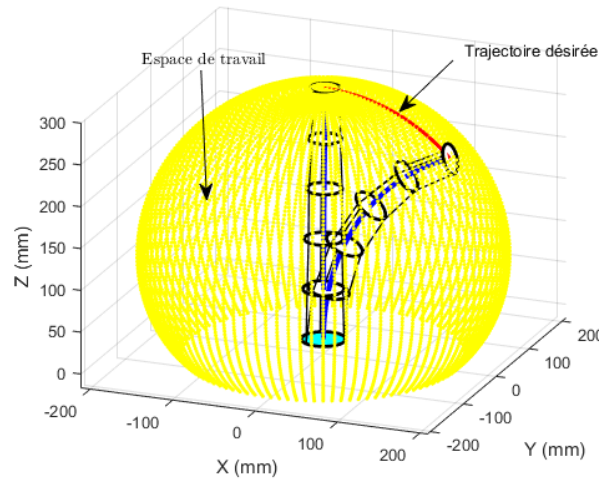


FIGURE 3.3 : Représentation de la configuration initiale et finale de la première section du robot continu flexible pendant le suivi de la trajectoire désirée dans son propre espace de travail 3D

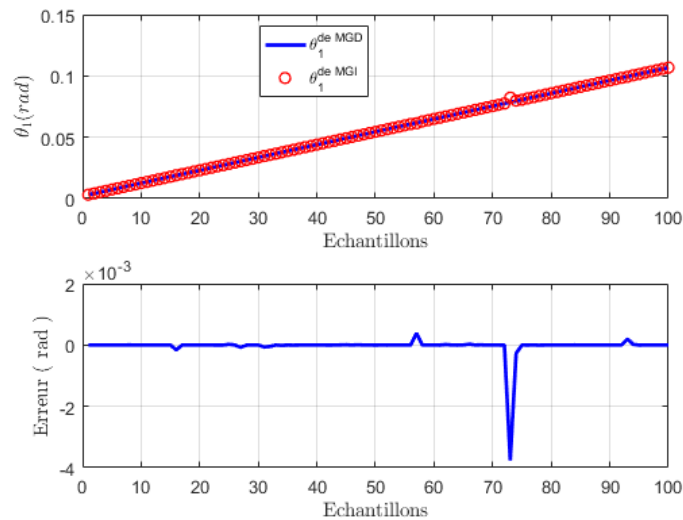


FIGURE 3.4 : Angles de flexion obtenus à partir de MGD et MGI

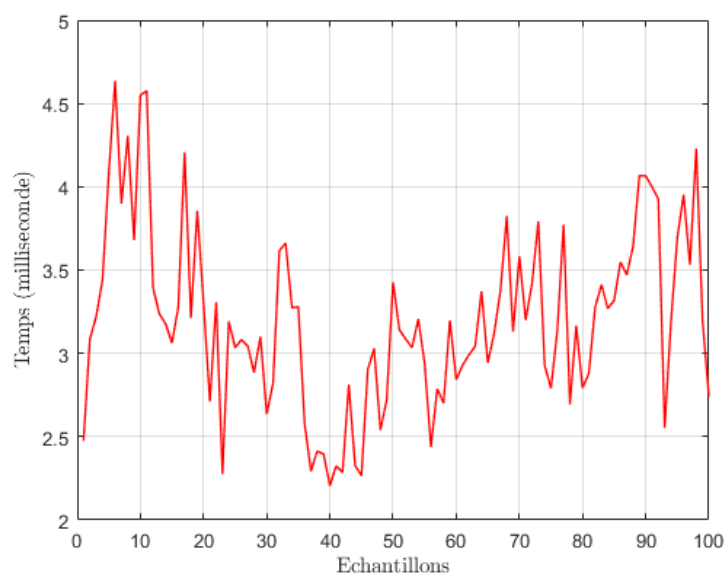


FIGURE 3.5 : Le temps d'exécution pour accomplir le suivi de la trajectoire en forme d'arc de cercle

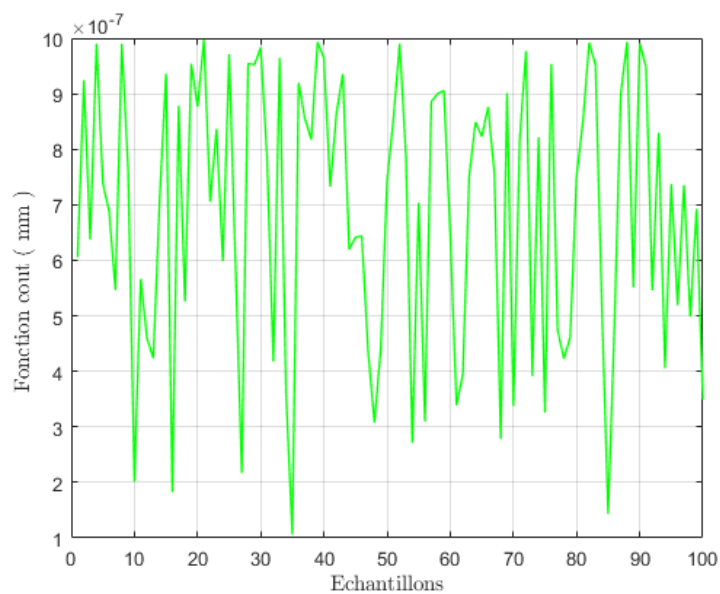


FIGURE 3.6 : La précision de la méthode PSO pour le suivi de la trajectoire en forme d'arc de cercle

La figure 3.6 montre la fonction coût (précision) pendant le suivi de la trajectoire qui possède la forme d'arc de cercle (la trajectoire désirée est montrée sur la figure 3.3) .

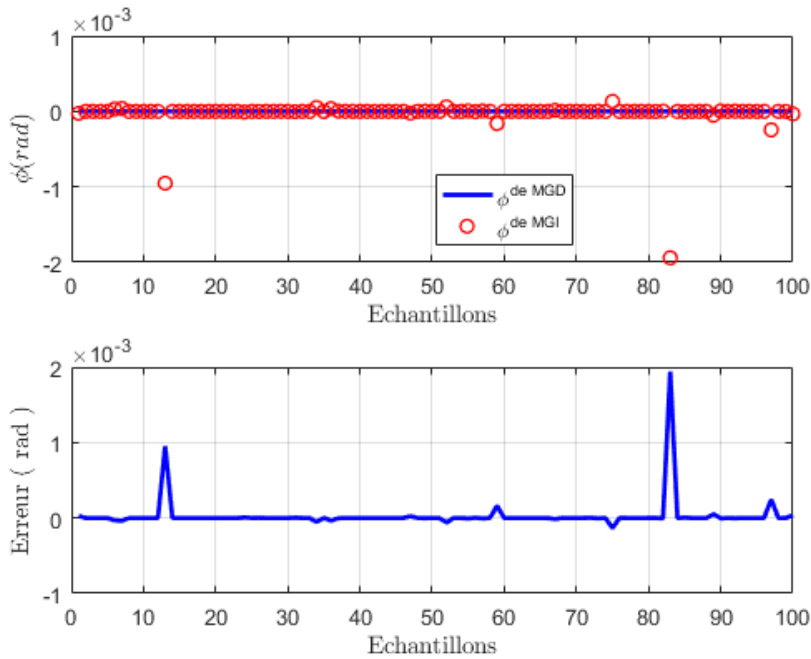


FIGURE 3.7 : Angles d'orientation obtenus à partir de MGD et MGI

D'après les figure 3.4 et 3.7, il est évidemment clair que les angles de flexion et d'orientation obtenus à partir de l'algorithme proposé sont très proches des angles de flexion et d'orientations calculés à partir du modèle géométrique direct.

Selon les résultats obtenus dans cet exemple, l'algorithme développé est validé en tant qu'outil puissant pour résoudre le modèle géométrique inverse d'un robot continuum flexible à courbure variable.

3.4.2 Simulation d'un robot continuum flexible à deux sections

Dans la deuxième simulation, le robot continuum flexible possède deux sections, chaque section se compose de cinq unités. On considère le cas de suivi d'une trajectoire linéaire définie par l'équation (3.9). La figure 3.8 montre quelques solutions du modèle géométrique inverse, il est clair qu'il existe plusieurs configurations possibles du robot pour chaque point donné sur la trajectoire désirée. En raison de la redondance des solutions et afin de sélectionner une solution parmi le nombre infini des solutions possibles, des contraintes supplémentaires seront nécessaires $\theta_2 > 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$ sont ajoutées à la fonction objectif qui est définie par l'équation (3.8) .

$$(X_2 = 10t, Y_2 = 30, Z_2 = 400) \quad (3.9)$$

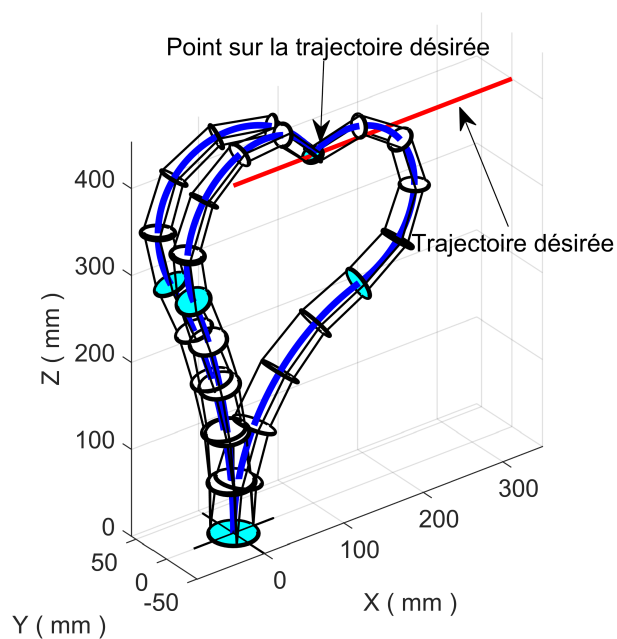


FIGURE 3.8 : Solutions possibles pour chaque point constituant la trajectoire linéaire

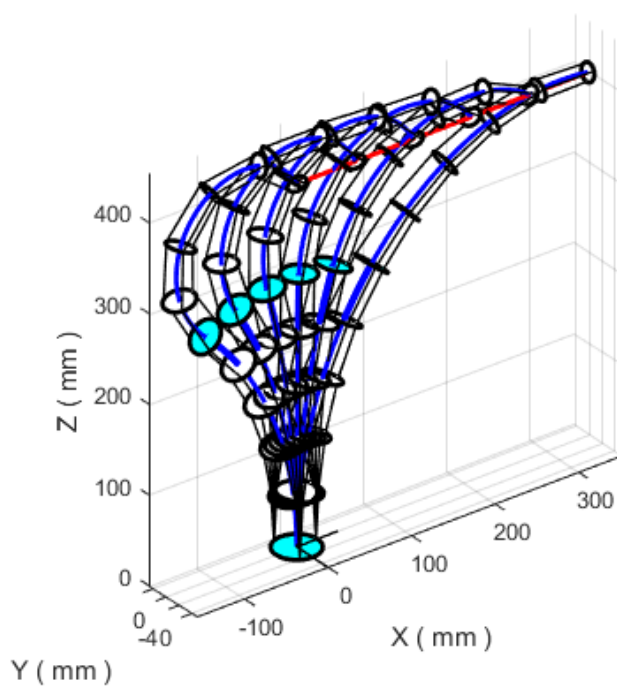


FIGURE 3.9 : Quelques configurations du robot suivant la trajectoire linéaire avec des contraintes : $\theta_2 > 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$

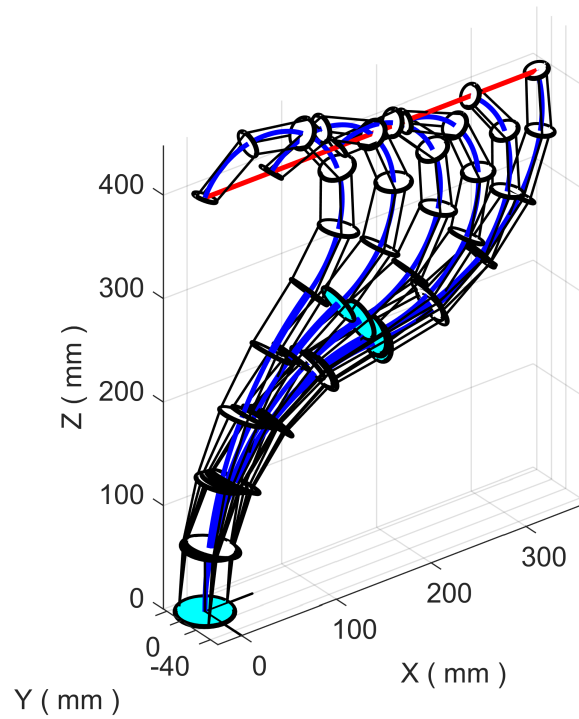


FIGURE 3.10 : Quelques configurations du robot suivant la trajectoire linéaire avec des contraintes : $\theta_2 < 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$

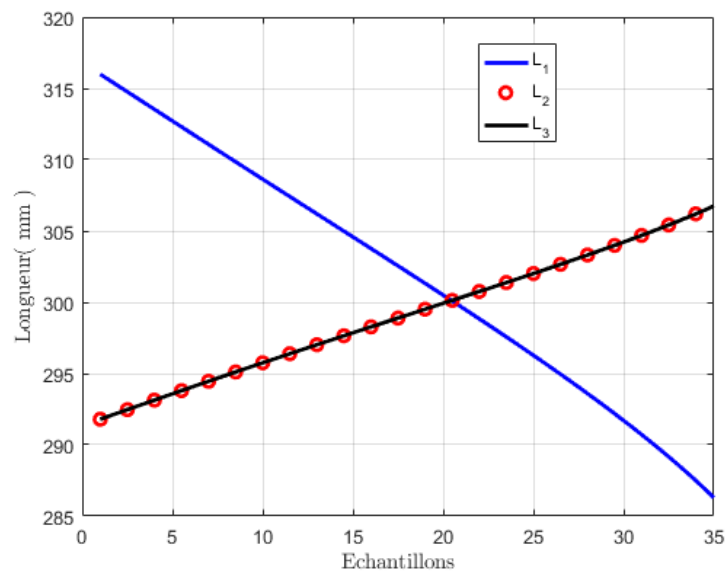


FIGURE 3.11 : Longueur de câbles calculée pour la première section (première configuration)

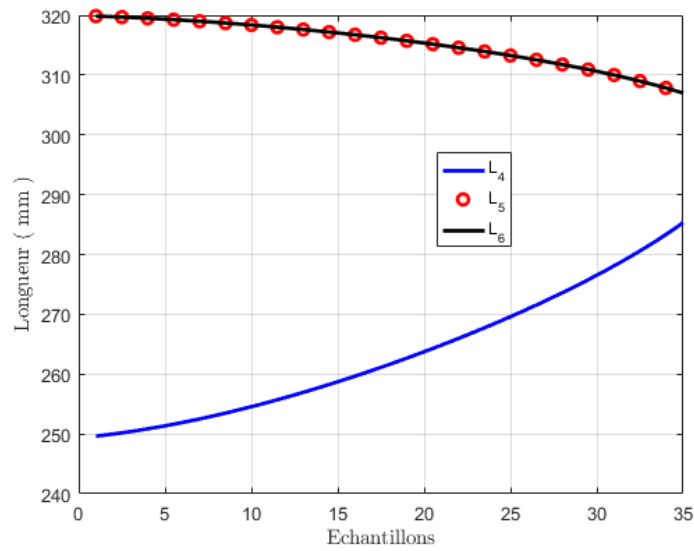


FIGURE 3.12 : Longueur de câbles calculée pour la deuxième section (première configuration)

Les figures 3.11 et 3.12 montrent la variation des longueurs de câbles pour chaque section, donc il est intéressant de savoir laquelle des configurations existantes permet au robot de suivre la trajectoire désirée avec la plus petite longueur possible de câbles. Cela donne naissance à une meilleure utilisation de l'énergie générée par le moteur du robot. Pour cela, on a utilisé ces contraintes $\theta_2 < 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$ (figure 3.10).

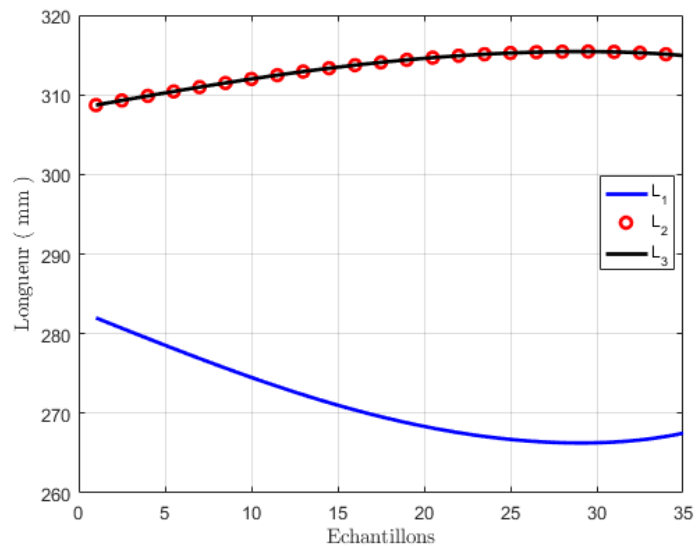


FIGURE 3.13 : Longueur de câbles calculée pour la première section (deuxième configuration)

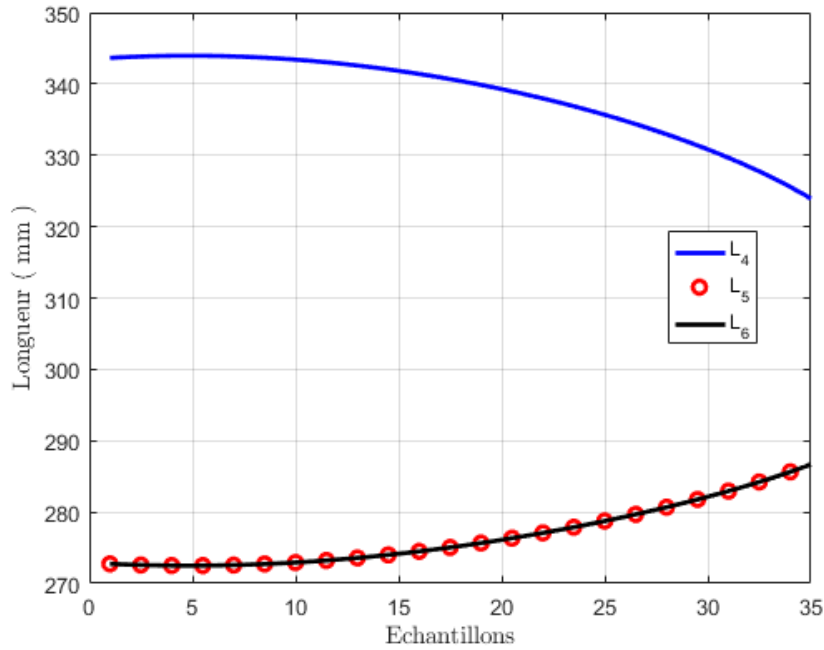


FIGURE 3.14 : Longueur de câbles calculée pour la deuxième section (deuxième configuration)

Après avoir calculé les longueurs de câbles utilisées pour les deux configurations, on constate que la configuration $\theta_2 < 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$ donne une meilleure performance en termes d'énergie comme il est montré dans [Tableau 3.1](#). Le calcul

TABLEAU 3.1 : Longueurs des câbles pour les deux configurations

Configurations	L_{moy} (section 1) (mm)	L_{moy} (section 2) (mm)
$\theta_2 > 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$	180.0243	178.7937
$\theta_2 < 0$ et $0 < \varphi_1, \varphi_2 < 10^{-5}$	179.5833	178.3386

de la longueur des câbles est fortement lié à l'approximation proposée par l'équation (2.24), qui est clairement visible sur le profil de la longueur des câbles de chaque unité, comme le montrent les figures 3.15 - 3.20. Plus la flexion d'une section augmente, plus la longueur des câbles de chaque unité diminue de manière ordonnée de bas en haut.

Afin de pouvoir saisir ce phénomène, on peut se référer à la deuxième section, où la flexion du robot est énorme, en particulier la dernière position. À partir de ces observations, nous pouvons dire que la longueur des six câbles converge vers le dernier point comme le montre les figures 3.18 - 3.20. Également, on remarque qu'il existe plusieurs configurations qui permettent au robot de suivre la trajectoire désirée, mais

celle qui fournit la plus petite longueur de câble peut être considérée comme la plus performante en terme d'énergie.

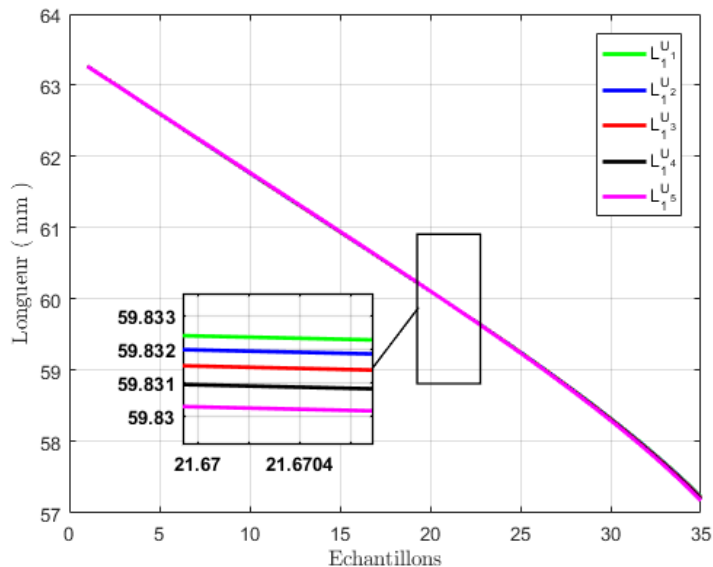


FIGURE 3.15 : Profil de la longueur de câbles L1 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)

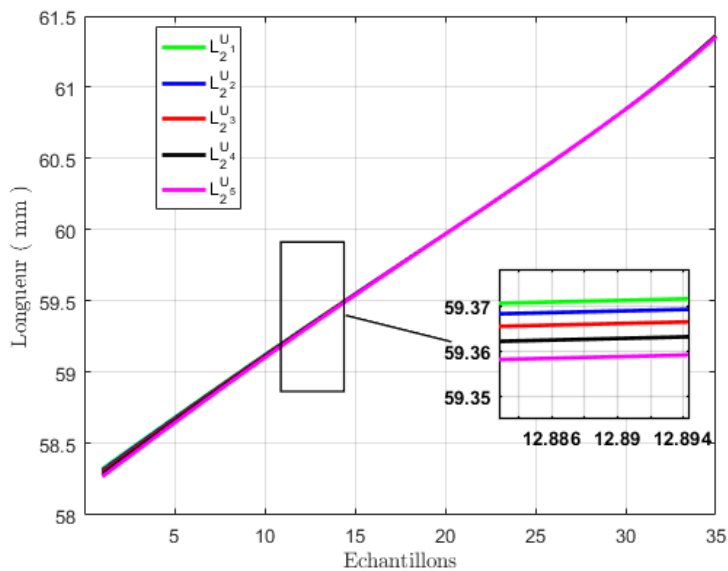


FIGURE 3.16 : Profil de la longueur de câbles L2 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)

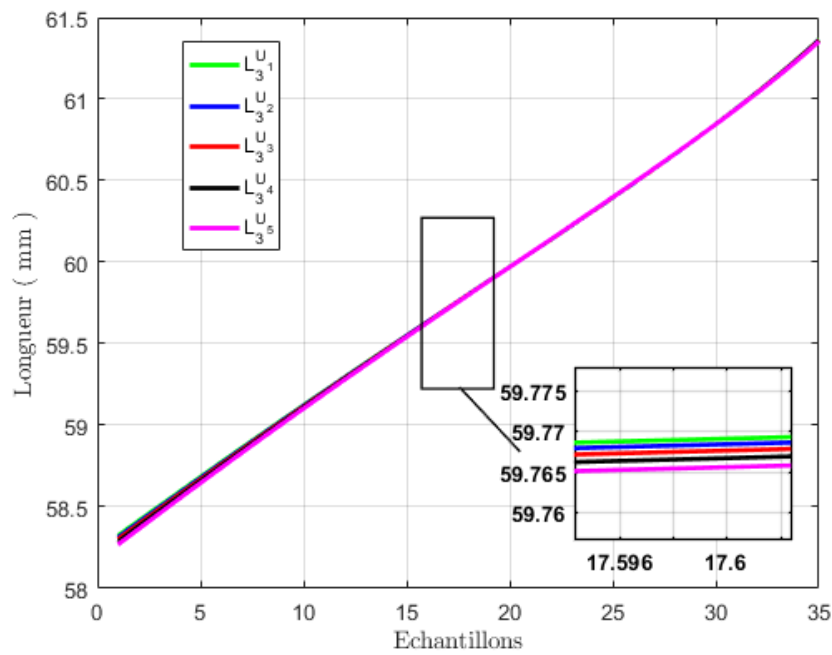


FIGURE 3.17 : Profil de la longueur de câbles L3 pour les unités de la première section (trajectoire linéaire)

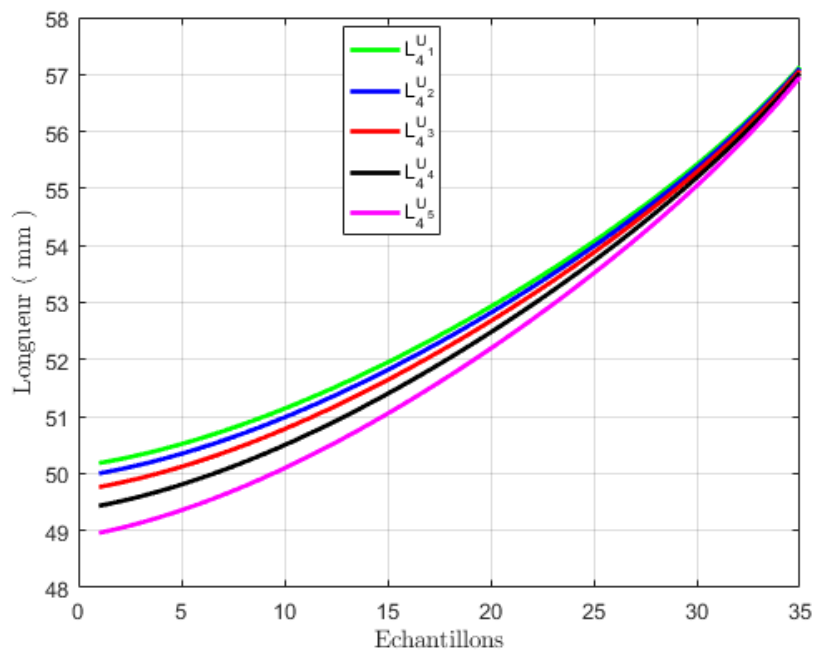


FIGURE 3.18 : Profil de la longueur de câbles L4 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)

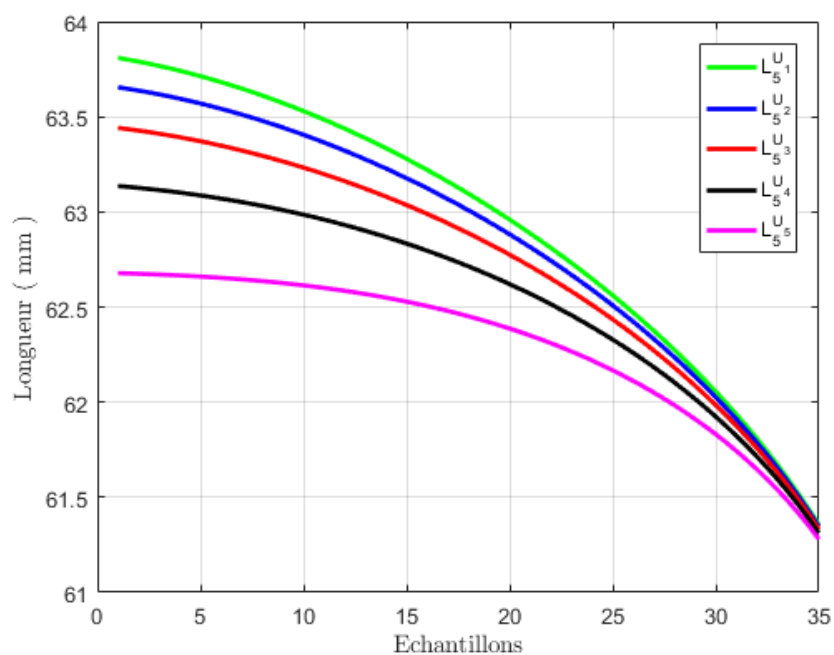


FIGURE 3.19 : Profil de la longueur de câbles L5 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)

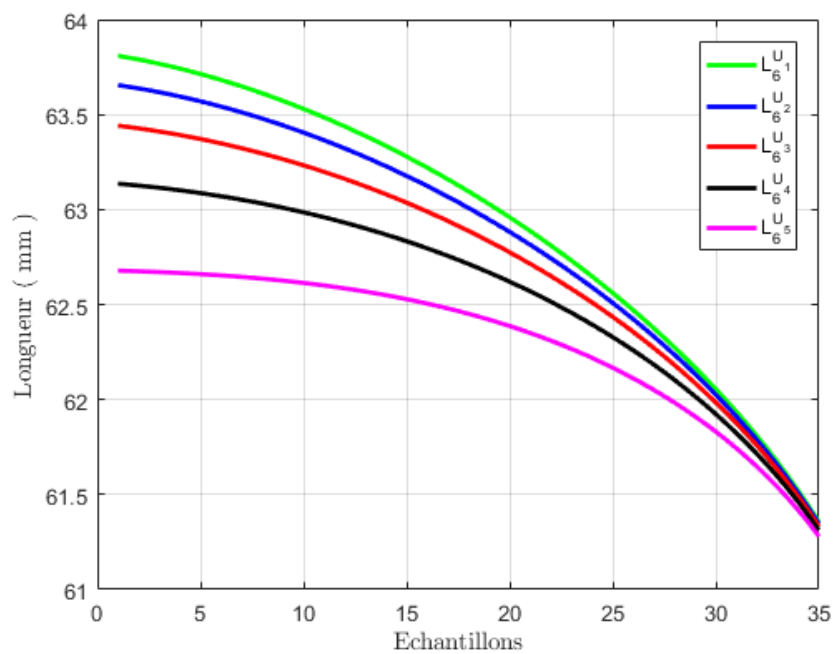


FIGURE 3.20 : Profil de la longueur de câbles L6 pour les unités de la deuxième section (trajectoire linéaire)

3.4.3 Simulation d'un robot continuum flexible à deux sections (cas spatial)

Dans cet exemple, nous prenons une trajectoire circulaire qui est générée par l'algorithme PSO et nous la comparons avec celle désirée en utilisant le même robot que l'exemple précédent. Le robot reçoit l'ordre de suivre une trajectoire spatiale circulaire définie par l'équation (3.10), pour sélectionner une solution parmi les solutions existantes du modèle géométrique inverse, des contraintes supplémentaires sont définies comme $\theta_{1,1} < 0, \theta_{1,2} > 0, 0 < Y_1 < 10^{-6}$.

$$\begin{cases} X_2 = 30 \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right) \\ Y_2 = 30 \sin\left(\frac{\pi t}{5}\right) \\ Z_2 = 440 + 30 \sin\left(\frac{\pi t}{5}\right) \end{cases} \quad (3.10)$$

L'illustration de cet exemple est présentée sur la figure 3.21.

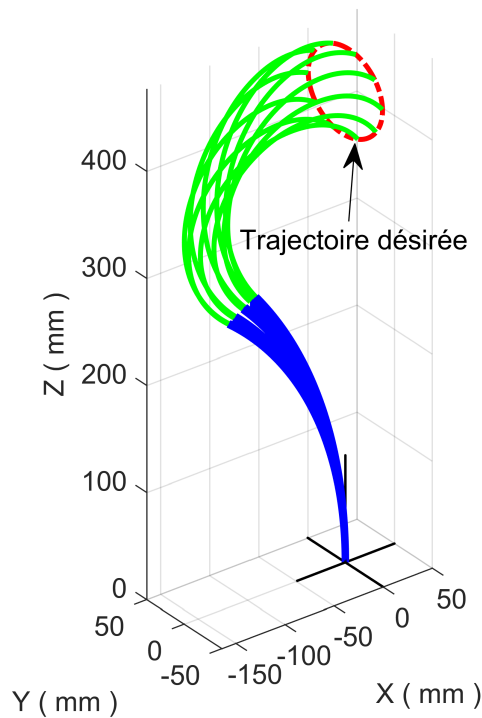


FIGURE 3.21 : Quelques configurations de l'axe central du robot lors du suivi de la trajectoire circulaire désirée.

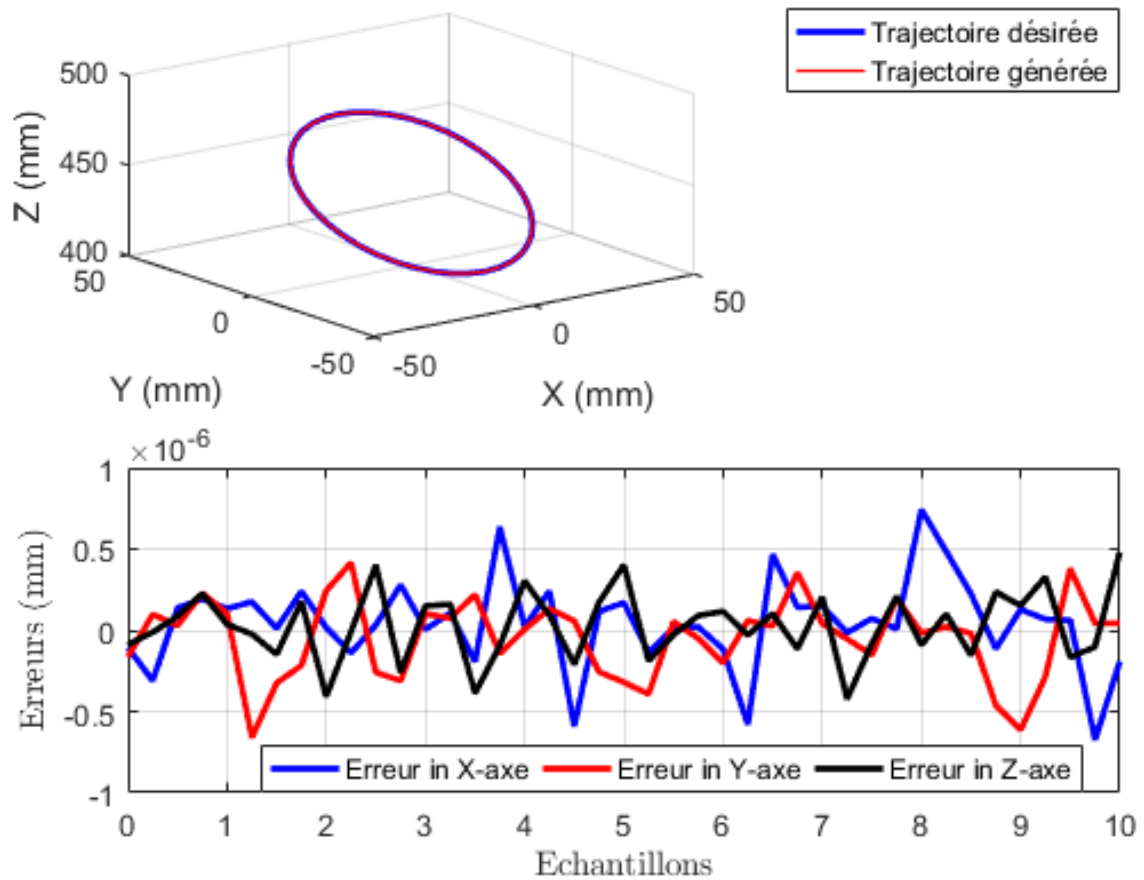


FIGURE 3.22 : Comparaison entre la trajectoire générée et celle désirée ainsi que leurs erreurs euclidiennes.

Comme le montre la figure 3.22, il est très clair que la trajectoire générée est très proche de celle désirée ce qui confirme la robustesse de l'algorithme développé ainsi que la fiabilité des équations proposées au chapitre 2.

Également, la partie inférieure de la figure 3.22 montre les erreurs euclidiennes entre la trajectoire désirée et celle générée. Elles sont quasiment négligeables, de l'ordre de 10^{-6} mm.

Sur la base des résultats obtenus, nous pouvons facilement calculer les longueurs des câbles ainsi que les angles de flexion et d'orientation pour chaque section du robot avec précision.

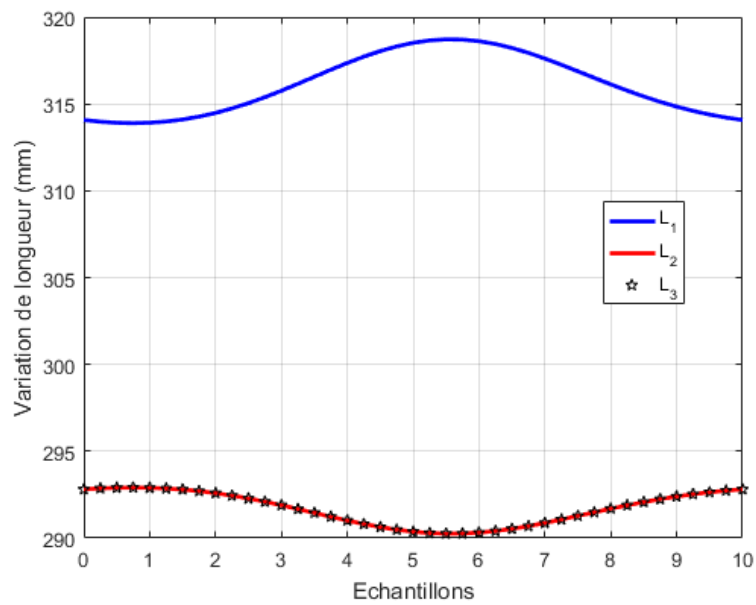


FIGURE 3.23 : Profil des longueurs de câbles pour la première section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (première configuration)

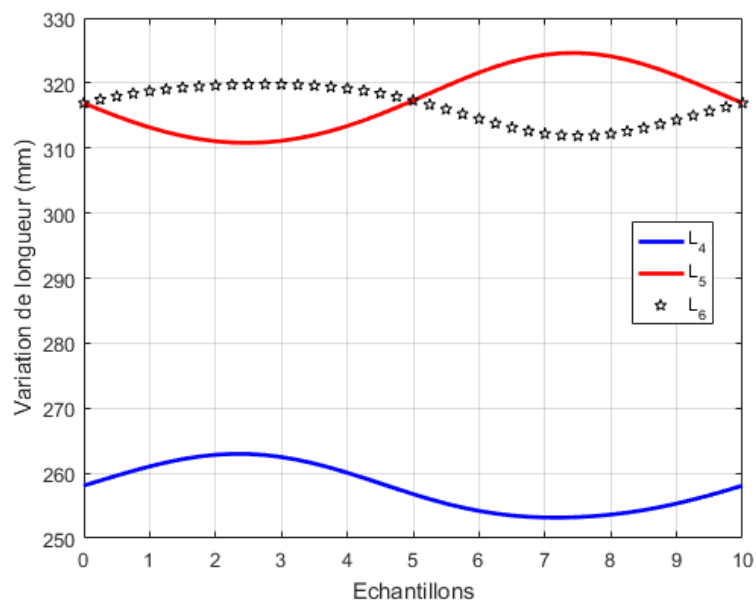


FIGURE 3.24 : Profil des longueurs de câbles pour la deuxième section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (première configuration)

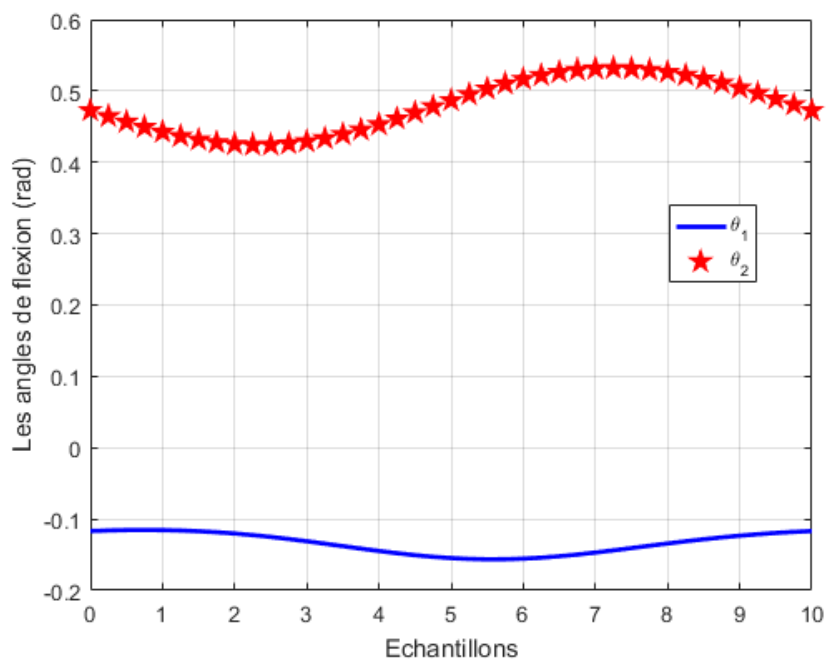


FIGURE 3.25 : Angles de flexion pour la trajectoire circulaire

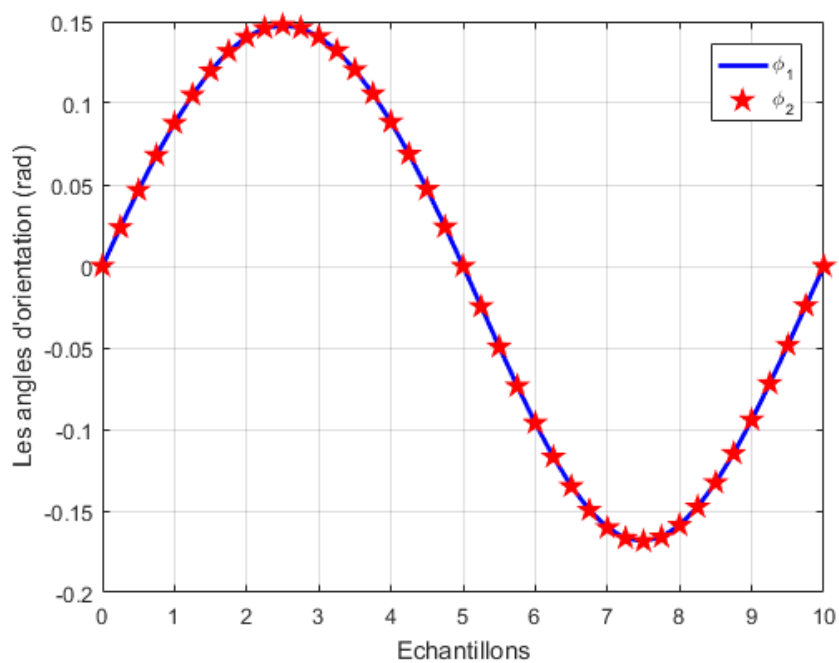


FIGURE 3.26 : Angles d'orientation pour la trajectoire circulaire

Maintenant, nous considérons une autre configuration comme suit $\theta_{1,1} > 0, \theta_{1,2} > 0$ et $0 < Y_1 < 10^{-6}$, et nous calculons la longueur des câbles (voir figure 3.27 et 3.28))

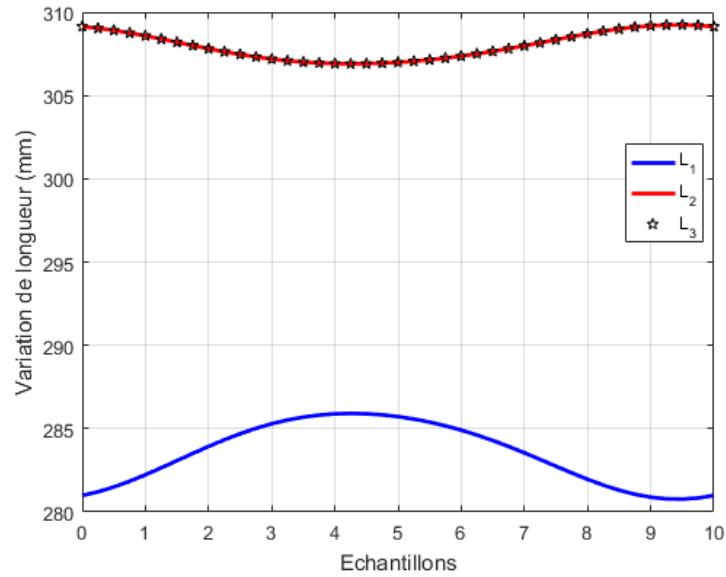


FIGURE 3.27 : Profil des longueurs de câbles pour la première section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (deuxième configuration)

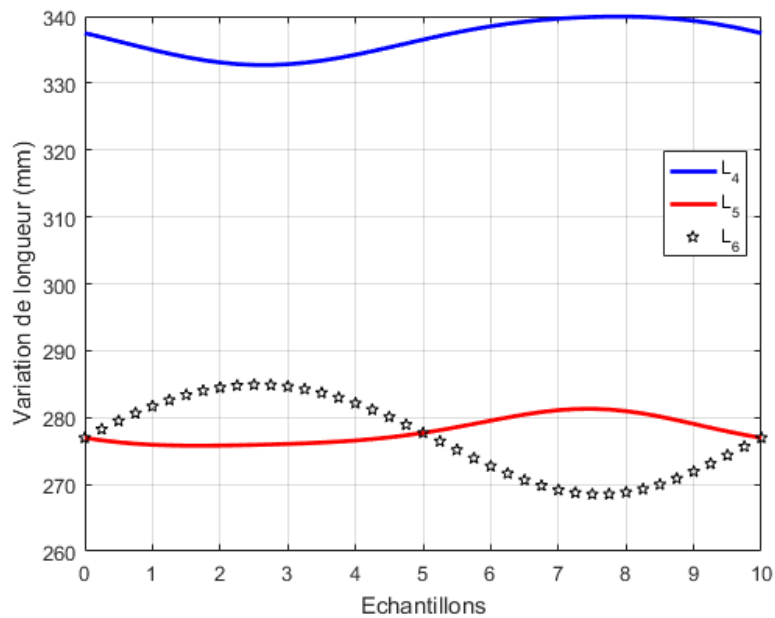


FIGURE 3.28 : Profil des longueurs de câbles pour la deuxième section pendant le suivi de la trajectoire circulaire (deuxième configuration)

Selon les configurations utilisées pour que le robot suive la trajectoire circulaire avec une meilleure performance, la deuxième configuration permet la moindre utilisation de la longueur de câble.

Comme dans l'exemple précédent, lors du suivi de la trajectoire circulaire, la longueur des câbles de chaque unité peut être calculée, comme le montrent les figures ci-dessous.

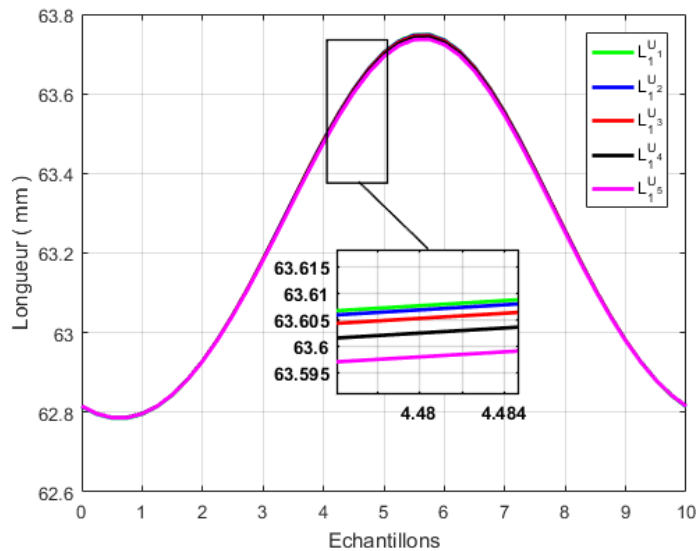


FIGURE 3.29 : Profil de la longueur de câble L1 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)

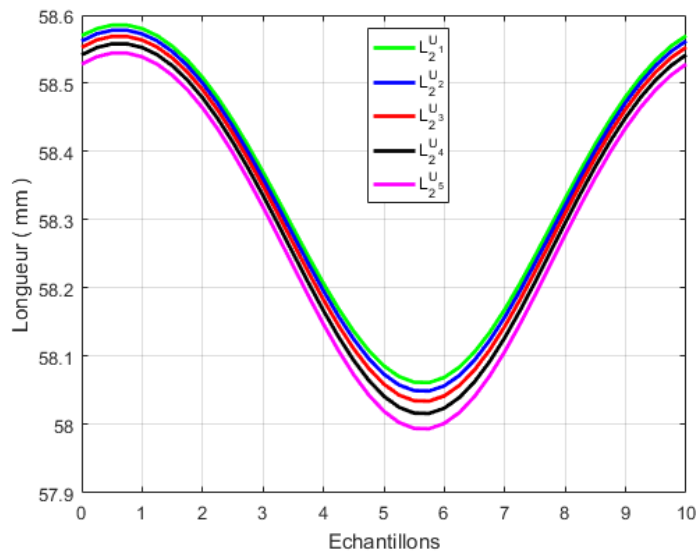


FIGURE 3.30 : Profil de la longueur de câble L2 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)

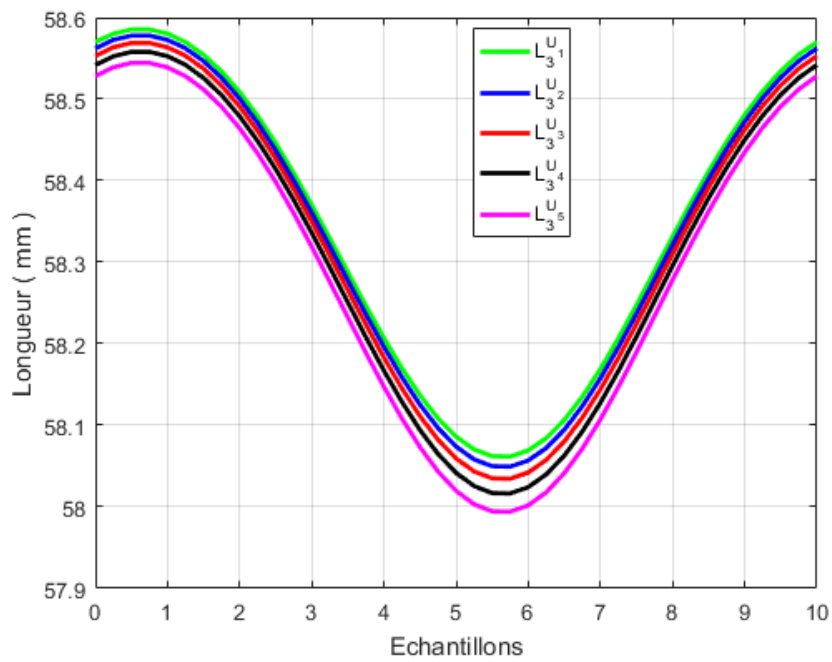


FIGURE 3.31 : Profil de la longueur de câble L3 pour les unités de la première section (trajectoire circulaire)

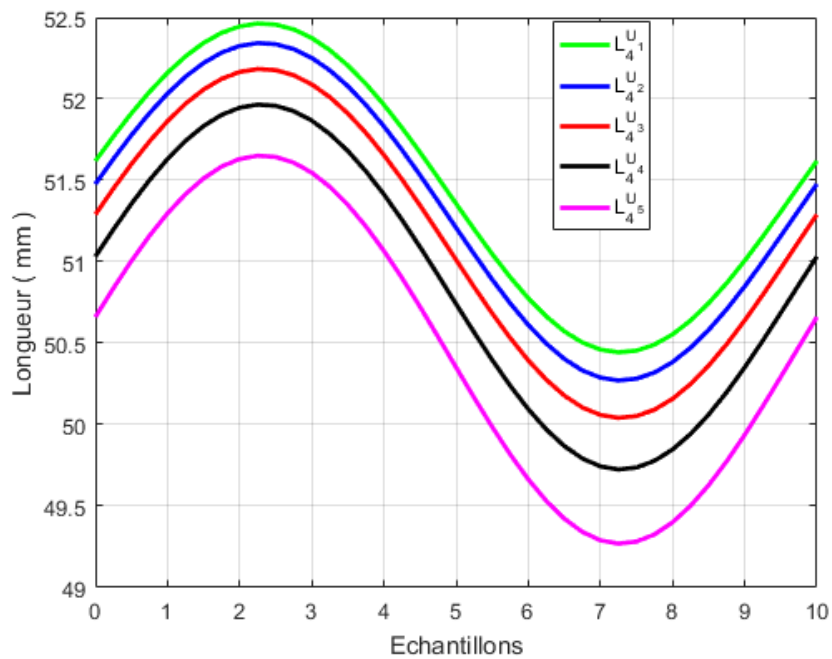


FIGURE 3.32 : Profil de la longueur de câble L4 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)

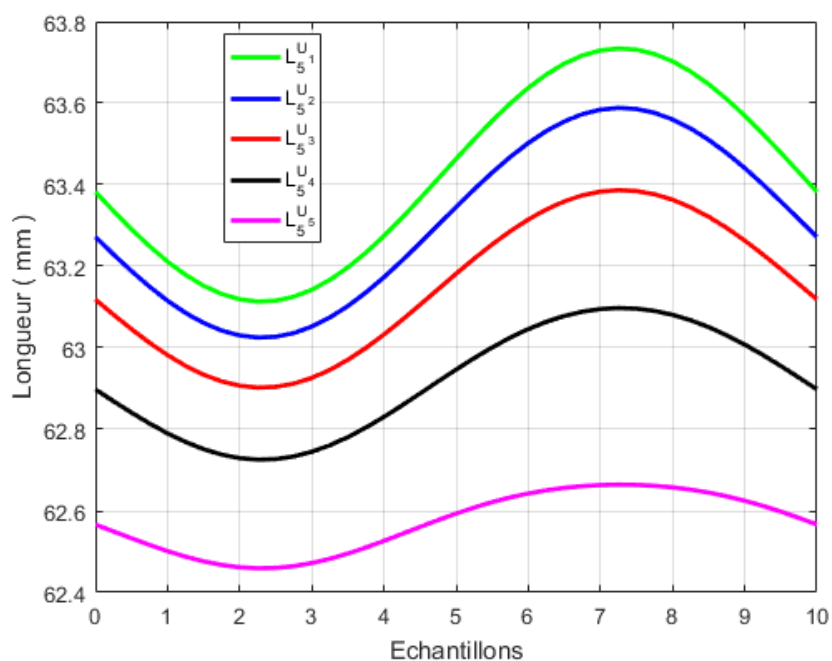


FIGURE 3.33 : Profil de la longueur de câble L5 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)

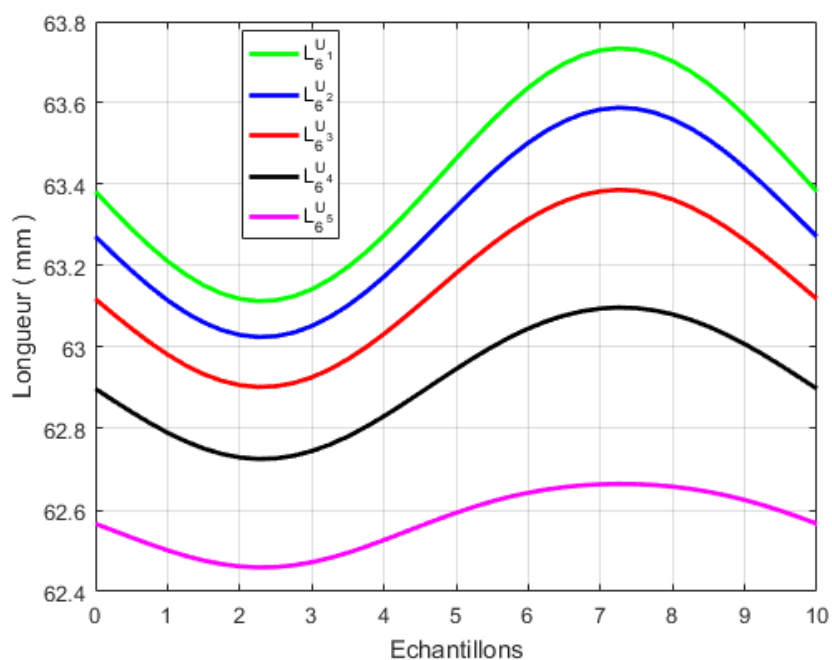


FIGURE 3.34 : Profil de la longueur de câble L6 pour les unités de la deuxième section (trajectoire circulaire)

Dans le même contexte, nous considérons une trajectoire spirale définie par l'équation (3.11) avec les contraintes suivantes : $\theta_{1,1} < 0, \theta_{1,2} > 0$ et $0 < Y_1 < 10^{-6}$.

Le robot considéré suit une trajectoire avec une petite incrémentation d'angles afin de confirmer que l'algorithme développé est capable de résoudre le MGI quelque soit la complexité de la trajectoire donnée.

$$\begin{cases} X_3 = 50 - 5 \cos(2t) \\ Y_3 = 50 \sin(2t) \\ Z_3 = 450 - 5 \sin(2t) \end{cases} \quad (3.11)$$

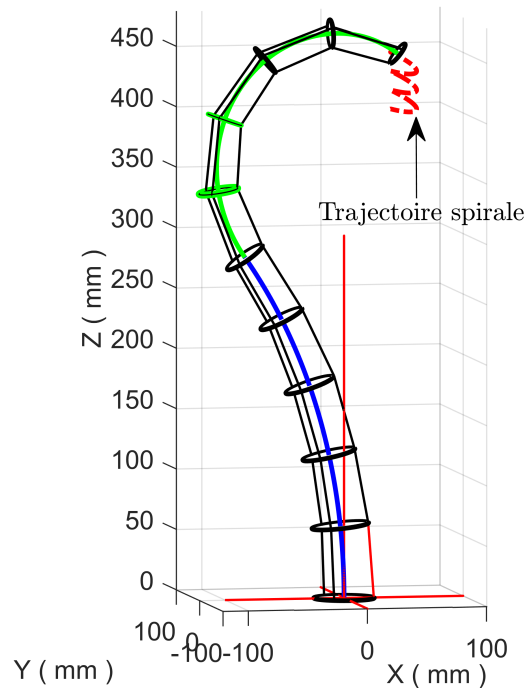


FIGURE 3.35 : Robot lors du suivi d'une trajectoire spirale désirée

À partir de la figure 3.35, l'algorithme doit trouver des angles remarquablement petits qui peuvent s'adapter à la trajectoire désirée. Dans la figure 3.36, nous comparons la trajectoire générée et celle désirée.

Il est confirmé que l'équation développée au chapitre 2 et l'algorithme établi au chapitre 3 sont efficaces pour résoudre le problème du modèle géométrique inverse pour un robot continuum à courbure variable.

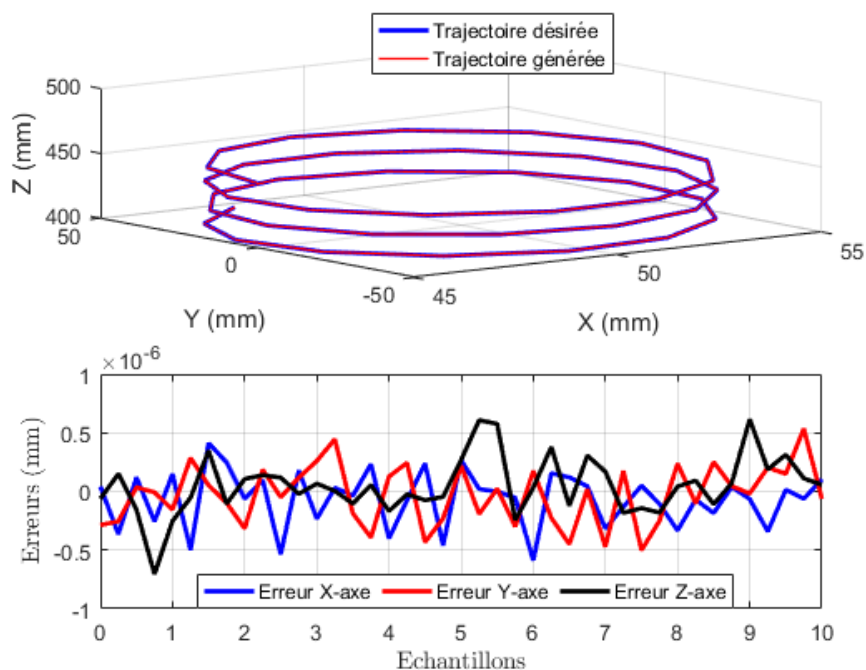


FIGURE 3.36 : Comparaison entre la trajectoire spirale générée et celle désirée avec leurs erreurs euclidiennes

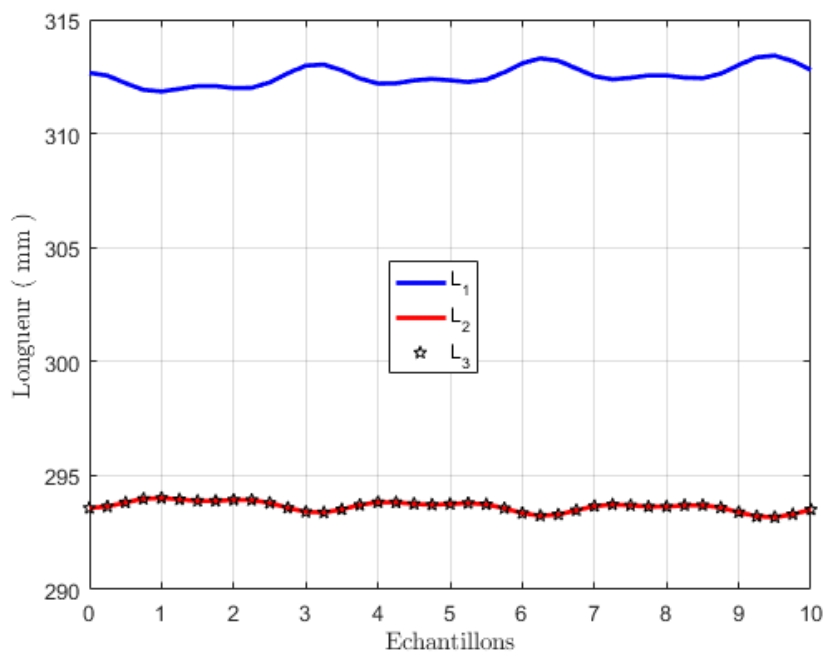


FIGURE 3.37 : Profil de la longueur des câbles pour la première section (trajectoire spirale)

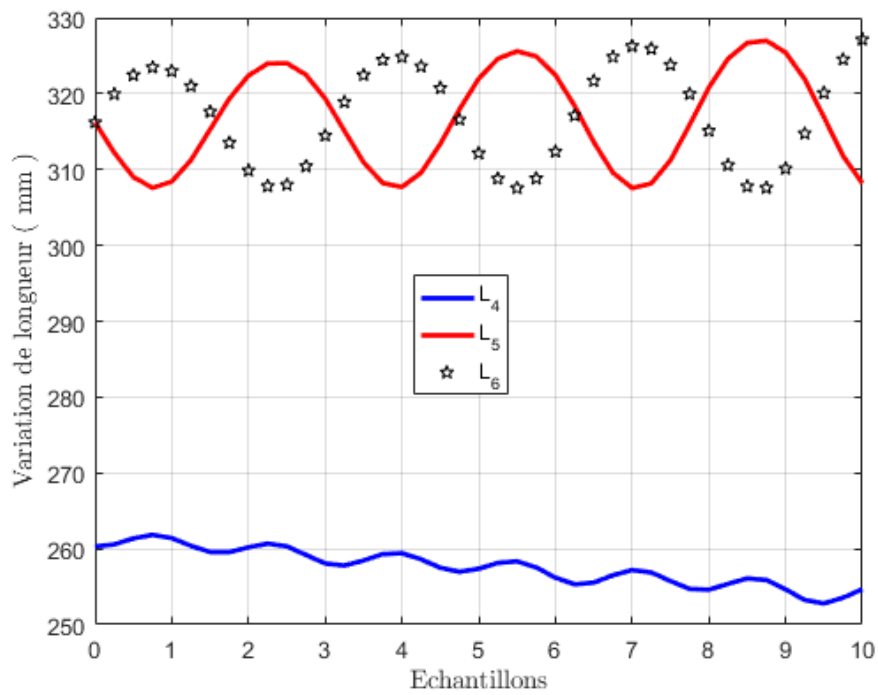


FIGURE 3.38 : Profil de la longueur des câbles pour la deuxième section (trajectoire spirale)

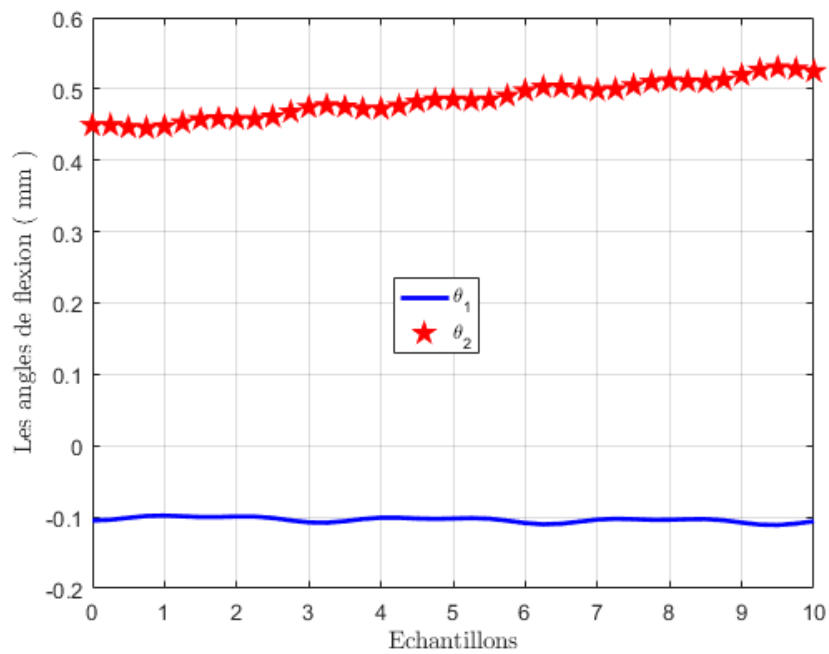


FIGURE 3.39 : Angles de flexion pour la trajectoire spirale

Comme le montrent les figures 3.37 et 3.38, la longueur de câbles nécessaire pour que le robot suive la trajectoire spirale est calculée avec succès ainsi que les angles de flexion et orientations (voir figures 3.39 et 3.40).

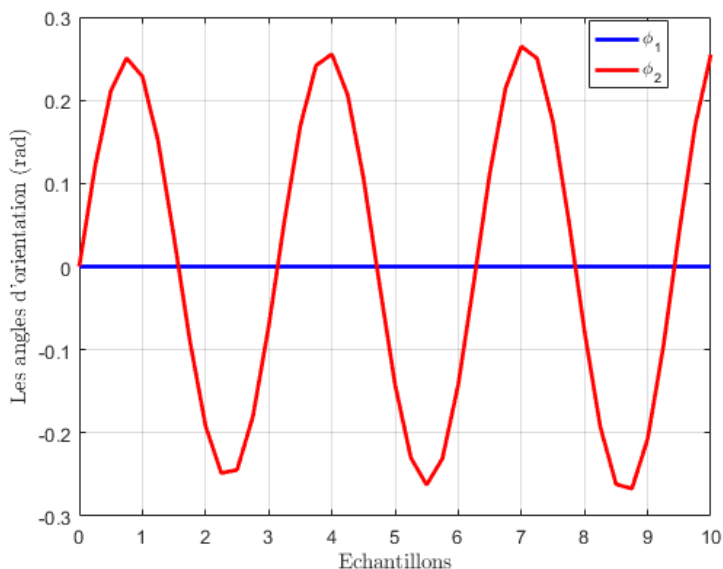


FIGURE 3.40 : Angles d'orientations pour la trajectoire spirale

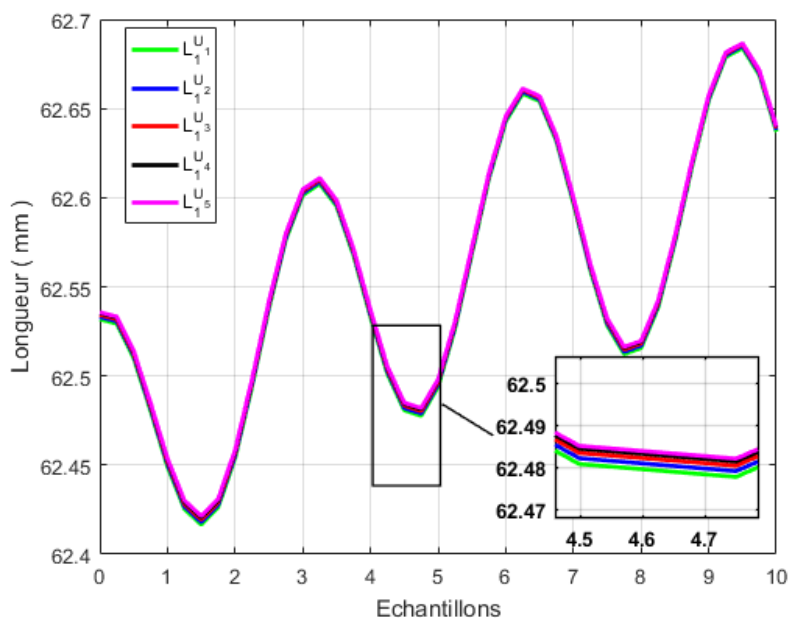


FIGURE 3.41 : Profil de la longueur de câbles L_1 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale

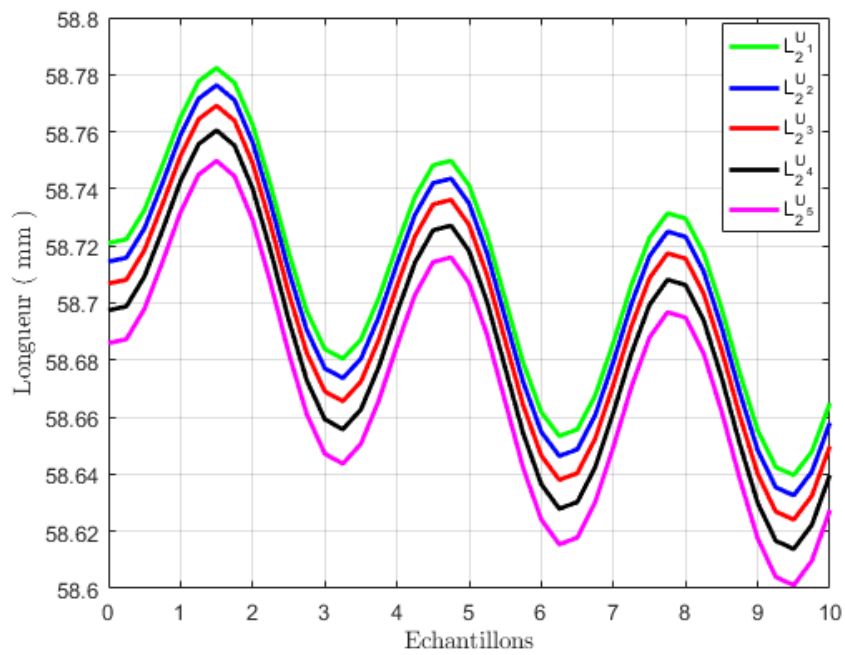


FIGURE 3.42 : Profil de la longueur de câbles L2 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale

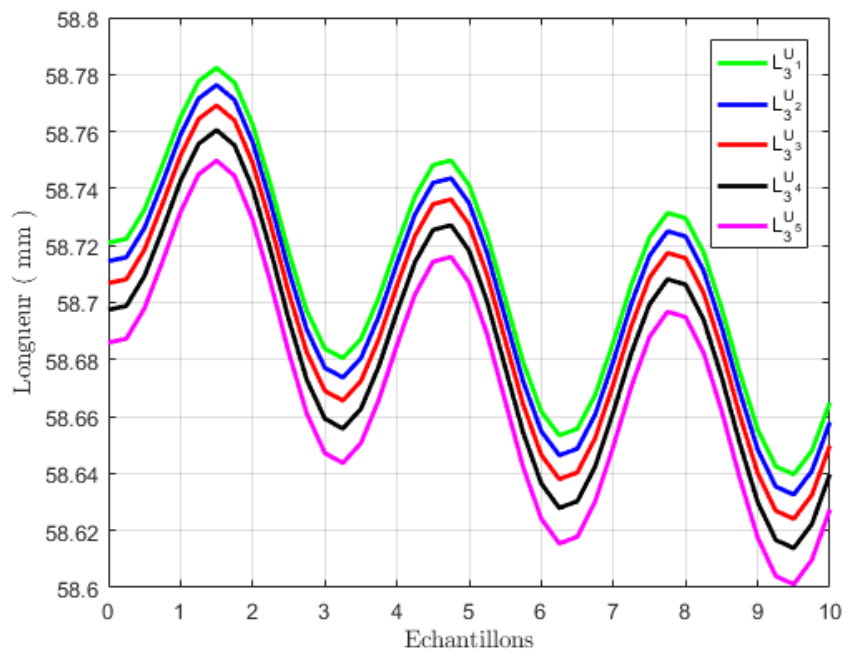


FIGURE 3.43 : Profil de la longueur de câbles L3 pour les unités de la première section pour la trajectoire spirale

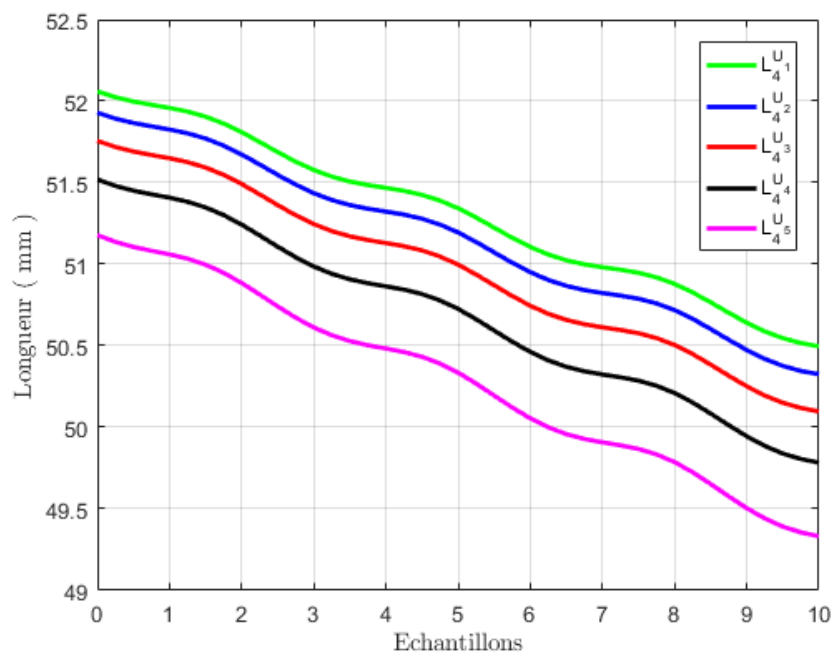


FIGURE 3.44 : Profil de la longueur de câbles L4 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale

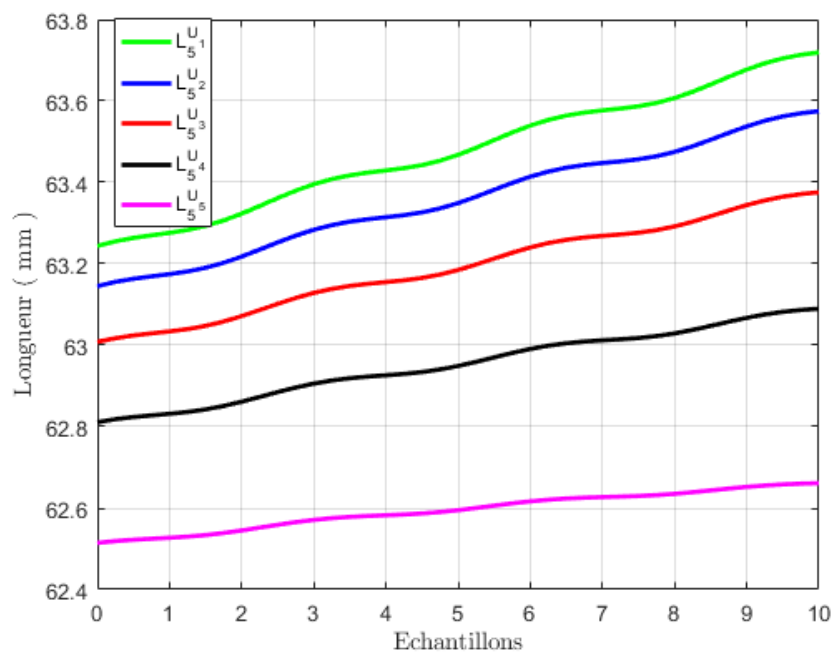


FIGURE 3.45 : Profil de la longueur de câbles L5 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale

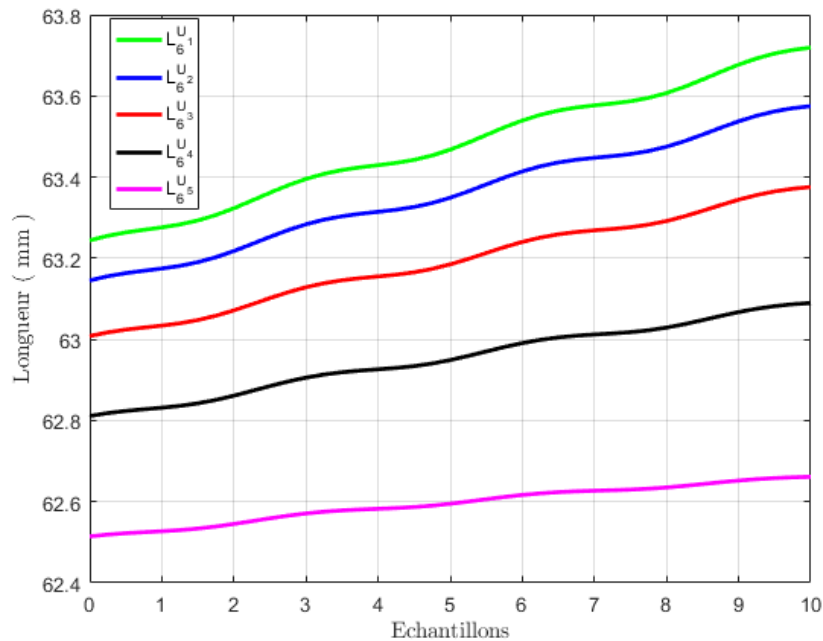


FIGURE 3.46 : Profil de la longueur de câbles L6 pour les unités de la deuxième section pour la trajectoire spirale

3.5 Comparaison d’algorithmes méta-heuristiques pour la résolution du modèle géométrique inverse

Dans cette section, nous allons comparer la méthode heuristique PSO précédemment introduite avec deux autres approches heuristiques, à savoir la colonie d’abeilles artificielle (ABC) et l’algorithme génétique (GA) afin de déterminer laquelle est plus efficace en termes de précision et de consommation de temps.

Dans un premier temps, nous présentons les deux algorithmes, ABC et GA. Ensuite, une application de ces deux méthodes pour résoudre le problème géométrique inverse des robots continuum flexibles. Puis, Nous comparons les résultats obtenus avec PSO. Dans le premier exemple, on considère une trajectoire circulaire qui est suivie par un robot continuum à section unique.

Les caractéristiques du robot considéré sont définies dans le [Tableau. 2.1](#). De plus, la fonction objectif est déjà définie dans la section précédente par l’équation (3.8). Les paramètres utilisés pour chaque algorithme sont définis dans le [Tableau. 3.2](#).

TABLEAU 3.2 : Les paramètres utilisés pour les trois méthodes d'optimisation

PSO	iterations = 200	swarm size = 50	Inertia= 0.791	C1=C2=1.2
GA	iterations = 200	swarm size = 50	Elite count = 1	Cross.fraction=0.4
ABC	iterations = 200	swarm size = 50	Employed bees=25	Onlooker bees=25

3.5.1 Algorithme de colonie d'abeilles artificielles (ABC)

ABC est l'un des algorithmes d'intelligence artificielle les plus récents. Il a été proposée par Dervis Karaboga en 2005 [86]. Il a été principalement développé pour atteindre l'optimum global d'un modèle mathématique continu, inspiré par le comportement des abeilles lorsqu'elles explorent l'environnement environnant pour trouver une zone riche en nectar. Dans cette approche, les agents artificiels sont classés en trois catégories : l'abeille employée, l'abeille spectatrice et l'abeille scout.

Les abeilles employées se concentrent sur une source de nourriture et conservent en mémoire la localité de cette source de nourriture. Le nombre d'abeilles employées est égal au nombre de sources de nourriture puisque chaque abeille employée est associée avec une seule source de nourriture.

L'abeille spectatrice reçoit l'information de la source de nourriture de l'abeille employée dans la ruche. Ensuite, l'une des sources de nourriture est sélectionnée pour recueillir le nectar.

Le scout est en charge de trouver de nouvelles sources de nourriture et le nouveau nectar. Le processus général de la méthode ABC et les détails de chaque étape sont les suivants :

- Les abeilles employées : dans cette phase, les abeilles portent des informations sur la source ciblée et les partagent habilement avec les autres abeilles, notamment la direction, la qualité de la nourriture. Dans la phase des abeilles employées, chaque abeille employée trouve une nouvelle source de nourriture X_i dans le voisinage de sa source actuelle x_i et compare la nouvelle avec la solution actuelle. L'abeille employée sauve la meilleure grâce à un mécanisme de sélection avide et la source de nourriture, pour décrire mathématiquement cette phase, elle peut être expliquée comme suit :

$$X_i = x_i + s_i(x_i - \lambda_i) \quad (3.12)$$

où x_i est le nouveau vecteur de position de la solution, s_i est un nombre aléatoire entre -1 et 1, et λ_i un nombre aléatoire représentant l'ordre aléatoire dans le vecteur de position.

- Abeilles spectatrices : un nombre aléatoire d'abeilles attend les abeilles employées qui proviennent d'une source de nourriture découverte au hasard. Une fois arrivées, les abeilles visiteuses reçoivent des informations par le biais d'un type particulier de danse (waggle dance). De plus, les abeilles visiteuses utilisent la probabilité pour choisir la meilleure solution. Pour saisir la façon dont les abeilles visiteuses utilisent la probabilité, la méthode de la section de la roulette, qui est une technique de section de valeur basée sur la forme physique, peut être utilisée pour trouver cette probabilité d'une solution X_i .

$$X_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{pop} f_i} \quad (3.13)$$

où f_i est la valeur de la fonction objectif, et pop est la taille des abeilles utilisées.

- Abeilles scout : toutes les abeilles sont considérées comme des éclaireurs, puis elles sont converties en abeilles employées ou spectatrices pendant l'exécution. Si la position des abeilles employées ne change pas après des essais, elles sont obligées d'abandonner leur position et de se convertir en éclaireurs.

3.5.2 Algorithme génétique (GA)

GA a été développé pour la première fois par Holland en 1975 [87], il imite essentiellement les étapes de la croissance naturelle et est largement utilisé dans les problèmes d'ingénierie, en particulier lorsqu'il s'agit de domaines où plusieurs solutions possibles sont concernées.

La première étape de GA commence par l'initialisation aléatoire de la population. Chaque élément de la population sera testé à travers la fonction objectif afin de vérifier si le résultat obtenu peut correspondre à la solution requise.

La meilleure solution fournie par chaque individu parmi l'ensemble de la population sera reprise et intégrée dans la génération suivante. Après plusieurs générations, la population converge vers une certaine valeur, qui est la meilleure solution du problème.

L'idée principale des heuristiques est d'explorer l'espace des solutions en essayant de converger vers la meilleure solution. Cependant, il est important d'éviter une convergence prématurée de l'algorithme vers un extremum, ou optimum local. Un

extremum local est la meilleure solution dans une zone restreinte, en opposition à l'extremum global, qui est la meilleure solution dans l'ensemble.

3.5.3 Résultats et discussion

Dans cette section, les trois approches méta-heuristiques sont comparées en termes de précision et de consommation de temps. Deux exemples de simulation sont considérés, le premier concerne une comparaison de PSO, GA, et ABC pendant le suivi d'une trajectoire circulaire. Pour le second exemple, une trajectoire spirale est considérée.

- le premier exemple :

Dans cet exemple de simulation, le robot doit suivre une trajectoire circulaire comme le montre la figure 3.47 en utilisant les algorithmes ABC, GA et PSO. Les résultats obtenus sont comparés en termes de précision et le temps consommé pour réaliser la tâche proposée pour les trois algorithmes.

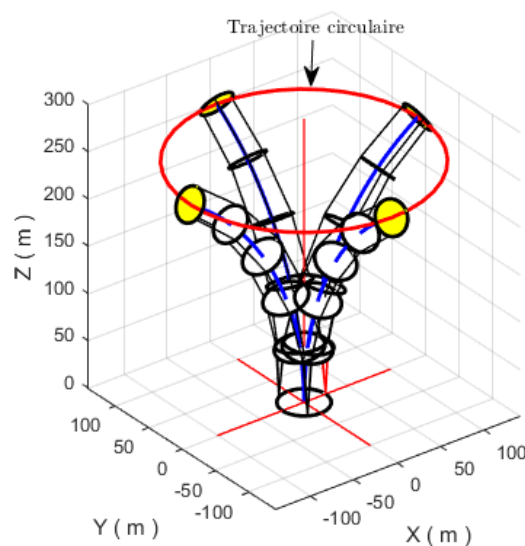


FIGURE 3.47 : Robot continuum flexible avec une seule section en suivi trajectoire circulaire

Comme on peut voir sur la figure 3.48 et 3.49, pour chaque approche, la consommation de temps ainsi que la fonction coût sont calculées en fonction des échantillons.

Il est clair que l'approche ABC possède la fonction coût la plus basse, ce qui donne une meilleure précision, en d'autres termes ; le robot avec une seule section suit avec

précision la trajectoire circulaire. Comparativement, ABC surpasse PSO et GA en termes de précision.

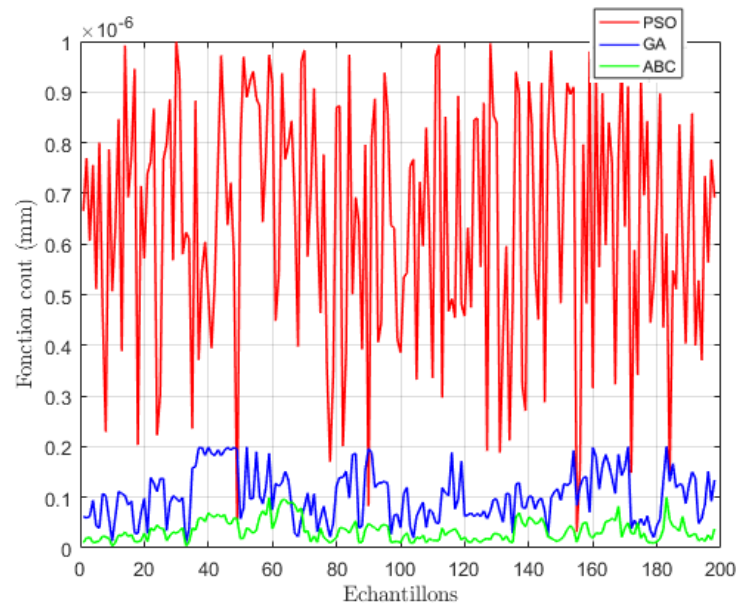


FIGURE 3.48 : Valeur de la fonction coût pour les trois algorithmes méta-heuristiques

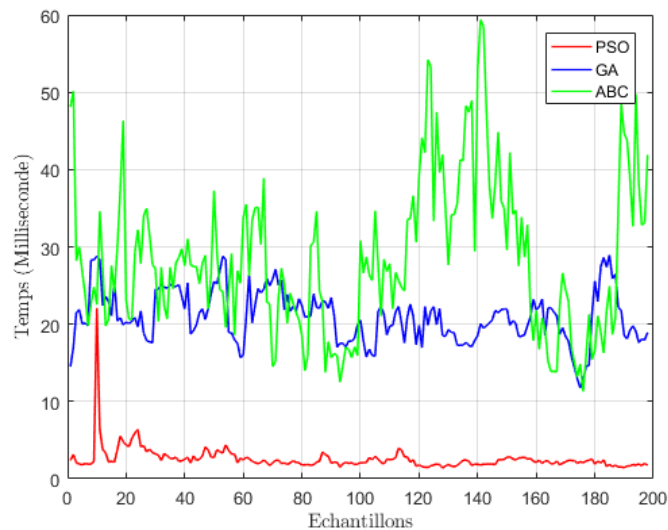


FIGURE 3.49 : Temps d'exécution pour les trois algorithmes méta-heuristiques

Cependant, dans la figure 3.49, l'algorithmes ABC prend relativement beaucoup de temps pour obtenir de bons résultats, en particulier si on les compare avec GA et PSO.

D'autre part, PSO offre la meilleure consommation de temps, ce qui est préférable pour des applications en temps réel, du moins par rapport à GA et ABC.

- Le deuxième exemple :

Dans le deuxième exemple de simulation, des angles de flexion supplémentaires seront utilisés, à savoir les angles de flexion de la deuxième section du robot avec les contraintes suivantes : $\theta_{1,1} < 0, \theta_{1,2} > 0$ et $0 < Y_1 < 10^{-6}$. En fait, l'ensemble de l'opération consistant à suivre la trajectoire spirale est relativement difficile par rapport à l'exemple précédent.

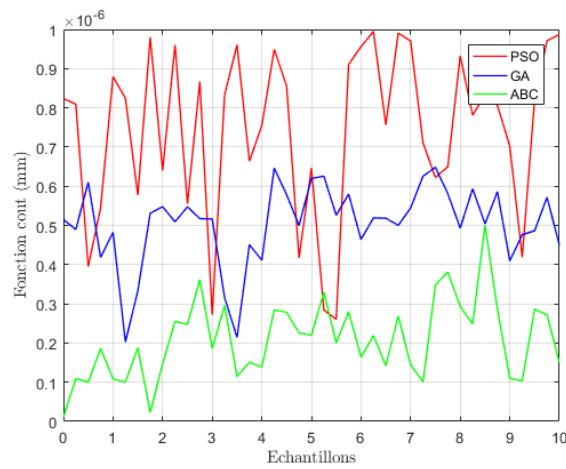


FIGURE 3.50 : Valeur de la fonction coût pour les trois algorithmes méta-heuristiques (trajectoire spirale)

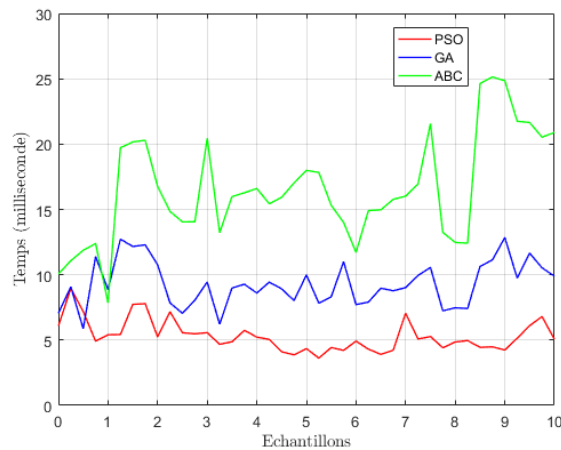


FIGURE 3.51 : Temps d'exécution pour les trois algorithmes méta-heuristiques (trajectoire spirale)

Explicitement, les algorithmes doivent trouver les angles de flexion nécessaires pour chaque section du robot, à condition que les angles de flexion et d'orientation générés pour la première section soient appropriés par rapport à ceux générés pour la deuxième section lors du suivi de la trajectoire spirale.

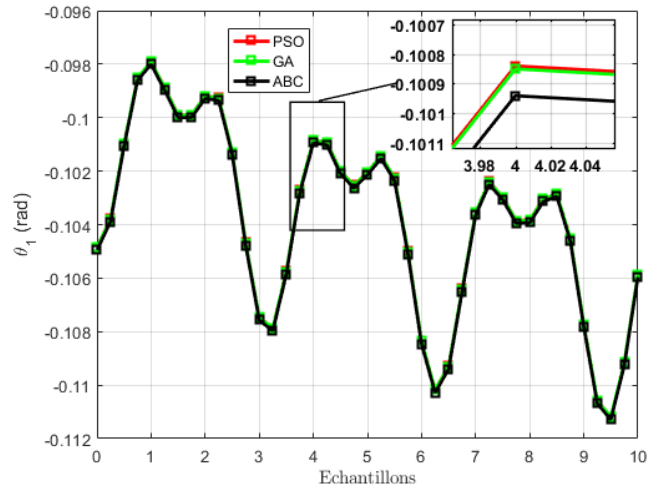


FIGURE 3.52 : Le premier angle de flexion obtenu par les trois approches méta-heuristiques pour suivre la trajectoire spirale

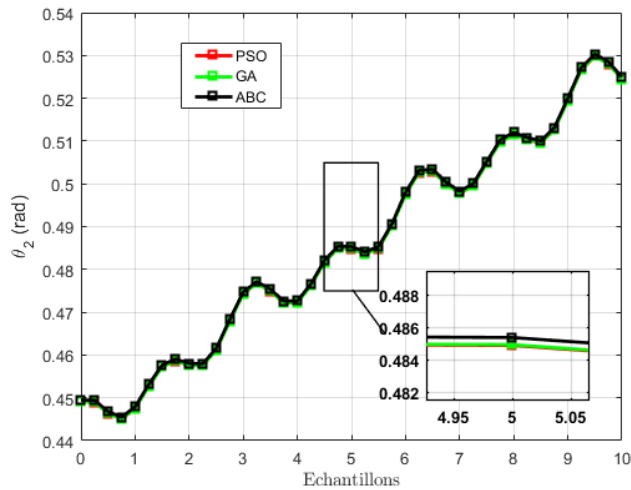


FIGURE 3.53 : Le deuxième angle de flexion obtenu par les trois approches méta-heuristiques pour suivre la trajectoire spirale

Il est intéressant de noter que les trois approches méta-heuristiques ont réussi à générer les angles de flexion nécessaires qui satisfont le suivi de la trajectoire spirale comme le montre les figures 3.52 et 3.53.

3.6 Conclusion

Ce chapitre traite les différentes approches méta-heuristiques, nommément PSO, GA et ABC pour résoudre le modèle géométrique inverse de robots continuum flexibles à courbure variable. Le problème du modèle géométrique inverse est établi comme une fonction objectif décrivant la distance entre l'organe terminal du robot et la trajectoire désirée. On constate que l'algorithme PSO est plus adapté quand il s'agit d'une application en temps réel par rapport à GA et ABC. Cependant, sa précision n'est pas moindre que ABC et GA. D'autre part, ABC prouve sa bonne précision vers la résolution du MGI de robots continuum. Afin de valider cette comparaison, divers exemples de simulations ont été établis.

Chapitre 4

Étude conceptuelle du robot flexible continuum à deux sections

4.1 Introduction

Un robot à câble est un type particulier des robots qui utilise des liaisons discrètes constituées par des câbles en vue de le contrôler. Le mécanisme qui définit ce robot se compose d'une plateforme fixe qui est à son tour comporte :

- Les moteurs (voire des poulies, vis sans fin, roue, embrayage à roue libre, ressort... etc.).
- Les câbles s'enroulent où se déroulent autour d'une poulie afin de pouvoir contrôler précisément la position et l'orientation du robot, dans notre cas ont projeté de construire un robot formé par deux sections concaténées indépendantes et flexibles, actionnée chacune par trois câbles.

En fait, ce chapitre a été réalisé dans le même contexte d'une thèse de master [88].

4.2 Étude du corps flexible du robot

L'ensemble du mécanisme du robot est représenté sur la figure 4.1. Le robot se compose d'une tige flexible qui assure la liaison entre les disques ainsi que la flexibilité du robot. La tige fléchit en fonction de la mobilité des disques qui sont à leurs tour actionnés par les tensions des câbles.

Il est à noter que chaque section est actionnée séparément par son moteur, les deux moteurs sont situés dans la base du robot.

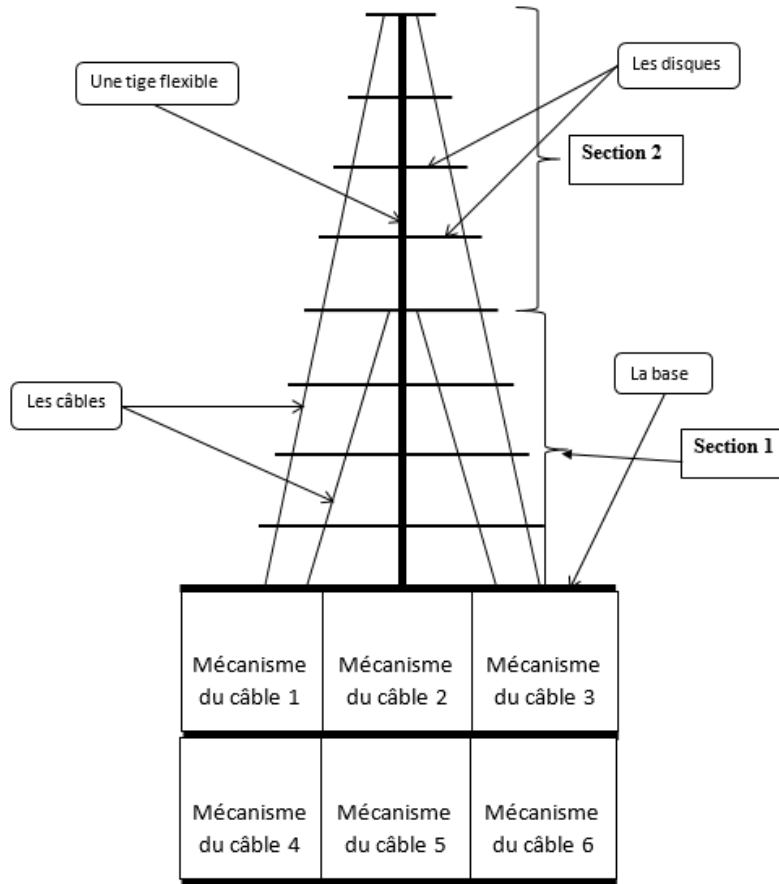


FIGURE 4.1 : Schéma de la chaîne cinématique du corps flexible

4.3 Étude de la force appliquée sur le robot pendant la flexion

La force appliquée sur le robot continuum considéré pour le faire courber est un exemple réel de la force suiveuse non linéaire, appelée aussi non-conservative force, en d'autres termes la colonne de Beck. L'équation qui gouverne la force appliquée sur la tige flexible du robot peut être exprimée comme suit [89] :

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (4.1)$$

Avec : I : Moment d'inertie de la tige, P : La force appliquée sur la tige, $\frac{q}{g}$ La masse par unité de longueur, y et x : Déplacements, t : Temps.

En raison de la complexité et des conditions exigeantes pour résoudre cette équation, nous considérons simplement le cas de la force suiveuse comme un cas de flambage simple. Comme la force exercée sur les câbles est parallèle à l'axe de la tige, alors elle exerce une compression sur le dernier disque ce qui engendre un phénomène de flambage sur la tige. La notion de flambement s'applique généralement à des poutres élancées qui lorsqu'elles sont soumises à un effort normal de compression (physique), ont tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

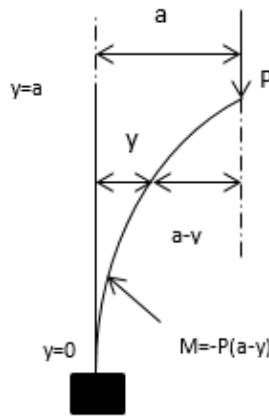


FIGURE 4.2 : Poutre élancée sous une force axiale

On applique le moment sur la tige on aura :

$$M = p(y - a) \quad (4.2)$$

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} = Py - Pa \quad (4.3)$$

Avec : E : module de Young (GPA), I : moment d'inertie (mm^2).

La solution générale de l'équation (4.2) est :

$$y = A \cos \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + B \sin \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + a \quad (4.4)$$

En appliquant les conditions initiales pour $x = 0$, $y = 0$ on aura

$$y = a \left(1 - \cos \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) \right) \quad (4.5)$$

Et pour $x = L$, $y = a$ on aura :

$$P = \frac{\pi}{4L^2} EI \quad (4.6)$$

L'équation (4.6) sera utilisée pour le dimensionnement du mécanisme de commande.

4.4 Propositions de la chaîne cinématique du système de commande

Dans ce chapitre, on va proposer une conception du robot flexible ainsi que le mécanisme de commande représenté sous forme d'une chaîne cinématique qui permet de comprendre le fonctionnement des pièces du robot en vue d'obtenir les mouvements et les déplacements de la structure (rotation, translation et déformation). Après cela on va calculer les paramètres de la construction du système, à savoir l'étude de résistance et d'endurance sous l'effet des sollicitations (contrainte et pression), calcul des engrenages (contrainte de rupture et pression superficielle).

4.4.1 Chaîne cinématique

La puissance du moteur transmet un mouvement de rotation à la vis sans fin 2 qui à son tour fait tourner la roue dentée 3 qui constituent l'ensemble du réducteur supporté par la base 1. La roue 3 fait tourner l'arbre de transmission 7 ainsi que l'embrayage à roue libre 6, transmettant ainsi le mouvement de rotation à la poulie 5. Sur cette dernière s'enroulé un câble dont l'extrémité est fixée au dernier disque de la section flexible, permettant ainsi la motricité du robot par l'intermédiaire du flambage de la tige. Quand le moteur ne fonctionne pas, la tige flexible revient à sa position verticale sous l'efforts du ressort de torsion fixant la poulie au corps du mécanisme après avoir accumulé une énergie potentielle oblige à la poulie à tourner en sens inverse provoquant l'enroulement contraire du câble sans faire tourner l'arbre du mécanisme (rôle de l'embrayage à roue libre 6) voir (figure 4.3) et (figure 4.4).

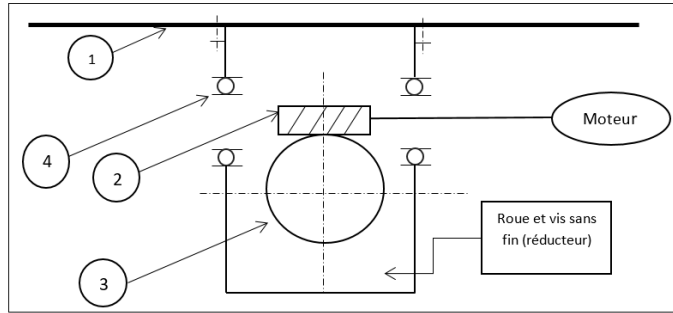


FIGURE 4.3 : Schéma de la chaîne cinématique en vue de face

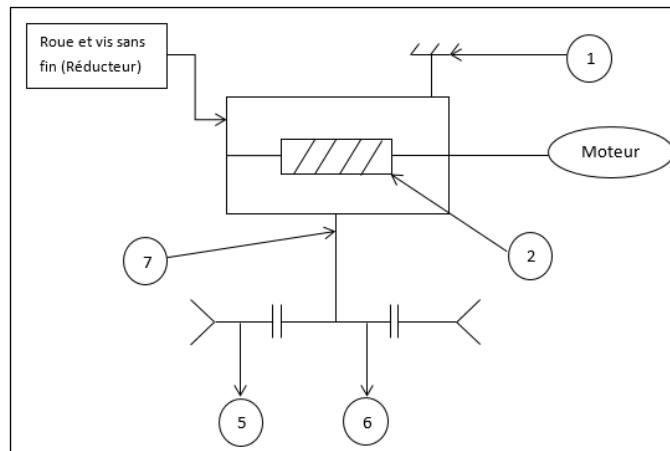


FIGURE 4.4 : Schéma de la chaîne cinématique en vue de dessus

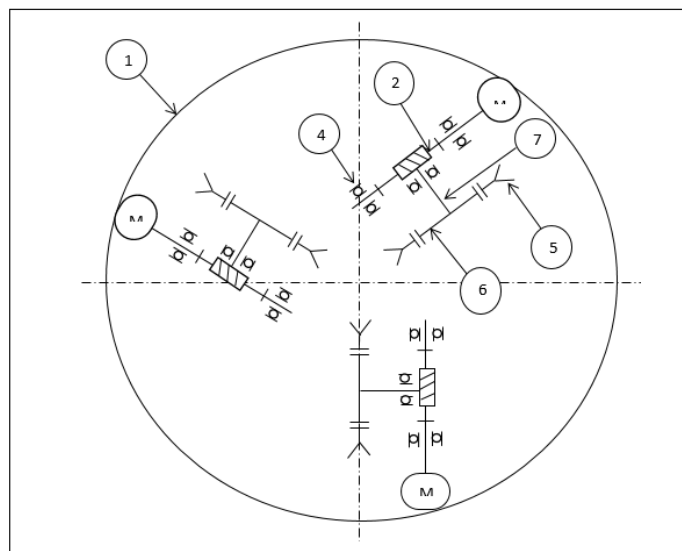


FIGURE 4.5 : L'emplacement du mécanisme de commande sur la base fixe

TABLEAU 4.1 : Pièces constituant le robot

N° Pièce	Nom du pièce
1	La base
2	Vis sans fin
3	Roue dentée à denture hélicoïdale
4	Roulement à bille à contact radial
5	Poulie
6	Embrayage à roue libre
7	Arbre de transmission

4.4.2 Calcul de force agissant sur la tige

l'épine dorsale (poutre) du robot est en Kevlar, la force qui s'applique sur la tige peut être calculée par la formule suivant :

$$F = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (4.7)$$

$E = 34.5$ [GPA] = 34.5 [KN.mm²] : module de Young de Kevlar

$L = 400$ [mm] : longueur de la tige pour la première section

I : moment d'inertie de la tige $I = \frac{\pi d^4}{64}$ ($d = 12$ mm)

Pour une application numérique :

$$F = \frac{\pi^2 \times 34.5 \times 10^3 \times 1017.87}{4 \times 400^2} = 541.540 [N]$$

4.4.3 Calcul des efforts agissants sur le système

Dans cette section, nous calculons les forces appliquées sur le système comme le montre la figure 4.6.

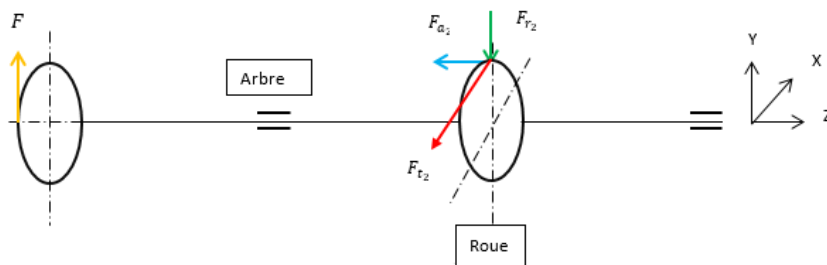


FIGURE 4.6 : Schéma représenté les efforts agissants sur l'arbre 2

F : Force agissante sur le câble [N]

F_{t_2} : Force radiale [N]

F_{r_2} : Force axiale [N]

F_{a_2} : Force tangentielle [N]

- Détermination du diamètre de la roue d_2 :

$$d_2 = m_{a2} \times z_2 = \frac{m_r}{\cos \beta} \times z_2 \quad (4.8)$$

Avec z_2 nombre de dents de la roue, β angle d'hélice, m_r module réel en [mm].

Le module apparent de la roue est exprimé par :

$$m_{a2} = \frac{m_r}{\cos \beta} = 2.07 [mm] \quad (4.9)$$

Donc :

$$d_2 = \frac{2}{\cos 15^\circ} \times 20 = 41.41 [mm] \quad (4.10)$$

On doit vérifier la résistance à la flexion de la dent par l'équation suivante :

$$m_r = 2.34 \times \sqrt{\frac{T}{k \times \cos \beta \times \sigma_p}} \quad (4.11)$$

Avec $T = F_{t_2}$ Force tangentielle en [N]

$$F_{t_2} = \frac{2 \times M_t}{d} = \frac{2 \times F \times R_p}{d} \quad (4.12)$$

Avec M_t est le moment de torsion en [N.mm], $R_p = 35 [mm]$ est le rayon de la poulie. La contrainte d'élasticité pratique en [KN.mm²] peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_p = \frac{\sigma_e}{s} \quad (4.13)$$

Avec σ_e est la contrainte limite élastique, $s = 2.75$ est le coefficient de sécurité.

Pour l'acier 16MnCr5 :

$$\sigma_e = 440 [NN/mm^2]$$

$$k = \frac{\pi}{\sin 15^\circ} = 12.13 \approx 13$$

On aura donc :

$$m_r \geq 2.34 \times \sqrt{\frac{T}{k \times \cos \beta \times \sigma_p}} = 1.57 [mm] \quad (4.14)$$

On prend $m_2 = 2$ d'après la série 1 de RENARD.

TABLEAU 4.2 : Caractéristiques géométriques de l'engrenage

Désignations		Relations
Le module réel m_r	m_r	$m_r = 2 [mm]$
Le module apparent m_{a2}	m_{a2}	$m_{a2} = m_r \times \cos \beta = 2.07 [mm]$
Le nombre de dents z_2	z_2	$z_2 = 20$ dent
Angle de pression α	$\alpha = 20^\circ$	
Angle de l'hélice $\beta = 15^\circ$	Sens de l'hélice : droite ou à gauche $15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$	
Diamètres	Primitif d_2	$d_2 = m_{a2} \times z_2 = 41.41 [mm]$
	De tête d_{a2}	$d_{a2} = d_2 + 2m_r = 45.41 [mm]$
	De pied d_{f2}	$d_{f2} = d_2 - 2.5m_r = 36.41 [mm]$
Caractéristique de la denture	Hauteur h	$h = 2.25 \times m_r = 4.5 [mm]$
	Creux h_f	$h_f = 1.25 \times m_r = 2.5 [mm]$
	Saillie h_a	$h_a = m_r = 2 [mm]$
	Largeur b	$b \geq \frac{\pi m_r}{\sin \beta} = 24.27 [mm]$
	Pas réel p_r	$p_r = \pi \times m_r = 6.28 [mm]$
	Pas apparent p_a	$p_a = \pi \times m_a = 6.50 [mm]$
	Épaisseur e	$e = \frac{p_r}{2} = 3.14 [mm]$
	Intervalle i	$i = \frac{p_r}{2} = 3.14 [mm]$
Entraxe	a	$a = \frac{m_r}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \gamma} + \frac{z_2}{\cos \beta} \right)$
Rapport de transmission	k_{12}	$k_{12} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{10}$

4.4.4 Calculs des efforts sur la denture

Force tangentielle :

$$F_{t_2} = \frac{2M_t}{d} = 915.42 [N] \quad (4.15)$$

Force axiale :

$$F_{a2} = F_{t_2} \times \tan \beta = 245.28 [N] \quad (4.16)$$

Force radiale :

$$F_{r_2} = F_{t_2} \times \frac{\tan \alpha}{\cos \beta} = 344.93 [N] \quad (4.17)$$

TABLEAU 4.3 : Résultats du calcul de la capacité à la rupture

	La roue $z_2 = 20$, $m_r = 2[mm]$
Matériaux	Acier allié au Mn-Cr 65-70 hbar (300 Br)
Résistance à la rupture	$\sigma_{blim} = 22[hbar]$
d : Diamètre primitif	$d_2 = 41.41[mm]$
b : Largeur des dents	$b = 24.27[mm]$
v : Vitesses tangentielles	$v = \omega \times R = \frac{2\pi N}{60} R = 10.47 \times 20.705 = 0.216[m/s]$
k_v : Facteur de vitesse	$k_v = \frac{3}{3+\sqrt{v}} = \frac{3}{3+\sqrt{0.216}} = 0.865$
L_h : La durée de fonctionnement	$L_h = 24960[heures]$
N : Vitesse de rotation	$N = 100[tr/min]$
N_c : Nombre de cycle $q = 2$	$N_c = 60N \times L_h \times q = 0.299 \times 10^9$
k_{bl} : Facteur de durée à la rupture	$k_{bl} = \left(\frac{10^7}{N_c}\right)^{1/10} = 0.71$
k_M : Facteur de portée	$k_M = 1$
k_A : Facteur d'application	$k_A = 1$
Y_ε : Facteur de conduite	$Y_\varepsilon = 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_\alpha} = 0.715$
Z_v : Nombre de dents virtuelles	$z_v = \frac{z_{roue}}{\cos(\beta)^3} = 22.19$
Y_F : Facteur de forme	$Y_F = 2.71$
Y_β : Facteur d'inclinaison	$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \left(\frac{\beta}{120}\right) = 0.866$
F_{tadm} Efforts admissibles	$F_{tadm} = \sigma_{blim} \times b \times m_r \times \frac{k_{bl} \times k_v \times k_M \times k_A}{Y_\varepsilon \times Y_F \times Y_\beta} = 394.05[daN]$
Comparaison $F_{t_{max}}$ et F_{tadm}	$F_{t_{max}} = 91.542[daN] < F_{tadm} = 394.05[daN]$

TABLEAU 4.4 : Résultats du calcul de la puissance admissible suite à la rupture

	La roue : $z_1 = 20$, $m_r = 2mm$ $\beta = 15^\circ$
N : vitesse de rotation	$N = 100[tr/min]$
Efforts admissibles F_{tadm}	$F_{tadm} = 394.05[daN]$
Puissance admissible P_{adim}	$P_{max} < P_{adim} = \frac{10^{-6}}{1.96} \times \frac{m_r}{\cos\beta} N \times Z \times F_{tadm} = 0.83[KW]$

TABLEAU 4.5 : Résultats du calcul de la capacité à la pression superficielle

	La roue $z_2 = 20, m_r = 2[mm]$
Matériaux	Acier allié au Mn-Cr 65-70 hbar (300 Br)
Pression superficielle	$\sigma_{Hlim} = 95 [hbar]$
C_r : Facteur du rapport	$C_r = \frac{z_2}{z_1 + z_2} = 0.9$
v : Vitesses tangentielles	$v = \omega \times R = \frac{2\pi N}{60} R = 10.47 \times 20.705 = 0.216 [m/s]$
k_v : Facteur de vitesse	$k_v = \frac{3}{3 + \sqrt{v}} = 0.865$
L_h : La durée de fonctionnement	$L_h = 24960 [heures]$
N : Vitesses de rotation	$N = 100 [tr/min]$
N_c : Nombre de cycles de mise en charge	$N_c = 60N \times L_h \times q = 0.299 \times 10^9 [heures]$
k_{HI} : Facteur de la pression superficielle	$k_{HI} = \left(\frac{10^7}{N_c}\right)^{1/6} = 0.57$
k_M : Le rapport $\frac{b_2}{d_2}$	$k_M = 1$
k_A : Facteur d'application	$k_A = 1$
Z_E : Facteur d'élasticité	$Z_E = \sqrt{7700}$
Z_β : Facteur de longueur de contact	$\varepsilon_\beta = \frac{k}{\pi} \times \sin \beta = 1.07$ Donc $Z_\beta^2 = 0.62$
z_c : Facteur géométrique	$z_c^2 = \frac{\cos \beta_b}{\sin \alpha_t \times \cos \alpha_t} = 2.94$
γ : Facteur de la capacité de charge	$N_{12} = 100 [tr/min], \gamma$ pour $N < 200$
F_{tmax} et T_{adm}	$F_{tmax} = 91.542 [daN] < T_{adm} = 143.38 [daN]$

TABLEAU 4.6 : Résultats du calcul de la puissance admissible à la pression superficielle

	La roue : $z_2 = 20, m_r = 2mm \beta = 15^\circ$
N : Vitesse de rotation	$N = 100 [tr/min]$
F_{tadm} : Efforts admissibles	$F_{tadm} = 143.38 [daN]$
P_{adm} : Puissance admissible	$P_{max} < P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1.96} \times \frac{m_r}{\cos \beta} N \times Z \times F_{tadm} = 0.30 [KW]$

4.4.5 Calcul des efforts agissant sur la vis sans fin

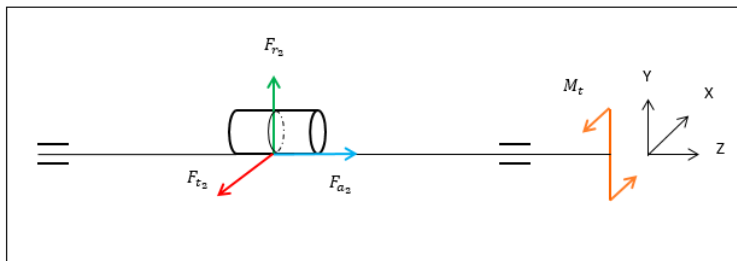


FIGURE 4.7 : Efforts agissant sur la vis sans fin

M_t : moment de torsion

F_{t_2} : Force tangentielle de la vis [N]

$$F_{t1} = F_{a2} = 245.28 [N] \quad (4.18)$$

F_{r_2} : Force radiale de la vis [N]

$$F_{a1} = F_{t2} = 915.42 [N] \quad (4.19)$$

F_{a_2} : Force axiale de la vis [N]

$$F_{r1} = F_{r2} = 344.93 [N] \quad (4.20)$$

TABLEAU 4.7 : Application les caractéristiques de la vis sans fin

Désignations		Relations
Le module réel m_r	m_r	$m_r = 2 [mm]$
Le module apparent m_{a1}	m_{a1}	$m_{a1} = \frac{m_r}{\cos \gamma} = 7.22 [mm]$
Le nombre de filets z_1	z_1	$z_1 = n = 2$
Angle de pression α	$\alpha = 20^\circ$	
Angle de l'hélice $\beta + \gamma = 90^\circ$	Sens de l'hélice : droite ou à gauche $\gamma = 75^\circ$	
Diamètres	De pied d_{f1}	$d_{f1} = d_1 - 2.5 \times m_r = 10.44 [mm]$
	Primitifs d_1	$d_1 = d_{ma} \times z_1 = 15.44 [mm]$
	De tete d_{a1}	$d_{a1} = d_1 + 2 \times m_r = 19.44 [mm]$
Caractéristique de la denture	Hauteur h	$h = 2.25 \times m_r = 4.5 [mm]$
	Creux	$h_f = 1.25 \times m_r = 2.5 [mm]$
	Saillie h_a	$h_a = m_r = 2 [mm]$
	Longeur l	$l \geq 6 \times m_{a1} = 46.36 [mm]$
	Pas réel p_r	$p_r = \pi \times m_r = 6.28 [mm]$
	Pas apparent p_a	$p_a = \pi \times m_a = 24.25 [mm]$
	Epaisseur e	$e = \frac{p_r}{2} = 3.14 [mm]$
Intervalle i	$i = \frac{p_r}{2} = 3.14 [mm]$	
Entraxe	a	$a = 0.5 \times (d_1 + d_1) = 28.42 [mm]$
Rapport de transmission	k	$\frac{w_2}{w_1} = \frac{d_1}{d_2} \operatorname{tg} \beta = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{10}$

4.5 Détermination des diamètres préalables des arbres et l'étude de leur fatigue

L'élément qui porte les pièces de rotation géométrique s'appelle axe ou arbre. Les axes ne sont prévus que pour supporter les pièces de rotation. Ils peuvent être soit fixes par rapport aux pièces qu'ils portant, soit ils tournent avec elles (l'axe peut alors faire corps avec elles) quel que soit le cas, les efforts s'exerçant sur les pièces de rotation agissant sur leur axe agissant comme des charges fléchissant.

A la différence des axes, les arbres non seulement portent les pièces de rotation, mais transmettent encore le moment de torsion, ils en résultent qu'en plus des efforts fléchissant les arbres sont sollicités par un moment de torsion sur toute leur longueur ou sur une partie seulement.

4.5.1 Calcul du diamètre préalable de l'arbre

Pour déterminer le diamètre de l'arbre, on calcule les réactions dans le plan vertical ainsi que dans le plan horizontal en suite on calcule les moments de fléchissant max correspondant résultant sous la forme suivante :

$$M_{fres} = \sqrt{M_{v_{\max}}^2 + M_{H_{\max}}^2} \quad (4.21)$$

M_{fres} : Moment de flexion résultant [N.mm], $M_{v_{\max}}$: Moment vertical maximal [N.mm],
 $M_{H_{\max}}$: Moment horizontal maximal [N.mm]

En appliquant la 4^{ème} théorie de résistance (critère de tressas) :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4\tau_{\max}^2} \leq [\sigma]_{tr} \quad (4.22)$$

σ_{eq} : La contrainte limite élastique, σ_{\max} : Contrainte maximale

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{fres\max}}{W_{fnet}} = \frac{M_{fres}}{\frac{\pi d^3}{32}} \quad (4.23)$$

La contrainte tangentielle maximale

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_{pnet}} = \frac{M_t}{\frac{\pi d^3}{16}} \quad (4.24)$$

M_t : Moment de torsion [N.mm]

Finalement l'équation de diamètre de l'arbre peut être écrite sous la forme :

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{Fres}^2 + M_t^2}}{\pi [\sigma_{eq}]} \times 32} \quad (4.25)$$

d : diamètre de l'arbre

4.5.2 Vérification des arbres à la fatigue

Les dimensions de l'arbre données par le calcul préliminaire sont vérifiées pour déterminer les coefficients de sécurité pratique dans les sections dangereuses.

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_\tau}\right)}} \geq 2 \quad (4.26)$$

n : Coefficient de sécurité globale

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma} \sigma_\alpha + \psi_\sigma \sigma_m} \quad (4.27)$$

n_σ : Coefficient de sécurité à la flexion

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta \varepsilon_\tau} \tau_\alpha + \psi_\tau \tau_m} \quad (4.28)$$

n_τ : Coefficient de sécurité à la torsion

β : Coefficient de durcissement superficiel

- Remarque

→ Pour les axes $\tau = 0$ ce qui fait $n = n_\sigma$

→ Pour les axes animés d'un mouvement de rotation les sollicitations étant symétrique

$\sigma_m = 0$, donc :

$$n = n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma} \sigma_\alpha} \quad (4.29)$$

Lorsque les contraintes varient suivant un cycle pulsatoire comme le cas des axes fixes
 Donc :

$$n = n_{\sigma} = \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_{\max} \left(\frac{k_{\sigma}}{\beta \varepsilon_{\sigma}} + \psi_{\sigma} \right)} \quad (4.30)$$

Les valeurs de σ_a et σ_m sont définies de la manière suivante :

→ Cycle symétrique :

Pour $\sigma_m = 0$

$$\sigma_a = \sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_{fnet}} \quad (4.31)$$

Pour $\tau_m = 0$

$$\tau_a = \tau_{\max} = \frac{M_t}{W_{pnet}} \quad (4.32)$$

→ Cycle pulsatoire :

,

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \frac{M_f}{2W_{fnet}} \quad (4.33)$$

$$\tau_m = \tau_a = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{M_t}{2W_{pnet}} \quad (4.34)$$

On tient compte ici l'emplacement de la clavette

$$w_{fnet} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} \quad (4.35)$$

$$w_{pnet} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} \quad (4.36)$$

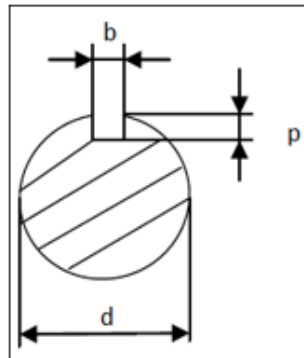


FIGURE 4.8 : Schéma des dimensions de la section de l'arbre

TABLEAU 4.8 : Coefficients de sensibilité de matériau

Acier	ψ_σ	ψ_τ
Acier doux	0.15	0.05
Acier à carbone moyen	0.20	0.10

ψ_σ, ψ_τ Coefficient de sensibilité du matériau et $\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma}, \frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau}$ Coefficient de concentration des contraintes

$$\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} = 1 + 0.6 \times \left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} - 1 \right) \quad (4.37)$$

→ Loi de flexion

$$\sigma_{-1} = 0.43 \times R \quad (4.38)$$

→ Loi de torsion

$$\tau_{-1} = 0.58 \times R \quad (4.39)$$

R : Contrainte de rupture [daN/mm^2]

4.5.3 Application

→ Calcul de l'arbre $N^\circ 2$

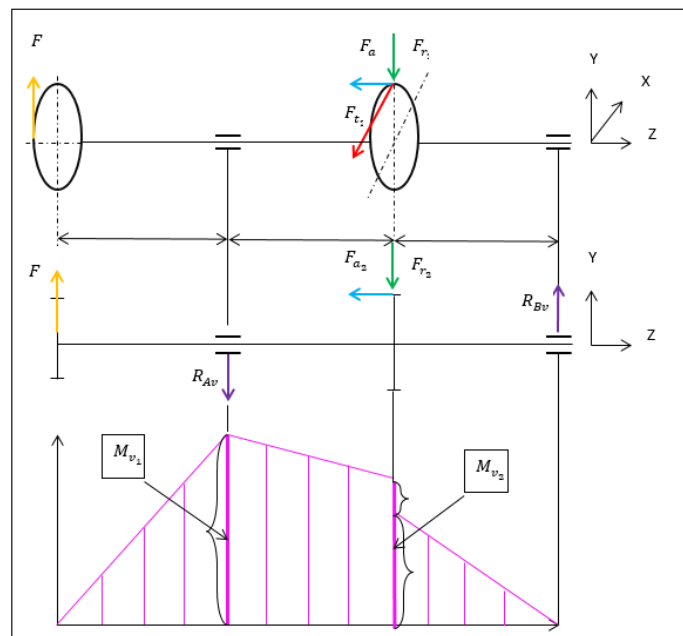


FIGURE 4.9 : Efforts et les réactions agissants sur l'arbre de la vis dans le plan vertical

- Calcul des réactions dans le plan vertical :

$$\sum M_B = F \times 75 - F_{a2} \times \frac{d_2}{2} - F_{r2} \times 22.5 - R_{Av} \times 45 = 0 \quad (4.40)$$

$$R_{Av} = \frac{F \times 75 - F_{a2} \times \frac{d_2}{2} - F_{r2} \times 22.5}{45} = 617.24 [N] \quad (4.41)$$

$$\sum M_A = F \times 30 - F_{a2} \times \frac{d_2}{2} + F_{r2} \times 22.5 - R_{Bv} \times 45 = 0 \quad (4.42)$$

$$R_{Bv} = \frac{F \times 30 - F_{a2} \times \frac{d_2}{2} + F_{r2} \times 22.5}{45} = 420.63 [N] \quad (4.43)$$

Vérification :

$$F + R_{Bv} - F_{r2} - R_{Av} = 0 \quad (4.44)$$

$$M_{v1} = F \times 30 = 541.540 \times 30 = 16246.2 [N.mm] \quad (4.45)$$

$$M_{v2} = F_{a2} \times \frac{d_2}{2} + R_{Bv} \times 22.5 = 14542.92 [N.mm] \quad (4.46)$$

Donc :

$$M_{v1} \geq M_{v2} \quad (4.47)$$

Alors :

$$M_{v_{\max}} = M_{v1} = 16246.2 [N.mm] \quad (4.48)$$

- Calcul des réactions dans le plan horizontal

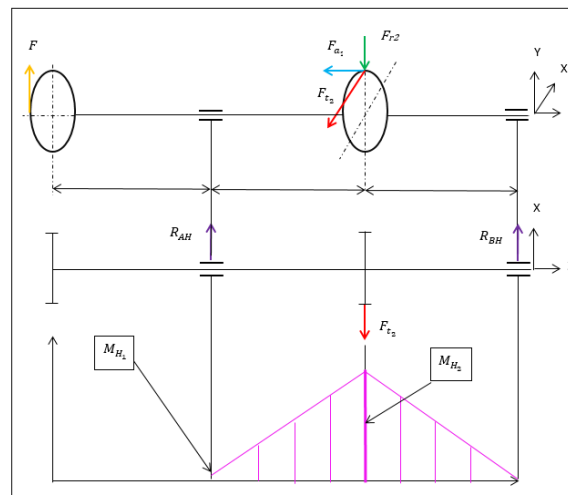


FIGURE 4.10 : Efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan horizontal

$$M_B = R_{AH} \times 45 - F_{t_2} \times 22.5 = 0 \quad (4.49)$$

D'où

$$R_{AH} = \frac{F_{t_2} \times 22.5}{45} = \frac{915.42 \times 22.5}{45} = 457.71 [N] \quad (4.50)$$

$$\sum M_A = R_{BH} \times 45 + F_{t_2} \times 22.5 = 0 \quad (4.51)$$

D'où

$$R_{BH} = \frac{F_{t_2} \times 22.5}{45} = \frac{915.42 \times 22.5}{45} = 457.7 [N] \quad (4.52)$$

Vérification :

$$\begin{aligned} F_{t_2} - R_{AH} - R_{BH} &= 0 \\ 915.42 - 457.71 - 457.71 &= 0 \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$M_{H_1} = 0$$

$$M_{H_2} = R_{AH} \times 22.5 = R_{BH} \times 22.5 = 10298.47 [N.mm] \quad (4.54)$$

$$M_{H_2} = M_{H_{\max}} = 10298.74 [N.mm]$$

Calcul le moment résultant

$$M_{fres1} = \sqrt{M_{v_1}^2 + M_{H_1}^2} = \sqrt{16246.2^2 + 0^2} = 16246.2 [N.mm] \quad (4.55)$$

$$M_{fres2} = \sqrt{M_{v_2}^2 + M_{H_2}^2} = \sqrt{14542.69^2 + 10298.47^2} = 17819.88 [N.mm] = M_{fres} \quad (4.56)$$

Calcul le diamètre de l'arbre :

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{fres}^2 + M_t^2}}{\pi [\sigma_{eq}]} \times 32} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{17819.88^2 + 18953.9^2}}{\pi \times 160} \times 32} = 11.83 [mm] \quad (4.57)$$

Vérification de l'arbre à la fatigue, on choisit acier allié forgé.

Calcul de la limite d'endurance σ_{-1} et τ_{-1}

Ajustement entre l'arbre et la roue est : $\frac{H_7}{h_6}$

Alors la contrainte de rupture $R = 90 [daN/mm^2]$ et $\beta = 1$ (pas de durcissement)

→ **Pour la flexion**

$$\sigma_{-1} = 0.43 \times R = 0.43 \times 60 = 25.8 [daN.mm^2] \quad (4.58)$$

→ **Pour la torsion**

$$\tau_{-1} = 0.58 \times R = 0.43 \times 60 = 14.96 [daN.mm^2] \quad (4.59)$$

L'arbre est d'acier au carbone XC42, $\psi_\sigma = 0.2$ et $\psi_\tau = 0.1$
 avec $\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma}, \frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau}$: Coefficient de concentration des contraintes

$$\frac{k_\sigma}{k_\tau} = 1.8 \quad (4.60)$$

$$\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} = 1 + 1.6 \times \left(\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} - 1 \right) = 1 + 0.6 \times (1.8 - 1) = 1.48 \quad (4.61)$$

Calcul de σ_a et τ_a , sollicitation d'un mouvement de rotation étant de cycle symétrique :

$$W_{fnet} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi \times 11.83^3}{32} - \frac{4 \times 2(11.83 - 2^2)}{2 \times 11.83} = 129.86 \quad (4.62)$$

$$W_{pnet} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi \times 11.83^3}{16} - \frac{4 \times 2(11.83 - 2^2)}{2 \times 11.83} = 292.40 \quad (4.63)$$

D'où

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{25.8}{1.8 \times 13.722 + 0.2 \times 0} = 1.04 \quad (4.64)$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta \varepsilon_\tau} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{14.96}{1.48 \times 6.4825 + 0.1 \times 0} = 1.55 \quad (4.65)$$

Donc le coefficient de sécurité globale :

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_\tau}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1.04}\right)^2 + \left(\frac{1}{1.55}\right)^2}} = 0.86 < 2 \quad (4.66)$$

Insuffisant on doit augmenter le diamètre de l'arbre, pour $d = 15mm$.

$$w_{fnet} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi 15^3}{32} - \frac{4 \times 2(15 - 2)^2}{2 \times 15} = 286.27 \quad (4.67)$$

$$w_{pnet} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi 15^3}{16} - \frac{4 \times 2(15 - 2)^2}{2 \times 15} = 617.61 \quad (4.68)$$

D'où

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{fres \max}}{W_{fnet}} = \frac{117819.88}{286.27} = 62.24 \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 6.224 \left[\frac{daN}{mm^2} \right] \quad (4.69)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{fres\max}}{W_{fnet}} = \frac{117819.88}{617.61} = 30.68 \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 3.068 \left[\frac{daN}{mm^2} \right] \quad (4.70)$$

Donc :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\beta_{\varepsilon\sigma}} \sigma_{\alpha}} = \frac{22.8}{1.8 \times 6.224} = 2.30 \quad (4.71)$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\beta_{\varepsilon\tau}} \tau_{\alpha}} = \frac{14.96}{1.48 \times 3.068} = 3.29 \quad (4.72)$$

Donc le coefficient de sécurité globale.

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_{\tau}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2.3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3.29}\right)^2}} = 1.88 < 2 \quad (4.73)$$

Insuffisant, on doit augmenter le diamètre de l'arbre, pour $d = 16mm$:

$$w_{fnet} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi 16^3}{32} - \frac{4 \times 2(16-2)^2}{2 \times 16} = 353.12 \quad (4.74)$$

$$w_{pnet} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi 15^3}{16} - \frac{4 \times 2(16-2)^2}{2 \times 16} = 755.24 \quad (4.75)$$

D'ou

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{fres\max}}{W_{fnet}} = \frac{117819.88}{353.12} = 50.46 \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 5.046 \left[\frac{daN}{mm^2} \right] \quad (4.76)$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_{pnet}} = \frac{18953.9}{755.24} = 25.09 \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 2.509 \left[\frac{daN}{mm^2} \right] \quad (4.77)$$

Donc

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\beta_{\varepsilon\sigma}} \sigma_{\alpha}} = \frac{25.8}{1.8 \times 5.046} = 2.84 \quad (4.78)$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\beta_{\varepsilon\tau}} \tau_{\alpha}} = \frac{14.96}{1.48 \times 2.430} = 4.02 \quad (4.79)$$

Donc le coefficient de sécurité globale :

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_{\tau}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2.84}\right)^2 + \left(\frac{1}{4.15}\right)^2}} = 2.31 > 2 \quad (4.80)$$

On choisit le diamètre $d=16$ mm acceptable.

→ Calcul l'arbre $N^{\circ} 1$

- Calcul des réactions dans le plan vertical :

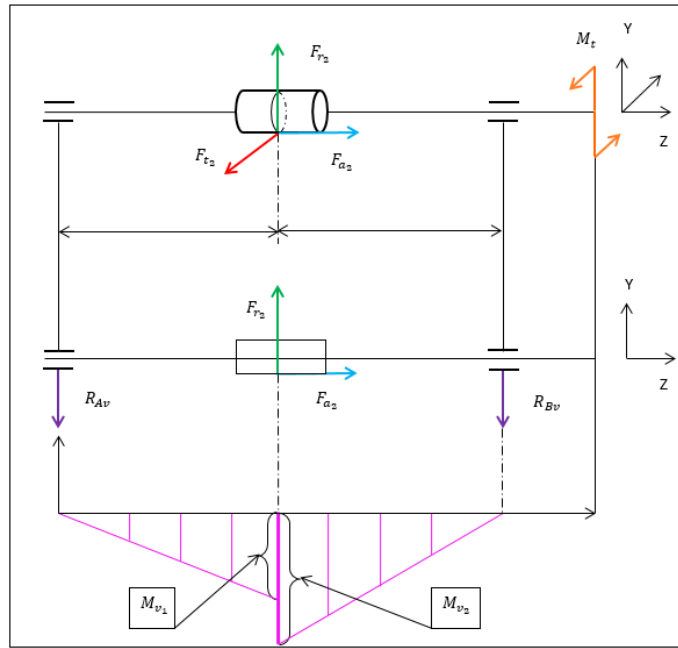


FIGURE 4.11 : Efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan vertical

$$\sum M_B = R_{Av} \times 71.08 + F_{a1} \times \frac{d_1}{2} - F_{r1} \times 35.54 = 0 \quad (4.81)$$

$$R_{Av} = \frac{-F_{a1} \times \frac{d_1}{2} + F_{r1} \times 35.54}{71.08} = \frac{-915.42 \times \frac{15.44}{2} + 344.93 \times 35.54}{71.08} = 73.04N \quad (4.82)$$

$$\sum M_A = R_{Bv} \times 71.08 + F_{a1} \times \frac{d_1}{2} - F_{r1} \times 35.54 = 0 \quad (4.83)$$

$$R_{Bv} = \frac{-F_{a1} \times \frac{d_1}{2} \times F_{r1} \times 35.54}{71.08} = \frac{-915.42 \times \frac{15.55}{2} + 344.93 \times 35.54}{71.08} = 271.88N \quad (4.84)$$

Vérification :

$$F_{r1} - R_{Av} - R_{Bv} = 344.93 - 73.04 - 271.88 = 0 \quad (4.85)$$

$$M_{v1} = R_{Av} \times 35.54 = 2595.84 [N.mm] \quad (4.86)$$

$$M_{v2} = R_{Bv} \times 35.54 = 9662.61 [N.mm] \quad (4.87)$$

Alors

$$M_{v_{\max}} = M_{v2} = 9662.61 [N.mm]$$

- Calcul des réactions dans le plan horizontal

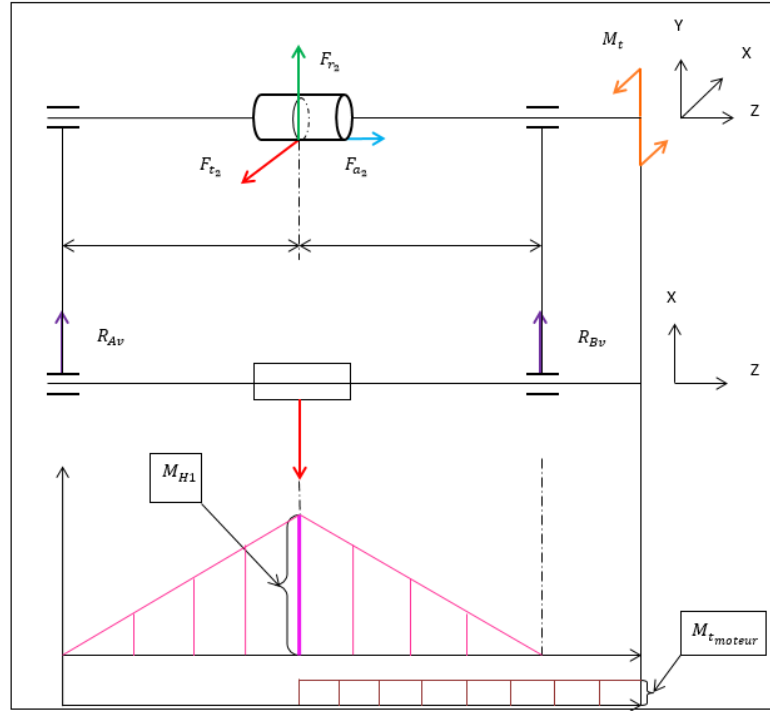


FIGURE 4.12 : Les efforts et les réactions agissant sur l'arbre de la vis dans le plan horizontal

$$\sum M_B = R_{AH} \times 71.08 - F_{t1} \times 35.54 = 0 \quad (4.88)$$

$$R_{AH} = \frac{F_{t1} \times 35.54}{71.08} = \frac{245.28 \times 35.54}{71.08} = 122.64N \quad (4.89)$$

$$\sum M_A = R_{BH} \times 71.08 - F_{t1} \times 35.54 = 0 \quad (4.90)$$

$$R_{BH} = \frac{F_{t1} \times 35.54}{71.08} = \frac{245.28 \times 35.54}{71.08} = 122.64N \quad (4.91)$$

$$M_{H1} = M_{H2} = R_{AH} \times 35.54 = R_{BH} \times 35.54 = 9610.55 [N.mm] \quad (4.92)$$

Alors Le moment résultat est :

$$M_{fres} = \sqrt{M_{v_{max}}^2 + M_{H_{max}}^2} = \sqrt{9662.61^2 + 9610.55^2} = 13628.23 [N.mm] \quad (4.93)$$

Calcul le diamètre de l'arbre :

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{fres}^2 + M_2^t}}{\pi [\sigma_{eq}]}} \times 32 = 11.41 [mm] \quad (4.94)$$

Vérification de l'arbre à la fatigue (On choisit acier allié forgé) :

Calcul de la limite d'endurance : σ_{-1} et τ_{-1}

Ajustement entre l'arbre et la roue est : $\frac{H\tau}{h_6}$

Alors la contrainte de rupture $R = 90 \text{ [daN/mm}^2\text{]}$

β : Coefficient de durcissement superficiel

Donc on peut écrire :

$$\sigma_{-1} = 0.63 \times 0.7R = 0.7 \times 90 = 63 \text{ [daN/mm}^2\text{]} \quad (4.95)$$

$$\tau_{-1} = 0.58 \times 0.7R = 0.7 \times 90 = 36.54 \text{ [daN/mm}^2\text{]} \quad (4.96)$$

L'arbre est d'acier au carbone : XC42, $\varphi_\sigma = 0.2$ et $\varphi_\tau = 0.1$

$\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} = 2.3$ et $\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} = 1 + 0.6 \left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} - 1 \right) = 1.78$: coefficient de concentration des contraintes.

Calcul de σ_a et τ_a , les sollicitations d'un mouvement de rotation étant de cycle symétrique Alors :

$$\sigma_a = \sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_{fnet}} = \frac{9662.61}{114.79} = 84.176 \left[\frac{\text{dan}}{\text{mm}^2} \right] = 8.4176 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (4.97)$$

$$W_{fnet} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi \times 11.41^3}{32} - \frac{4 \times 2(11.41 - 2)^2}{2 \times 11.41} = 114.79 \quad (4.98)$$

$$W_{pnet} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd(d-p)^2}{2d} = \frac{\pi \times 11.41^3}{16} - \frac{4 \times 2(11.41 - 2)^2}{2 \times 11.41} = 260.624 \quad (4.99)$$

$$\tau_a = \tau_{\max} = \frac{M_t}{W_{pnet}} = \frac{18953.9}{260.624} = 7.272 \left[\frac{\text{dan}}{\text{mm}^2} \right] \quad (4.100)$$

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma} + \varphi_\sigma \sigma_m} = \frac{63}{2.3 \times 8.471 + 0.2 \times 0} = 3.25 \quad (4.101)$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta \varepsilon_\tau} \tau_\alpha + \varphi_\sigma \tau_m} = \frac{36.54}{1.78 \times 7.272 + 0.1 \times 0} = 2.82 \quad (4.102)$$

Donc le coefficient de sécurité globale est :

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_\tau}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{3.25}\right)^2 + \left(\frac{1}{3.82}\right)^2}} = 2.12 > 2 \quad (4.103)$$

Le diamètre de l'arbre est **acceptable**.

4.6 Présentation des pièces du robot sur SolidWorks

4.6.1 Introduction

D'un point de vue conception, l'imitation de l'épine dorsale ainsi qu'une structure fiable qui décrit le comportement d'un robot continuum flexible est un défi.

Dans cette thèse, une nouvelle conception est proposée en utilisant logiciel SolidWorks pour un robot continuum flexible à courbure variable qui est similaire à la trompe d'éléphant.

En fait, la conception proposée est similaire aux travaux développés dans [90], où les chercheurs ont proposé une structure pour le robot qui consiste en une épine dorsale contenant de nombreux disques équidistants. L'ensemble du robot est guidé par des câbles.

4.6.2 Étude conceptuelle des robots continuum actionnés par câbles

La plupart des conceptions proposées visent à simplifier les structures des robots continuum actionnés par des câbles [91, 90, 92, 54].

La conception envisagée est composée de deux sections, chaque section est formée d'unités connectées en série. Chaque unité possède deux disques qui diffèrent en diamètres. Chaque section flexible est commandée individuellement par des moteurs électriques et des poulies.

4.6.3 La tige flexible

L'épine dorsale (la tige) du robot continuum flexible est une partie cruciale puisqu'elle supporte toute la structure du robot et représente la source principale de la flexion pendant l'exécution d'une tâche. Ainsi, le choix d'un matériau approprié qui sert mieux à la flexion doit être fait correctement, comme le Kevlar, la fibre de verre [24] et le NiTi [54]. Dans la conception proposée, le Kevlar est utilisé en raison de sa flexibilité et de sa facilité d'impression 3D.

4.6.4 Les câbles d'actionnement

Les câbles sont généralement fabriqués de matériaux qui peuvent reprendre la forme initiale après avoir été étendus pour permettre au robot de revenir à sa position initiale où il a commencé à osciller. On cite à titre d'exemple les fibres Dyneema qui est étudiée en détail dans [93].

Dans notre travail, les câbles ne sont pas réalisables sous SolidWorks donc nous considérons juste une force suiveuse sur le bord des disques.

4.6.5 Les disques de guidage

Les disques dans les robots continuum actionnés par des câbles, sont responsables du guidage des câbles le long de toute la structure du robot. Ils peuvent avoir la même forme (diamètres) ou différer en diamètres, ce qui on a adopté dans la conception du robot. Les disques (généralement en plastique) servent à augmenter l'angle de flexion pour chaque unité du robot.

4.6.6 Les moteurs électriques

Afin d'assurer un bon fonctionnement de ce robot, un dimensionnement exact de tous les éléments de transmission (réducteur, ressort, poulie,) sont pris en considération.

4.7 Conception d'un robot flexible spatial

La conception proposée décrit la structure comme une poutre flexible qui contient un ensemble de disques pour chaque section.

Trois câbles gèrent le mouvement de chaque section séparément, ils sont séparés les uns des autres par un angle de 120 degrés. Ils passent par les trous des disques, chaque trou est séparé de 120 degrés l'un de l'autre. La structure complète du robot est présentée dans la figure 4.13. Chaque pièce du robot, y compris les câbles, les disques, l'épine dorsale flexible, la base et les moteurs avec leurs pièces, sont présentées en Annexe A. Les pièces du robot sont conçues de manière à s'adapter aux performances des moteurs.

Comme indiqué dans les figures ci-dessous, différentes vues du robot avec ses différentes composants.

Étude conceptuelle du robot flexible continuum à deux sections

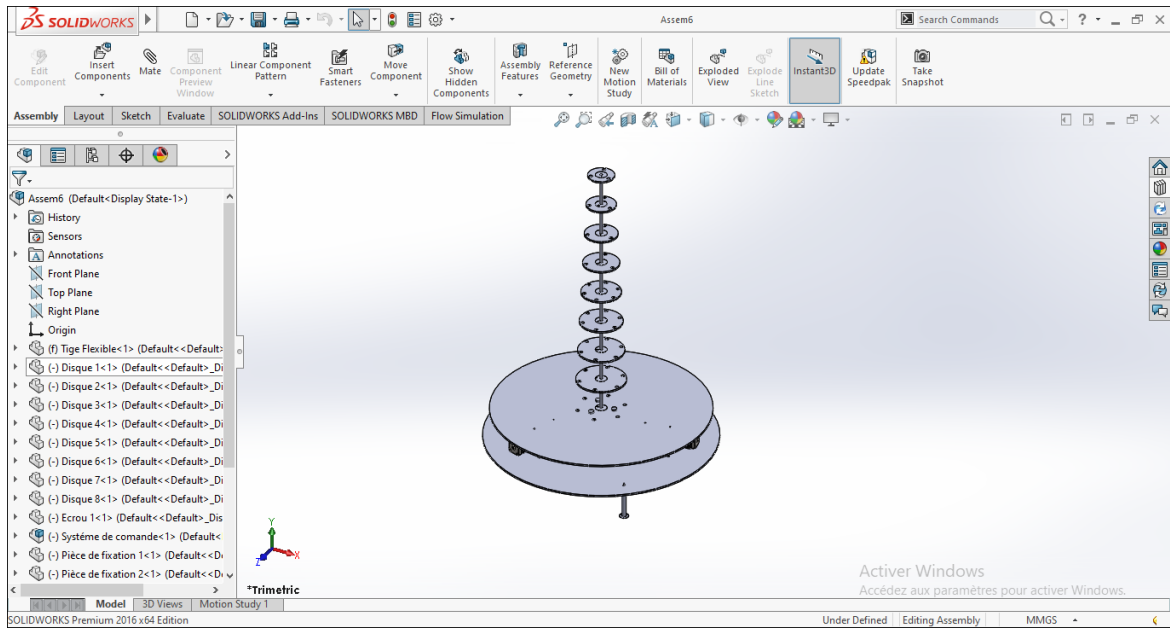


FIGURE 4.13 : représentation 3D du robot continuum

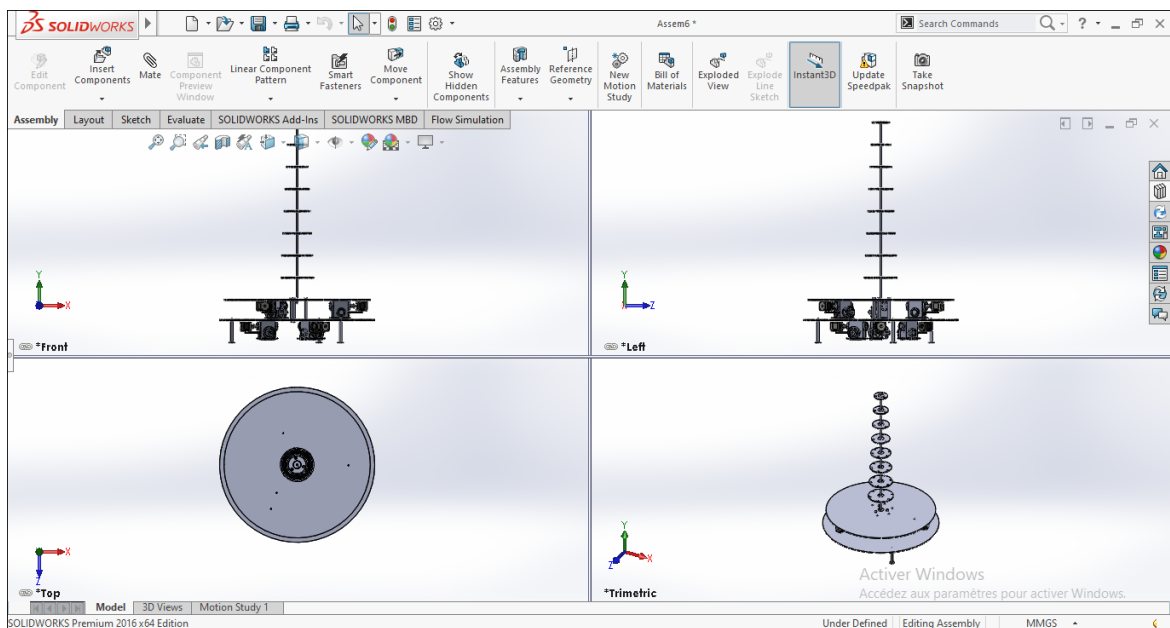


FIGURE 4.14 : Interface du logiciel SolidWorks représentant le robot en 4 vues

Étude conceptuelle du robot flexible continu à deux sections

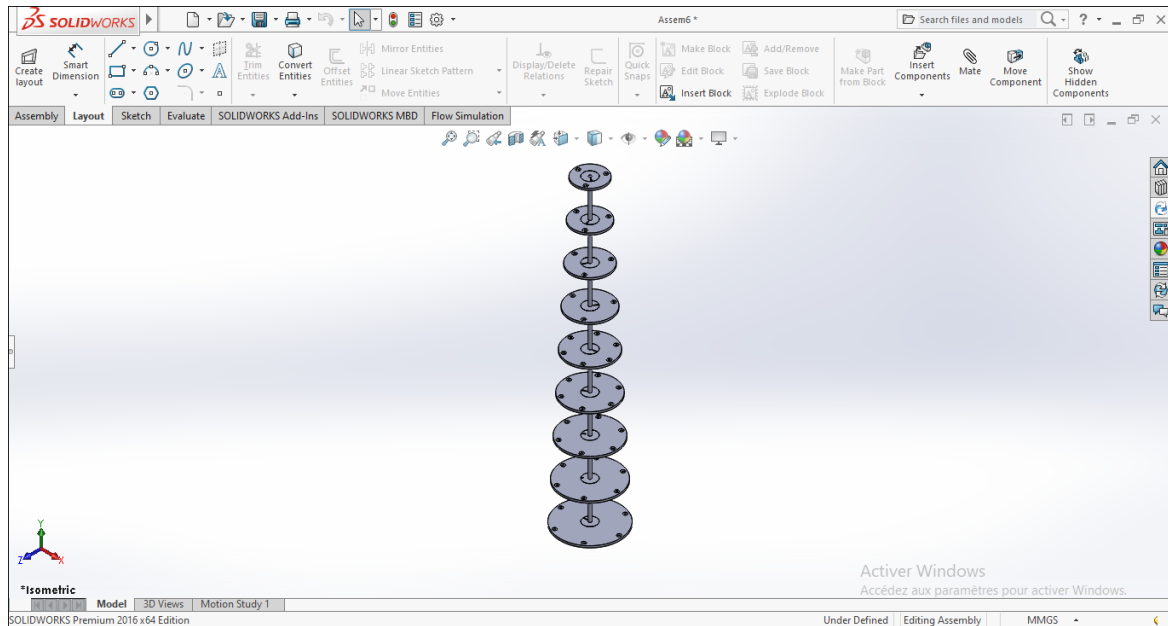


FIGURE 4.15 : Corps du robot (tige et les disques)

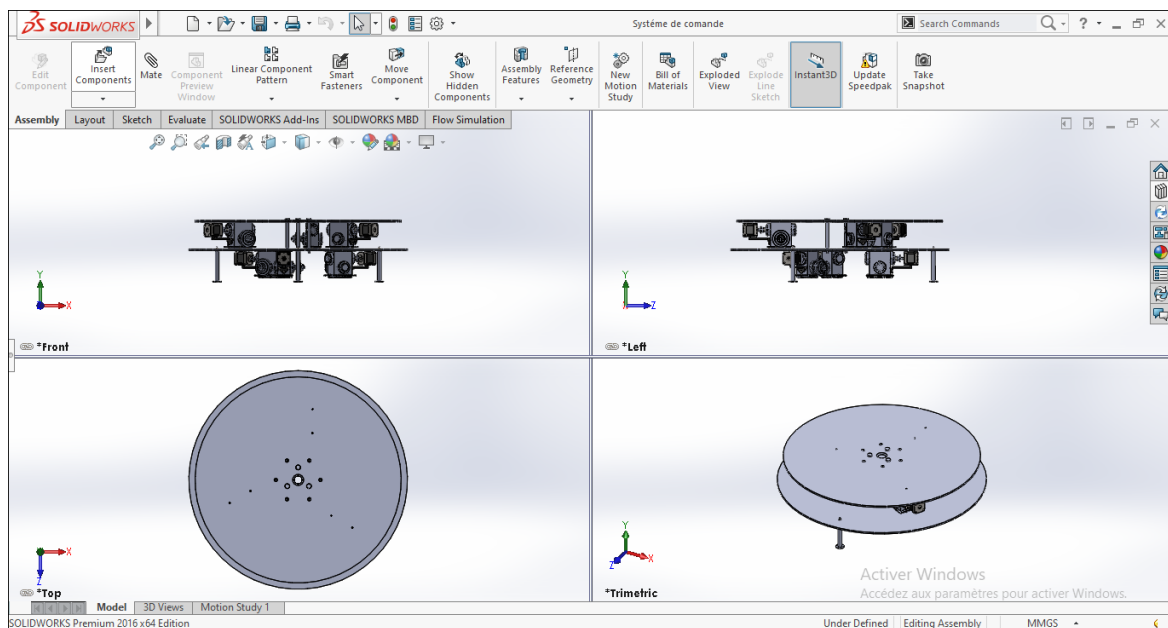


FIGURE 4.16 : Conception du sous ensemble de le base du robot

Étude conceptuelle du robot flexible continuum à deux sections

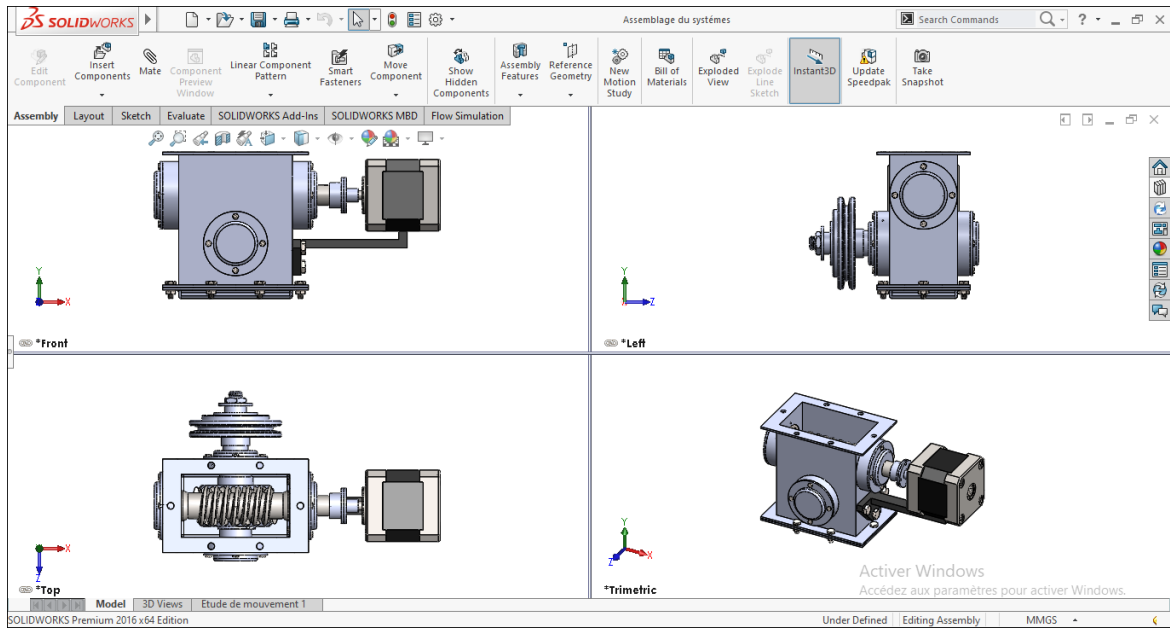


FIGURE 4.17 : Représentation 3D du système de commande en 4 vues (pour un seul câble)

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une conception pour un robot continuum actionné par câbles. La conception proposée comporte deux sections, chaque section possède un moteur de contrôle séparé. Chaque pièce du système de commande est conçue en détail sur SolidWorks. Les deux sous ensembles contrôlent le robot sont composés de différentes pièces conçue généralement pour assurer un bon fonctionnement du robot.

Chapitre 5

Modélisation dynamique

5.1 Introduction

Les équations de mouvement pour les robots continuum sont utiles pour simuler leur comportement dynamique. Dans ce chapitre, nous introduisons les équations différentielles partielles dynamiques qui décrivent l'énergie cinématique et l'énergie potentielle d'un robot continuum flexible. La recherche actuelle sur la modélisation des manipulateurs continuum évolue vers le développement de modèles dynamiques précis en tenant compte de plus de spécificités et de propriétés mécaniques. Dans le même contexte, nous présentons la modélisation dynamique d'un robot continuum actionné par câbles en se basant sur la méthode d'Euler-Lagrange.

Le modèle dynamique est développé sur la base des équations de mouvement d'une section avec une flexion inextensible et une torsion nulle.

Le modèle établi est basé sur la courbure variable en utilisant l'équation précédemment développée au chapitre 2 (2.24) qui met en relation chaque unité avec l'unité voisine appartenant à la même section, nous avons choisi la courbure variable car elle décrit le comportement dynamique du robot continuum bien mieux que la courbure constante surtout lorsque le robot subit une force dynamique. L'expansion de Taylor est appliquée au modèle géométrique [90] afin d'éviter les singularités et de réduire la complexité des expressions mathématiques.

5.2 Modélisation dynamique

Le modèle dynamique du robot considéré permet de déterminer la relation entre les forces ou les couples d'actionneurs et le mouvement de la structure. La modélisation

dynamique directe consiste à déterminer les accélérations généralisées soumises par le robot en fonction des forces et/ou des couples, les coordonnées généralisées et leurs dérivées premières.

5.3 Modèle dynamique du robot continuum flexible spatial

Dans cette section, on présente le modèle dynamique direct d'un robot continuum avec une section ($k = 1$) composée de 5 unités en utilisant la méthode de Lagrange-Euler. L'angle de flexion et l'angle d'orientation présentent les coordonnées généralisées dans l'espace pour l'équation du mouvement suivante :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{\partial \dot{\theta}_{j,k}} \right) - \frac{dT}{\partial \theta_{j,k}} + \frac{\partial U}{\partial \theta_{j,k}} = Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{\partial \dot{\varphi}_k} \right) - \frac{dT}{\partial \varphi_k} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_k} = Q_2 \end{cases} \quad (5.1)$$

Avec

Q_1 : la première force généralisée

Q_2 : la deuxième force généralisée

T : l'énergie cinétique totale du robot

U : l'énergie potentielle totale du robot

$\theta_{j,k}$: l'angle de flexion pour chaque unité (j, k)

φ_k : l'angle d'orientation

Pour la courbure variable, chaque unité possède son propre angle de flexion, donc nous allons avoir cinq coordonnées généralisées. Mais si nous utilisons l'équation (2.24), précédemment développée dans le chapitre 2, l'équation du mouvement sera exclusivement exprimée en fonction de deux variables $\theta_{1,k}$ et φ_k .

5.3.1 Énergie cinétique et potentielle

L'énergie cinématique du robot considéré réside dans la tige flexible ainsi que les disques. Comme mentionné précédemment, la tige flexible est composée d'une concaténation d'unités, chaque unité possède son propre angle de flexion, ainsi l'énergie cinétique de la tige est la somme des énergies cinétique de chaque unité.

Chaque point situé sur l'axe central de l'unité flexible (j, k) est spécifié par l'abscisse curviligne h qui représente la longueur de l'origine du repère de référence $R_{j,k-1}$ au point spécifié (voir figure 5.1).

Par le biais de l'hypothèse de la courbure variable, le vecteur de position $U_{j,k}$ de n'importe quel point distant de h par rapport à l'origine du repère $O_{j,k-1}$ peut être exprimé par l'équation (5.2).

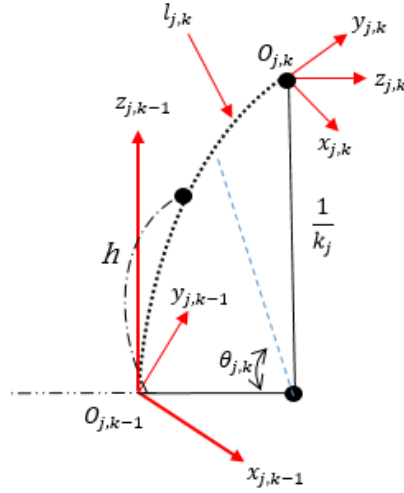


FIGURE 5.1 : Représentation 3D de l'axe central de l'unité

$$U_{j,k} = \begin{cases} x_{U_{j,k}}(h) = \frac{h_{U_{j,k}}}{\theta(h_{U_{j,k}})} (1 - \cos(\theta(h_{U_{j,k}}))) \cos(\varphi_k) \\ y_{U_{j,k}}(h) = \frac{h_{U_{j,k}}}{\theta(h_{U_{j,k}})} (1 - \cos(\theta(h_{U_{j,k}}))) \sin(\varphi_k) \\ z_{U_{j,k}}(h) = \frac{h_{U_{j,k}}}{\theta(h_{U_{j,k}})} \sin(\theta(h_{U_{j,k}})) \end{cases} \quad (5.2)$$

avec $\theta(h_{U_{j,k}}) = \frac{h_{U_{j,k}} \theta_{j,k}}{l_{j,k}}$, $\theta_{j,k} = \frac{r_{1,k}}{r_{U_{j,k}}} \theta_{1,k}$ et $U_{j,k}$ le vecteur de position de chaque point situé sur l'axe central de chaque unité. La vitesse linéaire de tout point éloigné de h

par rapport a l'origine peut être calculée par la différenciation par rapport au temps :

$$v_{h,j} = \begin{cases} \dot{x}_{U_{j,k}}(h) = \dot{\theta}_{j,k} \left[\frac{h_{U_{j,k}}}{\theta_{j,k}} \sin \left(\frac{h_{U_{j,k}}}{l_{j,k}} \theta_{j,k} \right) - \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}^2} H \right] \cos(\varphi_k) - \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} H \dot{\varphi}_k \\ \dot{y}_{U_{j,k}}(h) = \dot{\theta}_{j,k} \left[\frac{h_{U_{j,k}}}{\theta_{j,k}} \sin \left(\frac{h_{U_{j,k}}}{l_{j,k}} \theta_{j,k} H \right) - \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}^2} \right] \sin(\varphi_k) - \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} H \dot{\varphi}_k \\ \dot{z}_{U_{j,k}}(h) = \dot{\theta}_{j,k} \left[\frac{h_{U_{j,k}}}{\theta_{j,k}} \cos \left(\frac{h_{U_{j,k}}}{l_{j,k}} \theta_{j,k} \right) - \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}^2} \sin \left(\frac{h_{U_{j,k}}}{l_{j,k}} \theta_{j,k} \right) \right] \end{cases} \quad (5.3)$$

Avec $H = 1 - \cos \left(\frac{h_{U_{j,k}}}{l_{j,k}} \theta_{j,k} \right)$

L'énergie cinétique de la tige flexible est donnée par :

$$T_b = \sum_{j=1}^5 \frac{1}{2} m_b \int_0^{l_{j,k}} \left(\dot{x}_{U_{j,k}}(h) \right)^2 + \left(\dot{y}_{U_{j,k}}(h) \right)^2 + \left(\dot{z}_{U_{j,k}}(h) \right)^2 \quad (5.4)$$

Avec m_b est la masse de la tige.

Pour l'énergie cinématique des disques, elle peut être obtenue à l'aide de l'équation (5.5). Le poids des disques étant très faible, pour des raisons de simplicité, nous considérons le même poids pour chaque disque. Et comme chaque unité possède son propre angle de flexion, nous allons avoir l'énergie potentielle pour chaque unité. Ainsi, l'énergie cinématique totale des disques peut être obtenue comme suit :

$$T_d = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^5 v_{h,j}^T m_j v_{h,j} \quad (5.5)$$

Pour des raisons de simplicité, les énergies cinétiques de rotation sont négligées. Ainsi, l'énergie cinétique totale d'une seule section est donnée par :

$$T = T_b + T_d \quad (5.6)$$

Avec T_b : l'énergie cinétique totale de la tige, et T_d : l'énergie cinétique totale des disques.

Pour l'énergie potentielle, la tige flexible peut être virtuellement divisée en une série d'une fragmentation de tige flexible où chaque tige flexible à son propre angle de flexion $\theta_{j,k}$. Tant que les disques ont un faible poids, on ne peut considérer que

l'énergie potentielle de la tige, qui peut être considérée comme suit :

$$U = U_p = \frac{EI_b}{2L} \sum_{j=1}^5 \theta_{j,k}^2 \quad (5.7)$$

Où I_b et E représentent respectivement le moment d'inertie et le module de young de la tige.

Les paramètres utilisés pour chaque équation sont indiqués dans [Tableau. 5.2](#).

5.3.2 Les forces généralisées

La force appliquée sur les câbles simultanément peut donner naissance au mouvement spatial du robot qui peut s'écrire comme suit [54] :

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 d \cos(\gamma_1 - \varphi) + F_2 d \cos(\gamma_2 - \varphi) \\ Q_2 = F_1 d \theta \sin(\gamma_1 - \varphi) + F_2 d \theta \sin(\gamma_2 - \varphi) \end{cases} \quad (5.8)$$

γ_i prend des valeurs différentes, pour $i = 1, 2, 3$, $\gamma = 0, \frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$ respectivement.

5.3.3 Les équations de mouvement

Après la substitution de l'énergie cinétique ainsi que l'énergie potentielle du robot, l'équation de mouvement contient, l'angle de flexion et l'angle d'orientation ainsi que leur premier et deuxième dérivé. L'équation de mouvement peut être écrite sous un système matriciel comme suit :

$$M_t \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + C_t \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\theta}\dot{\varphi} \\ \dot{\varphi}^2 \end{bmatrix} + K_t \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = D_t \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Avec :

$$M_t = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_t = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix}$$

$$K_t = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$D_t = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

Pour une application numérique :

Nous allons considérer une section avec 5 unités, les caractéristiques de l'ensemble du robot sont montrés dans le [Tableau. 5.1](#) et [Tableau. 5.2](#).

TABLEAU 5.1 : Les caractéristiques d'une seule section du robot continuum flexible

	Section (K=1)	Description
m_k	5 unités	Nombre d'unités physiques par section
L_k	800 mm	Longueur totale de la section
$r_{\min,k}$	17.5 mm	Distance de câble radiale
$r_{\max,k}$	25 mm	Distance de câble radiale

TABLEAU 5.2 : Les paramètres de la section considérée

Paramètres du robot	Description	valeurs
L	La longueur de la tige du robot	0.800 <i>m</i>
g	Gravité	9.81 <i>m/s</i> ²
E	Module de young	210 <i>GPa</i>
I_b	Moment d'inertie de la tige	1.257 10^{-11} <i>m</i> ⁴
m_b	Masse de la tige	32,6 10^{-3} <i>kg</i>
m_1	La masse de disque 1 (base)	50 10^{-4} <i>kg</i>
m_2	La masse de disque 2	40 10^{-4} <i>kg</i>
m_3	La masse de disque 3	30 10^{-4} <i>kg</i>
m_4	La masse de disque 4	20 10^{-4} <i>kg</i>
m_5	La masse de disque 5	10 10^{-4} <i>kg</i>
d_b	Diamètre de la tige	4 10^{-3} <i>m</i>

Les éléments qui constituent l'équation (5.9) peuvent être exprimés comme suit :

$$M_{11} = \frac{9739 L^2 m_1}{16918} + \frac{L^3 m_b}{154} - \frac{163 L^2 \theta^2 m_2}{10000} + \frac{4 L^2 \theta^2 m_3}{29} + \frac{2000 L^2 \theta^4 m_4}{34657} \\ + \frac{21897 L^4 \theta^3 m_5}{472109} - \frac{L^3 \theta^2 m_b}{396} + \frac{L^3 \theta^4 m_b}{21911}$$

$$\begin{aligned}
 M_{22} &= \frac{m_5 L^4 \theta^3}{19991} - \frac{m_b L^3 \theta^4}{122} + \frac{m_b L^3 \theta^2}{100} - \frac{330513 m_1 L^2 \theta^4}{6505015} + \frac{61938 m_3 L^2 \theta^3}{2299369} \\
 &\quad + \frac{467 m_2 L^2 \theta^2}{1058} + \frac{m_4 L^2 \theta}{145678} \\
 C_{11} &= -\frac{m_b L^3 \theta^5}{839204} + \frac{m_b L^3 \theta^3}{18769} - \frac{126 m_3 L^3 \theta^2}{10000} - \frac{m_b L^3 \theta}{381} + \frac{2.1010 m_5 L^2 \theta^5}{100000} \\
 &\quad + \frac{1.1364 m_4 L^2 \theta^4}{14286000} + \frac{6.5829 m_2 L^2 \theta^3}{10000} - \frac{200000 m_1 L^2 \theta}{12300403} \\
 C_{13} &= -\frac{17862 m_4 L^4 \theta^3}{282109} - \frac{m_b L^3 \theta^5}{364} + \frac{m_b L^3 \theta^3}{119} + \frac{15983 m_5 L^3 \theta^2}{28982109} - \frac{m_b L^3 \theta}{115} \\
 &\quad - \frac{138 m_3 L^2 \theta^5}{10000} + \frac{591879 m_2 L^2 \theta^3}{5030069} - \frac{2807 m_1 L^2 \theta}{4700} \\
 C_{22} &= \frac{m_b L^3 \theta^5}{383} - \frac{m_b L^3 \theta^3}{30} + \frac{281 m_5 L^3 \theta^2}{203196} + \frac{m_b L^3 \theta}{69} + \frac{214 m_2 L^2 \theta^5}{10000} \\
 &\quad - \frac{670011 m_1 L^2 \theta^3}{2210041} - \frac{19337 m_4 L^2 \theta^2}{10000} + \frac{1978 m_3 L^2 \theta}{21129} \\
 C_{12} &= C_{21} = C_{23} = 0 \\
 K_{11} &= \frac{32573 E I_b}{10000 L}
 \end{aligned}$$

Les facteurs de l'équation (5.9) ont été obtenus en séparant chaque facteur de son multiplicateur, par exemple M_{11} est multiplié par $\ddot{\theta}$ et M_{22} par $\ddot{\varphi}$.

Afin de résoudre ce système matriciel, à savoir trouver les angles de flexion ainsi que l'angle d'orientation, nous allons utiliser la méthode de Runge-Kutta sur Matlab. La compréhension de ce système ouvre la voie à la compréhension du comportement dynamique du robot. C'est pourquoi nous définissons les variables utilisées dans cette méthode comme suit :

$$\begin{cases} S_1(t) = \theta \\ S_2(t) = \dot{\theta} \\ S_3(t) = \varphi \\ S_4(t) = \dot{\varphi} \end{cases} \quad (5.10)$$

En utilisant l'équation (5.9), on peut écrire :

$$\begin{cases} M_{11}\ddot{\theta} + C_{11} \times \dot{\theta}^2 + C_{13} \times \dot{\varphi}^2 + K_{11}\theta = D_{11}F_1 + D_{12}F_2 \\ M_{22}\ddot{\varphi} + C_{22} \times \dot{\theta} \times \dot{\varphi} = D_{21}F_1 + D_{22}F_2 \end{cases} \quad (5.11)$$

En substituant l'équation (5.10) dans (5.11) on aura :

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= \frac{D_{11}F_1 + D_{12}F_2 - C_{11}\dot{\theta}^2 - C_{13}\dot{\varphi}^2 - K_{11}\theta}{M_{11}} \\ &= \frac{D_{11}F_1 + D_{12}F_2 - C_{11}S_2^2 - C_{13}S_4^2 - K_{11}S_1}{M_{11}}\end{aligned}\quad (5.12)$$

Et :

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} &= \frac{D_{21}F_1 + D_{22}F_2 - C_{22}\dot{\theta}\dot{\varphi}}{M_{22}} \\ &= \frac{D_{21}F_1 + D_{22}F_2 - C_{22}S_2S_4}{M_{22}}\end{aligned}\quad (5.13)$$

Finalement, l'équation (5.10) peut être écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{S}_1 = S_2 \\ \dot{S}_2 = \frac{1}{M_{11}} (D_{11}F_1 + D_{12}F_2 - C_{11}S_2^2 - C_{13}S_4^2 - K_{11}S_1) \\ \dot{S}_3 = S_4 \\ \dot{S}_4 = \frac{1}{M_{22}} (D_{21}F_1 + D_{22}F_2 - C_{22}S_2S_4) \end{cases}\quad (5.14)$$

Si on fournit au robot un angle de flexion initial $\theta = \frac{\pi}{8}$ avec une tension nulle sur les câbles.

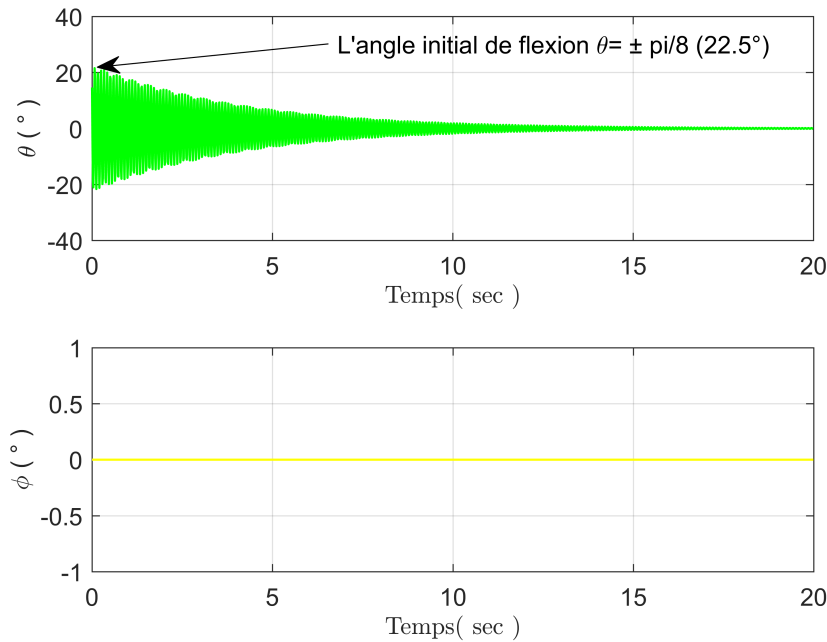


FIGURE 5.2 : L'oscillation du robot pour $\theta = \frac{\pi}{8}$ et $\varphi = 0$

Après l'avoir relâché, le robot oscille de 22.5 à -22.55 degrés et après ce niveau maximum de θ que le robot puisse atteindre, on observe que l'oscillation du robot commence à diminuer jusqu'à ce qu'il se stabilise à 18 secondes comme le montre la figure 5.2.

Pour le deuxième exemple de simulation, nous allons appliquer une force égale à 3N sur le premier câble, après l'avoir relâché, nous pouvons observer que le robot prend la position d'équilibre en 32.6° comme le montre la figure 5.3.

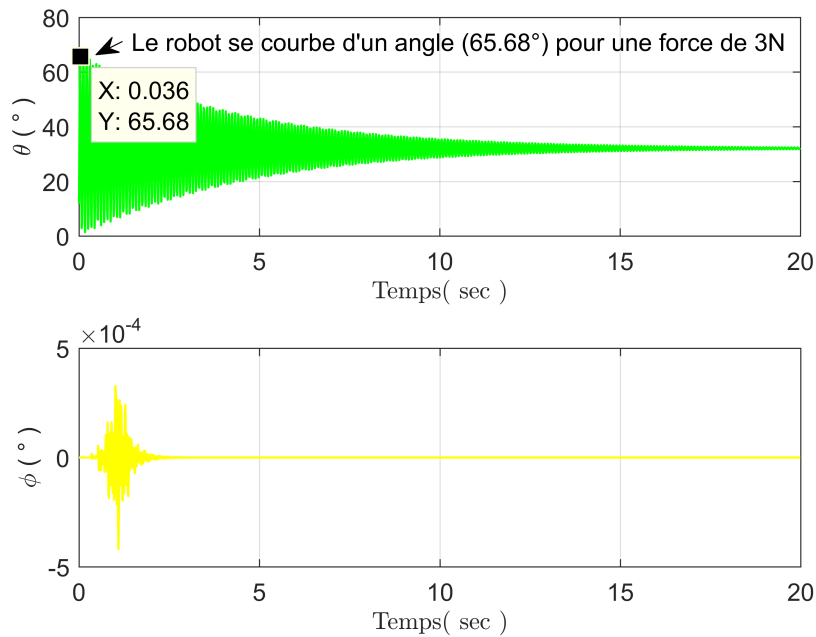


FIGURE 5.3 : L'oscillation du robot pour $\theta = 0$ et $\varphi = 0$

Il convient de noter que lors de la mise en œuvre de la méthode Runge-kutta pour la résolution du système matriciel (5.9), nous avons délibérément considéré que le robot se courbe initialement par un angle de $\pi/5000$, ce qui permet d'éviter la non-convergence de la méthode utilisée, et cela peut être remarqué sur la figure 5.3, à savoir que le robot soit initialement incliné par un angle de $\pi/5000$ ($0,036^\circ$) avant d'appliquer la force.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle dynamique direct d'un robot continuum (seule section) à courbure variable est développé en incluant la relation qui relie l'unité du robot les unes avec les autres. Ainsi, l'équation de mouvement peut être exprimée par deux variables, l'angle de flexion et l'angle d'orientation. La résolution de l'équation de mouvement est effectuée en utilisant Runge-Kutta avec l'expansion de Taylor pour éviter les singularités.

Conclusion et futurs travaux

Globalement dans ce travail on a abordé progressivement les idées suivantes :

- ✓ Le développement d'une nouvelle formulation mathématique pour le calcul du modèle géométrique direct (MGD) de robots continuum à courbure variable. Cette formulation réduit le nombre de variables qui apparaissent dans le calcul de MGD et cela par l'établissant d'une relation liant l'angle de flexion de toutes les unités d'une section du robot continuum et l'angle de l'unité de base appartenant à la même section.
- ✓ L'utilisation des techniques d'optimisation pour calculer le modèle géométrique inverse (MGI) du robot continuum à courbure variable à savoir : l'optimisation par essaims de particules (PSO), l'algorithme génétique (GA) et la colonie d'abeilles artificielles (ABC). Ce calcul est étudié comme un problème d'optimisation gouverné par une fonction objectif qui définit la distance entre l'organe terminal du robot et la trajectoire désirée selon une posture imposée. Une comparaison entre ces trois méthodes est faite en termes de précision et de consommation de temps. On a constaté que la technique d'optimisation PSO converge rapidement comparativement aux deux méthodes ABC et GA. Cependant, la méthode ABC offre une meilleure précision que PSO et GA.
- ✓ Le développement d'un modèle dynamique pour les robots continuum à courbure variable (CV) avec une seule section (cas spatial) en incluant la relation mathématique qui relie l'angle de flexion de toutes les unités d'une section du robot avec l'angle de l'unité de base appartenant à la même section. Sur la base de cette relation, chaque unité possède son propre angle de flexion, ce qui signifie que l'énergie cinétique totale du robot est la somme des énergies unitaires. L'énergie potentielle de l'épine dorsale (tige flexible) du robot continuum est la somme des énergies des tiges flexibles pour chaque unité. Tant que les disques ont un faible poids, nous avons juste calculé leur énergie cinétique en négligeant l'énergie

potentielle. Dans ce contexte, le Lagrangien est calculé et l'équation de mouvement est approximée à l'aide de l'expansion de Taylor pour éviter les singularités numériques. La résolution de cette équation de mouvement est effectuée par le biais de la méthode de Runge-Kutta (4ème ordre).

- ✓ De point de vue conception, un prototype d'un robot continuum flexible à deux sections est proposé en prenant en compte tout le calcul de dimensionnement et de résistance nécessaire pour toutes les pièces qui le constituent.

Les extensions possibles de ce travail actuel sont nombreuses, parmi les perspectives qui peuvent être prises en charge on cite :

- ✓ Pour le calcul du modèle géométrique direct, où d'autres spécifications peuvent être ajoutées à la phase de modélisation, en tenant compte l'extension possible de l'axe central ainsi que la torsion provoqué par quelque mouvement spécifique.
- ✓ Résoudre analytiquement le modèle géométrique inverse ce qui permet la convergence rapide lors de l'exécution d'une génération de trajectoire.
- ✓ Pour le modèle dynamique, l'ajout des forces de frottement, l'effet de torsion et les termes gravitationnels dans l'équation de mouvement du robot afin de se rapprocher plus du comportement dynamique réel du robot.
- ✓ Étude par éléments finis le mouvement dynamique de la tige centrale .
- ✓ Refaire le même travail mais pour un robot actionné par un système pneumatique.

Bibliographie

- [1] M. W. Hannan and I. D. Walker, “Analysis and experiments with an elephant’s trunk robot,” *Advanced Robotics*, vol. 15, no. 8, pp. 847–858, 2001.
- [2] W. McMahan, B. Jones, I. Walker, V. Chitrakaran, A. Seshadri, and D. Dawson, “Robotic manipulators inspired by cephalopod limbs,” *Proceedings of the Canadian Engineering Education Association (CEEA)*, 2004.
- [3] S. Hirose, “Biologically inspired robots,” *Snake-Like Locomotors and Manipulators*, 1993.
- [4] J. L. C. Santiago, I. S. Godage, P. Gonthina, and I. D. Walker, “Soft robots and kangaroo tails : modulating compliance in continuum structures through mechanical layer jamming,” *Soft Robotics*, vol. 3, no. 2, pp. 54–63, 2016.
- [5] N. Simaan, R. Taylor, and P. Flint, “A dexterous system for laryngeal surgery,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA’04. 2004*, vol. 1, pp. 351–357, IEEE, 2004.
- [6] J. S. Mehling, M. A. Diftler, M. Chu, and M. Valvo, “A minimally invasive tendril robot for in-space inspection,” in *The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2006. BioRob 2006.*, pp. 690–695, IEEE, 2006.
- [7] R. Buckingham, “Snake arm robots,” *Industrial Robot : An International Journal*, 2002.
- [8] M. M. Tonapi, “Space-capable long and thin continuum robotic cable,” 2014.
- [9] S. Hirose and M. Mori, “Biologically inspired snake-like robots,” in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 1–7, IEEE, 2004.
- [10] I. Singh, *Curve Based Approach for Shape Reconstruction of Continuum Manipulators*. PhD thesis, Universite de Lille, 2018.
- [11] T. Morales Bieze, *Contribution to the kinematic modeling and control of soft manipulators using computational mechanics*. PhD thesis, Lille 1, 2017.
- [12] M. Vujović, A. Rodić, and I. Stevanović, “Design of modular re-configurable robotic system for construction and digital fabrication,” in *International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region*, pp. 550–559, Springer, 2016.

-
- [13] I. D. Walker, “Continuous backbone “continuum” robot manipulators,” *International Scholarly Research Notices*, vol. 2013, 2013.
- [14] W. M. Kier, “Hydrostatic skeletons and muscular hydrostats,” *nautilus*, vol. 8, p. 205, 1992.
- [15] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, and I. D. Walker, “Large deflection dynamics and control for planar continuum robots,” *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, vol. 8, no. 2, pp. 299–307, 2003.
- [16] M. W. Hannan and I. D. Walker, “Kinematics and the implementation of an elephant’s trunk manipulator and other continuum style robots,” *Journal of robotic systems*, vol. 20, no. 2, pp. 45–63, 2003.
- [17] J. D. Till, “On the Statics, Dynamics, and Stability of Continuum Robots : Model Formulations and Efficient Computational Schemes,” 2019.
- [18] W. McMahan, V. Chitrakaran, M. Csencsits, D. Dawson, I. D. Walker, B. A. Jones, M. Pritts, D. Dienno, M. Grissom, and C. D. Rahn, “Field trials and testing of the OctArm continuum manipulator,” in *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pp. 2336–2341, IEEE, 2006.
- [19] M. D. Grissom, V. Chitrakaran, D. Dienno, M. Csencsits, M. Pritts, B. Jones, W. McMahan, D. Dawson, C. Rahn, and I. Walker, “Design and experimental testing of the OctArm soft robot manipulator,” in *Unmanned Systems Technology VIII*, vol. 6230, p. 62301F, International Society for Optics and Photonics, 2006.
- [20] A. Kapoor, N. Simaan, and R. H. Taylor, “Suturing in confined spaces : constrained motion control of a hybrid 8-DoF robot,” in *ICAR’05. Proceedings., 12th International Conference on Advanced Robotics, 2005.*, pp. 452–459, IEEE, 2005.
- [21] A. Degani, H. Choset, B. Zubiate, T. Ota, and M. Zenati, “Highly articulated robotic probe for minimally invasive surgery,” in *2008 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 3273–3276, IEEE, 2008.
- [22] J. Yang, P. Jason, and K. Abdel-Malek, “A hyper-redundant continuous robot,” in *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pp. 1854–1859, IEEE, 2006.
- [23] H. Hu, P. Wang, B. Zhao, M. Li, and L. Sun, “Design of a novel snake-like robotic colonoscope,” in *2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pp. 1957–1961, IEEE, 2009.
- [24] R. J. Webster III, J. M. Romano, and N. J. Cowan, “Mechanics of precurved-tube continuum robots,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, no. 1, pp. 67–78, 2008.
- [25] Y. Chen, J. H. Chang, A. S. Greenlee, K. C. Cheung, A. H. Slocum, and R. Gupta, “Multi-turn, tension-stiffening catheter navigation system,” in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5570–5575, IEEE, 2010.

-
- [26] T. Maahs, V. Saadat, C. Rothe, and T. Le, “Disposable shapelocking system,” 2006.
- [27] E. Guglielmino, N. Tsagarakis, and D. G. Caldwell, “An octopus anatomy-inspired robotic arm,” in *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3091–3096, IEEE, 2010.
- [28] E. Guglielmino, L. Zullo, M. Cianchetti, M. Follador, D. Branson, and D. G. Caldwell, “The application of embodiment theory to the design and control of an octopus-like robotic arm,” in *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5277–5282, IEEE, 2012.
- [29] K. Hatazaki, M. Konyo, K. Isaki, S. Tadokoro, and F. Takemura, “Active scope camera for urban search and rescue,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2596–2602, IEEE, 2007.
- [30] J. Ding, K. Xu, R. Goldman, P. Allen, D. Fowler, and N. Simaan, “Design, simulation and evaluation of kinematic alternatives for insertable robotic effectors platforms in single port access surgery,” in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1053–1058, IEEE, 2010.
- [31] E. Ayvali and J. P. Desai, “Towards a discretely actuated steerable cannula,” in *2012 IEEE international conference on robotics and automation*, pp. 1614–1619, IEEE, 2012.
- [32] R. J. Webster III and B. A. Jones, “Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots : A review,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 29, no. 13, pp. 1661–1683, 2010.
- [33] V. C. Anderson and R. C. Horn, “Tensor arm manipulator,” 1970.
- [34] Z. Li and R. Du, “Design and analysis of a bio-inspired wire-driven multi-section flexible robot,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, no. 4, p. 209, 2013.
- [35] M. Mahvash and M. Zenati, “Toward a hybrid snake robot for single-port surgery,” in *2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 5372–5375, IEEE, 2011.
- [36] T. Mahl, A. Hildebrandt, and O. Sawodny, “A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant,” *IEEE transactions on robotics*, vol. 30, no. 4, pp. 935–949, 2014.
- [37] C. Escande, P. M. Pathak, R. Merzouki, and V. Coelen, “Modelling of multisection bionic manipulator : Application to robotinoxt,” in *2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 92–97, IEEE, 2011.
- [38] A. G. Festo and C. KG, “Bionic handling assistant,” *Info-brochure. Festo, Esslingen, Germany*, 2010.

-
- [39] J. Burgner-Kahrs, D. C. Rucker, and H. Choset, “Continuum robots for medical applications : A survey,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 31, no. 6, pp. 1261–1280, 2015.
- [40] G. S. Chirikjian, “Conformational modeling of continuum structures in robotics and structural biology : A review,” *Advanced Robotics*, vol. 29, no. 13, pp. 817–829, 2015.
- [41] J. D. Greer, T. K. Morimoto, A. M. Okamura, and E. W. Hawkes, “Series pneumatic artificial muscles (sPAMs) and application to a soft continuum robot,” in *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5503–5510, IEEE, 2017.
- [42] I. S. Godage, E. Guglielmino, D. T. Branson, G. A. Medrano-Cerda, and D. G. Caldwell, “Novel modal approach for kinematics of multisection continuum arms,” in *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1093–1098, IEEE, 2011.
- [43] I. M. Loutfi, A. H. B. Boutchouang, A. Melingui, O. Lakhal, F. B. Motto, and R. Merzouki, “Learning-Based Approaches for Forward Kinematic Modeling of Continuum Manipulators,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 9899–9904, 2020.
- [44] A. Melingui, O. Lakhal, B. Daachi, J. B. Mbede, and R. Merzouki, “Adaptive neural network control of a compact bionic handling arm,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, no. 6, pp. 2862–2875, 2015.
- [45] M. I. Jordan and D. E. Rumelhart, “Forward models : Supervised learning with a distal teacher,” *Cognitive science*, vol. 16, no. 3, pp. 307–354, 1992.
- [46] A. Amouri, C. Mahfoudi, A. Zaatri, and H. Merabti, “A new approach to solve inverse kinematics of a planar flexible continuum robot,” in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1618, pp. 643–646, American Institute of Physics, 2014.
- [47] M. Rolf and J. J. Steil, “Efficient exploratory learning of inverse kinematics on a bionic elephant trunk,” *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. 25, no. 6, pp. 1147–1160, 2013.
- [48] J. Merino, A. L. Threatt, I. D. Walker, and K. E. Green, “Forward kinematic model for continuum robotic surfaces,” in *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3453–3460, IEEE, 2012.
- [49] L. Fryziel, *Modélisation et calibrage pour la commande d’un micro-robot continuum dédié à la chirurgie mini-invasive*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2010.
- [50] C. Escande, *Towards modeling of a class of bionic manipulator robots*. PhD thesis, Lille 1, 2013.
- [51] S. Neppalli and B. A. Jones, “Design, construction, and analysis of a continuum robot,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1503–1507, IEEE, 2007.


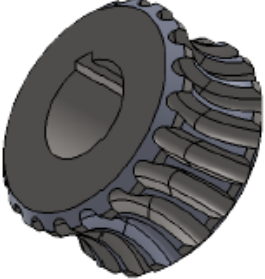
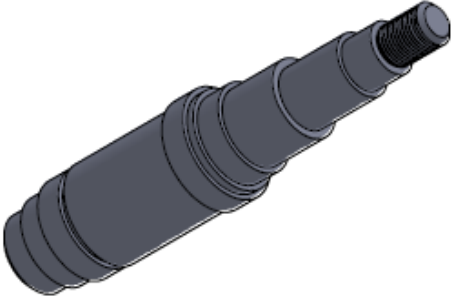
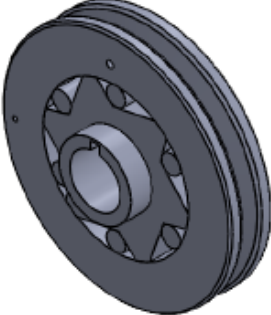
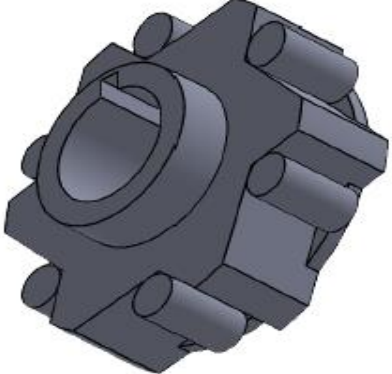
-
- [52] D. C. Rucker, B. A. Jones, and R. J. Webster III, "A geometrically exact model for externally loaded concentric-tube continuum robots," *IEEE transactions on robotics*, vol. 26, no. 5, pp. 769–780, 2010.
- [53] Y. Bailly and Y. Amirat, "Modeling and control of a hybrid continuum active catheter for aortic aneurysm treatment," in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 924–929, IEEE, 2005.
- [54] B. He, Z. Wang, Q. Li, H. Xie, and R. Shen, "An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, no. 1, p. 84, 2013.
- [55] B. A. Jones and I. D. Walker, "Kinematics for multisection continuum robots," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, no. 1, pp. 43–55, 2006.
- [56] I. Singh, O. Lakhali, Y. Amara, V. Coelen, P. M. Pathak, and R. Merzouki, "Performances evaluation of inverse kinematic models of a compact bionic handling assistant," in *2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pp. 264–269, IEEE, 2017.
- [57] C. Escande, T. Chettibi, R. Merzouki, V. Coelen, and P. M. Pathak, "Kinematic calibration of a multisection bionic manipulator," *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, vol. 20, no. 2, pp. 663–674, 2014.
- [58] T. M. Bieze, F. Largilliere, A. Kruszewski, Z. Zhang, R. Merzouki, and C. Duriez, "Finite element method-based kinematics and closed-loop control of soft, continuum manipulators," *Soft robotics*, vol. 5, no. 3, pp. 348–364, 2018.
- [59] P. S. Gonthina, A. D. Kapadia, I. S. Godage, and I. D. Walker, "Modeling variable curvature parallel continuum robots using euler curves," in *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 1679–1685, IEEE, 2019.
- [60] H. Wu, J. Yu, J. Pan, and X. Pei, "A New Approach for Solving the Inverse Kinematics of Continuum Robot Based on Piecewise Constant Curvature Model," 2021.
- [61] H. Mochiyama and T. Suzuki, "Kinematics and dynamics of a cable-like hyperflexible manipulator," in *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 03CH37422)*, vol. 3, pp. 3672–3677, IEEE, 2003.
- [62] G. S. Chirikjian, "A continuum approach to hyper-redundant manipulator dynamics," in *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'93)*, vol. 2, pp. 1059–1066, IEEE, 1993.
- [63] G. S. Chirikjian, "Hyper-redundant manipulator dynamics : A continuum approximation," *Advanced Robotics*, vol. 9, no. 3, pp. 217–243, 1994.
- [64] V. Falkenhahn, T. Mahl, A. Hildebrandt, R. Neumann, and O. Sawodny, "Dynamic modeling of constant curvature continuum robots using the Euler-Lagrange formalism," in *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2428–2433, IEEE, 2014.


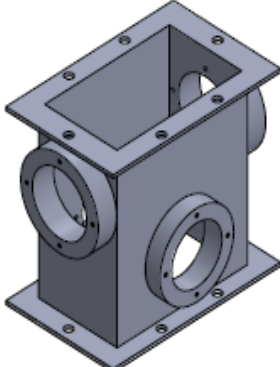
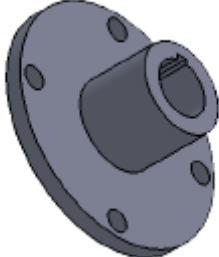
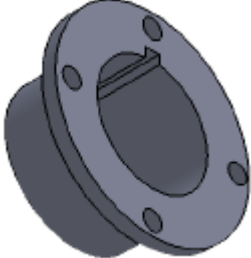
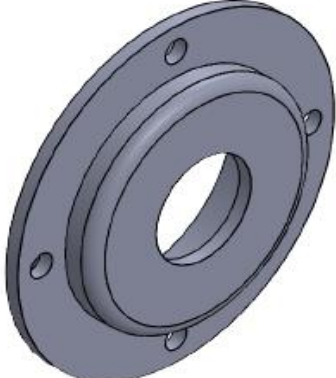
-
- [65] A. Amouri, A. Zaatri, and C. Mahfoudi, “Dynamic modeling of a class of continuum manipulators in fixed orientation,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 91, no. 3, pp. 413–424, 2018.
- [66] Z. Li, *Wire-driven mechanism and highly efficient propulsion in water*. The Chinese University of Hong Kong (People’s Republic of China), 2013.
- [67] W. S. Rone and P. Ben-Tzvi, “Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 30, no. 1, pp. 275–287, 2013.
- [68] W. S. Rone and P. Ben-Tzvi, “Mechanics modeling of multisegment rod-driven continuum robots,” *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 6, no. 4, 2014.
- [69] D. C. Rucker and R. J. Webster III, “Statics and dynamics of continuum robots with general tendon routing and external loading,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 6, pp. 1033–1044, 2011.
- [70] F. Renda, M. Giorelli, M. Calisti, M. Cianchetti, and C. Laschi, “Dynamic model of a multibending soft robot arm driven by cables,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 30, no. 5, pp. 1109–1122, 2014.
- [71] E. Tatlicioglu, I. D. Walker, and D. M. Dawson, “New dynamic models for planar extensible continuum robot manipulators,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1485–1490, IEEE, 2007.
- [72] D. Trivedi, A. Lotfi, and C. D. Rahn, “Geometrically exact dynamic models for soft robotic manipulators,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1497–1502, IEEE, 2007.
- [73] P. E. Dupont, J. Lock, B. Itkowitz, and E. Butler, “Design and control of concentric-tube robots,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 2, pp. 209–225, 2009.
- [74] F. Renda, M. Cianchetti, M. Giorelli, A. Arienti, and C. Laschi, “A 3D steady-state model of a tendon-driven continuum soft manipulator inspired by the octopus arm,” *Bioinspiration & biomimetics*, vol. 7, no. 2, p. 25006, 2012.
- [75] S. Mbakop, G. Tagne, M.-H. Frouin, A. Melingui, and R. Merzouki, “Inverse Dynamics Model-based Shape Control of Soft Continuum Finger Robot Using Parametric Curve,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 8053–8060, 2021.
- [76] Y. Chen, B. Wu, J. Jin, and K. Xu, “A Variable Curvature Model for Multi-Backbone Continuum Robots to Account for Inter-Segment Coupling and External Disturbance,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 1590–1597, 2021.
- [77] O. Lakhal, A. Melingui, and R. Merzouki, “Hybrid approach for modeling and solving of kinematics of a compact bionic handling assistant manipulator,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pp. 1326–1335, 2015.

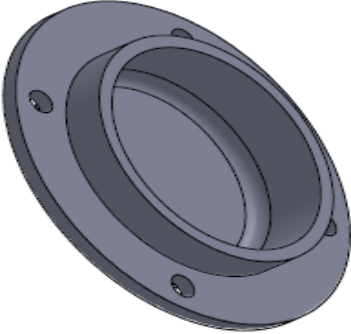
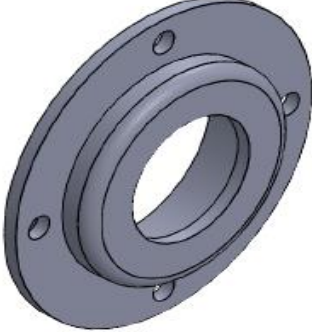
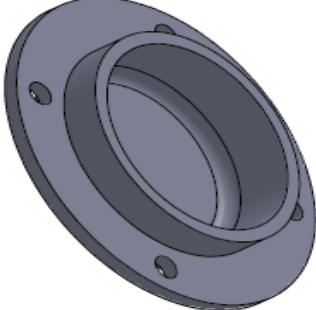
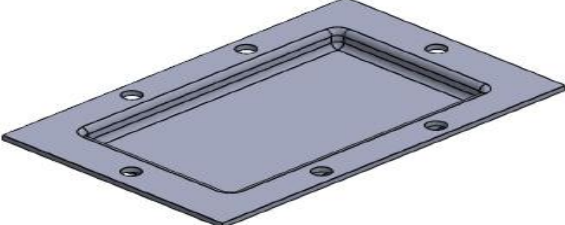
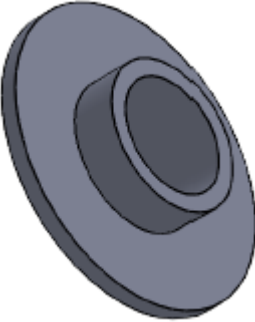
-
- [78] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, vol. 4, pp. 1942–1948, IEEE, 1995.
- [79] M. N. K. Kulkarni, M. S. Patekar, M. T. Bhoskar, M. O. Kulkarni, G. M. Kakandikar, and V. M. Nandedkar, "Particle swarm optimization applications to mechanical engineering-A review," *Materials Today : Proceedings*, vol. 2, no. 4-5, pp. 2631–2639, 2015.
- [80] A. Lazinica, *Particle swarm optimization*. BoD–Books on Demand, 2009.
- [81] A. Rezaee Jordehi and J. Jasni, "Parameter selection in particle swarm optimisation : a survey," *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, vol. 25, no. 4, pp. 527–542, 2013.
- [82] A. Ammar, M. Chawki, Z. Abdelouahab, and M. Halim, "A New Approach to Solve Inverse Kinematics of a Planar Flexible Continuum Robot," in *International Conference of Computational Methods in Science and Engineering, ICCMSE*, 2014.
- [83] A. Amouri, C. Mahfoudi, A. Zaatri, O. Lakhel, and R. Merzouki, "A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 231, no. 5, pp. 380–394, 2017.
- [84] S. Neppalli, M. A. Csencsits, B. A. Jones, and I. Walker, "A geometrical approach to inverse kinematics for continuum manipulators," in *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3565–3570, IEEE, 2008.
- [85] B. Siciliano and O. Khatib, *Springer handbook of robotics*. springer, 2016.
- [86] D. Karaboga, "An idea based on honey bee swarm for numerical optimization," tech. rep., 2005.
- [87] J. H. Holland, "Adaptive in Natural and Artificial Systems, University of Michigan," *Ann Arbor*, 1975.
- [88] R. Lamraoui, M. Malla, and C. Mahfoudi, *Modélisation Géométrique d'un Robot Flexible à deux Sections Commandées par câbles, Proposition d'une Conception*. University of Larbi Ben M'hidi, Oum el Bouaghi, faculty of science and applied sciences, Algeria, 2020.
- [89] V. V. Bolotin, *Nonconservative problems of the theory of elastic stability*. Macmillan, 1963.
- [90] A. Amouri, C. Mahfoudi, and A. Zaatri, "Dynamic Modeling of a Spatial Cable-Driven Continuum Robot Using Euler-Lagrange Method," *International Journal of Engineering and Technology Innovation*, vol. 10, no. 1, p. 60, 2019.
- [91] A. Yeshmukhametov, K. Koganezawa, and Y. Yamamoto, "Design and kinematics of cable-driven continuum robot arm with universal joint backbone," in *2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pp. 2444–2449, IEEE, 2018.

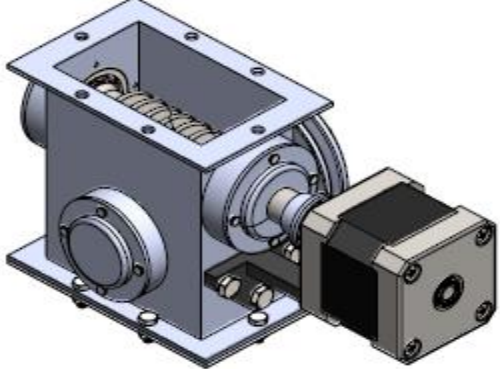
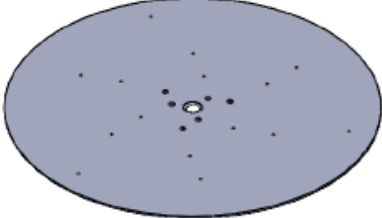
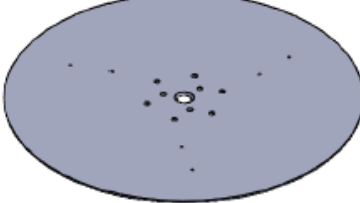
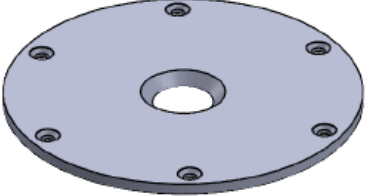
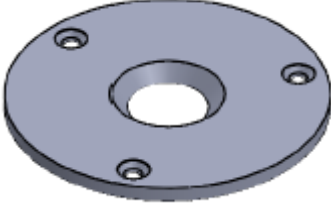
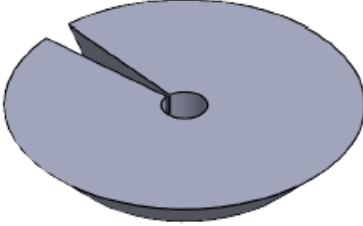
-
- [92] C. Li and C. D. Rahn, “Design of continuous backbone, cable-driven robots,” *J. Mech. Des.*, vol. 124, no. 2, pp. 265–271, 2002.
- [93] D. ASANE, A. SCHMITZ, and S. SUGANO, “Investigating the Strain Behaviour of Dyneema under Cyclic Loads,” in *The Proceedings of JSME annual Conference on Robotics and Mechatronics (Robomec) 2020*, pp. 1P2—K05, The Japan Society of Mechanical Engineers, 2020.

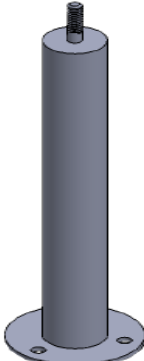


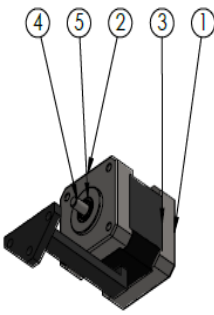
Annexe A

Pièces	3D dessin via SolidWorks
Vis sans fin	
Roue Dentée	
Arbre 2	
Système embrayage a roue libre et poulie	
Roue libre-galet	

Pièces	3D dessin via SolidWorks
Poulie	 A 3D model of a pulley, showing a central hole surrounded by a thick, flange-like rim with a slightly raised outer edge.
Carter	 A 3D model of a housing or housing, featuring a rectangular base and a vertical side panel with two circular openings. The top surface is flat and has four mounting holes.
Plataux 1	 A 3D model of a flange, showing a circular base with four mounting holes and a central cylindrical protrusion.
Plataux 2	 A 3D model of a flange, showing a circular base with four mounting holes and a central circular opening.
Couvercle 1	 A 3D model of a cover, showing a circular base with four mounting holes and a central circular opening.

Pièces	3D dessin via SolidWorks
Couvercle 2	 A 3D perspective view of a circular, flanged cover. It features a central circular opening, a raised inner rim, and a wider outer flange with four small circular holes spaced evenly around its perimeter.
Couvercle 3	 A 3D perspective view of a circular, flanged cover. It has a central circular opening, a raised inner rim, and an outer flange with four small circular holes around its edge.
Couvercle 4	 A 3D perspective view of a circular, flanged cover, very similar to Couvercle 2. It has a central circular opening, a raised inner rim, and an outer flange with four small circular holes.
Couvercle 5	 A 3D perspective view of a rectangular, flat cover. It has a central rectangular opening with a raised inner border. The outer edge has four small circular holes, one on each side.
Coussiné	 A 3D perspective view of a circular, flanged cover. It features a central circular opening, a raised inner rim, and an outer flange with four small circular holes around its perimeter.

Pièces	3D dessin via SolidWorks
Mécanisme de commande	
Base 1	
Base 2	
Disque de la première section (X5)	
Disque de la deuxième section (X5)	
Pièce de fixation 1	

Pièces	3D dessin via SolidWorks	
Pièce de fixation 2		
Tige flexible		
Ressort		
Moteur		<ul style="list-style-type: none"> 1- Base 2- Plaque 3- Corps 4- Instrument ball bearing_68_am 5- Pan cross head_am